Series OSS

Code No. **65/1**
कोड नं.

Roll No.
रोल नं.

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.
परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

- Please check that this question paper contains **11** printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **29** questions.
- **Please write down the Serial Number of the question before attempting it.**
- 15 minutes time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the student will read the question paper only and will not write any answer on the answer script during this period.
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **11** हैं ।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **29** प्रश्न हैं ।
- **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जायेगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।

MATHEMATICS

गणित

Time allowed : 3 hours | *Maximum Marks : 100*

निर्धारित समय : 3 घण्टे | *अधिकतम अंक : 100*

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

General Instructions :

(i) All questions are compulsory.

(ii) The question paper consists of **29** questions divided into three sections A, B and C. Section A comprises of **10** questions of **one mark** each, Section B comprises of **12** questions of **four marks** each and Section C comprises of **7** questions of **six marks** each.

(iii) All questions in Section A are to be answered in one word, one sentence or as per the exact requirement of the question.

(iv) There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 4 questions of four marks each and 2 questions of six marks each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.

(v) Use of calculators is **not** permitted.

सामान्य निर्देश :

(i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।

(ii) इस प्रश्न पत्र में **29** प्रश्न हैं जो तीन खण्डों में विभाजित हैं : अ, ब तथा स । खण्ड अ में **10** प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक **एक अंक** का है । खण्ड ब में **12** प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक **चार अंक** का है । खण्ड स में **7** प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक **छः अंक** का है ।

(iii) खण्ड अ में सभी प्रश्नों के उत्तर एक शब्द, एक वाक्य अथवा प्रश्न की आवश्यकता अनुसार दिए जा सकते हैं ।

(iv) पूर्ण प्रश्न पत्र में विकल्प नहीं हैं । फिर भी चार अंकों वाले 4 प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले 2 प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प है । ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है ।

(v) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति **नहीं** है ।

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

SECTION A
खण्ड अ

Questions number 1 to 10 carry 1 mark each.

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

1. If $f : R \to R$ be defined by $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$, then find $fof(x)$.

यदि $f : R \to R$, $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$ द्वारा परिभाषित है, तो $fof(x)$ ज्ञात कीजिए ।

2. Write the principal value of $\sec^{-1}(-2)$.

$\sec^{-1}(-2)$ का मुख्य मान लिखिए ।

3. What positive value of x makes the following pair of determinants equal ?

$$\begin{vmatrix} 2x & 3 \\ 5 & x \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 16 & 3 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$$

x के किस धन मान के लिए निम्न सारणिक युग्म समान है ?

$$\begin{vmatrix} 2x & 3 \\ 5 & x \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 16 & 3 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Evaluate :

$$\int \sec^2 (7 - 4x)\, dx$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \sec^2 (7 - 4x)\, dx$$

5. Write the adjoint of the following matrix :

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

निम्नलिखित आव्यूह का सहखंडज लिखिए :

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

6. Write the value of the following integral :

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^5 x \, dx$$

निम्नलिखित समाकल का मान लिखिए :

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^5 x \, dx$$

7. A is a square matrix of order 3 and $|A| = 7$. Write the value of $|\text{adj} . A|$.

A कोटि 3 का एक वर्ग आव्यूह है तथा $|A| = 7$ है । $|\text{adj} . A|$ का मान लिखिए ।

evidyarthi.in

8. Write the distance of the following plane from the origin :

$$2x - y + 2z + 1 = 0$$

मूल बिन्दु से निम्नलिखित समतल की दूरी लिखिए :

$$2x - y + 2z + 1 = 0$$

9. Write a vector of magnitude 9 units in the direction of vector $-2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$.

सदिश $-2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ के अनुदिश 9 इकाई परिमाण का एक सदिश लिखिए ।

10. Find λ if $(2\hat{i} + 6\hat{j} + 14\hat{k}) \times (\hat{i} - \lambda\hat{j} + 7\hat{k}) = \vec{0}$.

λ ज्ञात कीजिए यदि $(2\hat{i} + 6\hat{j} + 14\hat{k}) \times (\hat{i} - \lambda\hat{j} + 7\hat{k}) = \vec{0}$.

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

SECTION B

खण्ड ब

Questions number 11 to 22 carry 4 marks each.

प्रश्न संख्या 11 से 22 तक प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं ।

11. A family has 2 children. Find the probability that both are boys, if it is known that

(i) at least one of the children is a boy,

(ii) the elder child is a boy.

एक परिवार में 2 बच्चे हैं । दोनों बच्चों के लड़का होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए, यदि यह ज्ञात है कि

(i) कम-से-कम एक बच्चा लड़का है,

(ii) बड़ा बच्चा लड़का है ।

12. Show that the relation S in the set $A = \{x \in Z : 0 \leq x \leq 12\}$ given by $S = \{(a, b) : a, b \in Z, |a - b| \text{ is divisible by } 4\}$ is an equivalence relation. Find the set of all elements related to 1.

दर्शाइए कि समुच्चय $A = \{x \in Z : 0 \leq x \leq 12\}$ में दिया गया सम्बन्ध S जो कि $S = \{(a, b) : a, b \in Z, |a - b|$ विभाजित है 4 से$\}$ द्वारा प्रदत्त है, एक तुल्यता सम्बन्ध है । 1 से सम्बन्धित सभी अवयवों का समुच्चय ज्ञात कीजिए ।

13. Prove the following :

$$\tan^{-1} x + \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3x - x^3}{1 - 3x^2}\right)$$

OR

Prove the following :

$$\cos\left[\tan^{-1}\{\sin(\cot^{-1} x)\}\right] = \sqrt{\frac{1+x^2}{2+x^2}}$$

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

निम्नलिखित को सिद्ध कीजिए :

$$\tan^{-1} x + \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right)$$

अथवा

निम्नलिखित को सिद्ध कीजिए :

$$\cos\left[\tan^{-1}\{\sin(\cot^{-1} x)\}\right] = \sqrt{\frac{1+x^2}{2+x^2}}$$

14. Express the following matrix as the sum of a symmetric and skew symmetric matrix, and verify your result :

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

निम्नलिखित आव्यूह को एक सममित आव्यूह तथा एक विषम सममित आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए तथा परिणाम को सत्यापित कीजिए :

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

15. If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, find a vector of magnitude 6 units which is parallel to the vector $2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$.

OR

Let $\vec{a} = \hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ and $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$. Find a vector $\vec{d}$ which is perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{b}$ and $\vec{c} \cdot \vec{d} = 18$.

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

यदि $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{c} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ है, तो सदिश $2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ से समांतर 6 इकाई परिमाण का एक सदिश ज्ञात कीजिए ।

अथवा

मान लीजिए कि $\vec{a} = \hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ है । एक ऐसा सदिश $\vec{d}$ ज्ञात कीजिए जो $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ दोनों पर लंब है तथा $\vec{c} \cdot \vec{d} = 18$ है ।

16. Find the points on the line $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$ at a distance of 5 units from the point P(1, 3, 3).

OR

Find the distance of the point P(6, 5, 9) from the plane determined by the points A(3, –1, 2), B(5, 2, 4) and C(–1, –1, 6).

रेखा $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$ पर ऐसे बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दु P(1, 3, 3) से 5 इकाई की दूरी पर हैं ।

अथवा

बिन्दु P(6, 5, 9) की बिन्दुओं A(3, –1, 2), B(5, 2, 4) तथा C(–1, –1, 6) के द्वारा निर्धारित समतल से दूरी ज्ञात कीजिए ।

17. Solve the following differential equation :

$$(x^2 - 1)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{x^2 - 1};\ |x| \neq 1$$

OR

Solve the following differential equation :

$$\sqrt{1 + x^2 + y^2 + x^2y^2} + xy\frac{dy}{dx} = 0$$

निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(x^2 - 1)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{x^2 - 1};\ |x| \neq 1$$

अथवा

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\sqrt{1 + x^2 + y^2 + x^2y^2} + xy\frac{dy}{dx} = 0$$

18. Show that the differential equation $(x - y)\frac{dy}{dx} = x + 2y$, is homogeneous and solve it.

दर्शाइए कि अवकल समीकरण $(x - y)\frac{dy}{dx} = x + 2y$ समघातीय है तथा इसे हल कीजिए ।

19. Evaluate the following :

$$\int \frac{x + 2}{\sqrt{(x - 2)(x - 3)}}\, dx$$

निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x + 2}{\sqrt{(x - 2)(x - 3)}}\, dx$$

20. Evaluate the following :

$$\int_1^2 \frac{5x^2}{x^2 + 4x + 3}\, dx$$

निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^2 \frac{5x^2}{x^2 + 4x + 3}\, dx$$

21. If $y = e^{a \sin^{-1} x}$, $-1 \le x \le 1$, then show that

$$(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - a^2y = 0.$$

यदि $y = e^{a \sin^{-1} x}$, $-1 \le x \le 1$ है, तो दर्शाइए कि

$$(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - a^2y = 0.$$

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

22. If $y = \cos^{-1}\left(\frac{3x + 4\sqrt{1-x^2}}{5}\right)$, find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $y = \cos^{-1}\left(\frac{3x + 4\sqrt{1-x^2}}{5}\right)$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

SECTION C

खण्ड स

Questions number 23 to 29 carry 6 marks each.

प्रश्न संख्या 23 से 29 तक प्रत्येक प्रश्न के 6 अंक हैं ।

23. Using properties of determinants, prove the following :

$$\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+px^3 \\ y & y^2 & 1+py^3 \\ z & z^2 & 1+pz^3 \end{vmatrix} = (1 + pxyz)(x - y)(y - z)(z - x)$$

OR

Find the inverse of the following matrix using elementary operations :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके निम्नलिखित को सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+px^3 \\ y & y^2 & 1+py^3 \\ z & z^2 & 1+pz^3 \end{vmatrix} = (1 + pxyz)(x - y)(y - z)(z - x)$$

अथवा

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

प्रारंभिक संक्रियाओं के प्रयोग द्वारा निम्न आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

24. A bag contains 4 balls. Two balls are drawn at random, and are found to be white. What is the probability that all balls are white ?

एक थैले में 4 गेंदें हैं । इसमें से दो गेंदें यादृच्छया निकाली गईं तथा दोनों सफेद पाई गईं । प्रायिकता क्या है कि सभी गेंदें सफेद रंग की हैं ?

25. One kind of cake requires 300 g of flour and 15 g of fat, another kind of cake requires 150 g of flour and 30 g of fat. Find the maximum number of cakes which can be made from 7·5 kg of flour and 600 g of fat, assuming that there is no shortage of the other ingradients used in making the cakes. Make it as an L.P.P. and solve it graphically.

एक प्रकार के केक को 300 ग्रा. आटा तथा 15 ग्रा. वसा (fat) की आवश्यकता होती है तथा दूसरी प्रकार के केक के लिए 150 ग्रा. आटा तथा 30 ग्रा. वसा की आवश्यकता होती है । केकों की अधिकतम संख्या ज्ञात कीजिए जो 7·5 किग्रा आटे तथा 600 ग्रा. वसा से बन सकते हैं, यह मान लिया गया है कि केकों को बनाने के लिए अन्य पदार्थों की कमी नहीं रहेगी । उपर्युक्त को रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाकर ग्राफ द्वारा हल कीजिए ।

26. Find the coordinates of the foot of the perpendicular and the perpendicular distance of the point P(3, 2, 1) from the plane $2x - y + z + 1 = 0$. Find also, the image of the point in the plane.

बिन्दु P((3, 2, 1) से समतल $2x - y + z + 1 = 0$ पर डाले जाने वाले लंब के पाद के निर्देशांक तथा लंब की लंबाई ज्ञात कीजिए । इस समतल में इस बिन्दु के प्रतिबिंब के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए ।

27. Find the area of the circle $4x^2 + 4y^2 = 9$ which is interior to the parabola $x^2 = 4y$.

OR

Using integration, find the area of the triangle ABC, coordinates of whose vertices are A(4, 1), B(6, 6) and C(8, 4).

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

परवलय $x^2 = 4y$ और वृत्त $4x^2 + 4y^2 = 9$ के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

अथवा

समाकलन का उपयोग करते हुए एक ऐसे त्रिभुज ABC, का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों के निर्देशांक A(4, 1), B(6, 6) तथा C(8, 4) हैं ।

28. If the length of three sides of a trapezium other than the base is 10 cm each, find the area of the trapezium, when it is maximum.

यदि एक समलंब के आधार के अतिरिक्त, अन्य तीन भुजाओं में से प्रत्येक 10 सेमी लंबी है, तो समलंब का अधिकतम क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

29. Find the intervals in which the following function is

(a) strictly increasing,

(b) strictly decreasing.

वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें निम्नलिखित फलन

(अ) निरंतर वर्धमान है,

(ब) निरंतर ह्रासमान है ।

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers