eVidyarthi
FREE Education

Series SHC/1

Code No. कोड नं. 65/1/1

Roll No. रोल नं. | | | | | | | |

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.
विद्यार्थी उत्तर-पुस्तिका में कोड नं. अवश्य लिखे।

- Please check that this question paper contains **15** printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the condidate.
- Please check that this question paper contains **26** questions.
- **Please write down the serial number of the question before attempting it.**
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **15** हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **26** प्रश्न हैं।
- **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।**

MATHEMATICS
गणित

Time allowed : 3 hours] *[Maximum Marks: 100*
निर्धारित समय : 3 घण्टे] *[अधिकतम अंक : 100*

General Instuctions :

(ii) *The question paper consists of three sections A,B and C. Section **A is compulsory** for all students. In addition to Section A, every student has to attempt **either Section B OR Section C.***

(ii) ***For Section A***

*Question numbers **1** to **8** are of **3** marks each.*

*Question numbers **9** to **15** are of **4** marks each.*

*Question numbers **16** to **18** are of **6** marks each.*

(iii) ***For Section B / Section C***

*Question numbers **19** to **22** are of **3** marks each.*

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

*Question numbers **23** to **25** are of **4** marks each.*

*Question number **26** is of **6** marks.*

(iv) *All question are compulsory.*

(v) *Internal choices have been provided in some questions. You have to attempt only one of the choices in such questions.*

(vi) *Use of calculator is not permitted. However, you may ask for logarithmic and statistical table. If required.*

सामान्य निर्देश :

(i) *इस प्रश्न पत्र के तीन खण्ड अ, ब और स हैं। **खण्ड अ** सभी विद्यार्थियों के लिए **अनिवार्य** हैं। खण्ड अ के अलावा प्रत्येक विद्यार्थी को **किसी एक खण्ड - ब या स** के प्रश्नों के उत्तर देने हैं।*

(ii) ***खण्ड अ***

*प्रश्न संख्या **1** से **8** तक प्रत्येक के **3** अंक हैं।*

*प्रश्न संख्या **9** से **15** तक प्रत्येक के **4** अंक हैं।*

*प्रश्न संख्या **16** से **18** तक प्रत्येक के **6** अंक हैं।*

(iii) ***खण्ड ब / खण्ड स***

*प्रश्न संख्या **19** से **22** तक प्रत्येक के **3** अंक हैं।*

*प्रश्न संख्या **23** से **25** तक प्रत्येक के **4** अंक हैं।*

*प्रश्न संख्या **26, 6** अंक का है।*

(iv) *सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।*

(v) *कुछ प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प दिये गये हैं। ऐसे प्रश्नों में केवल एक ही विकल्प को करना है।*

(vi) *कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है। लेकिन यदि आवश्यकता हो तो आप लघुगणकीय व सांख्यिकीय सारणियों की माँग कर सकते हैं।*

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

SECTION - A
खण्ड - अ

1. If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, show the $A^2 - 6A + 17\,I = 0$. Hence find A^{-1}.

यदि है, $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, तो दिखाइए कि $A^2 - 6A + 17\,I = 0$. अतः A^{-1} ज्ञात कीजिए।

2. An urn contains 7 red and 4 blue balls. Two balls are drawn at random with replacement. Find the probability of getting (a) 2 red balls (b) 2 blue balls (c) one red and one blue ball.

एक पात्र में 7 लाल तथा 4 नीली गेंदें हैं। पात्र में से दो गेंदें यादृच्छया प्रतिस्थापना सहित निकाली जाती हैं। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि (अ) 2 लाल गेंदें (ब) दोनों गैंदें नीली हैं (स) एक लाल तथा एक नीली गेंद है।

3. Using the properties of determinants, prove that following :

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके निम्न सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

4. A card is drawn at random from a well-shuffled pack of 52 cards. Find the probability that it is neither a ace nor a king.

अच्छी प्रकार से फेंटी गई 52 पत्तों की ताश की एक गड्डी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि न तो यह इक्का (ace) है और न ही यह बादशाह (king) है।

5. Evaluate : $\int \frac{1+x^2}{1+x^4}\,dx$

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{1+x^2}{1+x^4}\,dx$

6. Solve the following differential equation :

$$x \cos y \, dy = (xe^x \log x + e^x)\, dx$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$x \cos y \, dy = (xe^x \log x + e^x)\, dx$$

7. Form the differential equation of the family of curves $y = A\cos 2x + B\sin 2x$, where A and B are constants.

OR

Solve the following differential equation :

$$\frac{dy}{dx} + 2y = 6\,e^x$$

वक्र कुल $y = A\cos 2x + B\sin 2x$, को प्रदर्शित करता एक अवकल समीकरण बनाइए, जहाँ A तथा B अचर हैं।

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

अथवा

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + 2y = 6\,e^{x}$$

8. Evaluate : $\int \cos 4x \cos 3x \, dx$

मान ज्ञात कीजिए : $\int \cos 4x \cos 3x \, dx$

9. Using properties of definite integrals, prove the following :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x \, cosec \, x} dx = \frac{\pi^2}{4}$$

निश्चित समाकलों के गुणधर्मों का प्रयोग करके निम्न सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x \, cosec \, x} dx = \frac{\pi^2}{4}$$

10. Evaluate : $\int \frac{\sin x}{(1-\cos x)(2-\cos x)} dx$

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\sin x}{(1-\cos x)(2-\cos x)} dx$

11. Find the value of k if the function

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & x \geq 1 \\ 4, & x < 1 \end{cases} \text{ is continuous at } x = 1$$

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

OR

Evaluate : $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\sin x - \cos x}{x - \frac{\pi}{4}} \right)$

k का मान ज्ञात कीजिए यदि फलन

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & x \geq 1 \\ 4, & x < 1 \end{cases}, \quad x = 1 \text{ पर सतत है}$$

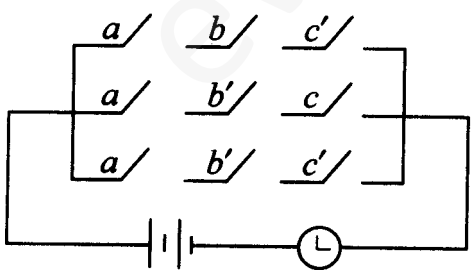
अथवा

मान ज्ञात कीजिए : $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\sin x - \cos x}{x - \frac{\pi}{4}} \right)$

12. Differentitate $\sin(x^2 + 1)$ with respect to x from first principle.

$\sin(x^2 + 1)$ का, x के सापेक्ष, आदितः अवकलन कीजिए।

13. Write the Boolean expression representing the following circuit :



Simplify the Boolean expression.

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

OR

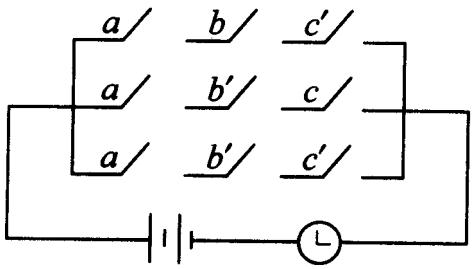
Shwo that the following argument is valid :

$S_1 \ : p \vee q$

$S_2 \ : \sim q$

$S \ : p \wedge \sim q$

निम्न सर्किट के लिए बूलीय व्यंजक लिखिए :



बूलीय व्यंजक को सरल भी कीजिए।

अथवा

दर्शाइये कि निम्न युक्ति वैध है :

$S_1 \ : p \vee q$

$S_2 \ : \sim q$

$S \ : p \wedge \sim q$

14. If $y = \sin(\log x)$, prove that

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y = 0$$

यदि $y = \sin(\log x)$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y = 0$$

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

15. Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^2 - 5x + 4$ on [1, 4].

फलन $f(x) = x^2 - 5x + 4$ के लिए [1, 4] पर रोले के प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

16. Using matrices, solve the following system of equations :

$$x + 2y - 3z = 6$$

$$3x + 2y - 2z = 3$$

$$2x - y + z = 2$$

आव्यूहों का प्रयोग करके निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x + 2y - 3z = 6$$

$$3x + 2y - 2z = 3$$

$$2x - y + z = 2$$

17. Using integration, find the area of the region enclosed between the circles

$x^2 + y^2 = 1$ and $(x-1)^2 + y^2 = 1$.

OR

Evaluate $\int_0^2 (x^2 + 2x + 1)\, dx$ as limit of a sum.

समाकलों का प्रयोग करके दो वृत्तों $x^2 + y^2 = 1$ तथा $(x-1)^2 + y^2 = 1$ के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

$\int_0^2 (x^2 + 2x + 1)\, dx$ का मान योगों की गुच्छमान विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

18. Find the point on the curve $x^2 = 8y$ which is nearest to the point (2, 4).

OR

Show that a right circular cone of least curved surface and given volume has an altitude equal to $\sqrt{2}$ times the radius of the base.

वक्र $x^2 = 8y$ पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (2, 4) से न्यूनतम दूरी पर हो।

अथवा

दिखाइए कि न्यूनतम वक्र पृष्ठ तथा दिए गये आयतन के लम्ब वृत्तीय शंकु की ऊँचाई आधार की त्रिज्या की $\sqrt{2}$ गुनी होगी।

SECTION - B

खण्ड - ब

19. Find the projection of $\vec{b}+\vec{c}$ on $\vec{a}$ where $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ and $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$.

सदिश $\vec{b}+\vec{c}$ का $\vec{a}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ है।

20. Find the value of λ which makes the vectors $\vec{a}, \vec{b}$ and $\vec{c}$ coplanar, where $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} - \lambda\hat{j} + 5\hat{k}$.

λ का मान ज्ञात कीजिए कि सदिश $\vec{a}, \vec{b}$ तथा $\vec{c}$ समतलीय हैं, जहाँ $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 3\hat{i} - \lambda\hat{j} + 5\hat{k}$ है।

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

21. A particle starting with initial velocity of 30 m/sec moves with a uniform acceleration of 9 m/sec^2. Find :

(a) the velocity of the particle after 6 seconds.

(b) how far it will go in 9 seconds.

(c) its velocity when is has traversed 150 m.

एक कण 20 मी./से. के प्रारम्भिक वेग से तथा 9 मी./से.^{2} के एकसमान त्वरण से चलता है। निम्न ज्ञात कीजिए :

(अ) 6 सेकण्ड बाद कम का वेग

(ब) 9 सेकण्ड में कण कितनी दूरी तय करेगा

(स) 150 मी. की दूरी तय करने पर कण का वेग।

22. Find the resultant of two velocities 4 m/sec and 6 m/sec inclined to one-another at an angle of 120°.

OR

A ball projected with a velocity of 28 m/sec has a horizontal range 40 m. Find the two angles of projection.

4 मी./से. तथा 6 मी./से. के दो वेग एक-दूसरे से 120° के कोण पर कार्यरत हैं। उनका परिणामी वेग ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक गेंद 28 मी./से. के वेग से प्रक्षिप्त की गई तथा उसका क्षैतिज परास 40 मी है। दोनों प्रक्षेपण कोण ज्ञात कीजिए।

23. A body of weight 70 N is suspended by two strings of length 27 cm and 36 cm, fastened to two points in the same horizontal line 45 cm apart and is in equilibrium. Find the tensions in the strings.

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

70 N भार का एक पिण्ड, किसी क्षैतिज रेखा में परस्पर 45 सेमी दूर स्थित दो बिन्दुओं से क्रमशः 27 सेमी तथा 36 सेमी लम्बी डोरियों से बंधा संतुलित अवस्था में लटक रहा है। प्रत्येक डोरी में तनाव ज्ञात कीजिए।

24. The resultant of two unlike parallel forces of 18 N and 10 N act along a line at a distance of 12 cm from the line of action of the smaller force. Find the distance between the lines of action of two forces.

18 N तथा 10 N के दो विपरीत दिश समान्तर बलों का परिणामी बल एक ऐसी रेखा के अनुदिश कार्य करता है, जो छोटे बल की क्रिया रेखा से 12 सेमी की दूरी पर है। दिये हुए दो बलों की क्रिया रेखाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

25. Find the equation of the plane which is perpendicular to the plane $5x + 3y + 6z + 8 = 0$ and which contains the line of intersection of the planes $x + 2y + 3z - 4 = 0$ and $2x + y - z + 5 = 0$.

उस तल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो तल $5x + 3y + 6z + 8 = 0$ पर लम्बवत् है तथा तलों $x + 2y + 3z - 4 = 0$ तथा $2x + y - z + 5 = 0$ के प्रतिच्छेदन से होकर जाता है।

26. Find the equation of the sphere which passing through the points (3, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, -2) and and having the centre on the plane $3x + 2y + 4z = 1$.

उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (3, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, -2) से होकर जाता है तथा जिसका केन्द्र तल $3x + 2y + 4z = 1$ पर स्थित है।

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

SECTION - C

खण्ड - स

19. Find the face value of a bill, discounted at 6% per annum 146 days before the legal due date, if the banker's gain is Rs. 36.

उस बिल का मुख मूल्य (face value) ज्ञात कीजिए जो विधितः देय तिथि से 146 दिन पूर्व 6% वार्षिक की दर से भुना लिया गया तथा जिस पर बैंकर का लाभ 36 रु. है।

20. A bill for Rs. 7650 was drawn on 8th March 2005 at 7 months. It was discounted on 18 May 2005 and the holder of the bill received Rs. 7497. What rate of interest did the banker charge ?

7650 रु. का एक बिल, जो 8 मार्च, 2005 को 7 महीने के लिए लिखा गया। 18 मई 2005 को धारक द्वारा 7497 रु. में भुना लिया गया। बैंकर ने क्या दर प्रतिशत ब्याज लिया ?

21. There are two bags I and II. Bag I contains 2 white and 3 red balls and Bag II contains 4 white and 5 red balls. One ball is drawn at random from one of the bags and is found to be red. Find the probability that it was drawn from bag II.

I तथा II दो थैले हैं। थैले I में 2 सफेद तथा 3 लाल गेंदें हैं तथा थैले II में 4 सफेद तथा 5 लाल गेंदें हैं। किसी एक थैले में से यादृच्छया एक गेंद निकाली गई जिसे लाल रंग का पाया गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाली गई गेंद थैले II में से थी।

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

22. Find the mean μ, variance σ^2 for the following probability distribution :

X	0	1	2	3
P(X)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

OR

Find the binomial distribution for which the mean is 4 and variance 3.

निम्न प्रायिकता बंटन के लिए माध्य μ तथा प्रसरण σ^2 ज्ञात कीजिए :

X	0	1	2	3
P(X)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

अथवा

वह द्विपद बंटन ज्ञात कीजिए जिसका माध्य 4 है तथा प्रसरण 3 है।

23. A, B, C entered into a partnership investing Rs. 12000, Rs. 16000 and Rs. 20000 respectively. A as working partner gets 10% of the annual profit for the same. After 5 months, B invested Rs. 2000 more while C withdrew Rs. 2000 after 8 months from the start of the business. Find the share of each in an annual profit of Rs. 97000.

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

A, B तथा C ने क्रमशः 12000 रु., 16000 रु. तथा 20000 रु. निवेश कर साझे में व्यापार आरम्भ किया। A एक कार्यकारी साझेदार है जिसे कुल लाभ का 10% इस काम के लिए मिलता है। 5 माह बाद B ने 2000 रु. और निवेश कर दिये जब कि C ने व्यापार के आरम्भ के 8 माह बाद 2000 रु. निकाल लिए। 97000 रु. के वार्षिक लाभ में प्रत्येक का भाग ज्ञात कीजिए।

24. Find the present value of an annuity due of Rs. 700 per annum payable at the beginning of each year for 2 years allowing interest 6% per annum, compounded annually. [Take $(1.06)^{-1} = 0.943$]

2 वर्षों के लिए 700 रु. प्रति वर्ष भुगतान वाली देय वार्षिकी जो प्रति वर्ष के आरम्भ में देय है, का वर्तमान मूल्य ज्ञात कीजिए, यदि ब्याज 6% वार्षिक की दर से संयोजित होता है।

[Take $(1.06)^{-1} = 0.943$]

25. The total cost C(x), associated with the production and making x units of an item is given by

$$C(x) = 0.005x^3 - 0.02x^2 + 30x + 5000$$

Find (i) the average cost function (ii) the average cost of output of 10 units (iii) the marginal cost function (iv) the marginal cost when 3 units are produced.

किसी उत्पाद x के एकक के उत्पाद से संबंधित यदि कुल लागत फलन

$$C(x) = 0.005x^3 - 0.02x^2 + 30x + 5000$$

तो (i) औसत लागत फलन ज्ञात कीजिए, (ii) 10 उत्पाद संख्या के लिए औसत लागत ज्ञात कीजिए, (iii) सीमांत फलन ज्ञात कीजिए, (iv) 3 उत्पाद संख्या के लिए सीमांत लागत ज्ञात कीजिए।

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

eVidyarthi
FREE Education

26. If a young man rides his motorcycle at 25 km/hour, he had to spend Rs. 2 per km on petrol. If he rides at a faster speed of 40 km/hour, the petrol cost increases at Rs. 5 per km. He has Rs. 100 to spend on petrol and wishes to find what is the maximum distance he can travel within one hour. Express this as an LPP and solve it graphically.

एक नवयुवक यदि मोटर साइकिल 25 किमी/घंटा की गति से चलाता है तो पेट्रोल का व्यय 2 रु. प्रति किमी आता है। यदि वह उसे 40 किमी/घंटा की तेज गति से चलाता है तो पेट्रोल का व्यय 5 रु. प्रति किमी आता है। उसके पास पेट्रोल के खर्च के लिए 100 रु. तथा वह एक घंटे में अधिक से अधिक दूरी तय करना चाहता है। इस प्रश्न को रै. प्रो. समस्या बनाकर ग्राफ द्वारा हल कीजिए।

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers