CS(M) EXAM 2012

S. **F–DTN–M–QIZA**

PHYSICS

Paper—I

Time Allowed : Three Hours	Maximum Marks : 300

INSTRUCTIONS

Each question is printed both in Hindi and in English.

Answers must be written in the medium specified in the Admission Certificate issued to you, which must be stated clearly on the cover of the answer-book in the space provided for the purpose. No marks will be given for the answers written in a medium other than that specified in the Admission Certificate.

Candidates should attempt Question Nos. ***1*** *and* ***5****, which are compulsory, and any* ***three*** *of the remaining questions selecting at least* ***one*** *question from each Section.*

The number of marks carried by each question is indicated at the end of the question.

Assume suitable data if considered necessary and indicate the same clearly.

Symbols/notations carry their usual meanings, unless otherwise indicated.

Important Note : *Whenever a question is being attempted, all its parts/sub-parts must be attempted contiguously. This means that before moving on to the next question to be attempted, candidates must finish attempting all parts/sub-parts of the previous question attempted. This is to be strictly followed.*

Pages left blank in the answer-book are to be clearly struck out in ink. Any answers that follow pages left blank may not be given credit.

ध्यान दें : अनुदेशों का हिन्दी रूपान्तर इस प्रश्न-पत्र के पिछले पृष्ठ पर छपा है।

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

Section—A

1. Answer *all* the five parts below : 12×5=60

(a) Two identical relativistic particles of rest mass m and kinetic energy T collide head-on. What is the relative kinetic energy, i.e., the kinetic energy T' of one in the rest frame of the other?

(b) Define a conservative field. Determine if the field given below is conservative in nature :

$$\vec{E} = c[y^2\hat{i} + (2xy + z^2)\hat{j} + 2yz\hat{k}] \text{ V/m}$$

where c is a constant.

(c) Calculate the moment of inertia of a solid cone of mass M, height h, vertical half-angle α and radius of its base R, about an axis passing through its vertex and parallel to its base.

(d) A resistance R and a lossless capacitor C are connected through a switch. The capacitor is charged to potential V_0, and the switch is closed at $t = 0$. Prove that the energy stored in the capacitor is equal to the energy dissipated in the resistor.

(e) A rigid body is spinning with an angular velocity of $4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ about an axis parallel to the direction $(4\hat{j} - 3\hat{k})$ passing through the point A with $\overrightarrow{OA} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, where O is the origin of the coordinate system. Find the magnitude and direction of the linear velocity of the body at point P with $\overrightarrow{OP} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$.

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

खण्ड—क

1. नीचे दिए गए **सभी** पाँच भागों के उत्तर दीजिए : 12×5=60

(क) विराम द्रव्यमान m और गतिज ऊर्जा T के दो सर्वसम आपेक्षिकीय कण आमने-सामने टकरा जाते हैं। किसी एक की आपेक्षिक गतिज ऊर्जा अर्थात् गतिज ऊर्जा T', अन्य के विराम फ्रेम में क्या है?

(ख) संरक्षी क्षेत्र की परिभाषा दीजिए। निर्धारण कीजिए कि क्या नीचे दिया गया क्षेत्र प्रकृति में संरक्षी है :

$$\vec{E} = c[y^2\hat{i} + (2xy + z^2)\hat{j} + 2yz\hat{k}]\ \text{V/m}$$

जहाँ c एक अचर है।

(ग) द्रव्यमान M, ऊँचाई h, ऊर्ध्वाधर अर्ध-कोण α और आधार की त्रिज्या R के एक ठोस शंकु के, उसके शीर्ष में से गुजरते हुए और उसके आधार के समान्तर एक अक्ष के इर्द-गिर्द, जड़त्व आघूर्ण का परिकलन कीजिए।

(घ) एक प्रतिरोधक R और एक हानिहीन संधारित्र C एक स्विच के माध्यम से जुड़े हुए हैं। संधारित्र को विभव V_0 तक आवेशित किया जाता है और स्विच को $t = 0$ पर बंद किया जाता है। सिद्ध कीजिए कि संधारित्र में भंडारित ऊर्जा प्रतिरोधक में क्षयित ऊर्जा के बराबर होगी।

(ङ) एक दृढ़ पिंड, $\overrightarrow{OA} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ सहित बिंदु A में से गुजरते हुए दिशा $(4\hat{j} - 3\hat{k})$ के समान्तर एक अक्ष के इर्द-गिर्द $4\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ के कोणीय वेग के साथ प्रचक्रण कर रहा है, जहाँ O निर्देश तंत्र का उद्गम है। $\overrightarrow{OP} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ सहित बिंदु P पर पिंड के रैखिक वेग का परिमाण और दिशा मालूम कीजिए।

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

2. The volume between two concentric conducting spherical surfaces of radii a and b $(a < b)$ is filled with an inhomogeneous dielectric with $\varepsilon = \varepsilon_0 / (1 + cr)$, where c is a constant and r is the radial coordinate. A charge $+Q$ is placed on the inner surface, while the outer surface is grounded. Determine—

(a) $\vec{D}$ in the region $a < r < b$;

(b) capacitance of the device;

(c) polarization charge density in the region $a < r < b$;

(d) surface polarization charge densities at $r = a$ and $r = b$. 15+15+15+15=60

3. A particle is moving in a central force field on an orbit given by $r = ke^{\alpha\theta}$, where k and α are positive constants, r is the radial distance and θ is the polar angle.

(a) Find the force law for the central force field. 20

(b) Find $\theta(t)$. 20

(c) Find the total energy. 20

4. *(a)* What is a displacement current? Prove that lines of conduction current plus displacement current are continuous. 15

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

2. त्रिज्या a और b $(a < b)$ के दो संकेन्द्री चालक गोलीय पृष्ठों के बीच का आयतन $\varepsilon = \varepsilon_0 / (1 + cr)$ सहित एक असमांगी परावैद्युत से भरा है, जहाँ c एक स्थिरांक है और r त्रिज्य निर्देशांक है। अंदरूनी पृष्ठ पर एक आवेश $+Q$ रख दिया जाता है, जबकि बाहरी पृष्ठ को भू-सम्पर्कित किया जाता है। निर्धारण कीजिए—

(क) प्रदेश $a < r < b$ में $\vec{D}$;

(ख) उपकरण की धारिता;

(ग) प्रदेश $a < r < b$ में ध्रुवण आवेश घनत्व;

(घ) $r = a$ और $r = b$ पर पृष्ठीय ध्रुवण आवेश घनत्व।

15+15+15+15=60

3. एक कण, $r = ke^{\alpha\theta}$ द्वारा दत्त एक कक्षा पर, एक केन्द्रीय बल क्षेत्र में गति कर रहा है, जहाँ k और α धनात्मक स्थिरांक हैं, r त्रिज्य दूरी है और θ ध्रुवीय कोण है।

(क) केन्द्रीय बल क्षेत्र के लिए बल नियम मालूम कीजिए। 20

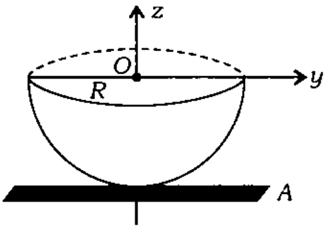
(ख) $\theta(t)$ मालूम कीजिए। 20

(ग) कुल ऊर्जा मालूम कीजिए। 20

4. (क) विस्थापन धारा क्या होती है? साबित कीजिए कि चालन धारा जमा विस्थापन धारा की रेखाएँ सन्तत होती हैं। 15

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

(b) Consider a uniform half-sphere of radius R and mass M. The half-sphere is supported by a frictionless horizontal plane as shown in the figure. The half-sphere lies in the region $z < 0$.



O = Origin
A = Supporting plane

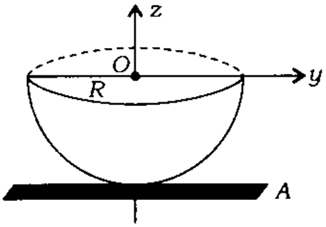
Find the centre of mass of the half-sphere. 15

(c) Assume $\vec{E} = 0$ inside a perfect conductor. Elaborate on any other four electrostatic properties that arise from this property. 15

(d) A projectile of mass M explodes, while in flight, into three fragments. One fragment of mass $m_1 = M/2$ travels in the original direction of the projectile. Another fragment of mass $m_2 = M/6$ travels in the opposite direction and the third fragment of mass $m_3 = M/3$ comes to rest. The energy E, released in the explosion, is 5 times the kinetic energy of the projectile at explosion. What are the velocities of the fragments? 15

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

(ख) मान लीजिए कि त्रिज्या R और द्रव्यमान M का एक एकसमान अर्ध-गोलक है। जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, अर्ध-गोलक एक घर्षणहीन क्षैतिज समतल पर टिका हुआ है। अर्ध-गोलक, प्रदेश $z < 0$ में स्थित है।



अर्ध-गोलक का द्रव्यमान-केन्द्र मालूम कीजिए। 15

(ग) कल्पना कीजिए कि एक पूर्ण चालक के अन्दर $\vec{E} = 0$ है। इस गुणधर्म से पैदा होने वाले अन्य किन्हीं चार स्थिरवैद्युत गुणधर्मों को सविस्तार स्पष्ट कीजिए। 15

(घ) द्रव्यमान M का एक प्रक्षेपित्र उड़ान के दौरान तीन खंडों में विस्फोटित हो जाता है। द्रव्यमान $m_1 = M/2$ का एक खंड प्रक्षेपित्र की मूल दिशा में गति करता है। द्रव्यमान $m_2 = M/6$ का एक दूसरा खंड विपरीत दिशा में गति करता है और द्रव्यमान $m_3 = M/3$ का एक तीसरा खंड विरामावस्था में आ जाता है। विस्फोट में मोचित ऊर्जा E, विस्फोट के समय प्रक्षेपित्र की गतिज ऊर्जा की 5 गुनी है। खंडों के वेग क्या-क्या हैं? 15

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

Section—B

5. Answer *all* the five parts below : 12×5=60

(a) The motion of a damped mechanical oscillator is represented by

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + \beta x = 0$$

where m, α and β are constants. The oscillator is critically damped. The system is given an impulse at $x = 0$ and $t = 0$, resulting in an initial velocity υ. After how much time the system experiences maximum displacement?

(b) Show that a travelling wave on the string, clamped on both the ends, undergoes a phase change of π. Hence obtain the time-independent form of the wave equation representing a standing wave on the string.

(c) The separation between the slits is $0 \cdot 5$ mm in Young's double-slit experiment. The interference pattern observed on a screen placed 5 m away reveals the location of the first maximum which is 6 mm from the centre of the pattern. Calculate the wavelength of light and separation between second and third bright fringes.

(d) Show that the Helmholtz free energy of a system never increases in any isothermal-isochoric transformation.

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

खण्ड—ख

5. नीचे दिए गए **सभी** पाँच भागों के उत्तर दीजिए : 12×5=60

(क) एक अवमंदित यांत्रिक दोलित्र की गति $m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + \beta x = 0$ द्वारा निरूपित है, जहाँ m, α और β स्थिरांक हैं। दोलित्र क्रान्तिकतः अवमंदित है। तंत्र को $x = 0$ और $t = 0$ पर एक आवेग दिया जाता है, जिसके परिणामस्वरूप आरम्भिक वेग υ हो जाता है। कितने समय के बाद तंत्र में अधिकतम विस्थापन होगा?

(ख) दर्शाइए कि दोनों सिरों पर बँधी हुई रज्जु पर प्रगामी तरंग में π का कलांतर होता है। अतएव तरंग समीकरण के उस समय-निरपेक्ष रूप को प्राप्त कीजिए, जो रज्जु पर अप्रगामी तरंग का निरूपण करे।

(ग) यंग के द्वि-स्लिट प्रयोग में स्लिटों के बीच पृथक्करण 0·5 mm है। 5 m की दूरी पर रखे हुए एक स्क्रीन पर देखी गई व्यतिकरण प्रतिकृति से प्रथम अधिकतम के स्थान का पता चलता है, जो प्रतिकृति के केन्द्र से 6 mm पर है। प्रकाश के तरंगदैर्घ्य का और दूसरे तथा तीसरे चमकीले फ्रिंजों के बीच पृथक्करण का परिकलन कीजिए।

(घ) दर्शाइए कि किसी तंत्र की हेल्महोल्ट्स मुक्त ऊर्जा किसी भी समतापी-समआयतनिक रूपान्तरण में कभी भी नहीं बढ़ती है।

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

(e) Consider non-equilibrium situation for a system in which the population inversion has been achieved. Explain that such a system can be treated as if it has negative absolute temperature.

6. (a) Distinguish between Fresnel and Fraunhofer classes of diffraction. Show that the area of each Fresnel half-period zone is same. 20

(b) A diffraction grating of width 5 cm with slits of width 10^{-4} cm separated by a distance of 2×10^{-4} cm is illuminated by light of wavelength 550 nm. What will be the width of the principal maximum in the diffraction pattern? Would there be any missing orders? 20

(c) Establish the relation $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_T$ and then derive $\left(\frac{\partial C_P}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P$.
Hence show that the heat capacity C_P of an ideal gas is independent of pressure P. 20

7. (a) Derive an expression for intermodal dispersion for a multimodal step-index fibre. 20

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

(ङ) किसी तंत्र की ऐसी गैर-साम्यावस्था स्थिति पर विचार कीजिए, जिसमें समष्टि प्रतिलोमन प्राप्त कर लिया गया हो। स्पष्ट कीजिए कि ऐसे तंत्र को ऐसा समझा जा सकता है कि मानो उसका ऋणात्मक परम ताप हो।

6. (क) विवर्तन के फ्रेनल और फ्राउनहोफर वर्गों के बीच विभेदन कीजिए। दर्शाइए कि प्रत्येक फ्रेनल अर्ध-आवर्तन ज़ोन का क्षेत्र एक ही होता है। 20

(ख) 2×10^{-4} cm की दूरी के द्वारा पृथक्कृत 10^{-4} cm चौड़ाई की स्लिटों वाली 5 cm चौड़ाई की विवर्तन ग्रेटिंग को 550 nm तरंगदैर्घ्य के प्रकाश द्वारा प्रदीप्त किया जाता है। विवर्तन चित्र में मुख्य महत्तम की चौड़ाई क्या होगी? क्या कोई लुप्त क्रम होंगे? 20

(ग) सम्बन्ध $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_T$ स्थापित कीजिए और फिर उसके बाद $\left(\frac{\partial C_P}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P$ व्युत्पन्न कीजिए। अतएव दर्शाइए कि आदर्श गैस की ऊष्मा धारिता C_P, दाब P से स्वतंत्र होती है। 20

7. (क) बहुविधा सोपान-सूचक तंतु के लिए अंतराविधा परिक्षेपण का एक व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए। 20

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

(b) A pulse of $\lambda_0 = 600$ nm and $\Delta\lambda = 10$ nm propagates through a fibre which has a material dispersion coefficient of 50 ps per km per nm at 600 nm. Calculate the pulse broadening in traversing a 10 km length of the fibre. If the pulse width at the input of the fibre is 12 ns, what will be the pulse width at the output of the fibre? 10

(c) Show that both Fermi-Dirac and Bose-Einstein distributions reduce under certain condition in a form which gives the total number of particles as

$$N = A\int_0^\infty \sqrt{\varepsilon}\, e^{-\beta\varepsilon}\, d\varepsilon$$

where A is a constant and $\beta = 1/k_B T$. Further show that this expression is just the same as that obtained from the Maxwellian speed distribution. 15+15=30

8. (a) Use matrix method to obtain an expression for the focal length of a coaxial combination of two thin lenses having focal lengths f_1 and f_2 separated by distance d. 20

(b) Calculate the minimum thickness of a quartz plate which would behave as a quarter-wave plate for wavelength of light, $\lambda = 6000$ Å. The refractive indices for ordinary and extraordinary rays are $\mu_o = 1 \cdot 544$ and $\mu_e = 1 \cdot 553$. 15

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

(ख) $\lambda_0 = 600\,nm$ और $\Delta\lambda = 10\,nm$ वाला एक स्पंद एक ऐसे तंतु के बीच से संचरण करता है, जिसका 600 nm पर द्रव्यात्मक परिक्षेपण गुणांक 50 ps प्रति km प्रति nm है। तंतु की 10 km की लम्बाई पार करने में स्पंद विस्तारण का परिकलन कीजिए। यदि तंतु के निवेश पर स्पंद चौड़ाई 12 ns हो, तो तंतु के निर्गत पर स्पंद चौड़ाई क्या होगी? 10

(ग) दर्शाइए कि फर्मी-डिराक और बोस-आइन्स्टाइन दोनों वितरण विशेष दशा के अधीन एक ऐसे रूप में समानयन करते हैं, जो कणों की कुल संख्या को निम्नानुसार देता है :

$$N = A\int_0^{\infty} \sqrt{\varepsilon}\ e^{-\beta\varepsilon}\ d\varepsilon$$

जहाँ A एक स्थिरांक है और $\beta = 1/k_B T$ है। इसके आगे यह भी दर्शाइए कि यह व्यंजक नितान्त वही है जो कि मैक्सवेलीय वेग वितरण से प्राप्त होता है। 15+15=30

8. (क) दूरी d द्वारा पृथक्कृत f_1 और f_2 फोकस दूरियों वाले दो पतले लेंसों के समाक्ष संयोजन की फोकस दूरी के व्यंजक को प्राप्त करने के लिए आव्यूह विधि का इस्तेमाल कीजिए। 20

(ख) कार्ट्ज़ पट्टिका की ऐसी न्यूनतम मोटाई का परिकलन कीजिए, जो प्रकाश के तरंगदैर्घ्य $\lambda = 6000$ Å के लिए चतुर्थांश तरंग पट्टिका के तौर पर व्यवहार करेगी। साधारण और असाधारण किरणों के अपवर्तनांक $\mu_o = 1 \cdot 544$ और $\mu_e = 1 \cdot 553$ हैं। 15

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

(c) The Einstein theory of specific heat of solids gives the expression

$$C_V = \frac{3Nk_B x^2 e^x}{(e^x - 1)^2}$$

where $x = \frac{\theta_E}{T}$ with θ_E as the Einstein temperature.

(i) Mention Einstein's assumptions in deriving it. Also obtain low- and high-temperature limiting expressions for it.

(ii) Give schematic plot of $\frac{C_V}{3Nk_B}$ versus $\frac{T}{\theta_E}$ and comment on the validity of expressions in (i) in comparison with experiments. 15+10=25

evidyarthi.in

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

(ग) ठोसों की विशिष्ट ऊष्मा की आइन्स्टाइन की थियोरी निम्नलिखित व्यंजक देती है :

$$C_V = \frac{3Nk_B x^2 e^x}{(e^x - 1)^2}$$

जहाँ आइन्स्टाइन ताप के रूप में θ_E के साथ $x = \frac{\theta_E}{T}$ है।

(i) इसको व्युत्पन्न करने में आइन्स्टाइन के गृहीतों का उल्लेख कीजिए। इसके साथ ही, इसके लिए निम्न-ताप और उच्च-ताप सीमक व्यंजकों को भी प्राप्त कीजिए।

(ii) $\frac{C_V}{3Nk_B}$ बनाम $\frac{T}{\theta_E}$ का व्यवस्थात्मक आलेख दीजिए और प्रयोगों के साथ तुलना में *(i)* के व्यंजकों की मान्यता पर टिप्पणी कीजिए।

15+10=25

★ ★ ★

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers

F–DTN–M–QIZA

भौतिकी

प्रश्न-पत्र—I

समय : तीन घण्टे	पूर्णांक : 300

अनुदेश

प्रत्येक प्रश्न हिन्दी और अंग्रेजी दोनों में छपा है।

प्रश्नों के उत्तर उसी माध्यम में लिखे जाने चाहिए, जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख उत्तर-पुस्तक के मुख-पृष्ठ पर अंकित निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। प्रवेश-पत्र पर उल्लिखित माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

*प्रश्न संख्या **1** और **5** अनिवार्य हैं। बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम **एक** प्रश्न चुनकर किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए।*

प्रत्येक प्रश्न के लिए नियत अंक प्रश्न के अंत में दिए गए हैं।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन कीजिए तथा उनको निर्दिष्ट कीजिए।

प्रतीक/संकेत प्रचलित अर्थों में प्रयुक्त हैं, अन्यथा निर्दिष्ट हैं।

विशेष निर्देश : *यह आवश्यक है कि जब भी किसी प्रश्न का उत्तर दे रहे हों, तब उस प्रश्न के सभी भागों/उप-भागों के उत्तर साथ-साथ दें। इसका अर्थ यह है कि अगले प्रश्न का उत्तर लिखने के लिए आगे बढ़ने से पूर्व पिछले प्रश्न के सभी भागों/उप-भागों के उत्तर समाप्त हो जाएँ। इस बात का कड़ाई से अनुसरण कीजिए।*

उत्तर-पुस्तक में खाली छोड़े हुए पृष्ठों को स्याही से स्पष्ट रूप से काट दीजिए। खाली छूटे हुए पृष्ठों के बाद लिखे हुए उत्तरों के अंक न दिए जाएँ, ऐसा हो सकता है।

Note : English version of the Instructions is printed on the front cover of this question paper.

Educational Material Downloaded from http://www.evidyarthi.in/
Get CBSE Notes, Video Tutorials, Test Papers & Sample Papers