

इकाई : 9 लम्ब और समांतर रेखाएँ



- लम्ब और समान्तर रेखाओं की अवधारणा
- दो सरल रेखाओं और एक तिर्यक रेखा द्वारा बने कोणों के नाम एवं गुण
- पटरी तथा गुनिया की सहायता से समांतर रेखाएँ खींचना
- समांतर रेखाओं की विशेषताओं की सहायता से अज्ञात कोण की माप बताना तथा रेखाएँ खींच कर उनका सत्यापन

9.1 भूमिका:

आपने तल, बिन्दु, रेखाएँ और कोणों के विषय में पढ़ लिया है। अब हम रेखाओं के पारस्परिक सम्बन्धों के विषय में अध्ययन करेंगे।

आपने मकान बनाते समय राजगीर को दीवार की चिनाई करते समय साहुल और सूत का प्रयोग करते हुए देखा होगा। क्या आप बता सकते हैं कि साहुल और सूत के द्वारा वह क्या देखता है। यह आपको ज्ञात होना चाहिए कि साहुल से वह दीवार की भूतल के लम्बवत् होने की स्थिति को निर्धारित करता है जबकि सूत के माध्यम से दीवार के ईंट की हर परत के समांतर होने की स्थिति का पता लगाता है। आइए अब हम लम्ब रेखाएँ और समांतर रेखाओं के विषय में जानें।

9.2 लम्ब रेखाएँ

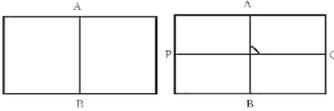
आपकी पुस्तक के प्रत्येक पन्ने के कोने दर्शाते हैं कि दो रेखाएँ परस्पर समकोण पर हैं, जैसा कि चित्र (i) में देख रहे हैं।



चित्र (i)

इन्हें कीजिए

एक कागज का पन्ना लीजिए, इसे बीच से मोड़िए और मोड़ का निशान (Crease) AB बनाइए। फिर इसे पुनः अन्य दिशा में इस प्रकार मोड़िए कि AB का एक भाग इसके दूसरे भाग को ठीक-ठीक ढक ले और मोड़ का निशान P Q बनाइए और कागज को खोल लीजिए। देखेंगे कि दोनों मोड़ के निशान एक दूसरे पर लम्ब हैं अर्थात् AB और PQ परस्पर लम्ब हैं।



यदि दो रेखाएँ परस्पर प्रतिच्छेद करें और उनके बीच का कोण समकोण हो, तो वे रेखाएँ एक दूसरे पर लम्ब (Perpendicular) रेखाएँ कहलाती हैं। इसे $AB \perp PQ$ लिखते हैं।

प्रयास कीजिए

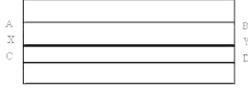
कागज पर खींची हुई रेखा के किसी बिन्दु से रेखा पर लम्ब खींचिए।

9.3 समांतर रेखाएँ

एक कागज का पन्ना लीजिए, इसे बीच से मोड़िए और मोड़ का निशान xy बनाइए। फिर इसे पुनः उसी दिशा में मोड़िए मोड़ का निशान AB और CD बनाइए। कागज पर देखेंगे कि चित्र के अनुसार रेखाएँ प्राप्त होंगी।

यहाँ हम देखते हैं कि किन्हीं भी दो रेखाओं के किन्हीं दो बिन्दुओं के बीच की दूरी सदैव समान है। चाहे उन्हें जितना भी ब दायें वे परस्पर प्रतिच्छेद नहीं करती हैं।

एक ही तल में स्थित दो रेखाएँ जो सदैव समान दूरी पर रहती हैं और परस्पर प्रतिच्छेद नहीं करती हैं, समांतर रेखाएँ कहलाती हैं। इन्हें \parallel लिखते हैं।



प्रयास कीजिए

एक कागज को मोड़कर उस पर बनी एक रेखा के समांतर मोड़ के निशान बनाइए।

इन्हें कीजिए :

उपर्युक्त चित्रों में समांतर एवं लम्ब रेखाखंडों के युग्म लिखिए।

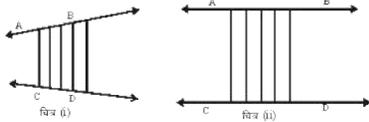


9.4 दो समांतर रेखाओं के बीच की दूरी ज्ञात करना

इन्हें करिये, सोचिए और निष्कर्ष निकालिए :

क्रिया- कलाप

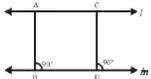
अग्रांकित चित्र (i) और (ii) को देखिए। चित्र (i) में रेखा AB और रेखा CD समांतर नहीं हैं। क्या रेखा AB के विभिन्न बिन्दुओं से रेखा CD के विभिन्न बिन्दुओं तक BD के समांतर खींची गयी रेखाओं की लम्बाई समान है ? चित्र (ii) में रेखा AB और CD समांतर है। क्या रेखा AB के विभिन्न बिन्दुओं से रेखा CD पर डाले गये लंब की लम्बाई समान है ?



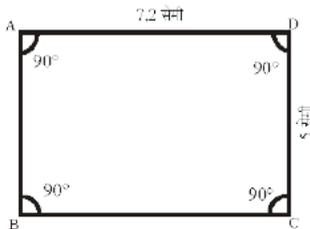
हम पाते हैं कि चित्र (i) में BD के समांतर विभिन्न रेखाओं की लम्बाई समान नहीं है, जबकि चित्र (ii) में डाले गये विभिन्न लंबों की लंबाई समान है। समांतर रेखाओं के लिए इस लंब की लंबाई को लम्बवत् दूरी या दूरी कहते हैं।

अभ्यास 9 (a)

1. अपने आस पास की वस्तुओं के समांतर रेखाओं के युग्मों के चार उदाहरण दीजिए।
2. चित्र 1 में m दो समांतर रेखाएँ हैं। AB और CD इनके बीच की लम्बवत् दूरी है, यदि $AB = 3$ सेमी, CD की लम्बाई बताइए।



3. चित्र में आयत ABCD के नाम लिखे गये हैं।



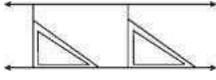
- (i) क्या $AB \parallel CD$? यदि हाँ तो क्यों ?
- (ii) क्या $AD \parallel BC$? यदि हाँ तो क्यों ?

समांतर रेखाओं के बीच की दूरी ज्ञात करना

इन्हें करिये, सोचिए और निष्कर्ष निकलिए :

पटरी की सहायता से इसके दोनों किनारों के अनुदिश दो समांतर रेखाएं l और m खींचिए।

रेखा l पर दो बिन्दु M तथा N लीजिए।

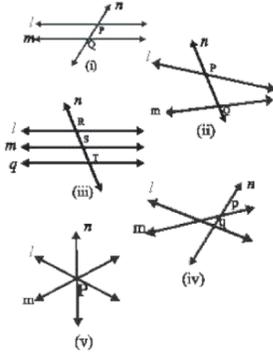


इन बिन्दुओं से चित्र के अनुसार सेट-स्क्वायरकी सहायता से MP और NC लम्ब खींचिए। इन लम्बों को नापिए। लंब की अनुदिश दूरी MP और NC में क्या सम्बन्ध है ? नापने पर MP और NC के मान बराबर हैं। इस प्रकार हम निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि किन्हीं दो समांतर रेखाओं के बीच की दूरी हर स्थान पर समान होती है। इस दूरी को इन रेखाओं के बीच की लम्बवत् दूरी कहते हैं।

9.5 तिर्यक रेखा (Transversal Line) :

इन्हें कीजिए

पाश्चाकित चित्रों को देखिए और बताइए :



चित्र (i) में रेखा n रेखा l और m को किन-किन बिन्दुओं पर काटती है ?

चित्र (ii) में रेखा n , रेखा l और m को किन-किन बिन्दुओं पर काटती है ?

चित्र (iii) में रेखा n , रेखा l , m और q को किन-किन बिन्दुओं पर काटती है ?

चित्र (iv) में रेखा n रेखा l और m किन-किन बिन्दु पर काटती है ?

चित्र (i), (ii), (iii) में रेखा n तथा रेखा l और m के कटान बिन्दु भिन्न-भिन्न हैं अथवा एक ही बिन्दु हैं ?

चित्र (v) में रेखाओं के कटान बिन्दुओं की संख्या कितनी है?

जब रेखा n , रेखा l और m को भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर काटती है तो इसे तिर्यक रेखा कहते हैं। चित्र (v) में यह रेखा l और m को एक बिन्दु पर काटती है। अतः तिर्यक रेखा नहीं है।

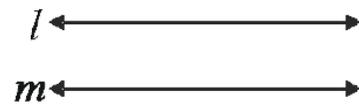
तिर्यक रेखा, वह रेखा है जो दो या दो से अधिक रेखाओं को भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर काटती है।

9.6. दो रेखाओं के अन्तः क्षेत्र तथा बाह्यक्षेत्र

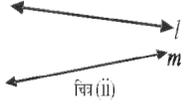
(Interior region and exterior region of two lines)

इन्हें कीजिए :

अपनी अभ्यास पुस्तिका पर चित्र (i) और (ii) बनाइए। रेखा l और m के बीच स्थित क्षेत्र पेंसिल से रंगिए।



चित्र (i)

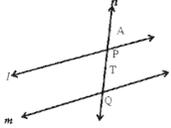


पेंसिल से रंगा क्षेत्र जो रेखाओं के बीच है, अन्तः क्षेत्र है। शेष क्षेत्र जो रेखाओं l और m के बीच नहीं है, वह बाह्यक्षेत्र है।

इस प्रकार हम कहेंगे कि दो रेखाओं का अन्तः क्षेत्र उन रेखाओं को छोड़ कर उनके बीच का क्षेत्र है, जब कि दो रेखाओं का बाह्यक्षेत्र उन दो रेखाओं तथा उनके अन्तः क्षेत्र को छोड़ कर शेष क्षेत्र है।

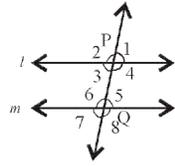
प्रयास कीजिए

चित्रानुसार बिन्दु A और T को रेखा पर दर्शाइए। बिन्दु A और T जिस रेखा पर स्थित है, उस रेखा का नाम क्या है ? क्या बिन्दु A रेखा l और m के बाह्यक्षेत्र में स्थित है ? क्या बिन्दु T रेखा l और m के अन्तः क्षेत्र में स्थित है ?



9.7 तिर्यक रेखा द्वारा बने कोण

इन्हें कीजिए, सोचिए और चर्चा कीजिए



अपनी अभ्यास पुस्तिका पर चित्रानुसार -

(i) दो रेखाएँ l और m खींचिए।

(ii) एक तिर्यक रेखा n खींचिए, जो रेखा l और m को काटे।

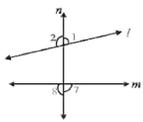
(iii) कटान बिन्दु को P और Q से प्रदर्शित कीजिए, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है

(iv) तिर्यक रेखा n और दो रेखाओं l तथा m से बने कोणों को चित्रानुसार 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 और 8 से प्रदर्शित कीजिए।

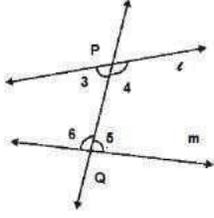
यदि दो रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटती है, तो कुल आठ कोण बनते हैं। चार कोण बाह्यक्षेत्र में और शेष चार कोण अन्तः क्षेत्र में स्थित होते हैं।

9.8 बाह्यकोण, अन्तः कोण, संगत कोण, एकान्तर कोण (एकान्तर अन्तः कोण तथा एकान्तर बाह्यकोण)

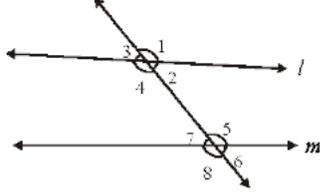
बाह्यकोण : पार्श्वकित चित्र में देखिए, रेखा l और m को रेखा n काट रही है। तिर्यक रेखा और समान्तर रेखाओं से बने कोण 1, 2, 7 और 8 बाह्यक्षेत्र में स्थित हैं। इन्हें बाह्यकोण कहते हैं।



अन्तः कोण : चित्र में दो रेखाओं l और m तथा रेखा PQ द्वारा बने कोणों को देखिए, इन कोणों को 3, 4, 5, 6 से प्रदर्शित किया गया है। ये कोण अन्तः क्षेत्र में स्थित हैं। इन्हें अन्तः कोण (interior Angle) कहते हैं। यह भी देखिए कि कोण 4, 5 तिर्यक रेखा के एक ओर और कोण 3, 6 दूसरी ओर स्थित हैं।



संगत कोण : चित्र में निम्नांकित कोणों के युग्मों (जोड़ों) को देखिए :



(i) 4, 8 (ii) 1, 5 (iii) 3, 7 (iv) 2, 6

इसमें से प्रत्येक युग्म कोण, तिर्यक रेखा के एक ही ओर स्थित है। प्रत्येक जोड़े का एक कोण अन्तः क्षेत्र में, दूसरा कोण बाह्यक्षेत्र में स्थित है। इन्हें एक दूसरे का संगत कोण कहते हैं।

नीचे कुछ और संगत कोणों के युग्म दिये गये हैं। इन्हें अपनी अभ्यास पुस्तिका पर बनाइए।

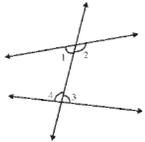


निष्कर्ष

यदि दो रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटती है, तो तिर्यक रेखा के एक ही ओर विभिन्न शीर्षों पर बने दो कोण जिनमें एक अन्तः क्षेत्र में और दूसरा बाह्यक्षेत्र में होता है, संगत कोण कहलाते हैं।

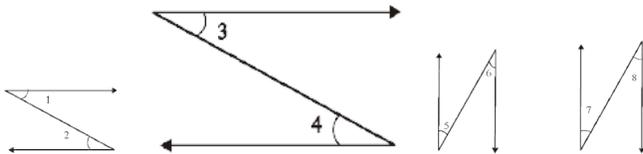
9.9. एकान्तर अंतः कोण (एकान्तर कोण) (Alternate angles)

पार्श्व चित्र में कोणों के युग्मों को देखिए : (i) 1, 3 (ii) 2, 4 प्रत्येक जोड़े के दोनों कोण अन्तः क्षेत्र में स्थित हैं, लेकिन तिर्यक रेखा के विपरीत दिशा में है। इन्हें एकान्तर अन्तः कोण या संक्षेप में एकान्तर कोण कहते हैं। यदि दो रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटती है, तो तिर्यक रेखा के विपरीत और कटान बिन्दुओं पर अन्तः क्षेत्र में बने कोण एकान्तर कोण कहलाते हैं।



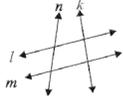
प्रयास कीजिए

निम्नांकित चित्रों को अपनी अभ्यास पुस्तिका पर बनाइये तथा इनमें एकान्तर कोणों के युग्मों को पहचान कर लिखिए।

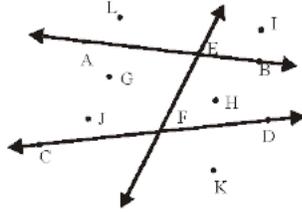


अभ्यास 9 (b)

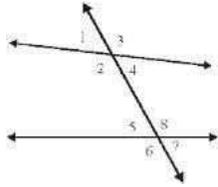
1. पार्श्व चित्र में तिर्यक रेखाओं की पहचान कर अपनी अभ्यास पुस्तिका पर लिखें।



2. पार्श्व चित्र में बतायें कि रेखा AB और रेखा CD के अन्तः क्षेत्र और बाह्यक्षेत्र में क्रमशः कौन-कौन से बिन्दु हैं।

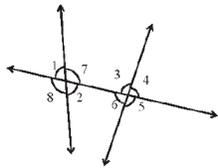


3. पार्श्व चित्र को देखकर रिक्त स्थानों की पूर्ति अपनी अभ्यास पुस्तिका पर कीजिए।



- $\angle 2$ और एकान्तर कोण है।
- $\angle 2$ और संगत कोण है।
- $\angle 2$ और तिर्यक रेखा के एक ही ओर स्थित अन्तः कोण है।
- $\angle 3$ और तिर्यक रेखा के एक ही ओर स्थित कोण है।

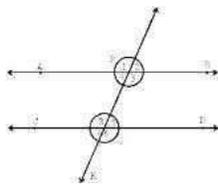
4. पार्श्व चित्र को देखकर उत्तर दीजिए।



- एकान्तर कोणों के युग्मों के नाम बताइए।
- संगत कोणों के युग्मों के नाम बताइए।
- तिर्यक रेखा के एक ओर के अन्तः कोणों के नाम बताइए।
- तिर्यक रेखा के एक ही ओर स्थित बाह्यकोणों के नाम बताइए।

9.10. दो समान्तर रेखाओं और एक तिर्यक रेखा द्वारा बने कोण :

इन्हें करिए, सोचिए और निष्कर्ष निकालिए :



- पट्टी के दोनों किनारों से दो रेखाएँ AB और CD खींचिए।
- तिर्यक रेखा खींचिए जो दोनों रेखाओं को बिन्दुओं P तथा Q पर काटती है।
- तिर्यक रेखा और समान्तर रेखाओं के साथ बने आठ कोणों को 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 से प्रदर्शित कीजिए।
- चाँदा की सहायता से संगत कोणों के युग्म 1 और 8, 2 और 5, 3 और 6, 4 और 7 को नापिए।

(v) अपने माप को अभ्यास पुस्तिका पर अंकित कीजिए

$$\angle 1 = \dots\dots\dots \angle 8 = \dots\dots\dots$$

$$\angle 2 = \dots\dots\dots \angle 5 = \dots\dots\dots$$

$$\angle 3 = \dots\dots\dots \angle 6 = \dots\dots\dots$$

$$\angle 4 = \dots\dots\dots \angle 7 = \dots\dots\dots$$

क्याकोण $\angle 1 = \angle 8$, $\angle 2 = \angle 5$, $\angle 3 = \angle 6$, $\angle 4 = \angle 7$ हैं

हम पाते हैं कि $\angle 1 = \angle 8$, $\angle 2 = \angle 5$, $\angle 3 = \angle 6$, $\angle 4 = \angle 7$ इस प्रकार हम कह सकते हैं कि यदि दो समांतर रेखाओं को त्रिर्यक रेखा काटती है तो इस प्रकार बने संगत कोण बराबर होते हैं।

निष्कर्ष

यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को काटती है, तो संगत कोण बराबर होते हैं।

2. एकान्तर कोणों के युग्म 4 और 5, 3 और 8 नापिए।

$$\angle 4 = \dots\dots\dots \angle 5 = \dots\dots\dots \angle 3 = \dots\dots\dots$$

$$\angle 8 = \dots\dots\dots \text{क्या } \angle 4 = \angle 5 \text{ और } \angle 3 = \angle 8 = \dots\dots\dots \text{ हैं।}$$

निष्कर्ष :

यदि एक तिर्यक रेखा दो समान्तर रेखाओं को काटती है, तो एकान्तर कोण बराबर होते हैं।

3. (i) अन्तः कोण $\angle 3$ और $\angle 5$ को नापिए तथा इन्हें जोड़िए क्या $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$?

(ii) अन्तः कोण $\angle 4$ और $\angle 8$ को नापिए तथा इन्हें जोड़िए क्या $\angle 4 + \angle 8 = 180^\circ$?

निष्कर्ष:

यदि एक तिर्यक रेखा दो समान्तर रेखाओं को काटती है, तो तिर्यक रेखा के एक ओर के अन्तः कोणों का योगफल 180° होता है, अर्थात् ये कोण सम्पूरक होते हैं।

इन्हें करिए, सोचिए और निष्कर्ष निकालिए :

अपनी अभ्यास पुस्तिका पर चित्रानुसार दो रेखाएं AB और CD खींचिए, जो समान्तर न हों, और एक तिर्यक रेखा MR खींचिए जो AB और CD को बिन्दुओं P और Q पर काटे। तिर्यक रेखा और असमान्तर रेखाओं से बने कोणों को 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 से प्रदर्शित कीजिए, तथा देखिए कि :

- (i) संगत कोण बराबर हैं या नहीं।
- (ii) एकान्तर कोण बराबर हैं या नहीं।
- (iii) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तः कोणों का योगफल 180° है या नहीं।

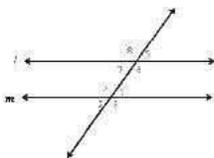
उपर्युक्त तीनों दशाओं में उत्तर नहीं आता है।

निष्कर्ष:

यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को काटती है, तो वे दोनों रेखाएं तभी समान्तर होंगी, जबकि

- (i) संगत कोण बराबर हो,**
- या (ii) एकान्तर कोण बराबर हो,**
- या (iii) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तः कोणों का योगफल 180° हो।**

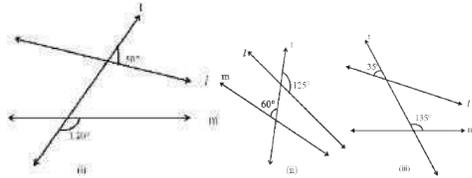
पार्श्व चित्र को देखकर निम्नलिखित प्रश्नों पर सामूहिक चर्चा कीजिए और निष्कर्ष निकालिए।



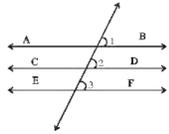
- (i) $\angle 1$ के बराबर तीन कोणों के नाम लिखिए।
(ii) $\angle 4$ के बराबर तीन कोणों के नाम लिखिए।
(iii) यदि $\angle 1 = 70$, तो $\angle 7 = \dots\dots\dots$
(iv) यदि $\angle 2 = 100$, तो $\angle 3 = \dots\dots\dots$
(v) यदि $\angle 3 = 60$ तो $\angle 5 = \dots\dots\dots$
(vi) यदि $\angle 4 = 110$, तो $\angle 6 = \dots\dots\dots$

अभ्यास 9 (c)

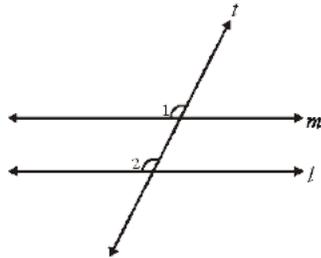
1. निम्नांकित चित्रों में दो रेखाओं l और m को एक तिर्यक रेखा t काटती है। कुछ कोणों के माप लिखे गये हैं बताइए कि क्या l और m समांतर हैं ? यदि हैं तो इसका कारण बताइए। यदि समांतर नहीं हैं तो उसका भी कारण बताइए।



2. चित्र में $AB \parallel CD$ और $CD \parallel EF$,
क्या $AB \parallel EF$? कारण बताइए।



3. चित्र में, $\angle 1$ और $\angle 2$ समान हैं। कारण बताइए जिससे यह सिद्ध हो सके कि $l \parallel m$



9.11 पटरी और गुनिया (सेट स्क्वायर) की सहायता से समांतर रेखाएँ खींचना
इन्हें करिए और परिणाम को याद रखिए

चित्र में दिखाए गये उपकरणों को ज्यामिति बाक्स में से निकलिए। इनका नाम गुनिया (सेट स्क्वायर) है। पहली गुनिया में एक कोण 90° तथा शेष दोनों कोण 45° के हैं। दूसरी गुनिया में एक कोण 90° तथा शेष कोण 30° और 60° के हैं। इनकी सहायता से 30° , 45° , 60° तथा 90° के कोण बनाइए और चाँदे से मापिए।

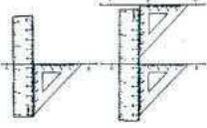


पटरी और गुनिया (सेट स्क्वायर) की सहायता से दिये हुये बिन्दु से किसी दी हुई रेखा के समांतर रेखा खींचना:

उदाहरण 1: रेखा AB के समांतर उसके बाहर किसी दिये हुए बिन्दु P से जाने वाली रेखा खींचिए।

हल : रेखा AB पर गुनिया के समकोण बनाने वाली भुजा को दिये गये चित्र की भाँति रखिए।

- गुनिया को इस प्रकार पकड़िए कि वह अपने स्थान पर स्थिर रहे।
- गुनिया की दूसरी भुजा को सटाकर एक पटरी रखिए।
- गुनिया को पटरी के सहारे इस प्रकार खिसकार्ये कि बिन्दु P गुनिया के समकोण बनाने वाली भुजा को स्पर्श करने लगे
- गुनिया के सहारे रेखा CD खींचिए जो बिन्दु P से जाये। यही रेखा CD रेखा AB के समांतर रेखा है।



विचार करें

- बिन्दु P से ऐसी कितनी समान्तर रेखाएँ खींची जा सकती हैं ?
- इस संदर्भ में महान गणितज्ञ प्लेफेयर ने निम्नलिखित आभिगृहीत को प्रतिपदित किया है।

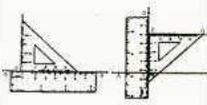
प्लेफेयर की आभिगृहीत - किसी दिये गये बिन्दु से किसी दी गयी रेखा के समांतर एक और केवल एक समांतर रेखा खींचा जा सकती है, जबकि बिन्दु रेखा पर न हो।

9.12 पटरी और गुनिया की सहायता से ही दी गयी रेखा से दी गयी दूरी पर समांतर रेखा खींचना

उदाहरण 2 : रेखा AB से 4.2 सेमी दूरी पर स्थित बिन्दु P से AB के समांतर रेखा खींचिए।

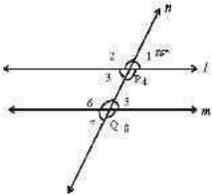
हल : रेखा AB खींचिए। इस पर एक बिन्दु C अंकित कीजिए।

- गुनिया की सहायता से बिन्दु C पर AB के लम्बवत् CD रेखा खींचिए।
- पटरी की सहायता से रेखा CD पर बिन्दु P इस प्रकार अंकित कीजिए कि $CP = 4.2$ सेमी।
- गुनिया की सहायता से बिन्दु P पर CD के लम्बवत् रेखा PQ खींचिए। PQ रेखा ही AB के समांतर 4.2 सेमी दूरी पर स्थित रेखा होगी। जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।



9.13 समांतर रेखाओं की विशेषताओं की सहायता से अज्ञात कोणों के नाप बताना तथा रेखाएँ खींचकर उनका सत्यापन करना।

उदाहरण 3 : निम्नलिखित चित्र में $l \parallel m$, तिर्यक रेखा n इनको बिन्दुओं P और Q पर काटती है। इनके द्वारा बने कोणों को 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 और 8 से प्रदर्शित किया गया है। यदि $\angle 1 = 75^\circ$, तो शेष सभी कोणों को ज्ञात कीजिए।



हल : दिया है $\angle 1 = 75^\circ$

लेकिन $\angle 3 = \angle 1$ (शीर्षाभिमुख कोण है)

$\therefore \angle 3 = 75^\circ$

पुनः $\angle 3 = \angle 5$ (एकांतर कोण हैं)

$$\therefore \angle 5 = 75^\circ$$

अब $\angle 5 + \angle 4 = 180^\circ$ (तिर्यक रेखा के एक ही ओर केअन्तःकोण हैं)

$$\angle 4 = (180^\circ - \angle 5)$$

$$\therefore \angle 4 = (180^\circ - 75^\circ) = 105^\circ$$

और $\angle 6 + \angle 3 = 180^\circ$ (तिर्यक रेखा के एक ही ओर केअन्तः कोण हैं)

$$\therefore \angle 6 = (180^\circ - 75^\circ) = 105^\circ$$

$$\angle 2 = \angle 6 = 105^\circ \text{ (संगत कोण हैं)}$$

$$\therefore \angle 7 = \angle 3 = 75^\circ \text{ (संगत कोण हैं)}$$

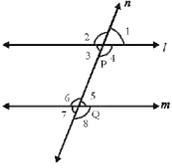
$$\angle 8 = \angle 4 = 105^\circ \text{ (संगत कोण हैं)}$$

इस प्रकार $\angle 1 = 75^\circ, \angle 2 = 105^\circ, \angle 3 = 75^\circ$

$$\angle 4 = 105^\circ, \angle 5 = 75^\circ, \angle 6 = 105^\circ$$

$$\angle 7 = 75^\circ, \text{ और } \angle 8 = 105^\circ$$

दो समांतर रेखा l और m खींचिए। एक तिर्यक रेखा n खींचिए जो रेखा l के साथ 75° का कोण बनाये। चित्रानुसार कोणों को 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 और 8 से प्रदर्शित कीजिए और चाँदा की सहायता से कोणों को मापिए और नाप से रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए।

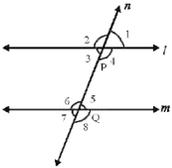


$$\angle 2 = \dots\dots\dots, \angle \dots = \dots\dots\dots, \angle 4 = \dots\dots\dots$$

$$\angle 5 = \dots\dots\dots, \angle 6 = \dots\dots\dots, \angle 7 = \dots\dots\dots$$

$$\angle 8 = \dots\dots\dots,$$

चित्र में दो समांतर रेखाएँ l और m हैं। एक तिर्यक रेखा n खींचिए जो रेखा l व रेखा m को क्रमशः P व Q बिन्दुओं पर काटती है। इससे आठ कोण बनते हैं,



(1) एकांतर कोण बराबर होते हैं,

$$\text{अर्थात् } \angle 3 = \angle 5, \angle 4 = \angle 6$$

(2) संगत कोण बराबर होते हैं,

$$\text{अर्थात् } \angle 1 = \angle 5, \angle 4 = \angle 8, \angle 2 = \angle 6 \text{ और } \angle 3 = \angle 7$$

(3) तिर्यक रेखा के एक ओर केअन्तः कोणों का योगफल 180° होता है,

$$\text{अर्थात् } \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ \text{ तथा } \angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$$

आप अपनी अभ्यास पुस्तिका में ऐसे ही चित्र बनाकर इसके कोणों को नापें और उपर्युक्त कथनों के सही होने की पुष्टि करें।

इस प्रकार हम इस निष्कर्ष पर पहुंचते हैं कि :

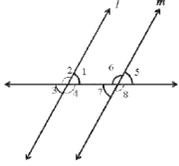
यदि दो समांतर रेखाओं को कोई तिर्यक रेखा काटती है, तो इनसे बनने वाले कोणों में :

1. एकान्तर कोण बराबर होते हैं।
2. संगत कोण बराबर होते हैं।

3. तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तः कोणों का योगफल 180° है।

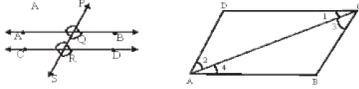
इन्हें भी कीजिए

1. अपनी अभ्यास पुस्तिका पर रेखा PQ खींचिए और उसके बाहर एक बिन्दु M लेकर पटरी और गुनिया की सहायता से बिन्दु M से रेखा PQ के समान्तर रेखा खींचिए। क्या आप बिन्दु M से रेखा PQ के समान्तर एक से अधिक रेखा खींच सकते हैं ?
2. रेखा AB से 5 सेमी की दूरी पर स्थित बिन्दु P से पटरी और गुनिया की सहायता से AB के समांतर रेखा खींचिए।
3. पार्श्व चित्र में $l \parallel m$ तथा यदि $\angle 5 = 60^\circ$ तो $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 6, \angle 7, \angle 8$ का मान ज्ञात कीजिए

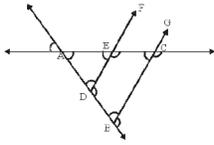
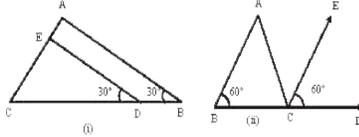


दक्षता अभ्यास 9

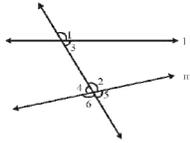
1. नीचे दिये गये चित्रों को देखकर एकान्तर कोणों के युग्म लिखिए :
2. नीचे दिये गये चित्रों में समांतर रेखाओं के जोड़े को बताइए तथा तिर्यक रेखाओं के नाम लिखिए:



3. नीचे दिये गये चित्र में तिर्यक रेखाओं द्वारा समांतर रेखाओं पर बने अन्तः कोणों को बताइए ;

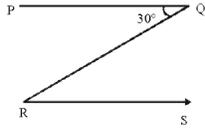


4. यहाँ दिये गये चित्र को देखकर बताइए :



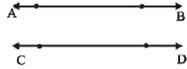
- (i) संगत कोणों के जोड़े कौन - कौन से हैं ?
 - (ii) तिर्यक रेखा के एक ओर बने अन्तः कोणों को जोड़े कौन - कौन से हैं ?
 - (iii) एकान्तर कोणों के जोड़े कौन - कौन से हैं ?
5. यदि दो समांतर रेखाओं को कोई एक तिर्यक रेखा काटे, तो निम्नलिखित कथनों में से सही कथनों को छाँटिये:
 - (i) एकान्तर कोणों के जोड़े बनते हैं?
 - (ii) प्रत्येक अन्तः कोण के लिए एक संगत कोण होता है ?
 - (iii) संगत कोण सदैव बराबर होते हैं।
 - (iv) संगत कोण एक दूसरे के सम्पूरक होते हैं ।
 - (v) एकान्तर कोण सदैव बराबर होते हैं ।

6. नीचे दिये गये चित्र में $\angle QRS$ कितना होगा, जबकि $PQ \parallel RS$



7. 5.4 सेमी का रेखाखंड खींचिए। इससे 3.2 सेमी दूरी पर गुनिया और पटरी की सहायता से एक समांतर रेखा खींचिए।

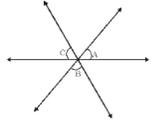
8. निम्नांकित चित्र में दी गई समांतर रेखाओं के बीच की लम्बिक दूरी गुनिया व पटरी की सहायता से ज्ञात कीजिए।



9. किसी रेखा के समांतर किसी बाह्य बिन्दु से पटरी और गुनिया की सहायता से रेखा किस प्रकार खींचेंगे ? चित्र बनाकर दिखाइए।

10. अलग-अलग चौड़ाई की दो पटरियाँ लेकर उनकी सहायता से समांतर रेखाओं के दो युग्म खींचिए और दोनों स्थितियों में उनके बीच की दूरी पटरी और सेट स्क्वायर की सहायता से ज्ञात कीजिए।

विशेष प्रश्न : निम्नांकित चित्र में यदि $\angle A = 50^\circ$ $\angle C = 60^\circ$ तो कोण B का मान होगा :



- (1) 60°
- (2) 50°
- (3) 70°
- (4) 80° उत्तर: (3) 70°

इस इकाई से हमने सीखा

1. ऐसी दो परस्पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखाएं जिनके बीच का कोण 90° होता है, परस्पर लंब रेखाएं कहलाती हैं।
2. एक तल में स्थित दो रेखाएं जो परस्पर कभी प्रतिच्छेद नहीं करतीं, समांतर रेखाएं कहलाती हैं।
3. दो समांतर रेखाओं के बीच की दूरी प्रत्येक जगह समान होती है।
4. तिर्यक रेखा, वह रेखा है जो दो या दो से अधिक रेखाओं को भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर काटती है।
5. दो रेखाओं का अन्तः क्षेत्र उन रेखाओं को छोड़कर उनके बीच का क्षेत्र है जबकि दो रेखाओं का बाह्यक्षेत्र उन दो रेखाओं तथा उनके अन्तः क्षेत्र को छोड़कर शेष क्षेत्र है।
6. यदि दो रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटती है, तो कुल आठ कोण बनते हैं। बाह्यक्षेत्र में बने चार कोण बाह्यकोण तथा अन्तः क्षेत्र में बने चार कोण अन्तः कोण कहलाते हैं।
7. जब दो रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटती है तो संगत कोण, एकान्तर कोण, तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तः कोणों के युग्म बनते हैं।
8. यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को काटती है तो :
 - (i) संगत कोण बराबर होते हैं।
 - (ii) एकान्तर कोण बराबर होते हैं।
 - (iii) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तः कोणों का योग 180° होता है।

9. यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को काटती है तथा

(iv) संगत कोण बराबर हों,

या (v) एकान्तर कोण बराबर हों,

या (vi) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तः कोणों का योग 180° हो, तो दोनों रेखाएं समांतर होती हैं।

उत्तरमाला

अभ्यास 9 (a) 2. $CD = 3$ सेमी; 3 (i) हाँ, आयत की सामने की भुजाएँ समांतर होती हैं; (ii) हाँ, बीच की दूरी प्रत्येक जगह समान हैं।

अभ्यास 9 (b)

2. अन्तः क्षेत्र बिन्दु G, H और J, बाह्य क्षेत्र I, K और L ; 3. (i) $\angle 8$, (ii) $\angle 6$, (iii) $\angle 5$, (iv) $\angle 8$; 4. (i) $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 6$, $\angle 7$ (ii) $(\angle 1, \angle 3)$, $(\angle 7, \angle 4)$, $(\angle 2, \angle 5)$, और $(\angle 8, \angle 6)$;

(iii) $\angle 2$, $\angle 6$, और $\angle 7, \angle 3$ (iv) $\angle 1, \angle 8$, और $\angle 4, \angle 5$

अभ्यास 9 (c)

1. नहीं, संगत कोण तथा एकान्तर कोण बराबर नहीं हैं; 2. हाँ, संगत कोण बराबर हैं; 3. संगत कोण हैं।

दक्षता अभ्यास 9

1. (i) $\angle BQR$, $\angle QRC$, तथा $\angle AQR$, $\angle QRD$; (ii) $\angle DCA$, $\angle CAB$, और $\angle DAC$, $\angle ACB$; 2. (i) $DE \parallel AB$, तिर्यक रेखा BC (ii) $AB \parallel EC$ तिर्यक रेखा BD; 3. AB द्वारा बना अन्तः कोण $\angle EDB$ और $\angle CBD$, AC द्वारा बना अन्तः कोण $\angle DEC$ और $\angle ECB$
4. $\angle 1$, $\angle 2$ तथा $\angle 3$, $\angle 5$ (ii) $\angle 3$, $\angle 2$ (iii) $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ 5. (i) हाँ (ii) हाँ (iii) हाँ (iv) नहीं (v) हाँ; 6. 30°