

## इकाई : 10 चतुर्भुज



- चतुर्भुज एवं इसके विभिन्न अंग
- चतुर्भुज के प्रकार
- निम्नलिखित प्रगुणों का प्रायोगिक सत्यापन :
  - चतुर्भुज के सभी अन्तः कोणों का योगफल  $360^\circ$  होता है
  - समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ समान होती हैं
  - समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण बराबर होते हैं
  - समांतर चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे का समद्विभाग करते हैं
  - आयत के विकर्ण समान होते हैं तथा परस्पर एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं
  - समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करते हैं
  - वर्ग के विकर्ण समान होते हैं तथा परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करते हैं

### 10.1 भूमिका :

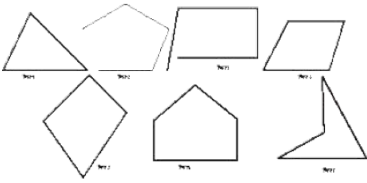
आप दैनिक जीवन में, अपने परिवेश से विभिन्न आकारों की अनेक ऐसी वस्तुएँ देखते हैं, जिनके तल चार भुजाओं से घिरे हैं, जैसे - पुस्तकें, दरवाजे, कमरे की छत, दीवारें इत्यादि। इन सभी वस्तुओं के तल चार भुजाओं से घिरे (आयत या वर्ग) होते हैं।

आप कक्षा 6 में पढ़ चुके हैं कि रेखाखण्डों द्वारा बनी सरल बन्द आकृति को बहुभुज कहते हैं और तीन रेखाखण्डों द्वारा बने बहुभुज को त्रिभुज कहते हैं। इस अध्याय में आप चार भुजाओं से घिरी आकृतियों के प्रकार एवं उनके गुणों का अध्ययन करेंगे।

**इन्हें कीजिए :**

4, 5, 6 माचिस की तीलियों को ले कर भिन्न-भिन्न कई प्रकार के बहुभुज बनाइए। तीलियों की संख्या के आधार पर इनका नाम भी सोचिए।

**नीचे दिये चित्रों को देखकर आकृति पहचानने का प्रयास कीजिए।**



चित्र-1 त्रिभुज है, चित्र 2, 3 खुली आकृतियाँ हैं। चित्र 4 और चित्र 5, 7 चार रेखाखण्डों का बहुभुज अर्थात् चतुर्भुज है, चित्र-6 पाँच रेखाखण्डों से बना बहुभुज अर्थात् पंचभुज है।

आप जानते हैं तीन रेखाखण्डों से बनी बन्द आकृति को त्रिभुज कहते हैं, इसी प्रकार चार रेखाखण्डों से बनी बन्द आकृति को चतुर्भुज कहते हैं।

आकृति 10.1 में रेखाखण्डों  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  और  $\overline{DA}$  से बनी आकृति को देखिए। यह चार रेखाखण्डों से बनी बन्द आकृति है, इसे हम चतुर्भुज ABCD से सम्बोधित कर सकते हैं।



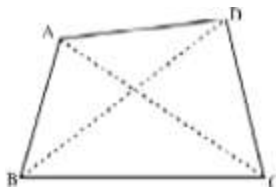
आकृति 10.1

**10.2 चतुर्भुज के शीर्ष, भुजाएँ, विकर्ण, संलग्न भुजाएँ, सम्मुख भुजाएँ तथा इसके अंतः एवं बाह्य**

**कोण :**

आकृति 10.2 को देखिए। इसकी कितनी भुजाएँ हैं ? हम देखते हैं कि AB, BC, CD तथा DA चार भुजाएँ हैं।

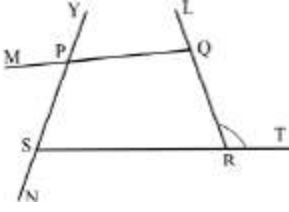
भुजा AB, AD, भुजा AC, BC, भुजा BC, CD तथा भुजा CD, DA परस्पर लगे हैं, आसन्न हैं या संलग्न हैं। इन्हें संलग्न भुजाएँ कहते हैं। जिस बिन्दु पर संलग्न भुजाएँ एक दूसरे को काटती हैं उसे शीर्ष कहते हैं। इस प्रकार चतुर्भुज ABCD में देखिए कितने शीर्ष हैं ? इसके चार शीर्ष A, B, C और D हैं।



आकृति 10.2

हम देखते हैं कि भुजा AB तथा DC परस्पर आमने सामने हैं। इन्हें सम्मुख भुजाएँ कहते हैं। इनके अतिरिक्त और कौन-कौन सी सम्मुख भुजाएँ हैं? AD तथा BC सम्मुख भुजाएँ हैं। ABCD में सम्मुख शीर्ष कौन से हैं? A का सम्मुख शीर्ष C और B का सम्मुख शीर्ष D है। सम्मुख शीर्ष A और D को मिलाने वाले रेखा खंड AC को विकर्ण कहते हैं। दूसरा विकर्ण कौन सा है ? BD दूसरा विकर्ण है।

पुनः एक चतुर्भुज PQRS लीजिए। इसके शीर्ष P पर दो संलग्न भुजाएँ SP और OP मिलती हैं। इस प्रकार बने कोण QPS को अन्तः कोण कहते हैं। इस चतुर्भुज के शेष अन्तः कोणों के नाम बताइए।  $\angle PSR$ ,  $\angle SRQ$  तथा  $\angle RQP$  तीन और अन्तः कोण हैं। भुजा SR को T तक बढ़ाइए। इस प्रकार बने कोण QRT को चतुर्भुज का बाह्य कोण कहते हैं। इसी प्रकार भुजा RQ को L तक, भुजा QP को M तक और भुजा PS को N तक बढ़ाकर बताइए कि चतुर्भुज के अन्य बाह्य कोण कौन से हैं?  $\angle LQP$ ,  $\angle NSR$ ,  $\angle MPS$  बाह्य कोण हैं। क्या कोण YPM बाह्य कोण है ? नहीं।

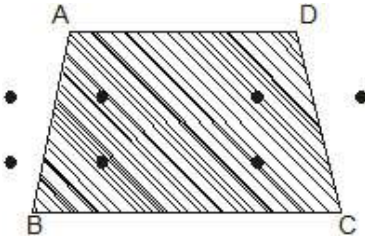


आकृति 10.3

### प्रयास कीजिए :

चतुर्भुज ABCD, PQRS तथा LMNO को खींच कर निम्नलिखित सारिणी में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

अंगों के नाम/ चतुर्भुज	ABCD	PQRS	LMNO
शीर्ष			
भुजाएँ			
संलग्न भुजाएँ			LM, MN, NO, OL; MN, NO, OL, LM
सम्मुख भुजाएँ	AB और DC AD और BC		
विकर्ण			
अन्तःकोण		$\angle P$ और $\angle R$	
सम्मुख कोण	$\angle A$ और $\angle C$		



आकृति 10.4

आकृति 10.4 में  $\angle D$  और  $\angle C$  को देखिए। इन दोनों कोणों में एक भुजा DC उभयनिष्ठ है। चतुर्भुज के अन्य कोणों को बताइए जिनमें एक भुजा उभयनिष्ठ हो।  $\angle A$  और  $\angle D$  में भुजा AD,  $\angle A$  और  $\angle B$  में भुजा AB तथा  $\angle B$  और  $\angle C$  में भुजा BC उभयनिष्ठ है। ऐसे कोण युग्म को जिनमें एक भुजा उभयनिष्ठ हो संलग्न या आसन्न कोण कहते हैं।

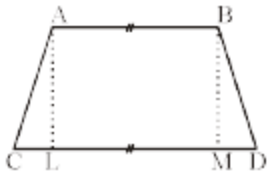
ऐसे कोणों को बताइए जो संलग्न या आसन्न कोण न हों? कोण B और कोण D तथा कोण A और कोण C एक दूसरे के आमने-सामने हैं। ऐसे कोणों को सम्मुख कोण कहते हैं।

चतुर्भुज ABCD के अन्तः रेखांकित भाग को **अन्तः भाग (Interior)** तथा उसके बाहर के भाग को **बहिर्भाग (Exterior)** कहते हैं।

एक चतुर्भुज की भुजाओं व कोणों की प्रकृति के आधार पर उसे विशेष नाम दिया जाता है।

### 10.3 चतुर्भुज के विशिष्ट प्रकार :

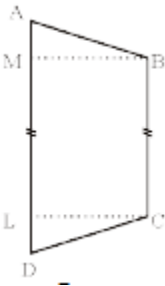
1. समलम्ब आकृति 10.5 ABCD को देखिए। इसकी सम्मुख भुजाएँ AB तथा CD परस्पर समांतर हैं। बिन्दु A और B से भुजा DC पर लम्ब डालिए और इनकी लम्बाइयाँ नाप कर बताइए।



#### आकृति 10.5

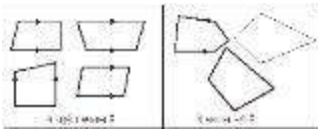
हम देखते हैं कि दोनों लम्बाइयाँ बराबर हैं अर्थात्  $AL = BM$ ।

ऐसे चतुर्भुज को जिसकी सम्मुख भुजाओं का एक युग्म समांतर हो, समलम्ब कहते हैं।



#### आकृति 10.6

आकृति 10.6 को देखिए। यह वैसा चतुर्भुज है ? यह भी समलम्ब है।



#### आकृति 10.7

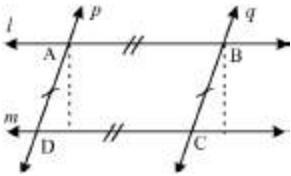
## 2. समांतर चतुर्भुज

समांतर चतुर्भुज भी एक चतुर्भुज ही है। जैसा कि इसके नाम से संकेत होता है कि इसका सम्बन्ध समांतर रेखाओं से है। समान्तर चतुर्भुज में सम्मुख भुजाओं के दोनों युग्म समान्तर होते हैं



### आकृति 10.8

दो समांतर रेखाएँ  $l$  और  $m$  खींचिए। इसी प्रकार दो और समांतर रेखाएँ  $p$  और  $q$  खींचिए जो पूर्व समांतर रेखाओं को  $A, D$  तथा  $C, B$  पर काटती हैं। प्रतिच्छेद बिन्दु  $A$  और  $B$  से रेखा  $AB$  पर लम्ब डालिए और इनकी दूरी मापिए। ये दोनों दूरियाँ भी समान हैं अर्थात्  $AB \perp AD$  इसी प्रकार  $AD \perp BC$ । ऐसे चतुर्भुज को जिसकी सम्मुख भुजाएँ समांतर हों, समांतर चतुर्भुज कहते हैं।



### आकृति 10.9

#### प्रयास कीजिए :

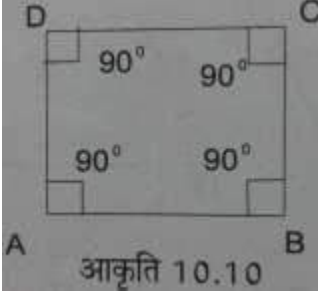
एक  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  कोणों वाले दो समान सेट स्क्वेयर लीजिए, अब इन्हें आपस में इस प्रकार मिला कर रखिए कि जिससे एक समांतर चतुर्भुज बन जाए, विचार कीजिए कि यह समांतर चतुर्भुज के गुण की पुष्टि करता है।

## 3. आयत

□ आयत एक समांतर चतुर्भुज है जिसके सभी कोण समान होते हैं।

#### इसे कीजिए

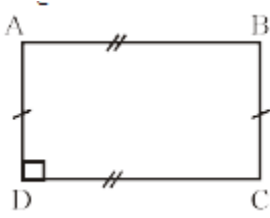
एक आयत की आकृति बनाइए और प्रत्येक कोण को चाँदा की सहायता मापिए



**प्रयास कीजिए :**

आकृति 10.11 में  $AB \parallel DC$  और  $AD \parallel BC$ ,  $\angle ADC = 90^\circ$ , शेष कोणों को नाप कर इनका मान बताइए।

$\angle A \approx \angle B \approx \angle C \approx 90^\circ$  भुजा AB और DC तथा भुजा AD और BC को नापकर देखिए। भुजा  $AB = CD$  और भुजा  $AD = BC$ ।



## आकृति 10.11

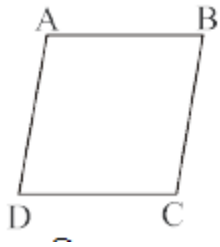
ऐसे चतुर्भुज ABCD को जिसका प्रत्येक कोण  $90^\circ$  और सम्मुख भुजाएँ बराबर हों, आयत कहते हैं।

आयत एक ऐसा समान्तर चतुर्भुज है जिसका प्रत्येक कोण समकोण होता है।

## 4. समचतुर्भुज

आकृति 10.12 में  $AB \parallel DC$  और  $AD \parallel BC$  है। संलग्न भुजाओं को मापिए। संलग्न भुजाएँ  $AB = AD$ ;  $AD = DC$ ;

$DC = CB$  तथा  $CB = BA$ ।



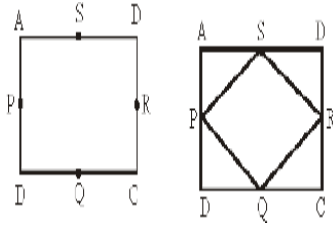
## आकृति 10.12

ऐसे चतुर्भुज को समचतुर्भुज कहते हैं।

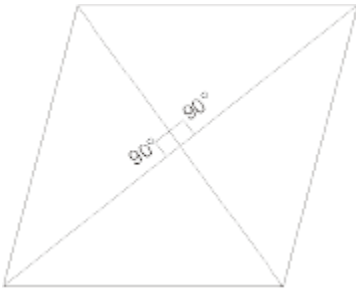
सम चतुर्भुज एक ऐसा चतुर्भुज है जिसकी सभी भुजाएँ बराबर लम्बाई की होती हैं। चूँकि सम चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ समांतर होती हैं, इसलिए यह एक समांतर चतुर्भुज भी है। अतः एक सम चतुर्भुज में एक समांतर चतुर्भुज के सभी गुण विद्यमान हैं।

### इसे कीजिए

एक आयताकार कागज लीजिए। आकृति 10.13 (i) में ABCD एक आयताकार कागज है, इसकी भुजा AB को इस प्रकार मोड़िए कि बिन्दु A बिन्दु B पर पड़े और कागज को दबा दीजिए तो क्रीज बन जायेगी। AB पर क्रीज का बिन्दु P भुजा AB का मध्य बिन्दु है। इसी प्रकार BC, CD तथा DA के मध्य बिन्दु Q, R तथा S ज्ञात कीजिए। अब कागज को रेखाखंड PQ के अनुगत मोड़ दीजिए। इसी प्रकार कागज को  $\overline{QR}$ ,  $\overline{RS}$  तथा  $\overline{SP}$  के अनुगत मोड़ दीजिए। एक चतुर्भुज PQRS प्राप्त होगा। चतुर्भुज PQRS एक सम चतुर्भुज है।



आकृति 10.13



### आकृति 10.14

सम चतुर्भुज PQRS के सम्मुख शीर्ष P, R तथा S, Q को जोड़ने पर विकर्ण PR तथा SQ प्राप्त होते हैं जो कि बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। बिन्दु O पर बने कोणों का नापिए। जाँच कीजिए

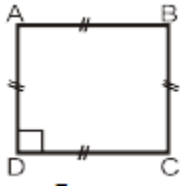
$$\angle POQ = \angle POS = 90^\circ$$

### 5. वर्ग :



आकृति 10.15 चतुर्भुज ABCD में  $AB \parallel DC$  और  $AD \parallel BC$  तथा प्रत्येक कोण समकोण है। चारों भुजाओं को नापिए और इनका मान बताइए। भुजा  $AB = BC = CD = AD$

ऐसे चतुर्भुज को जिसका प्रत्येक कोण समकोण और सभी भुजाएँ बराबर हों वर्ग कहते हैं।



### आकृति 10.15

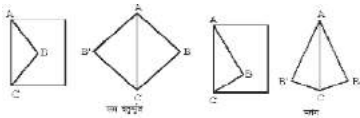
वर्ग एक आयत होता है जिसकी भुजाएँ बराबर होती हैं। अर्थात् एक वर्ग में आयत के सभी गुण होने के साथ एक अतिरिक्त गुण भी होता है, वर्ग की चारों भुजाएँ बराबर लम्बाई की होती हैं। वर्ग एक समचतुर्भुज भी है।

### 6. पतंग(Kite) :

एक मोटे कागज की सीट लीजिए। इसे दोहरा कर मोड़ लीजिए। चित्रानुसार समान लम्बाई के दो रेखाखंड  $AB = BC$  खींचिए। अब ABC के अनुदिश काटकर खोलिए प्राप्त आकृति एक समचतुर्भुज है।

यदि आप  $AB > BC$  लम्बाई के रेखाखंड खींचते तो प्राप्त आकृति एक पतंग होती

पतंग एक चतुर्भुज है जिसमें दो आसन्न भुजाओं के युग्म बराबर होते हैं।

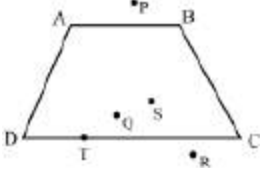


### आकृति 10.16

प्रयास कीजिए :

### अभ्यास 10(a)

1. आकृति 10.17 चतुर्भुज A BCD में



### आकृति 10.17

- कितनी भुजाएँ हैं ?
  - कितने अन्तः कोण हैं ?
  - सम्मुख कोणों के कितने युग्म हैं ?
  - संलग्न भुजाओं के कितने जोड़े हैं ?
  - कितने विकर्ण होंगे ?
  - क्या AB, BC, CD और DA में से कोई विकर्ण हैं ?
  - कितने शीर्ष हैं ?
2. उपर्युक्त आकृति 10.17 के आधार पर अपनी अभ्यास पुस्तिका में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :
- Q..... क्षेत्र में स्थित है।
  - R ..... क्षेत्र में स्थित है।
  - T ..... स्थित है।
3. किसी चतुर्भुज ABCD से सम्बन्धित निम्नलिखित कथनों में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :
- दो ..... शीर्षों को मिलाने से विकर्ण बनता है।
  - शीर्ष A और ..... को मिलाने से विकर्ण बनता है।
  - शीर्ष D और ..... को मिलाने से विकर्ण बनता है।
  - चतुर्भुज का एक विकर्ण इसे ..... त्रिभुजों में विभाजित करता है।
4. अपनी अभ्यास पुस्तिका में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :
- सम चतुर्भुज की चारों भुजाएँ ..... होती हैं।
  - आयत के ..... कोण समकोण होते हैं।

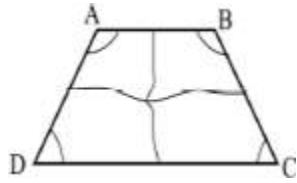
- (c) वर्ग की ..... भुजाएँ बराबर और ..... कोण समकोण होते हैं।  
 (d) समलम्ब चतुर्भुज की ..... भुजाओं का एक युग्म समान्तर होता है।

#### 10.4. चतुर्भुज के प्रगुणों का प्रयोगिक सत्यापन :

##### 10.4.1 चतुर्भुज के अन्तः कोणों का योगफल :

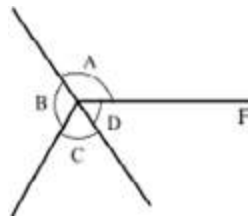
##### क्रियाकलाप :

1. एक मोटे कागज पर एक चतुर्भुज ABCD बनाइए। इसके चार टुकड़े इस प्रकार कीजिए कि प्रत्येक टुकड़े में अलग-अलग कोण A, B, C तथा D आ जाएँ। अब एक किरण OP खींचिए। बिन्दु O पर चारों कोणों को क्रम से व्यवस्थित कीजिए। अब हम देखते हैं कि चतुर्भुज के चारों अन्तः कोण  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$  और  $\angle D$  को बिन्दु O पर क्रम से रखने पर  $\angle D$  की कोर OP पर पुनः आ जाती है। किसी बिन्दु पर कितने अंश का कोण बनता है? हम जानते हैं कि किसी बिन्दु पर एक सम्पूर्ण कोण ( $360^\circ$ ) बनता है। अतः चतुर्भुज के चारों अन्तः कोणों अर्थात्  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$  और  $\angle D$  का योगफल  $360^\circ$  है।



##### आकृति 10.18

2. अब आप अपनी अभ्यास पुस्तिका पर अलग-अलग प्रकार के तीन चतुर्भुज खींचिए और प्रत्येक का नामांकन ABCD कीजिए। प्रत्येक चतुर्भुज के कोणों को नापिए और निम्नांकित तालिका में इनके मापों को अंकित कीजिए।



##### आकृति 10.19

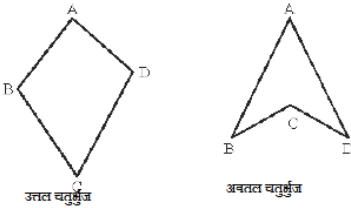
चतुर्भुज की क्रम संख्या	<A	<B	<C	<D	S=<A+<B+<C+<D	360°-S
1						
2						
3						

अब हम देखते हैं कि  $360^\circ - S$  का मान शून्य होगा अथवा इतना छोटा है कि इसे छोड़ा जा सकता है। अर्थात्  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360$

**चतुर्भुज के अन्तः कोणों का योग  $360^\circ$  होता है।**

उपर्युक्त क्रिया कलाप द्वारा निष्कर्ष निकला है कि चतुर्भुज के अन्तः कोणों का योग  $360^\circ$  होता है। और प्रत्येक अन्तः कोण  $180^\circ$  से छोटा होता है। ऐसे चतुर्भुज को उत्तल चतुर्भुज कहते हैं। यदि किसी चतुर्भुज का कोई अन्तः कोण  $180^\circ$  से बड़ा होता है। उसे अवतल चतुर्भुज कहते हैं।

**ध्यान दें** -ज्यामिति में हम केवल उत्तल चतुर्भुज का अध्ययन करते हैं।



## आकृति 10.20

### अभ्यास 10(b)

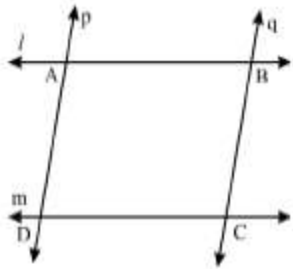
1. किसी चतुर्भुज का एक कोण  $60^\circ$  तथा शेष तीन अन्तः कोण बराबर हैं। शेष प्रत्येक कोण की माप ज्ञात कीजिए।
2. किसी चतुर्भुज के दो कोण  $60^\circ$  और  $120^\circ$  के हैं। शेष दो कोण समान हैं। शेष प्रत्येक कोण का मान ज्ञात कीजिए।
3. किसी चतुर्भुज के अन्तः कोण बराबर हैं। प्रत्येक कोण का मान ज्ञात कीजिए।
4. यदि किसी चतुर्भुज के दो अन्तः कोण सम्पूरक हैं, तो शेष दो कोणों का योग ज्ञात कीजिए।
5. एक  $45^\circ$  के  $\angle BAC$  की रचना कीजिए। इसके अन्तः क्षेत्र में एक बिन्दु P से रेखा खंड BA और AC पर लम्ब PN और PM खींचिए।  $\angle NPM$  का मान ज्ञात कीजिए।

6. यदि चतुर्भुज के अन्तः कोणों का अनुपात 3 : 4 : 5 : 6 हो, तो प्रत्येक कोण का मान ज्ञात कीजिए।
7. यदि चतुर्भुज के तीन बाह्य कोण क्रमशः  $80^\circ$ ,  $100^\circ$  और  $120^\circ$  हो, तो चौथे अन्तः कोण का मान ज्ञात कीजिए।
8. यदि चतुर्भुज के अन्तः कोण A, B, C और D इस प्रकार हों कि इनके अनुपात  $\angle A : \angle B = 1 : 2$ ,  $\angle B : \angle C = 2 : 3$ ,  $\angle C : \angle D = 3 : 4$ , तो प्रत्येक कोण का मान ज्ञात कीजिए।
9. एक समद्विबाहु त्रिभुज ABC का शीर्ष कोण  $40^\circ$  है। त्रिभुज की भुजा AB और AC के मध्य बिन्दु क्रमशः M और N है। बिन्दुओं M और N को मिलाइए। इस प्रकार बने चतुर्भुज BMNC के अन्तः कोण BMN तथा कोण CNM का योग ज्ञात कीजिए। इनका अलग-अलग मान भी ज्ञात कीजिए।

#### 10.4.2 समांतर चतुर्भुज के सम्मुख भुजाएँ -

**क्रियाकलाप :**

समांतर रेखाओं का एक जोड़ा  $l$  और  $m$  खींचिए। इन रेखाओं को प्रतिच्छेद करते हुए समांतर रेखाओं का जोड़ा  $p$  और  $q$  खींचिए। इन प्रतिच्छेद बिन्दुओं को ABCD से नामांकित कीजिए।



#### आकृति 10.21

इसी प्रकार के दो समांतर चतुर्भुज अपनी अभ्यास पुस्तिका पर खींचिए। तीनों चतुर्भुजों का नाम ABCD लिखिए। अब भुजा AB, BC, CD तथा DA को मापिए और निम्नांकित तालिका में अंकित कीजिए।

क्रम संख्या	सम्मुख भुजाओं AB और DC का जोड़ा			सम्मुख भुजाओं BC और AD का जोड़ा		
	AB	DC	AB-DC	BC	AD	BC-AD
1						
2						
3						

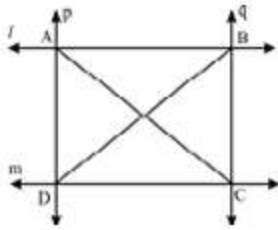
तालिका से हम देखते हैं कि  $AB - DC$  तथा  $BC - AD$  शून्य है अथवा इसका अन्तर इतना छोटा है कि इसके मान को छोड़ा जा सकता है अर्थात् प्रत्येक स्थिति में  $AB = DC$  तथा  $BC = AD$  अतः हम देखते हैं कि

**समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ समान होती हैं।**

### 10.4.3 समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण:

**क्रियाकलाप :**

समांतर रेखाओं का एक जोड़ा  $l$  और  $m$  खींचिए। इन रेखाओं का प्रतिच्छेद करते हुए समांतर रेखाओं का जोड़ा  $p$  और  $q$  खींचिए। इस प्रकार बने चतुर्भुज को ABCD से नामांकित कीजिए।



### आकृति 10.22

विभिन्न नाप के दो ABCD समांतर चतुर्भुज बनाइए। अब तीनों चतुर्भुजों के अन्तः कोणों को मापिए और निम्नांकित तालिका में अंकित कीजिए।

क्रम संख्या	सम्मुख कोणों A और C का जोड़ा			सम्मुख कोणों B और D का जोड़ा		
	$\angle A$	$\angle C$	$\angle A - \angle C$	$\angle B$	$\angle D$	$\angle B - \angle D$
1.						
2.						
3.						

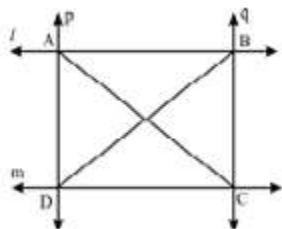
तालिका से हम देखते हैं कि  $\angle A - \angle C$  तथा  $\angle B - \angle D$  शून्य है अथवा इनका अन्तर इतना छोटा है कि इनके मान को छोड़ा जा सकता है अर्थात्  $\angle A = \angle C$  तथा  $\angle B = \angle D$

अतः हम देखते हैं कि

**समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण समान होते हैं।**

### 10.4.4 समांतर चतुर्भुज के विकर्ण

समांतर रेखाओं का एक जोड़ा  $l$  और  $m$  खींचिए। इन रेखाओं का प्रतिच्छेदन करते हुए समांतर रेखाओं का एक और जोड़ा  $p$  और  $q$  खींचिए। इस प्रकार बने समांतर चतुर्भुज को ABCD से नामांकित कीजिए। शीर्ष A, C तथा B, D को मिलाइए। विकर्ण AC और BD एक दूसरे का बिन्दु O पर प्रतिच्छेदन करते हैं। इसी प्रकार दो और समांतर चतुर्भुज बनाइए। इनके नाम भी ABCD रखिए। इनके विकर्ण AC और BD का भी प्रतिच्छेदन बिन्दु O मानिए।



#### आकृति 10.23

अब AO और OC तथा DO और OB को माप कर निम्नांकित तालिका में अंकित कीजिए।

क्रम संख्या	विकर्ण AC			दूसरा विकर्ण BD		
	AO	OC	AO-OC	DO	OB	DO-OB
1.						
2.						
3.						

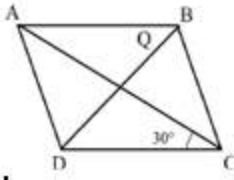
हम देखते हैं कि  $AO - OC$  तथा  $DO - OB$  शून्य है अथवा इनका अन्तर इतना छोटा है कि इसे छोड़ा जा सकता है अर्थात्  $AO = OC$  तथा  $DO = OB$ । अतः

**समांतर चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।**

#### अभ्यास 10(c)

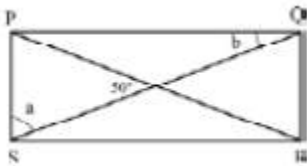
- समांतर चतुर्भुज का एक अन्तः कोण  $30^\circ$  है। शेष कोणों के मान ज्ञात कीजिए।
- समांतर चतुर्भुज की किसी भुजा पर बने कोणों में  $40^\circ$  का अन्तर है। प्रत्येक कोण का मान ज्ञात कीजिए।

3. यदि समांतर चतुर्भुज की किसी भुजा पर बने कोणों में 1 और 3 का अनुपात हो, तो प्रत्येक कोण ज्ञात कीजिए।
4. समांतर चतुर्भुज की संलग्न भुजाएँ 4 सेमी और 6 सेमी हैं। चतुर्भुज की अन्य दो भुजाओं की माप बताइए।
5. समांतर चतुर्भुज की संलग्न भुजाएँ 8 सेमी और 6 सेमी हैं। चतुर्भुज का परिमाण ज्ञात कीजिए।
6. समांतर चतुर्भुज की दो संलग्न भुजाओं का अनुपात 1 : 2 है। यदि इसका परिमाण 30 सेमी हो, तो प्रत्येक भुजा की माप ज्ञात कीजिए।
7. आकृति 10.24 ABCD एक समचतुर्भुज है। कोण Q का मान ज्ञात कीजिए। कोण ADC भी ज्ञात कीजिए।



### आकृति 10.24

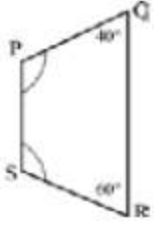
8. आकृति 10.25 PQRS एक आयत है। कोण a और b के मान ज्ञात कीजिए। रेखाखंड PR और QS को माप कर सत्यापित कीजिए कि दोनों बराबर हैं।



### आकृति 10.25

9. आकृति 10.26 समलम्ब PQRS में कोण P और S के मान ज्ञात कीजिए।

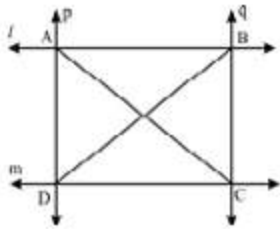




## आकृति 10.26

### 10.4.5 आयत के विकर्ण :

समांतर रेखाओं का एक जोड़ा  $l$  और  $m$  खींचिए। इसी प्रकार समांतर रेखाओं  $p$  और  $q$  का जोड़ा खींचिए जो पूर्व रेखाओं पर लम्ब है। इस प्रकार बने आयत को ABCD से नामांकित कीजिए। ऐसे ही दो और आयतों की रचना कीजिए। इनको भी ABCD से नामांकित कीजिए। अब विकर्ण AC और BD को मापिए और इनके मान को निम्नांकित तालिका में अंकित कीजिए।



## आकृति 10.27

क्रम संख्या	विकर्ण की लम्बाइयाँ		
1	AC	BD	AC-BD
2			
3			

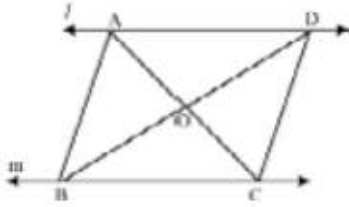
हम देखते हैं कि विकर्णों की लम्बाइयों के माप का अन्तर  $AC - BD$  शून्य है अथवा इतना छोटा है कि इसके मान को छोड़ा जा सकता है अर्थात्  $AC = BD$  अतः

**आयत के विकर्ण समान होते हैं। ध्यान दें कि आयत एक विशेष प्रकार का समान्तर चतुर्भुज है इसलिए इसके विकर्ण भी एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।**

### 10.4.6 समचतुर्भुज के विकर्ण

समांतर रेखाओं का एक जोड़ा  $l$  और  $m$  खींचिए। किसी रेखा पर एक बिन्दु A लीजिए। A को केन्द्र मानकर ऐसी दूरी की त्रिज्या लेकर चाप लगाइए कि यह दोनों रेखाओं को काटे।

मान लीजिए कि कटान बिन्दु क्रमशः D और B हैं। बिन्दु A को बिन्दु B से मिलाइए, और बिन्दु D से AB के समान्तर DC रेखा खींचिए। आकृति ABCD एक समचतुर्भुज है जिसकी चारों भुजाएँ समान हैं। AC और BD विकर्ण हैं। मान लीजिए कि ये बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। इसी प्रकार दो और समचतुर्भुजों की रचना कीजिए। इन्हें ABCD से नामांकित कीजिए।



अब समचतुर्भुज में कोण  $\angle AOB$  और  $\angle COB$  को नापिए और निम्नांकित तालिका में अंकित कीजिए।

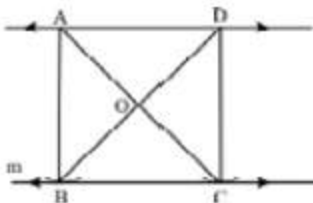
समचतुर्भुज की क्रम संख्या	$\angle AOB$	$90^\circ - \angle AOB$	$\angle COB$	$90^\circ - \angle COB$
1				
2				
3				

हम देखते हैं कि  $90^\circ - \angle AOB$  और  $90^\circ - \angle COB$  का मान शून्य है अथवा इतना छोटा है कि इसके मान को छोड़ा जा सकता है अर्थात्  $90^\circ = \angle AOB$  तथा  $90^\circ = \angle COB$  या  $\angle AOB = \angle COB = 90^\circ$

**समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करते हैं।**

#### 10.4.7 वर्ग के विकर्ण:

एक वर्ग ABCD की रचना कीजिए। इनके विकर्ण AC व BD एक दूसरे को O पर प्रतिच्छेद करते हैं।



ऐसे ही दो और वर्गों की रचना कीजिए। इनको भी ABCD से नामांकित कीजिए। विकर्ण AC और BD को मापिए और निम्नांकित तालिका में अंकित कीजिए।

वर्ग की क्रम संख्या	AC	BD	AC-BD
1			
2			
3			

हम देखते हैं कि  $AC - BD$  शून्य है अथवा इतना छोटा है कि इसका मान छोड़ा जा सकता है अर्थात्  $AC = BD$

अतः वर्ग के विकर्ण समान होते हैं।

पुनः उपर्युक्त तीनों वर्गों में  $\angle AOB$  और  $\angle COB$  को नापिए और निम्नांकित तालिका में अंकित कीजिए।

समचतुर्भुज की क्रम संख्या	$\angle AOB$	$90^\circ - \angle AOB$	$\angle COB$	$90^\circ - \angle COB$
1				
2				
3				

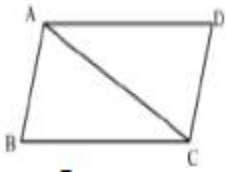
हम देखते हैं कि  $90^\circ - \angle AOB$  और  $90^\circ - \angle COB$  का मान शून्य है अथवा इतना छोटा है कि इसके मान को छोड़ा जा सकता है अर्थात्  $90^\circ = \angle AOB$  और  $90^\circ = \angle COB$  या  $\angle AOB = \angle COB = 90^\circ$

अतः

वर्ग के विकर्ण समकोण पर समद्विभाजित करते हैं।

### अभ्यास 10(d)

1. आकृति 10.30 ABCD एक समान्तर चतुर्भुज का है। वे प्रतिबन्ध बताइए जब कि यह



- (i) समचतुर्भुज होगा,
- (ii) आयत होगा (iii) वर्ग होगा।

2. समांतर चतुर्भुज ABCD में निम्नांकित प्रत्येक कथन के सत्य होने पर आकृति को किस नाम से पुकारेंगे ?

(i)  $AB = BC$

(ii)  $\angle ABC = 90^\circ$

(iii)  $\angle ABC = 90^\circ$  और  $AB = BC$

3. वर्ग में

(i) भुजाओं की लम्बाइयाँ ..... होती हैं।

(ii) विकर्ण ..... होते हैं।

(iii) प्रत्येक कोण ..... होता है।

(iv) विकर्ण एक दूसरे के ..... होती हैं।

4. यदि किसी वर्ग के विकर्ण का वर्ग 50 वर्ग सेमी है, तो इसका परिमाण ज्ञात कीजिए।

5. आप की पुस्तक के एक पन्ने का एक विकर्ण दूसरे विकर्ण से छोटा है। क्या यह पुस्तक आयताकार है ?

6 एक आयत बनाइए जिसकी संलग्न भुजाएँ क्रमशः 6 सेमी और 8 सेमी है। इनके विकर्णों को मापिए और पाइथागोरस प्रमेय से माप का सत्यापन कीजिए।

7. एक आयत बनाइए जिसकी संलग्न भुजाएँ क्रमशः 5 सेमी और 12 सेमी हैं। इनके विकर्णों को मापिए और पाइथागोरस प्रमेय से इसका सत्यापन कीजिए।

8. समचतुर्भुज का एक विकर्ण यदि उसकी एक भुजा के बराबर हो, तो इनके सभी अन्तःकोणों का मान ज्ञात कीजिए।

**इस इकाई में हमने सीखा :**

1. चतुर्भुज के शीर्ष, भुजाएँ, विकर्ण, संलग्न भुजाएँ, सम्मुख भुजाएँ तथा इसके अन्तः एवं बाह्य कोण ।

2. चतुर्भुज के विशिष्ट प्रकार-समान्तर चतुर्भुज, समचतुर्भुज, आयत तथा वर्ग ।

3. चतुर्भुज के निम्नांकित प्रगुणों का प्रायोगिक सत्यापन :

(i) चतुर्भुज के सभी अन्तः कोणों का योगफल  $360^\circ$  होता है ।

- (ii) समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजायें समान होती हैं ।
- (iii) समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण समान होते हैं ।
- (iv) समांतरचतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं ।
- (v) आयत के विकर्ण समान होते हैं तथा परस्पर एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं ।
- (vi) समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करते हैं ।
- (vii) वर्ग के विकर्ण समान होते हैं तथा परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करते हैं ।

### उत्तरमाला

#### अभ्यास 10 (a)

1. (क) चार, (b) चार, (c) दो, (d) चार जोड़े, (e) दो, (f) नहीं, (g) चार; 2. (a) अन्तः; (b) बाह्य, (c) भुजा DC पर, 3. (a) सम्मुख, (b) C (c) B, (d) दो; 4. (क) बराबर, (b) लम्बवत् तथा असमान लम्बाई के, (c) बराबर, (d) चारों, (e) चारों, चारों; (f) सम्मुख, (g) सम्मुख

#### अभ्यास 10 (b)

1.  $100^\circ, 100^\circ, 100^\circ$ ; 2.  $90^\circ, 90^\circ$ ; 3.  $90^\circ, 90^\circ, 90^\circ, 90^\circ$ ; 4.  $180^\circ$ ; 5.  $135^\circ$ ; 6.  $60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 120^\circ$ ; 7.  $120^\circ$ ; 8.  $36^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 144^\circ$ ; 9.  $220^\circ, 110^\circ, 110^\circ$

#### अभ्यास 10 (c)

1.  $150^\circ, 30^\circ, 150^\circ$ ; 2.  $110^\circ, 70^\circ, 110^\circ, 70^\circ$ ; 3.  $135^\circ, 45^\circ, 135^\circ, 45^\circ$ ; 4. 4 सेमी,
- 6 सेमी 5. 28 सेमी; 6. 5 सेमी, 10 सेमी, 5 सेमी; 10 सेमी; 7.  $60^\circ, 120^\circ$ ; 8.  $a = 60^\circ, b = 120^\circ$ ;
9.  $\angle P = 140^\circ, \angle Q = 120^\circ$

#### अभ्यास 10 (d)

1. (i) संलग्न भुजा बराबर, (ii) एक कोण  $90^\circ$ , (iii) एक कोण  $90^\circ$  और संलग्न भुजाएँ बराबर, 2. (i) समचतुर्भुज, (ii) आयत, (iii) वर्ग; 3. (i) बराबर, (ii) बराबर, (iii)

समकोण (iv) बराबर; 4. 20 सेमी; 5. नहीं; 6. 10 सेमी ; 7. 13 सेमी; 8.  $60^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $120^\circ$