

इकाई - 7 वाणिज्य गणित



- समानुपात
- अनुलोम और प्रतिलोम समानुपात
- प्रतिशतता का अनुप्रयोग (लाभ, हानि, बट्टा, आयकर, बिक्रीकर, साधारण ब्याज)
- चक्रवृद्धि ब्याज का अर्थ
- ऐकिक नियम द्वारा चक्रवृद्धि मिश्रधन एवं चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करना
- चक्रवृद्धि मिश्रधन का सूत्र तथा उसका अनुप्रयोग
- कर(Tax) एवं कर के प्रकार

7.1 भूमिका

समानुपात क्या है तथा इसके विभिन्न पदों के पारस्परिक सम्बंधों के विषय में हम पिछली कक्षा में विस्तार से अध्ययन कर चुके हैं। यदि चार समानुपाती राशियाँ दी गयी हो, जिनमें एक राशि अज्ञात हो, तो अज्ञात राशि का मान ज्ञात करना भी जानते हैं।

प्रतिशतता राशियों की तुलना करने की एक विधि है। प्रतिशतता से संख्याओं का अनुपात ज्ञात करना, अनुपात से प्रतिशत ज्ञात करना, वृद्धि या घटने को प्रतिशत रूप में ज्ञात करना, लाभ-हानि प्रतिशत ज्ञात करना आदि प्रतिशतता के अनेक रोचक एवं व्यवहारपरक अनुप्रयोग हैं। ब्याज पर भी ब्याज लेने की अवधारणा चक्रवृद्धि ब्याज है। पहले वर्ष के अन्त में साधारण ब्याज और चक्रवृद्धि ब्याज समान होते हैं।

रीना ने कक्षा 6 की परीक्षा में पूर्णांक 500 में से 250 अंक प्राप्त किये तथा कक्षा 7 की परीक्षा में वह पूर्णांक 700 में से 350 अंक पाती है, समानुपात नियम का अंक प्रयोग करके बताइए कि दोनों प्राप्तांक समान हैं या भिन्न।

हम जानते हैं कि यदि दो अनुपात समान हों, तो वे समानुपात कहलाते हैं। जैसे

$$\frac{5}{10} = 1:2 \quad \text{और} \quad \frac{4}{8} = 1:2 \quad \text{तो हम कह सकते हैं कि अनुपात } \frac{5}{10} \quad \text{और} \quad \frac{4}{8}$$

अनुपात समान हैं इस सम्बन्ध को समानुपात कहते हैं। इस समानुपातिक सम्बन्ध को निम्नलिखित प्रकार से लिखते हैं :

$$\frac{5}{10} = \frac{4}{8} \quad \text{या} \quad 5 : 10 = 4 : 8$$

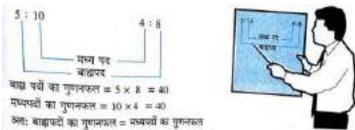
किसी समानुपात में चार पद होते हैं , प्रथम और अंतिम पदों को बाह्यपद तथा मध्य के दोनों पदों को मध्यपद कहते हैं। बाह्य पद और मध्य पद में एक विशेष प्रगुण अथवा विशेषता होती है जिसे निम्नवत् समझा जा सकता है :

$$5 : 10 = 4 : 8 \quad \text{में कुल चार पद हैं।}$$

$$\text{जैसे: } 5 : 10 \quad 4 : 8$$

$$\text{बाह्य पदों का गुणनफल} = 5 \times 8 = 40$$

$$\text{मध्यपदों का गुणनफल} = 10 \times 4 = 40$$



अतः बाह्यपदों का गुणनफल = मध्यपदों का गुणनफल

7.2.1 अनुलोम समानुपात (Direct proportion)

हम जानते हैं कि यदि दो अनुपात समान हों तो वे समानुपात कहलाते हैं। इसे हम निम्नलिखित उदाहरण के माध्यम से समझ सकते हैं। 5 पुस्तकों का मूल्य 100.00 है तो 15 पुस्तकों का मूल्य 300.00 और 3 पुस्तकों का मूल्य 60.00 होगा।

ध्यान दीजिए :

पुस्तकों की संख्या पहले की तीन गुनी (5 से 15) हो जाने पर उनका मूल्य भी पहले मूल्य का तीन गुना अर्थात् 300 हो जाता है। यहाँ स्पष्ट है कि पुस्तक की संख्या बढ़ने पर उनके

कुल मूल्यों में उसी अनुपात में वृद्धि होती है और पुस्तकों की संख्या कम करने पर उनके कुल मूल्यों में उसी अनुपात में कमी होती है।

इस प्रकार के समानुपात को सीधा समानुपात या अनुलोम समानुपात कहते हैं। दैनिक जीवन में इसका अनुप्रयोग बहुलता से किया जाता है।

हल : निम्नांकित सारणी में पेंसिलों की संख्या को 'x' तथा पेंसिलों के मूल्य को 'y' रुपये से प्रदिशत किया गया है। इसे ध्यान से देखकर निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

पेंसिल की संख्या x	18	30	54	72	90
पेंसिल का मूल्य रुपये में y	20	40	60	80	100
x	18-9	36-9	54-9	72-9	90-9
y	20-10	40-10	60-10	80-10	100-10

(i) पेंसिलों की संख्या 18 की दो गुनी होने पर, उनका मूल्य कितने गुना हो जाता है ?

(ii) पेंसिलों की संख्या 18 की तीन गुनी होने पर, उनका मूल्य कितने गुना हो जाता है ?

हम देखते हैं कि:

(i) पेंसिलों की संख्या दो गुनी होने पर, उनका संगत मूल्य भी दो गुना हो जाता है ।

(ii) पेंसिलों की संख्या तीन गुनी हो जाने पर, उनका संगत मूल्य भी तीन गुना हो जाता है ।

(i) तथा (ii) से हम देखते हैं कि पेंसिलों की संख्या में जिस अनुपात में वृद्धि हो रही है उसी अनुपात में उनके मूल्यों में भी वृद्धि हो रही है। जैसे :

$$\frac{36 \text{ पेंसिल}}{54 \text{ पेंसिल}} = \frac{40 \text{ रुपये}}{60 \text{ रुपये}}$$

या $36 : 54 :: 40 : 60$

36 पेंसिलों 54 पेंसिलों , 40 रुपये, 60 रुपये अनुलोम समानुपात में हैं।

अतः हम कह सकते हैं कि पेंसिलों की संख्या और उनके मूल्य में अनुलोम समानुपात का संबंध है।

इसी प्रकार 54 पेंसिलों और 72 पेंसिलों तथा 60 रुपये और 80 रुपये अनुलोम समानुपात में हैं, अर्थात्

$$\frac{54 \text{ पेंसिल}}{72 \text{ पेंसिल}} = \frac{60 \text{ रुपये}}{80 \text{ रुपये}}$$

या, $54 : 72 :: 60 : 80$

(iii) सारणी को देखकर हम यह कह सकते हैं कि $\frac{\text{गेदों की संख्या}}{\text{गेदों का मूल्य}}$ यानि $\frac{x}{y}$ का मान प्रत्येक स्थिति में $\frac{9}{10}$ अर्थात् समान है। अतः $\frac{x}{y}$ का मान अचर है। इसे हम $\frac{x}{y} = k$ भी कह सकते हैं।

उदाहरण 1 : नीचे दी गई सारणी में क्रमशः गेदों की संख्या और उनके संगत मूल्य प्रर्दिशत हैं:

गेदों की संख्या x	4	3	2	1
गेदों का मूल्य y	20	15	10	5
$\frac{x}{y}$	$\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$	$\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$	$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$
y	20	15	10	5

सारणी देखकर बताइए :

- गेदों का मूल्य 20 रुपये हैं, 2 गेदों का मूल्य कितना है ?
- इसी दर से 1 गेद का मूल्य कितना है ?

हम देखते हैं कि 2 गेदों की संख्या, 4 गेदों की संख्या की आधी है और उसका संगत मूल्य भी 20 रुपये का आधा 10 रुपये है। इसी प्रकार 1 गेद 4 गेदों की संख्या की चौथाई है। अतः 1 गेद का मूल्य भी 20 रुपये का चौथाई = 5 रुपये होगा।

इस प्रकार जैसे-जैसे गेदों की संख्या घ:ती है, संगत मूल्य में भी उसी अनुपात में कमी आ जाती है। इस संबंध को अनुलोम संबंध कहते हैं। यहाँ 4 गेद, 2 गेद, 20 रुपये, 10 रुपये अनुलोम समानुपात में हैं, अर्थात्

$$\frac{4 \text{ गेद}}{2 \text{ गेद}} = \frac{20 \text{ रुपये}}{10 \text{ रुपये}}$$

या, $4 : 2 :: 20 : 10$

उपर्युक्त सारणी से भी यह स्पष्ट है कि $\frac{x}{y} = \frac{1}{5}$ अचर है अर्थात् $\frac{x}{y} = k$

प्रयास कीजिए :

- 2 किलोग्राम आलू का मूल्य 20 रुपये है। 4 किलोग्राम आलू का मूल्य बताइए।
- एक मजदूर एक दिन में 3 मीटर लम्बी दीवार तैयार करता है। 3 मजदूर एक ही दिन में कितने मीटर लम्बी दीवार बनायेंगे ?

अतः निष्कर्ष निकलता है कि:

1. जब दो राशियाँ x और y इस प्रकार से संबंधित हों कि x के बढ़ने पर, दूसरी राशि y में उसी अनुपात में वृद्धि हो अथवा x के घटने पर y में भी उसी अनुपात में कमी हो तो ये राशियाँ 'अनुलोम समानुपाती' कहलाती हैं।

2. $\frac{x}{y}$ का मान दोनों स्थितियों में अचर होता है।

अनुलोम समानुपात का संबंध तीरों को एक ही दिशा में लगाकर (\downarrow) निम्नलिखित ढंग से व्यक्त कर सकते हैं:

	पैम्पिलों की संख्या	पैम्पिलों का मूल्य (रुपयों में)
(1)	$\frac{10}{20} \downarrow$	$\frac{9}{18} \downarrow$

अर्थात् $10 : 20 :: 9 : 18$

	बंदों की संख्या	बंदों का मूल्य (रुपयों में)
(2)	$\frac{4}{2} \downarrow$	$\frac{20}{10} \downarrow$

अर्थात् $4 : 2 :: 20 : 10$

उदाहरण 2: एक रेलगाड़ी 2 घंटे में 120 किमी दूरी तय करती है। उसी चाल से वह 5 घंटे में कितनी दूरी तय करेगी?

हल : समय की अधिकता के साथ तय की गई दूरी भी अधिक होगी, अतः यहाँ अनुलोम समानुपात का संबंध है। मान लिया 5 घंटे में x किमी दूरी तय होगी।

	समय (घंटे में)	तय की गई दूरी (किमी में)
अतः	$\frac{2}{5} \downarrow$	$\frac{120}{x} \downarrow$

अर्थात् $2 : 5 :: 120 : x$

या, $2x = 5 \times 120$

$\therefore x = \frac{5 \times 120}{2} = 300$

अभीष्ट दूरी = 300 किमी

उदाहरण 3. 25 मजदूर एक सप्ताह में 7.5 किमी लम्बी सड़क बनाते हैं। कितने मजदूर उतने ही समय में 10.2 किमी लम्बी सड़क बना लेंगे ?

हल : सड़क की लम्बाई और मजदूरों की संख्या में अनुलोम समानुपात का संबंध है।

मान लिया 10 किमी. 2 लम्बी सड़क x मजदूर बना लेंगे।

	सड़क की लम्बाई (किमी में)	मजदूरों की संख्या
	$\frac{7.5}{10.2} \downarrow$	$\frac{25}{x} \downarrow$

अर्थात् $7.5 : 10.2 :: 25 : x$

या, $7.5x = 10.2 \times 25$

$$\text{या, } x = \frac{10.2}{7.5} \times 25$$

$$\text{या, } x = \frac{102 \times 25}{75}$$

या, $x = 34$

मजदूरों की अभीष्ट संख्या = 34

उदाहरण 4: यदि 6 कलमों का मूल्य 24 है, तो 7 कलमों का मूल्य कितना होगा ?

हल : कलमों की संख्या और उनके संगत मूल्य में अनुलोम समानुपात का संबंध है।

मान लिया 7 कलमों का मूल्य x होगा।

कलमों की संख्या	मूल्य (रुपयों में)
6	24
7	x

अर्थात् $6 : 7 :: 24 : x$

या, $6x = 7 \times 24$

या, $x =$

अभीष्ट मूल्य 28 रुपये है।

प्रयास कीजिए :

- कुछ मजदूर किसी काम को 4 दिनों में पूरा करते हैं। वही मजदूर 1 दिन में कितना कार्य पूरा करेंगे और कितना कार्य शेष रहेगा ?
- 20 किमी प्रतिघंटा चलने से 120 किमी की दूरी चलने में कितना समय लगेगा?

अभ्यास 7 (a)

- निम्नांकित सारणी को अभ्यास पुस्तिका में उतार कर x का मान लिखिए :

x	20	40	60	80
y	40	80	120	160
$x + \frac{y}{2}$				

निम्नांकित प्रश्न 2 और 3 में उत्तर के 4 विकल्प दिए गए हैं। सही विकल्प बताइए :

2.4 किलोग्राम चाय का मूल्य 420 रुपये है। 12 किलोग्राम चाय का मूल्य होगा :

(a) ₹1000 (b) ₹760 (c) ₹1160 (d) ₹1260

3. 30मी/सेकन्ड की चाल किमी/घंटा में होगी :

(a) 300 सेकन्ड/घंटा (b) 13 सेकन्ड/घंटा (c) 108 सेकन्ड/घंटा (d) 30 सेकन्ड/घंटा

4. निम्नांकित अनुलोम समानुपाती सारणी में रिक्त स्थानों की पूर्ति अपनी अभ्यास पुस्तिका में कीजिए :

मजदूरों की संख्या x	1	2	...	4	5
मजदूरी (रुपये में) y	50	...	150	200	...

5. 6 कलमों का मूल्य 24 है, 10 कलमों का मूल्य बताइए।

6.5 मजदूरों की मजदूरी 1250 है। 9 मजदूरों के लिए कितनी मजदूरी चाहिए ?

7.4 गेंद या 3 कलमों का मूल्य 12 हो, तो 6 गेंद और 6 कलमों का मूल्य बताइए।

8. एक मशीन 5 मिनट में 200 पन्नें छापती है। इसी प्रकार 2×130 पन्नों को छापने में कितना समय लगेगा?

9. एक परिवार के $4\frac{1}{2}$ यूनिट के राशन कार्ड पर 36 किलोग्राम गेहूँ मिलता है, $3\frac{1}{2}$ यूनिट के राशनकार्ड पर कितना गेहूँ मिलेगा ?

10. एक रेलगाड़ी 315मीटर लम्बी है। 54 किमी प्रति घंटा की चाल से वह एक खंभे को कितने समय में पार करेगी?

7.2.2 प्रतिलोम समानुपात (INVERSE PROPORTION)

व्यावहारिक जीवन में नित्य के क्रिया कलाप में आप यह देखते हैं कि कभी-कभी एक राशि के बढ़ने पर दूसरी

राशि उसी अनुपात में घट जाती है। आइए इसे हम एक उदाहरण द्वारा समझते हैं। 5 मजदूर किसी मकान की

सफेदी 10 दिन में करते हैं। तो 10 मजदूर उसी काम को कितने दिन में करेंगे ?

सोचिए मजदूरों की संख्या 5 से 10 हो गयी अर्थात् मजदूरों की संख्या दो गुनी कर दी गयी तो सफेदी करने में

लगे दिनों की संख्या निश्चित रूप से कम होगी और दिनों की संख्या पहले के दिनों की आधी होगी।

यहाँ हम देखते हैं कि जिस अनुपात में मजदूरों की संख्या को बढ़ाते हैं उसी अनुपात में दिनों की संख्या में कमी होती जाती है। इस प्रकार के समानुपात को प्रतिलोम समानुपात (उल्टा समानुपात) कहते हैं।

उदाहरण 5: एक विद्यालय के विज्ञान भवन की सफेदी कराने के लिए आवश्यक श्रमिकों की संख्या तथा दिनों की संख्या निम्नांकित सारणी में दी हुई है :

श्रमिकों की संख्या x	2	4	8
दिनों की संख्या y	20	10	5
x × y	2 × 20 = 40	4 × 10 = 40	8 × 5 = 40

2 श्रमिक सफेदी का काम 20 दिनों में पूरा कर सकते हैं। सफेदी के काम पर 4 श्रमिक लगाने से काम केवल 10 दिनों में पूरा हो सकता है। स्पष्ट है कि श्रमिकों की संख्या दो गुनी होने पर दिनों की संख्या पहले की आधी अर्थात् 10 हो जाती है। इसी प्रकार श्रमिकों की संख्या 8 होने पर, काम 5 दिनों में पूरा हो सकता है।

इस प्रकार हम देखते हैं कि श्रमिकों की संख्या जिस अनुपात में बदलती है, ठीक उसके विलोम (उल्टे) या प्रतिलोम अनुपात में दिनों की संख्या भी बदल जाती है। यहाँ हम यह भी देखते हैं कि :

$x \times y$ का मान प्रत्येक स्थिति में 40 है अर्थात् $x \times y$ का मान अचर है।

अतः हम कह सकते हैं कि किसी काम को पूरा करने के लिए आवश्यक श्रमिकों एवं दिनों की संख्या में प्रतिलोम संबंध है और चार पद जैसे 2 श्रमिक, 4 श्रमिक, 20 दिन, 10 दिन प्रतिलोम समानुपात में है ; अर्थात्

$\frac{2}{4} = \frac{20}{10}$ का प्रतिलोम अनुपात

या, $\frac{2}{4} = \frac{10}{20}$

या, 2 : 4 :: 10 : 20

इसी प्रकार 8 श्रमिक, 4 श्रमिक, 5 दिन, 10 दिन में प्रतिलोम समानुपात का संबंध होने के कारण 5 : 10 को उलटकर (प्रतिलोम के रूप में) निम्नलिखित ढंग से लिखते हैं :

$\frac{3}{4} = \frac{5}{10}$ का प्रतिलोम अनुपात

या, $\frac{8}{4} = \frac{10}{5}$

या, $8 : 4 :: 10 : 5$

अर्थात्

जब चार राशियाँ प्रतिलोम समानुपात में होती हैं तब अन्त की दो राशियों के अनुपात को उलट कर (विलोम के रूप में) लिखा जाता है।

निम्नांकित सारणी में पानी से भरे एक तालाब में से पानी निकालने के लिए लगाई गई पंपिंग मशीन की संख्या तथा खाली करने के लिए अपेक्षित समय का विवरण दिया गया है :

पंपिंग मशीनों की संख्या x	5	10	15	20	30
खाली करने में लगने वाला समय (घंटे) y	60	30	20	15	10
$x \times y$	$5 \times 60 = 300$	$10 \times 30 = 300$	$15 \times 20 = 300$	$20 \times 15 = 300$	$30 \times 10 = 300$

(i) 5 पंपिंग मशीन एक तालाब को 60 घंटे में खाली कर सकती है। मशीनों की संख्या दूनी होने से घंटों की संख्या में क्या अनुपात होगा ?

(ii) यदि पंपिंग मशीनों की संख्या तीन गुनी हो जाय, तो घंटों की संख्या में क्या अनुपात होगा ?

आप देखते हैं कि मशीनों की संख्या 5 से 10 (अनुपात 1 : 2) होने पर लगने वाला समय पहले से आधा अर्थात् 60 घंटे से 30 घंटे हो जाता है और अनुपात 2 : 1 हो जाता है। इसी प्रकार मशीनों की संख्या 5 के स्थान पर 15 (अनुपात 1 : 3) होने से अपेक्षित घंटों की संख्या 60 घंटे से उसकी तिहाई 20 घंटे (अनुपात 3 : 1) हो जाती है। अर्थात्

$$5 : 15 = 1 : 3 \text{ और } 60 : 20 = 3 : 1$$

यहाँ आप यह भी देखते हैं कि $x:y$ का मान प्रत्येक स्थिति में 300 है अर्थात् $x \times y$ का मान अचर है।

सारणी की अन्य आनुपातिक राशियों को देखने से ज्ञात होता है कि पंपिंग मशीनों की संख्या जिस अनुपात में बदलती है, उसी के प्रतिलोम अनुपात में घंटों की संख्या बदलती है। अतः पंपिंग मशीनों की संख्या और घंटों की संख्या में प्रतिलोम समानुपात का संबंध है। 5 मशीन, 10 मशीन, 60 घंटे, 30 घंटे के प्रतिलोम समानुपाती संबंध को निम्नलिखित प्रकार से लिखते हैं :

$$\frac{5}{10} = \frac{60}{30} \text{ का प्रतिलोम अनुपात}$$

$$\frac{5}{10} = \frac{30}{60}$$

या,

या, $5 : 10 :: 30 : 60$

प्रतिलोम समानुपात का संबंध तीरों द्वारा निम्नलिखित रूप में व्यक्त किया जाता है :



उदाहरण 6 : निम्नांकित सारणी को ध्यान से पढ़िए, सोचिए और नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

श्रमिकों की संख्या x	2	4	8	16	32
दिनों की संख्या y	32	16	8	4	2
$x \times y$					

(i) x के मान जैसे-जैसे बढ़ते हैं, y के संगत मान वैसे-वैसे बढ़ते हैं या घटते हैं ?

(ii) जब y का मान 16 से 8 अर्थात् आधा हो जाता है तब x का मान 4 से 8 अर्थात् दूना हो जाता है। यदि x का मान 8 से 16 अर्थात् दो गुना हो जाय तो y का संगत मान क्या होगा ?

iii) $x \times y$ के मान बताइए और देखिए कि क्या मान प्रत्येक स्थिति में बराबर है ?

उदाहरण 7 : निम्नांकित सारणी से k का मान ज्ञात कीजिए : :

समय (घंटे में) x	2	3	4	5	6
समय (घंटे में) y	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$
$k = x \times y$					

उपर्युक्त उदाहरणों (1) और (2) से स्पष्ट होता है कि श्रमिकों की संख्या 2 से 4 अर्थात् दो

गुनी होने पर दिनों की संख्या 32 से 16 अर्थात् आधी $\left(\frac{1}{2}\right)$ और पम्पसे: की संख्या 2 से 3 अर्थात् $2 : 3$ होने पर अपेक्षित संगत समय $\frac{1}{2}$ से $\frac{1}{3}$ अर्थात् $2:3$ या $3 : 2$ अर्थात् $2 : 3$ का प्रतिलोम $3 : 2$ हो जाता है।

अतः हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि :

1. जब दो राशियाँ x और y इस प्रकार से संबंधित हों कि x किसी अनुपात में बदलने पर y उसी के प्रतिलोम अनुपात में बदलती हो तथा $x \times y = k$ जहाँ k अचर हो तो वे राशियाँ प्रतिलोम समानुपाती कहलाती हैं।

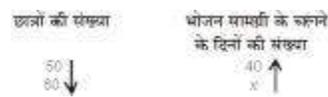
2. प्रतिलोम समानुपाती की दोनों राशियों को विपरीत दिशाओं में इंगित करने वाले तीरों (\downarrow, \uparrow) से प्रदिशत कर लेने से प्रश्नों को हल करने में सुविधा होती है।

उदाहरण 8: एक छात्रावास में 50 छात्रों के लिए 40 दिनों की भोजन सामग्री है। यदि छात्रावास में 30 छात्र और आ जाएं तो भोजन सामग्री कितने दिनों में समाप्त हो जाएगी ?

हल : 30 छात्रों के और आ जाने से छात्रावास के छात्रों की संख्या = $50 + 30 = 80$

निश्चित भोजन सामग्री को कम छात्र अधिक दिनों में तथा अधिक छात्र कम दिनों में समाप्त करेंगे। अतः इस प्रश्नमें भोजन सामग्री और छात्र संख्या के बीच प्रतिलोम समानुपाती संबंध है।

मान लिया भोजन सामग्री x दिनों में समाप्त हो जाएगी।



अर्थात्

$$50 : 80 :: x : 40$$

या, $80x = 50 \times 40$

$$x = \frac{50 \times 40}{80}$$

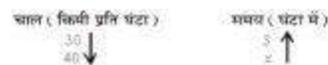
या,

या, $x = 25$

अभीष्ट दिनों की संख्या = 25

उदाहरण 9: एक कार 30 किमी प्रति घंटे की चाल से कोई दूरी 3 घंटे में तय करती है, उसी दूरी को दूसरी कार जिसकी चाल 40 किमी प्रति घंटा है, कितने समय में तय करेगी ?

हल : चाल और समय में प्रतिलोम समानुपात है। मान लिया उसी दूरी को दूसरी कार x घंटे में तय करेगी।



अतः $30 : 40 :: x : 3$

या, $40x = 30 \times 3$

$$x = \frac{30 \times 3}{40}$$

या,

$$x = \frac{9}{4} \text{ या, } x = 2\frac{1}{4}$$

या,

या, $x = 2$ घंटा 15 मिनट अभीष्ट समय = 2 घंटा 15 मिनट

उदाहरण 10: 12 मजदूर एक दीवार को 10 दिन में बना सकते हैं, उसी दीवार को 6 दिन में बनाने के लिए कितने मजदूरों की आवश्यकता होगी ?

हल : समय और मजदूरों की संख्याएँ प्रतिलोम समानुपात में हैं। मान लिये x मजदूरों की आवश्यकता होगी।

समय (दिन में)	मजदूरों की संख्या
10 ↓	12 ↑
6 ↓	x ↑

$$\text{अतः } 10 : 6 :: x : 12$$

$$\text{या, } 6x = 10 \times 12$$

$$x = \frac{10 \times 12}{6}$$

या,

$$\text{या, } x = 20$$

अभीष्ट मजदूरों की संख्या = 20

उदाहरण 11: 12 गायें या 9 भैसों एक चारागाह की घास 10 दिन में चर सकती हैं तो 3 गायें और 3 भैसों उस को कितने दिन में चर सकेगी ?

हल : 12 गायों का चरना = 9 भैसों का चरना

$$\therefore 1 \text{ गाय का चरना} = \frac{8}{12} \text{ भैसों का चरना}$$

$$\therefore 3 \text{ गायों का चरना} = \frac{8 \times 3}{12} \text{ भैसों का चरना} = 2 \text{ भैसों का चरना}$$

$$(3 \text{ गायें} = 3 \text{ भैसों}) \text{ का चरना} = (2 \text{ भैसों} = 3 \text{ भैसों}) \text{ का चरना} = 5 \text{ भैसों का चरना}$$

मान लिये x दिन में उक्त भैसों घास चर लेंगी।

भैसों	दिन
8 ↓	10 ↑
5 ↓	x ↑

$$\text{अतः } 8 : 5 :: x : 10$$

या, $5x = 8 \times 10$

$$x = \frac{8 \times 10}{5}$$

या, $x = 16$

अभीष्ट दिनों की संख्या = 16

आइए निम्नलिखित प्रश्नों पर भी विचार करें :

1. शारदा 15 साल की और उसकी मां 45 साल की है। जब शारदा 30 साल की हो जाएगी, उसकी मां कितने

साल की होगी ?

2. गोविन्दु ने धूप में सूखने के लिए पहले 4 कमीजों को फैलाया और महेन्द्र ने वैसी ही 20 कमीजों को सूखने के

लिए फैलाया। यदि गोविन्दुकी 4 कमीजों के सूखने में 2 घंटे का समय लगा हो तो महेन्द्र की 20 कमीजों के

सूखने में कितना समय लगेगा?

सोचिए

1. आप सोच चुके होंगे कि शारदा 15 साल की बढ़त पा कर 30 साल की हो जाती है तो उसकी माँ के लिए भी

तो यही समय (15 वर्ष) मिलेगा और वह भी $45 + 15 = 60$ वर्ष की हो जाएगी।

2. 4 कमीजों के सूखने में 2 घंटे लगते हैं तो 20 कमीजों के सूखने में 5 गुना अर्थात् $2 \times 5 = 10$ घंटे ही लगना

चाहिए। सोचिए यह कहना सही नहीं जान पड़ता, क्यों? कमीजें एक प्रकार की हैं, अतः सूखने में एक ही समय

लगेगा और वह होगा 2 घंटे।

प्रयास कीजिए :

1. 10 मजदूर किसी काम को 2 दिन में कर सकते हैं। उसी काम को 2 मजदूर कितने दिन में कर सकेंगे?
2. एक स्थान से दूसरे स्थान तक 100 ईंटों को ले जाने में एक मजदूर को 1 घंटा लगता है। यदि दो मजदूर इंटों की ढुलाई प्रारंभ करें तो उतनी ही ईंट ढोने में उन्हें कितना समय लगेगा ?
3. एक साइकिल चालक कोई दूरी 15 किमी प्रति घंटा की चाल से 4 घंटे में तय करता है। वह उसी दूरी को 12 किमी प्रति घंटा की चाल से कितने समय में तय करेगा ?
4. यदि 7 आदमी एक काम को 15 दिन में करते हों, तो 21 आदमी उसी काम को कितने दिन में करेंगे?

अभ्यास 7 (b)

1. शीला 12 किमी प्रति घंटा की चाल से अपनी साइकिल द्वारा अपने घर से पाठशाला 20 मिनट में पहुँचती है। उसे 15 मिनट में पहुँचने के लिए किस चाल से साइकिल चलाना होगा ?
2. 48 किमी प्रति घंटा की चाल से चलकर एक कार किसी दूरी को 10 घंटे में तय करती है। उसी दूरी को मात्र 8 घंटे में तय करने के लिए कार की चाल क्या होगी ?
3. सुनीता प्रति दिन 4 घंटे बुनाई करके 8 दिन में एक स्वेटर पूरा करती है। यदि 6 दिन में स्वेटर पूरा करना हो, तो प्रतिदिन उसे कितने घंटे बुनना होगा ?
4. 6 मजदूर एक कमरा 7 दिन में बना सकते हैं। 21 मजदूर उसे कितने दिन में बना सकेंगे ?
5. 45 आदमी एक काम को 27 दिन में पूरा करते हैं। यदि 81 आदमी उसी काम में लगाये जायें तो कितने दिन में पूरा करेंगे ?

6. एक मोटर कार एक स्थान से दूसरे स्थान तक 40 किमी प्रति घंटा की चाल से चलकर 3 घंटे में पहुँचती

है। यदि वह 30 किमी प्रति घंटा की चाल से चले तो वह कितने घंटे में पहुँचेगी ?

7. एक किले में 700 ग्राम प्रतिदिन प्रति सिपाही के हिसाब से 42 दिन का भोजन है। यदि प्रतिदिन का

भोजन 600 ग्राम प्रति सिपाही कर दिया जाय, तो भोजन कितने दिनों के लिए पर्याप्त होगा ?

8. जब एक नल एक घंटे में 640 लीटर पानी भरता है तो एक जलकुंड को भरने में 10 घंटे का समय

लगता है। यदि उसी जलकुंड को दूसरे नल से 8 घंटे में भरा गया हो तो दूसरे नल से प्रति घंटा कितना पानी

भरा?

9. एक छात्रावास में 300 छात्रों के लिए 15 दिनों की राशन सामग्री उपलब्ध है। यदि अवकाश के कारण

200 छात्र बाहर चले जायें तो वह सामग्री कितने दिन तक चलेगी ?

10. 40 किमी प्रति घंटा की चाल से एक टैम्पो 5 घंटे में एक यात्री को उसके नियत स्थान पर पहुँचा देती है।

यदि उस टैम्पो की चाल प्रति घंटा 25 किमी होती तो वह उस यात्री को कितने घंटे में पहुँचा पाती?

11. 2 कुशल श्रमिक या 3 श्रमिक एक काम को 20 दिन में कर सकते हैं। 6 कुशल श्रमिक और एक श्रमिक

उसी काम को कितने दिनों में कर सकेंगे?

12. एक चींठ की लम्बाई 4 मिमी तथा एक टिट्टे की लम्बाई 4 सेमी है। टिट्टे और चींठ की लम्बाई में

अनुपात बताइए। घर में पायी जाने वाली छिपकली की लम्बाई 20 सेमी और नदियों में पाये जाने वाले

मगरमच्छ की लम्बाई 4 मी है। मगरमच्छ और छिपकली की लम्बाई में क्या अनुपात है ? क्या टिट्टे और

चींठ की लम्बाई का अनुपात, मगरमच्छ और छिपकली की लम्बाई का अनुपात, समानुपात में है?

7.3 प्रतिशतता के अनुप्रयोग

हम प्रतिशत के अनुप्रयोग से सम्बन्धित लाभ-हानि, साधारण ब्याज और दैनिक जीवन से सम्बन्धित सामान्य

प्रश्न हल करना जानते हैं। यहाँ हम लाभ-हानि, आयकर, बट्टा और साधारण ब्याज के विविध प्रश्नों पर

प्रतिशतता का प्रयोग करना सीखेंगे।

•हरीश ने गणित में 20 में से 15 अंक और विज्ञान में 25 में से 20 अंक प्राप्त किए।

(i) हरीश ने गणित में कितने प्रतिशत अंक प्राप्त किए ?

(ii) हरीश ने विज्ञान में कितने प्रतिशत अंक प्राप्त किए ?

(iii) हरीश ने किस विषय में अधिक अच्छे अंक प्राप्त किए ?

हम देखते हैं कि,

$$(i) \text{ गणित में प्राप्तांक} = \frac{15 \times 100}{20} \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{75 \times 1}{100} = 75\%$$

$$(ii) \text{ विज्ञान में प्राप्तांक} = \frac{20 \times 100}{25} \times \frac{1}{100}$$

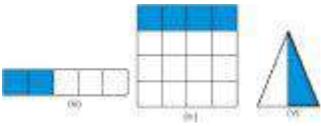
$$= 80 \times \frac{1}{100} = 80\% \left(\frac{1}{100} = \% \right)$$

(iii) हरीश ने विज्ञान में अधिक अच्छे अंक प्राप्त किए।

उदाहरण 12: नीचे दिए गये चित्रों को देखकर बताइए कि रंगा हुआ भाग सम्पूर्ण भाग का कौन सा प्रतिशत है ?

हल : चित्र (i) में रेखांकित भाग $= \frac{3}{4} = \frac{3 \times 100}{4 \times 100} = \frac{75}{100} = 75\%$

चित्र (ii) में रेखांकित भाग $= \frac{2}{8} = \frac{2}{8} \times \frac{100}{100} = \frac{25}{100} = 25\%$



चित्र (iii) में रेखांकित भाग $= \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{100}{100} = \frac{40}{100} = 40\%$

चित्र (iv) में रेखांकित भाग $= \frac{4}{16} = \frac{4}{16} \times \frac{100}{100} = \frac{25}{100} = 25\%$

चित्र (v) में रेखांकित भाग $= \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{100}{100} = \frac{50}{100} = 50\%$

उदाहरण 13: यदि किसी धन राशि का 15%, 45 रुपये हो, तो वह राशि ज्ञात कीजिए।

हल : मान लिया कि वह राशि x रुपये है।

अतः x का 15% = 45

या $\frac{x \times 15}{100} = 45$

$$x = \frac{45 \times 100}{15} = 300$$

अतः अभीष्ट धनराशि = 300 रुपये

उदाहरण 14: एक गाँव की जनसंख्या 750 है। यदि उनमें से 50 व्यक्ति निरक्षर हों, तो गाँव में साक्षरता का प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

हल : गाँव में साक्षर व्यक्ति = कुल व्यक्ति – निरक्षर व्यक्ति

$$= 750 - 50$$

$$= 700$$

$$\text{गाँव में साक्षरता का प्रतिशत} = \frac{700 \times 100}{750 \times 100} = 93.33\%$$

$$\text{गाँव में साक्षरता} = 93.33\%$$

उदाहरण 15: राजेश अपने वेतन का 15% मकान किराया, 30% खाद्य सामग्री और 20% बच्चों की शिक्षा पर व्यय करता है। यदि उसका मासिक वेतन 7500 रुपये हो, तो मकान किराया, खाद्य सामग्री और बच्चों की शिक्षा पर अलग-अलग व्यय ज्ञात कीजिए। राजेश की मासिक बचत भी बताइए?

हल : राजेश का मकान किराया=वेतन का 15%

$$= 7500 \text{ रुपये का } 15\%$$

$$= ₹ \frac{7500 \times 15}{100}$$

$$= 1125$$

खाद्य सामग्री पर व्यय=वेतन का 30%

$$= 7500 \text{ रुपये का } 30\%$$

$$= ₹ \frac{7500 \times 30}{100}$$

$$= ₹ 2250$$

बच्चों की शिक्षा पर व्यय = वेतन का 20%

$$= 7500 \text{ रुपये का } 20\%$$

$$= ₹ \frac{7500 \times 20}{100}$$

$$= ₹ 1500$$

$$\text{कुल मासिक बचत} = 7500 \text{ रुपये} - (1125 + 2250 + 1500) \text{ रुपये} = 2625$$

उदाहरण 16: जर्मन सिल्वर में 50% ताँबा, 35% जस्ता और शेष निकिल होता है। यदि जर्मन सिल्वर के एक टुकड़े में निकिल की मात्रा 7.5 ग्राम हो, तो उस टुकड़े की कुल मात्रा ज्ञात कीजिए।

हल : निकिल = $100\% - (50 + 35)\% = 15\%$

प्रश्नानुसार निकिल की मात्रा = 7.5 ग्राम

टुकड़े की कुल मात्रा का $15\% = 7.5$ ग्राम

टुकड़े की कुल मात्रा का $\times \frac{15}{100} = 7.5$ ग्राम

टुकड़े की कुल मात्रा का $\frac{7.5 \times 100}{15} = 50$ ग्राम = 50 ग्राम

अतः जर्मन सिल्वर के टुकड़े की मात्रा = 50 ग्राम

उदाहरण 17: यदि किसी परीक्षा में विज्ञान में कुल 40% और अंग्रेजी में कुल 35% विद्यार्थी अनुत्तीर्ण हों और दोनों विषयों में 15% अनुत्तीर्ण हों, तो दोनों विषयों में कितने प्रतिशत विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए? यदि कुल उत्तीर्ण होने वाले विद्यार्थियों की संख्या 240 हो, तो परीक्षा में कुल कितने विद्यार्थी बैठे थे?

हल :

विज्ञान में कुल अनुत्तीर्ण विद्यार्थी = 40%

अंग्रेजी में कुल अनुत्तीर्ण विद्यार्थी = 35%

दोनों विषयों में अनुत्तीर्ण विद्यार्थी = 15%

केवल विज्ञान में अनुत्तीर्ण विद्यार्थी = $(40 - 15)\% = 25\%$

केवल अंग्रेजी में अनुत्तीर्ण विद्यार्थी = $(35 - 15)\% = 20\%$

कुल अनुत्तीर्ण विद्यार्थी = $(15 + 25 + 20) = 60\%$

अतः दोनों विषयों में कुल उत्तीर्ण विद्यार्थी = $100\% - 60\% = 40\%$

प्रश्नानुसार दोनों विषयों में कुल उत्तीर्ण विद्यार्थी = 240

अतः कुल विद्यार्थियों का $40\% = 240$

$$\frac{\text{कुल विद्यार्थी} \times 40}{100} = 240$$

कुल विद्यार्थी = $\frac{240 \times 100}{40} = 600$, अतः परीक्षा में कुल 600 विद्यार्थी बैठे थे।

अभ्यास 7 (c)

1. वह राशि ज्ञात कीजिए जिसका :

(i) $35\% = 280$ (ii) $\frac{3}{5}\% = 90$ (iii) $0.25\% = 600$

2. किसी राशि का 5% , 600 रुपये के 15% के बराबर है। वह राशि ज्ञात कीजिए।

3. एक चुनाव में 7500 मतदाताओं में से 20% मतदाताओं ने मत नहीं डाले। ज्ञात कीजिए कुल कितने लोगों ने मत डाले।

4. खड़िया में 40% कैल्शियम, 12% कार्बन, और 48% ऑक्सीजन है। 1 किग्रा खड़िया में प्रत्येक की मात्रा ग्राम में बताइए।

5. एक गाँव की जनसंख्या 1200 है। इसमें 40% पुरुष, 30% स्त्रियाँ और शेष बच्चे हैं। तीनों की अलग-अलग संख्या ज्ञात कीजिए।

6. एक मिश्रण में 20% लोहा, 38% रेत और शेष काँच है। यदि मिश्रण में काँच की मात्रा 168 ग्राम हो, तो मिश्रण की कुल मात्रा बताइए।

7. वार्षिक परीक्षा में गणित में कुल 42% , अंग्रेजी में कुल 32% विद्यार्थी अनुत्तीर्ण हुए। यदि 12% विद्यार्थी दोनों विषयों में अनुत्तीर्ण हुए, तो कितने प्रतिशत विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए। यदि कुल उत्तीर्ण होने वाले

विद्यार्थियों की संख्या 760 हो, तो परीक्षा में कुल कितने विद्यार्थी बैठे थे ?

8. एक गाँव की आबादी 4000 है। इनमें से 500 लोग दूषित जल के प्रयोग से पीलिया से पीड़ित हैं। गाँव में पीलिया रोग से कितने प्रतिशत लोग पीड़ित हैं।

7.3.1 लाभ-हानि

पिछली कक्षा में हम लोगों ने लाभ-हानि क्या है ? कब लाभ और कब हानि होती है? लाभ और हानि को ज्ञात करने वाले सूत्रों के सम्बन्ध में अध्ययन कर चुके हैं। इसके अतिरिक्त दैनिक जीवन से सम्बन्धित इबारती प्रश्नों द्वारा प्रतिशत लाभ तथा प्रतिशत हानि ज्ञात

करना सीख चुके हैं। आइए अब हम प्रतिशतता के अनुप्रयोग से सम्बन्धित लाभ हानि के विविध आयामों को समझें।

लाभ की स्थिति में

$$\text{लाभ} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य}$$

$$\text{विक्रय मूल्य} = \text{क्रय मूल्य} + \text{लाभ}$$

$$\text{क्रय मूल्य} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{लाभ}$$

$$\text{प्रतिशत लाभ} = \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$$

हानि की स्थिति में

$$\text{हानि} = \text{क्रय मूल्य} - \text{विक्रय मूल्य}$$

$$\text{विक्रय मूल्य} = \text{क्रय मूल्य} - \text{हानि}$$

$$\text{क्रय मूल्य} = \text{विक्रय मूल्य} + \text{हानि}$$

$$\text{हानि प्रतिशत} = \frac{\text{हानि} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$$

उदाहरण 18: एक दुकानदार एक सिलाई मशीन 850 में खरीदकर 1020 में बेचता है। ज्ञात कीजिये कि

दुकानदार को कितने प्रतिशत लाभ हुआ।

$$\text{हल : क्रय मूल्य} = 850$$

$$\text{विक्रय मूल्य} = 1020$$

$$\text{लाभ} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य}$$

$$= ₹ 1020 - ₹ 850$$

$$= ₹ 170$$

$$\text{लाभ - प्रतिशत} = \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$$

$$= \frac{170 \times 100}{850} = 20$$

अतः लाभ = 20%

विक्रय-मूल्य ज्ञात करना :

उदाहरण 19: रमेश ने एक साइकिल 1200 रुपये में खरीदी और 25% लाभ पर बेच दी। उसका

विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : साइकिल का क्रय मूल्य = 1200

लाभ = 1200 का 25%

$$= ₹ \frac{1200 \times 25}{100}$$

$$= ₹ 300$$

साइकिल का विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य + लाभ

$$= ₹ 1200 + ₹ 300$$

$$= ₹ 1500$$

प्रयास कीजिए :

(1) एक फूलदान का लागत मूल्य 180 रुपये है। यदि दुकानदार को इसे 10% हानि से बेचना पड़े तब उसका

विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

(2) एक वस्तु 60 रुपये में क्रय की गई तथा 20 प्रतिशत लाभ पर बेची दी गई। उसका विक्रय मूल्य ज्ञात

कीजिए।

उदाहरण 20: एक व्यापारी ने 10 क्विंटल गेहूँ 100 रुपये प्रति क्विंटल के भाव से खरीदा। गेहूँ में घुन लग जाने

के कारण उसको की हानि में $8\frac{4}{5}\%$ बेचना पड़ा। गेहूँ का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : 10 क्विंटल गेहूँ का क्रय मूल्य = ₹ 10×1000

$$= ₹ 10000$$

हानि = 10000 का $8\frac{4}{5}\%$

$$= ₹ 10000 \text{ का } \frac{4}{5} \%$$

$$= ₹ \frac{10000 \times 4}{5 \times 100}$$

$$= 880 \text{ रुपये}$$

गेहूँ का विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य – हानि

$$= ₹ 10000 - 880 \text{ हानि}$$

$$= ₹ 9120$$

क्रय-मूल्य ज्ञात करना :

उदाहरण 21दिनेश एक घड़ी को 360 रुपये में बेचकर 20% लाभ कमाता है। घड़ी का क्रय मूल्य ज्ञात

कीजिए।

$$\text{हल : माना घड़ी का क्रय मूल्य} = ₹ 100$$

$$\text{लाभ} = 20$$

$$\text{घड़ी का विक्रय मूल्य} = \text{क्रय मूल्य} + \text{लाभ}$$

$$= ₹ 100 + ₹ 20$$

$$= ₹ 120$$

$$\text{चूँकि विक्रय मूल्य 120 है, तो क्रय मूल्य} = ₹ 100$$

$$\text{विक्रय मूल्य 1 रुपया है, तो क्रय मूल्य} = ₹ \frac{100}{120}$$

$$\text{विक्रय मूल्य 360 रुपये है, तो क्रय मूल्य} = ₹ \frac{100 \times 360}{120}$$

$$= ₹ 300$$

$$\text{अतः घड़ी का क्रय मूल्य} = ₹ 300$$

प्रयास कीजिए :

1. एक घड़ी ₹ 800 में खरीदी गयी तथा लाभ 10% पर बेच दी गयी, तो उसका विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

2. यदि ₹ 100 की वस्तु ₹ 120 में बेची जाय, तो कितने प्रतिशत लाभ या हानि होगी?

3. एक किताब ₹ ८० में खरीदी गई किन्तु ६० में बेची गयी। कितने प्रतिशत लाभ या हानि हुई ?

अभ्यास 7 (d)

1. मोहन ने एक टेलीविजन सेट 10200 में खरीदकर दो वर्ष बाद 11730 रुपये में बेच दिया। उसे कितने प्रतिशत लाभ या हानि हुई ?
2. एक व्यापारी ने दस बैल 30,000 में खरीदे और यदि उसे 2400 रुपये प्रति बैल के हिसाब से उन्हें बेचना पड़ा। उसका प्रतिशत लाभ या हानि ज्ञात कीजिए।
3. एक फर्नीचर विक्रेता एक आलमारी 5,000 में खरीदकर 2130.75 लाभ ले कर राकेश को बेचता है। राकेश ने वह आलमारी कितने रुपये में खरीदी ?
4. एक व्यापारी ने 15 क्विंटल गेहूँ 980 प्रति क्विंटल के भाव से खरीदा। गेहूँ में घुन लग जाने के कारण उसको 5% की हानि से बेचना पड़ा। गेहूँ का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।
5. एक कलम को 21 में बेचने से 5% का लाभ होता है। उसका क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।
6. श्याम ने अपना ट्रांजिस्टर सेट खराब होने के कारण 1280 में 20% की हानि पर बेच दिया। इस ट्रांजिस्टर सेट का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।
7. एक दूध वाले ने अपनी दो गायों को ₹ 20,000 में प्रति गाय की दर से बेचा। एक गाय पर उसे 5% लाभ और दूसरी पर 10% हानि हुई। इस सौदे में उसका कुल लाभ या कुल हानि बताइए।

7.3.2 बढ़त या घटत, प्रतिशत रूप में

अनेक अवसरों पर हमें किसी राशि पर हुई बढ़त या घटत को प्रतिशत में ज्ञात करने की आवश्यकता होती है।

उदाहरण के लिए किसी गाँव की जनसंख्या 5260 से बढ़कर 6312 हो गई तब ऐसी स्थिति में जनसंख्या की

बढ़त को प्रतिशत के रूप में समझना सरल होता है। जैसे कि कहें कि यहाँ गाँव की जनसंख्या में 20% वृद्धि हो

गई।

हम किसी राशि के बढ़ने या घटने को कुल राशि के रूप में किस प्रकार प्रकट कर सकते हैं? आइए

निम्नलिखित उदाहरण पर विचार करें।

उदाहरण 22 : एक विद्यालय की क्रिकेट टीम ने इस वर्ष 10 में से 8 खेलों में जीत प्राप्त की जबकि पिछले वर्ष

10 में से 6 में ही जीत प्राप्त की थी। पिछले वर्ष की तुलना में जीत कितने प्रतिशत बढ़ी?

हल : जीत की संख्या में बढ़त = $8 - 6 = 2$

$$\text{प्रतिशत बढ़त} = \frac{\text{वृद्धि}}{\text{पिछले वर्ष की जीत}} \times 100$$

$$= \frac{\text{जीत की संख्या में वृद्धि}}{\text{पिछले वर्ष में जीत की संख्या}} \times 100$$

$$= \frac{2}{6} \times 100$$

प्रतिशत बढ़त = $33\frac{1}{3}$ अर्थात् जीत में $33\frac{1}{3}\%$ की बढ़त हुई।

उदाहरण 23 : किसी अस्पताल में सन् 2005 में मलेरिया के 600 रोगी भर्ती हुए और सन् 2006 में केवल 400 रोगी भर्ती हुए। सन् 2005 की तुलना में सन् 2006 में रोगियों की संख्या में बढ़त हुई या घटत और तो कितने प्रतिशत?

हल : प्रारम्भ में अर्थात् 2005 में रोगियों की संख्या = 600

प्रारम्भिक संख्या में परिवर्तन = रोगियों की संख्या में घटत = $600 - 400 = 200$

$$\text{अतः प्रतिशत घटत} = \frac{\text{राशि में परिवर्तन}}{\text{प्रारम्भिक राशि}} \times 100$$

$$= \frac{200}{600} \times 100 = \frac{200}{3}$$

$$= 33\frac{1}{3}$$

अतः घटने का प्रतिशत = $33\frac{1}{3}\%$

प्रयास कीजिए :

1. घटने या बढ़ने का प्रतिशत ज्ञात कीजिए :

(i) चीनी 15 प्रति किग्रा के स्थान पर 16 रु0 प्रति किग्रा हो गयी ।

(ii) परिवार में चीनी प्रतिमाह 15 किग्रा लगती थी और परिवार के सदस्यों की संख्या बढ़ जाने से 20 किग्रा चीनी की खपत हो गई।

2. (i) एक किग्रा काजू का मूल्य 400 से बढ़कर 425 हो जाय तो बढ़त का प्रतिशत क्या होगा?

(ii) 112 प्रतिशत का अर्थ समझाइए।

7.3.3 बट्टा (Discount)

हम देखते हैं कि दुकानदार ग्राहकों को आकर्षित करने के लिए बेची जाने वाली वस्तुओं के मूल्य पर कुछ छूट

देते हैं। इस छूट को बट्टा कहते हैं। वस्तु पर छपा हुआ मूल्य वस्तु का अंकित मूल्य कहलाता है। किसी वस्तु के

अंकित मूल्य में से बट्टे की राशि निकालने पर जितनी धनराशि दुकानदार को मिलती है, वह धनराशि उस

वस्तु का विक्रय मूल्य कहलाती है।

एक दुकान पर लिखा था, खादी पर 20% की छूट। इसका अर्थ है कि 100 छपे मूल्य वाली वस्तु के लिए ग्राहक

को 80 देने पड़ते हैं। यहाँ 100 की वस्तु पर 20 का बट्टा दिया गया।

- वस्तु पर छपा मूल्य उसका अंकित मूल्य कहलाता है।
- वस्तु के छपे मूल्य पर जो छूट दी जाती है वह बट्टा कहलाती है।
- बट्टा अंकित मूल्य पर ही दिया जाता है।
- जितने रुपये में वस्तु बेची जाती है वह वस्तु का विक्रय मूल्य कहलाता है, अर्थात्

विक्रय मूल्य = अंकित मूल्य – बट्टा

उदाहरण 24: सलमा ने साड़ियों के सेल में 25% की छूट मिलने पर 600 अंकित मूल्य की साड़ी खरीदी।

उसने वह साड़ी कितने में खरीदी?

हल : साड़ी का अंकित मूल्य = 600

छूट या बढ़ा=25%

बढ़े की राशि= ₹ 600 का 25%

$$= ₹ \frac{600 \times 25}{100}$$

$$= ₹ 150$$

अतः साड़ी का विक्रय-मूल्य=अंकित मूल्य – बढ़ा

$$= ₹ 600 - ₹ 150$$

$$= ₹ 450$$

अतः सलमा ने वह साड़ी 450 में खरीदी।

उदाहरण 25: एक कमीज का अंकित मूल्य 50 था तथा वह 45 में उपलब्ध थी। उस पर किस प्रतिशत दर से

बढ़ा दिया गया ?

हल : कमीज का अंकित मूल्य = 50

विक्रय-मूल्य=45

बढ़ा =अंकित मूल्य – विक्रय मूल्य

$$= ₹ 50 - ₹ 45$$

$$= ₹ 5$$

$$\text{बढ़ा प्रतिशत} = \frac{5}{50} \times 100 = 10\%$$

अतः बढ़े की दर = 10%

उदाहरण 26: अंकित मूल्य ज्ञात कीजिए, जबकि विक्रय मूल्य 1920 और बढ़ा 4% है।

हल : माना अंकित मूल्य=100

बढ़ा==4%

विक्रय-मूल्य= (100 – 4)

$$= 96 \text{ रुपये}$$

विक्रय-मूल्य 96 रुपये है, तो अंकित मूल्य = 100

$$\therefore \text{विक्रय-मूल्य 1 रुपये है, तो अंकित मूल्य} = \frac{100}{96}$$

$$\therefore \text{विक्रय-मूल्य 1920 रुपये है, तो अंकित मूल्य} = \frac{100 \times 1920}{96}$$

$$= ₹2000$$

प्रयास कीजिये:

क्र.सं.	अंकित मूल्य	विक्रय मूल्य	बहु की राशि	बहु की दर
(i)	₹200	₹150	₹50	...
(ii)	₹400	₹320
(iii)	₹250	...	₹100	...
(iv)	...	₹160	...	25%
(v)	₹600	25%

7.3.4 साधारण ब्याज

हम पिछली कक्षा में साधारण ब्याज का सामान्य ज्ञात प्राप्त कर चुके हैं। अब हम

निम्नलिखित सूत्रों पर

आधारित कुछ अन्य प्रश्नों को हल करेंगे।

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$\text{मूलधन} = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{दर} \times \text{समय}}$$

$$\text{दर} = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{समय}}$$

$$\text{समय} = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{दर}}$$

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} + \text{ब्याज}$$

उदाहरण 27: ₹400 का $7\frac{1}{2}\%$ वार्षिक ब्याज की दर से $3\frac{1}{2}$ वर्ष का साधारण ब्याज ज्ञात कीजिए।

हल : मूलधन = ₹ 400, दर = $7\frac{1}{2}\%$ वार्षिक = $\frac{15}{2}\%$ वार्षिक, समय = $3\frac{1}{2}$ वर्ष = $\frac{7}{2}$ वर्ष

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$= \frac{400 \times 15 \times 7}{100 \times 2 \times 2} \text{ रुपये}$$

= 105 रुपये

उदाहरण 28: किसी वित्तीय कम्पनी के सेविंग बैंक खाते में साधारण ब्याज की दर 4% प्रतिवर्ष है। सीमा

ने खाते में 5,000 जमा किया। उसे $2\frac{1}{2}$ वर्ष बाद कितना ब्याज तथा मिश्रधन मिलेगा ?

हल : मूलधन = ₹5,000 , दर = 4% वार्षिक, समय = $2\frac{1}{2}$ वर्ष = $\frac{5}{2}$ वर्ष

साधारण ब्याज = $\frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$

$$= \frac{5000 \times 4 \times 5}{100 \times 2} \text{ रुपये+ब्याज}$$

$$= ₹5,000 + ₹ 500 = ₹ 5,500$$

उदाहरण 29: किसी धन का $2\frac{1}{5}\%$ वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष में साधारण ब्याज 121 हो जाता है। धन

ज्ञात कीजिए।

हल : दर = $2\frac{1}{5}\%$ वार्षिक = $\frac{11}{5}\%$ वार्षिक, समय = 2वर्ष, ब्याज = 121

मूलधन = $\frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{दर} \times \text{समय}}$

$$= ₹ \frac{121 \times 100}{\frac{11}{5} \times 2}$$

$$= ₹ \frac{121 \times 100 \times 5}{11 \times 2}$$

$$= ₹2750$$

अतः धन= ₹2750

देखें :

5000 के कर्ज पर शंभू 2 वर्ष बाद 640 साधारण ब्याज देता है। ब्याज की दर प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

इस प्रश्नका हल नीचे दो विधियों से किया गया है। ध्यान से देखिए और प्रयुक्त विधि को पहचानिए :

<p>प्रश्न 1 : ब्याज = $\frac{5000 \times 2 \times 2}{100}$</p> <p>ब्याज = $\frac{5000 \times 2 \times 2}{100} = 200$</p> <p>द = $\frac{200 \times 100}{2 \times 5000} = \frac{20}{5} = 4\%$</p> <p>अतः साधारण ब्याज की दर = 4% वर्षिक</p>	<p>उदा : पूँज 2 वर्ष का साधारण ब्याज = 640 रुपये</p> <p>अतः 1 वर्ष का साधारण ब्याज = $\frac{640}{2} = 320$ रुपये</p> <p>3000 रुपये पर 1 वर्ष का साधारण ब्याज = 320 रुपये</p> <p>1 रुपये पर 1 वर्ष का साधारण ब्याज = $\frac{320}{3000}$</p> <p>अतः 100 रुपये पर 1 वर्ष का साधारण ब्याज = $\frac{320 \times 100}{3000} = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}\%$</p> <p>अतः साधारण ब्याज की दर = $10\frac{2}{3}\%$ वर्षिक</p>
--	---

प्रयास कीजिए :

- 100 रुपये पर 2 वर्ष का 3% वार्षिक दर से साधारण ब्याज कितना होगा ?
- 400 रुपये पर 3 वर्ष का 5% वार्षिक ब्याज की दर से ब्याज तथा मिश्रधन ज्ञात कीजिए ।
- किस धन का 2 वर्षों में 5% वार्षिक ब्याज की दर से साधारण ब्याज 45 रुपये होगा ?
- कितने प्रतिशत वार्षिक ब्याज की दर से 200 रुपये पर 3 वर्ष का साधारण ब्याज 60 रुपये होगा ?
- कितने समय में 300 रुपये पर 6% वार्षिक ब्याज की दर से साधारण ब्याज 90 रुपये होगा ?

अभ्यास 7(e)

- ₹ 800 पर 5 वर्ष का ब्याज $3\frac{1}{2}\%$ वार्षिक दर से ज्ञात कीजिए।
- ₹ 1,500 पर 6 महीने का 12% वार्षिक दर से ब्याज तथा मिश्रधन ज्ञात कीजिए।
- ₹ 1,600 का $3\frac{1}{2}$ वर्ष का $5\frac{1}{2}\%$ वार्षिक ब्याज की दर से ब्याज तथा मिश्रधन ज्ञात कीजिए।
- किसी धन का $6\frac{1}{4}\%$ वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष में साधारण ब्याज 150 हो जाता है। धन ज्ञात कीजिए।
- ₹ 7,200 का 3 वर्ष का ब्याज 1,080 है। ब्याज की दर बताइए।

6. ₹ 800 का $6\frac{1}{4}$ वर्ष में मिश्रधन 1150 हो जाता है। ब्याज की दर ज्ञात कीजिए।
7. कितने समय में 7,500 पर 11% वार्षिक दर से साधारण ब्याज 4,125 हो जायेगा ?
8. 1,200 का वर्ष में मिश्रधन 1860 हो जाता है। ब्याज की दर ज्ञात कीजिए।
9. कितने समय में 350 $2\frac{1}{2}$ % वार्षिक ब्याज की दर से 385 हो जायेगा ?
10. 10% वार्षिक ब्याज की दर से कितने समय में 200 तीन गुना हो जायेगा ?
11. एक वस्तु का अंकित मूल्य ₹ 500 है। वह 10% बट्टे पर बेची गई, वस्तु का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।
12. एक घड़ी का विक्रय मूल्य ₹420 है। वह 25% बट्टे पर बेची गई। घड़ी का अंकित मूल्य ज्ञात कीजिए।
13. एक सिलाई मशीन का अंकित मूल्य ₹830 है। यदि दुकानदार ग्राहकों को 20% बट्टा देता है, तो मशीन का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।
14. एक पुस्तक का अंकित मूल्य ₹75 है और दुकानदार उसे ₹60 में बेचता है। वह कितने प्रतिशत की छूट प्रदान करता है ?
15. एक रेडियो का अंकित मूल्य ₹500 तथा ग्राहक को ₹450 में उपलब्ध है। बताइए उस पर किस प्रतिशत दर से बट्टा दिया जाता है ?
16. एक सन्दूक का विक्रय मूल्य ₹1400 है और दुकानदार ग्राहकों को 30% बट्टा प्रदान करता है। सन्दूक का अंकित मूल्य ज्ञात कीजिए।

7.4 चक्रवृद्धि ब्याज (Compound Interest)

हम जानते हैं कि, (i) साधारण ब्याज (Simple Interest) = $\frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$

(ii) मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

निम्नांकित सारणियों का अवलोकन कीजिए :

सारणी 1: 1000 का 10% वार्षिक साधारण ब्याज की दर से 1 वर्ष तथा 2 वर्ष के ब्याज और मिश्रधन की सारणी:

मूलधन (₹)	दर (% वार्षिक)	समय (वर्ष)	ब्याज (₹)	मिश्रधन (₹)
1000	10	1	100	1100
1100	10	2	200	1200

- (i) 1 वर्ष बाद ब्याज कितना है ?
- (ii) 1 वर्ष बाद मिश्रधन कितना है ?
- (iii) 2 वर्ष बाद ब्याज कितना है ?
- (iv) 2 वर्ष बाद मिश्रधन कितना है ?

मोहन ने 1000 रुपये बैंक से 10% वार्षिक ब्याज पर ऋण लिया।

1 वर्ष बाद ब्याज 100 हो गया।

1 वर्ष बाद धन जमा न करने पर बैंक का मोहन के पास 1000 ऋण था ही, 100 रुपये (ब्याज का) ऋण और हो

गया।

अतः मोहन को दूसरे वर्ष के लिए (1000 + 100 =1100) पर बैंक को ब्याज देना होगा जिसको निम्नांकित सारणी

द्वारा प्रदर्शित किया गया है।

सारणी 2:

मूलधन (₹)	दर (% वार्षिक)	समय (वर्ष)	ब्याज (₹)	मिश्रधन (₹)
1000	10	1 (पहले वर्ष)	100	1100
1100	10	2 (दूसरे वर्ष)	110	1210

- (i) पहले वर्ष का ब्याज कितना है ?
- (ii) पहले वर्ष के अन्त में मिश्रधन कितना है ?
- (iii) दूसरे वर्ष का मूलधन कितना है ?
- (iv) दूसरे वर्ष के अन्त में मिश्रधन कितना है ?

सारणी (2) से हम देखते हैं कि,

$$\text{रु. 1000 का 2 वर्ष बाद मिश्रधन} = \text{रु. 1210}$$

$$\text{रु. 1000 का 2 वर्ष का ब्याज} = \text{मिश्रधन} - \text{मूलधन}$$

$$= ₹ 1210 - ₹ 1000$$

$$= ₹ 210$$

यह ब्याज सारणी (1) में प्रदर्शित 2 वर्ष के ब्याज 200 से (210 - 200) = 10 अधिक है।

यह धनराशि, प्रथम वर्ष के ब्याज 100 का 10% वार्षिक ब्याज की दर से, 1 वर्ष का ब्याज है।

इस प्रकार, सारणी (2) में ब्याज पर भी ब्याज की गणना की गयी है।

उदाहरण 30 :

- सीमा ने 500 रुपये डाकघर के बचत बैंक खाते में जमा किया। यदि ब्याज दर 5% वार्षिक हो और ब्याज

की गणना वार्षिक अवशेष पर की जाय तो 2 वर्ष बाद उसे कितने रुपये ब्याज के रूप में मिले ? यह ब्याज 2

वर्ष के साधारण ब्याज से कितना अधिक है ?

$$1 \text{ वर्ष बाद ब्याज} = \frac{500 \times 5 \times 1}{100} = 25 \text{ रुपये}$$

$$1 \text{ वर्ष बाद मिश्रधन} = (500 + 25) \text{ रुपये} = 525 \text{ रुपये}$$

$$\text{दूसरे वर्ष के लिए मूलधन} = ₹ 525$$

$$\text{दूसरे वर्ष का ब्याज} = \frac{525 \times 5 \times 1}{100} = 26.25 \text{ रुपये}$$

$$\text{दूसरे वर्ष के अन्त में मिश्रधन} = ₹ (525.00 + 26.25) = ₹ 551.25$$

$$2 \text{ वर्ष बाद ब्याज} = ₹ 551.25 - ₹ 500.00 = ₹ 51.25$$

$$2 \text{ वर्ष बाद साधारण ब्याज} = ₹ \frac{500 \times 5 \times 2}{100} = ₹ 50.00$$

$$\text{अधिक ब्याज} = ₹ (51.25 - 50.00) = ₹ 1.25$$

यह ब्याज प्रथम वर्ष के ब्याज 25 पर ब्याज है

यहाँ भी ब्याज पर ब्याज की गणना ₹ $\frac{25 \times 5 \times 1}{100} = ₹ 1.25$ की गयी है।

- 200 रुपये का 10% वार्षिक ब्याज की दर से लिये गए ऋण को 2 वर्ष बाद जमा करने पर कितना ब्याज देना

पड़ेगा?

आप देखेंगे कि दूसरे वर्ष के ब्याज की गणना में पहले वर्ष के ब्याज पर भी ब्याज की गणना करनी होगी।

ब्याज की इस प्रणाली को ब्याज पर ब्याज या चक्रवृद्धि ब्याज (Compound Interest) कहते हैं तथा इस प्रकार

प्राप्त मिश्रधन को चक्रवृद्धि मिश्रधन कहते हैं।

दोनों सारणियों के अवलोकन से निम्नांकित निष्कर्ष निकलता है :

- समान धन, समान समय और समान वार्षिक दर होने पर एक वर्ष के लिए, चक्रवृद्धि ब्याज = साधारण ब्याज
- चक्रवृद्धि ब्याज की गणना में पहले वर्ष का मिश्रधन, दूसरे वर्ष का मूलधन होता है। इसी प्रकार आगे के वर्षों के लिए किया जाता है।
- चक्रवृद्धि ब्याज = चक्रवृद्धि मिश्रधन – मूलधन

उदाहरण 31: 400 का 5% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।

हल : पहले वर्ष का मूलधन = 400

$$\text{पहले वर्ष का ब्याज} = \frac{\text{म} \times \text{द} \times \text{स}}{100} = \frac{400 \times 5 \times 1}{100} = ₹ 20$$

$$\text{पहले वर्ष के अन्त में मिश्रधन} = ₹(400 + 20)$$

$$= ₹ 420$$

$$\text{दूसरे वर्ष के लिए मूलधन} = ₹ 420$$

$$\text{दूसरे वर्ष का ब्याज} = ₹ \frac{420 \times 5 \times 1}{100} = ₹ 21$$

$$\text{दूसरे वर्ष का मिश्रधन} = ₹(420 + 21)$$

$$= ₹ 441$$

$$\text{2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज} = ₹ 441 - ₹ 400$$

$$= ₹ 41$$

उदाहरण 32: ₹ 5000 का 4% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष के चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज में अन्तर

ज्ञात कीजिए।

हल : पहले वर्ष का मूलधन = 5000

पहले वर्ष का ब्याज = $\frac{5000 \times 4 \times 1}{100}$

= ₹200

पहले वर्ष के अन्त में मिश्रधन = ₹ (5000 + 200)

= ₹5200

दूसरे वर्ष के लिए मूलधन = ₹ 5200

दूसरे वर्ष का ब्याज = ₹ $\frac{5000 \times 4 \times 1}{100}$

= ₹208

दूसरे वर्ष के अन्त में मिश्रधन = ₹ 5200 + ₹208

= ₹5408

∴ 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज = ₹5408 – ₹5000

= ₹ 408

2 वर्ष का साधारण ब्याज = $\frac{म \times द \times स}{100} = ₹ \frac{5000 \times 4 \times 2}{100}$

= ₹400

चक्रवृद्धि ब्याज और साधारण ब्याज में अन्तर = ₹ (408 – 400) = ₹ 8

उदाहरण 33: शीला ने बैंक में 1200 जमा किया। 3 वर्ष बाद उसे कुल कितने रुपये ब्याज मिले, यदि ब्याज

दर 10% वार्षिक चक्रवृद्धि हो ?

हल : पहले वर्ष का मूलधन = 1200

पहले वर्ष का ब्याज = ₹ $\frac{1200 \times 10 \times 1}{100}$

= ₹120

पहले वर्ष के अन्त में मिश्रधन = (1200 + 120)

₹ 1320

दूसरे वर्ष के लिए मूलधन = ₹1320

दूसरे वर्ष के लिए का ब्याज = ₹ $\frac{1320 \times 10 \times 1}{100}$

$$= ₹ 132$$

$$\text{दूसरे वर्ष के अन्त में मिश्रधन} = ₹ 1320 + ₹ 132$$

$$= ₹ 1452$$

$$\text{तीसरे वर्ष के लिए मूलधन} = ₹ 1452$$

$$\text{तीसरे वर्ष का मूलधन} = \frac{1452 \times 10 \times 1}{100}$$

$$= ₹ 145.20$$

$$\text{तीसरे वर्ष के अन्त में मिश्रधन} = ₹ 1452 + ₹ 145.20$$

$$= ₹ 1597.20$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = ₹ (1597.20 - 1200)$$

$$= ₹ 397.20$$

प्रयास कीजिए :

निम्नांकित सारणी में रिक्त स्थानों की पूर्ति अपनी अभ्यास पुस्तिका में कीजिए :

मूलधन (₹)	दर (% वार्षिक)	समय (वर्ष)	प्रतिफल (₹)	मिश्रधन (₹)
200	6	3	12
300	5	2	330
450	4	3

अभ्यास 7 (f)

1. निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर के सही विकल्प चुनिए :

(a) 150 का 4% वार्षिक ब्याज की दर से 1 वर्ष का साधारण ब्याज होगा -

(i) 2 (ii) 4 (iii) 6 (iv) 7

(b) 200 का 5% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष का साधारण ब्याज होगा -

(i) 10 (ii) 20 (iii) 30 (iv) 40

2. 800 का 5% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज कितना होगा ?

3. 1250 का 4% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए ।

4. 2400 के ऋण को 10% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष बाद चुकता किया गया। देय चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।
5. 4000 के 10% वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष के चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज में अन्तर ज्ञात कीजिए।
6. 5000 के 8% वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष के चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज में अन्तर ज्ञात कीजिए।
7. अब्दुल ने बैंक की बचत खाता में 1500 जमा किये। 2 वर्ष बाद उसे कुल कितने रुपये ब्याज मिले, यदि बैंक 4% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज देता हो ?
8. 8000 का 3 वर्ष का 5% वार्षिक ब्याज की दर से चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।
9. 1600 का 12.5% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन ज्ञात कीजिए।

7.4.1 ऐकिक नियम द्वारा चक्रवृद्धि मिश्रधन एवं चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करना

इस विधि में 1 के लिये चक्रवृद्धि मिश्रधन ज्ञात करके किसी भी धनराशि के मूलधन का चक्रवृद्धि मिश्रधन ज्ञात किया जाता है।

- 1 का 10% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन ज्ञात करना।

पहले वर्ष के लिए मूलधन = 1

100 का 1वर्ष का ब्याज = 10

$$1 \text{ का } 1 \text{ वर्ष का ब्याज} = \frac{10}{100} = ₹ \frac{1}{10}$$

$$\text{पहले वर्ष के अन्त में मिश्रधन} = ₹ \left(1 + \frac{1}{10} \right),$$

$$\text{अतः दूसरे वर्ष के लिए मूलधन} = ₹ \left(1 + \frac{1}{10} \right)$$

$$\text{1 मूलधन पर 1 वर्ष के अन्त में चक्रवृद्धि मिश्रधन} = ₹ \left(1 + \frac{1}{10} \right)$$

₹ $\left(1 + \frac{1}{10}\right)$ मूलधन पर 1 वर्ष के अन्त में चक्रवृद्धि मिश्रधन

$$= ₹ \left(1 + \frac{1}{10}\right) \times \left(1 + \frac{1}{10}\right)$$

$$= ₹ \left(1 + \frac{1}{10}\right)^2$$

तीसरे वर्ष के लिए मूलधन = ₹ $\left(1 + \frac{1}{10}\right)^2$

इसी प्रकार, तीसरे वर्ष के लिए चक्रवृद्धि मिश्रधन = ₹ $\left(1 + \frac{1}{10}\right)^3$

उपर्युक्त की सहायता से 1 रुपये का 4 वर्ष के अन्त में चक्रवृद्धि मिश्रधन बताइए।

अतः 1 रुपये का n वर्ष के अन्त में चक्रवृद्धि मिश्रधन = ₹ $\left(1 + \frac{1}{10}\right)^n$

इसलिए P रुपये मूलधन का n वर्ष के अन्त में चक्रवृद्धि मिश्रधन = ₹ $P \left(1 + \frac{1}{10}\right)^n$

1 रुपये का n वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन ज्ञात करने हेतु 1 रुपये का 1 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन ज्ञात करके उस पर घातांक ' n ' लगाते हैं। इसमें मूलधन की राशि से गुणा करके वांछित चक्रवृद्धि मिश्रधन ज्ञात कर लेते हैं।

उदाहरण 34: ₹800 का 5% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन तथा चक्रवृद्धि ब्याज ऐकिक नियम से ज्ञात कीजिए।

हल : ₹100 का 1 वर्ष का ब्याज = ₹ 5

$$\therefore \text{₹1 का 1 वर्ष का ब्याज} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

$$\therefore \text{₹1 का 1 वर्ष का मिश्रधन} = \frac{1}{20} \left(1 + \frac{1}{20} \right)$$

$$= \frac{21}{20}$$

$$\therefore \text{₹1 का 2 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \left(\frac{21}{20} \right)^2$$

$$\text{₹800 का 2वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \left(\frac{21}{20} \right)^2 \times 800$$

$$= \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times 800$$

$$= \frac{441}{400} \times 800$$

$$= \text{₹882}$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} - \text{मूलधन}$$

$$= \text{₹}(882 - 800)$$

$$= \text{₹82}$$

उदाहरण 35: ₹5000 का 10% वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष बाद चक्रवृद्धि मिश्रधन तथा चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।

हल : ₹100 का 1 वर्ष का ब्याज = ₹10

$$\text{इसलिए 1 का 1वर्ष का ब्याज} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$\text{या 1 का 1 वर्ष का मिश्रधन} = ₹ \left(1 + \frac{1}{10}\right) = ₹ \frac{11}{10}$$

$$\text{इस प्रकार 1 का 3 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन} = ₹ \left(\frac{11}{10}\right)^3$$

$$\text{अतः 5000 रुपये का 3वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन} = ₹ \left(\frac{11}{10}\right)^3 \times 5000$$

$$= ₹ \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times 5000$$

$$= ₹ \frac{1331}{1000} \times 5000$$

$$= ₹ 6655$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} - \text{मूलधन}$$

$$= ₹ (6655 - 5000)$$

$$= ₹ 1655$$

अभ्यास 7(g)

ऐकिक नियम द्वारा ज्ञात कीजिए :

1. 500 का 10% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।
2. 400 का 5% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।
3. 1000 का 10% वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन कितना होगा?
4. 8000 का 10% वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन ज्ञात कीजिए।
5. 3000 का 10% वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन एवं चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।
6. 1600 का 5% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।
7. 6250 का 4% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।
8. नसीम ने 5000 अपने समीप के ग्रामीण बैंक में सावधि जमा योजना में 3 वर्ष के लिए 10% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर पर जमा किया। 3 वर्ष पश्चात् उसे बैंक से कितने

रुपये प्राप्त होंगे ?

9. हेमलता ने 2500 डाकघर बचत खाते में जमा किया। 2 वर्ष बाद उसे कुल कितने रुपये मिले, यदि ब्याज दर 4% वार्षिक चक्रवृद्धि हो?

10. डेविड ने 1600 का ऋण 2.5% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर पर लिया। 2 वर्ष बाद उसने ऋण का भुगतान कर दिया। बताइए उसे कुल कितने रुपये भुगतान करने पड़े तथा कितने रुपये ब्याज देने पड़े?

11. डिम्पल ने 5120 बैंक में, 2 वर्ष के लिए $6\frac{1}{4}\%$ वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर पर जमा किया। अवधि के पश्चात् उसे कुल कितने रुपये मिलेंगे ?

5.4.2 चक्रवृद्धि मिश्रधन का सूत्र तथा उसका अनुप्रयोग

प्रथम विधि :

₹200 का 7% वार्षिक ब्याज की दर से 1 वर्ष, 2 वर्ष तथा 3 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन ज्ञात करना।

₹ 100 का 1 वर्ष का ब्याज = ₹7

∴ ₹ 1 का 1 वर्ष का ब्याज = ₹ $\frac{7}{100}$

₹1 का 1 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन = ₹ $\left(1 + \frac{7}{100}\right)$

₹ 200 का 1 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन = ₹ $200\left(1 + \frac{7}{100}\right)^1$

₹ 200 का 2 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन = ₹ $200\left(1 + \frac{7}{100}\right)^2$

तथा 200 का 3 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन = ₹ $200\left(1 + \frac{7}{100}\right)^3$

इसी प्रकार हम ज्ञात कर सकते हैं कि :

- ₹ 500 का 8% वार्षिक ब्याज की दर से 5 वर्ष बाद

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = ₹ 500 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^5$$

- 1200 का 15% वार्षिक ब्याज की दर से 5 वर्ष बाद

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = ₹ 1200 \left(1 + \frac{15}{100}\right)^5$$

यदि मूलधन को P, दर को r, समय को h तथा चक्रवृद्धि मिश्रधन को A से प्रदिशत करें तो-

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

उदाहरण 36: 3000 रुपये का 10% वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष बाद चक्रवृद्धि मिश्रधन तथा चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।

हल : मूलधन (P) = 3000 रु०, दर (r) = 10%, समय (n) = 3 वर्ष

$$\therefore \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} \quad A = P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

$$= ₹ 3000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3$$

$$= ₹ 3000 \left(1 + \frac{1}{10}\right)^3$$

$$= ₹ 3000 \left(\frac{11}{10}\right)^3$$

$$= ₹ 3000 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10}$$

$$= ₹ \frac{3000 \times 1331}{1000}$$

$$= ₹ 3993$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = 3993 - ₹. 3000 = ₹. 993$$

उदाहरण 37: अब्दुल ने एक बैंक में 2000 रुपये जमा किये। गाय खरीदने के लिये उसे 2 वर्ष बाद कुल धन बैंक से निकालना पड़ा। यदि ब्याज दर 5% वार्षिक चक्रवृद्धि हो, तो उसे कुल कितने रुपये मिले?

हल : $P = 2000$ रुपये; $r = 5\%$; $n = 2$ वर्ष

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = ₹ 2000 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^2$$

$$= ₹ 2000 \left(1 + \frac{1}{20} \right)^2$$

$$= ₹ 2000 \left(\frac{21}{20} \right)^2$$

$$= ₹ \frac{2000 \times 21 \times 21}{20 \times 20}$$

$$= ₹ \frac{2000 \times 441}{400}$$

$$= ₹ 2205$$

उदाहरण 38:सुमन ने एक समिति से मकान की मरम्मत हेतु रु. 16000 का ऋण $12\frac{1}{2}\%$ वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज पर लिया। 2 वर्ष बाद उसने पूरा ऋण एक मुस्त जमा कर दिया। जमा की गयी धनराशि की गणना कीजिए।

हल : $P = ₹ 16000$, $r = 12\frac{1}{2}\% = \frac{25}{2}\%$; $n = 2$ वर्ष

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

$$= ₹ 16000 \left(1 + \frac{25}{200} \right)^2$$

$$= ₹ 16000 \left(\frac{9}{8} \right)^2$$

$$= ₹ 16000 \times \frac{9}{8} \times \frac{9}{8}$$

$$= ₹ 16000 \times \frac{81}{64}$$

$$= ₹ 20250$$

जमा की गयी धनराशि = 20250 रुपये

अभ्यास 7(h)

चक्रवृद्धि मिश्रधन के सूत्र का अनुप्रयोग करके ज्ञात कीजिए :

1. 400 रुपये का 5% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन।
2. 500 रुपये का 10% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन।

3. 625 रुपये का 4% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज।
4. 1000 रुपये का 10% वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज।
5. 16,000 रुपये का 5 %वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज।
6. मनोज ने 2500 रुपये बैंक में अपने बचत खाते में जमा किया। 2 वर्ष बाद उसे कुल कितने

रुपये ब्याज के रूप में मिले, यदि बचत खाते में 4%वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज देय हो ?

7. फातिमा ने डाकघर में 1250 रुपये 2 वर्ष के लिए सावधि जमा खाता में जमा किया। यदि

ब्याज दर 9% वार्षिक चक्रवृद्धि हो, तो 2 वर्ष बाद चक्रवृद्धि मिश्रधन तथा चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात

कीजिए।

8. जार्ज ने किसी वित्तीय कम्पनी से 8000 रुपये 2 वर्ष के लिए 15% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज पर

उधार लिये। उसे कम्पनी को कितनी धनराशि वापस करनी पड़ेगी ?

9. तनु ने एक वित्तीय कम्पनी में 2000 रुपये लगाये। यदि कम्पनी 10% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज

देती हो, तो 3 वर्ष बाद उसको कुल कितने रुपये मिले ?

10. अनीता ने एक राष्ट्रीयकृत बैंक में 2500 रुपये जमा किये। 2 वर्ष बाद उसे कुल कितने रुपये

मिले, यदि बैंक 8% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज देता हो ?

7.5. कर (Tax)

प्रत्येक राष्ट्र के द्वारा प्रजा के हित में अनेक कार्य जैसे देश की सुरक्षा हेतु सेना का रख रखाव सड़क

एवं पुल निर्माण, आम नागरिकों की चिकित्सा एवं शिक्षा की व्यवस्था करना, आदि किये जाते हैं।

उक्त कार्य हेतु धन की आवश्यकता होती है। धन का संग्रह कर-लगाकर किया जाता है। इस प्रकार

धन संग्रह व्यवस्था को कर व्यवस्था कहते हैं।

यदि राष्ट्र/राज्य द्वारा जनता से कर न लिया जाये तो राष्ट्र / राज्य के कोष में कोई धन नहीं होगा

और राष्ट्र /राज्य को अपने उत्तरदायित्व का वहन करना असंभव होगा।

हमारे देश में केन्द्र सरकार एवं राज्य सरकार दोनों अपने-अपने क्षेत्र में विभिन्न जन उपयोगी कार्य

करते हैं। केन्द्र एवं राज्य सरकार के कार्य क्षेत्र अलग-अलग विभाजित हैं। प्रदेश स्तर पर सड़कें,

पुल, बाँध, स्कूल, चिकित्सालय, सरकारी भवन निर्माण, पुलिस-प्रशासन आदि की व्यवस्था राज्य

सरकार द्वारा की जाती है। प्रदेश स्तर पर विभिन्न वस्तुओं पर कर लगाकर राजस्व प्राप्त किया

जाता है। जैसे - भू राजस्व, वैट, बिक्रीकर आदि।

इसी प्रकार केन्द्र सरकार द्वारा सेना का रख रखाव, उच्च शिक्षा संस्था आदि के लिये विभिन्न प्रकार

के कर, जैसे आयकर, एक्साइज ड्यूटी, कस्टम ड्यूटी, सेवाकर द्वारा धन संग्रह किया जाता है।

7.5.1 कर के प्रकार

कर मुख्यतः दो प्रकार के होते हैं -

प्रत्यक्ष कर (Direct Tax)

सरकार द्वारा किसी व्यक्ति अथवा व्यक्ति समूह पर लगाया गया कर जो उसे सीधा प्रभावित करता

है, प्रत्यक्ष कर कहलाता है। जैसे आयकर, सम्पत्ति कर, उपहार कर आदि।

आयकर उन सभी व्यक्तियों व व्यवसायिक प्रतिष्ठान को देना होता है। जिनकी वार्षिक आय

निर्धारित सीमा से अधिक है।

आयकर की दर आय के स्तर पर निर्भर करती है। वर्तमान में आयकर की दर निम्नवत है -

क.	वार्षिक आय ₹ 2,50,000 तक आयकर	·	शून्य
ख.	वार्षिक आय ₹ 2,50,000 से ₹5,00,000 तक आयकर	·	5%
ग.	वार्षिक आय ₹ 5,00,000 से ₹ 10,00,000 तक आयकर	·	20%
घ.	वार्षिक आय ₹ 10,00,000 से अधिक पर तक आयकर	·	30%

अप्रत्यक्ष कर (Indirect Tax)

जैसे उत्पाद शुल्क, सर्विस टैक्स (सेवा कर) इत्यादि। इस प्रकार के कर की व्यवस्था में कर के

भुगतान का उत्तर दायित्व वस्तु के विक्रेता या सेवा प्रदाता की होती है परन्तु वस्तु या सेवा के

मूल्य में कर सम्मिलित रहता है। इस प्रकार विक्रेता (खरीदने वाला) को वस्तु या सेवा के मूल्य के

साथ-साथ अप्रत्यक्ष कर का भी भुगतान विक्रेता को करना पड़ता है। इस प्रकार अप्रत्यक्ष कर का

भार अन्तिम उपभोक्ता (विक्रेता) जो वस्तु या सेवा का उपयोग करता है उसे वहन करना पड़ता है।

अप्रत्यक्ष कर वसूली की दृष्टि से सुगम है, परन्तु इसका भुगतान गरीब/अमीर सभी को करना होता

है। अप्रत्यक्ष कर का हिस्सा कुल कर (प्रत्यक्ष एवं अप्रत्यक्ष) में काफी अधिक होता है।

वस्तु एवं सेवा कर (GST)

१ जुलाई २०१७ को पूर्ववर्ती अप्रत्यक्ष कर जैसे उत्पाद कर (Excise duty), सेवाकर (Service

tax) जैसे - होटल में खाने में, बिजली बिल आदि में) तथा राज्यों द्वारा लगाए गए बिक्री कर (sale

tax) को समाप्त करके, केन्द्र सरकार द्वारा एक नए अप्रत्यक्ष कर जिसे GST(Goods and Service

Tax) नाम से जाना जाता है, लागू किया है, जिसकी दर विभिन्न वस्तुओं पर क्रमशः 5%, 12%,

18% तथा 28% है। इन दरों को केन्द्र सरकार समय-समय पर पुनरीक्षित करती रहती है।

उदाहरण 39: राकेश के पिता की वार्षिक आय ₹ 2,58,000 हैं। यदि ₹ 2,50,000 तक की आय, आयकर से मुक्त है, तो 10% की दर से उसे कितना आयकर देना पड़ेगा ?

हल : वार्षिक आय = ₹ 2,58,000

आयकर से मुक्त आय = ₹ 2,50,000

आय जिस पर कर देय है = ₹(2,58,000 - 2,50,000)रुपये

= ₹ 8,000

देय कर राशि = ₹ 8,000 का 10%

= ₹ (8000*10)/ 100

= ₹ 800

उदाहरण 40: एक जोड़ी जूते का अंकित मूल्य ₹ 1500 हैं। यदि उस पर की दर से जी.एस.टी देना पड़ता है, तो उसे खरीदने पर ग्राहक को कुल कितने रुपये देने पड़ेंगे ?

हल : जूते का अंकित मूल्य = ₹ 1500

जी.एस.टी = 18%

देय जी.एस.टी = ₹ 1500 का 18%

$$\text{जी.एस.टी} = ₹(1500 * 18)/100$$

$$\text{जी.एस.टी} = ₹ 270$$

$$\begin{aligned} \text{अतः जूते का देय मूल्य} &= \text{अंकित मूल्य} + \text{जी.एस.टी} \\ &= ₹ (1500 + 270) = ₹270 \end{aligned}$$

अभ्यास 7(i)

- वर्तमान में कर मुक्त आय की सीमा क्या है ?
- केशव की मासिक आय ₹20,000 है। बताइये केशव की वार्षिक आय कर योग्य है या नहीं ?
- श्याम के पिता की वार्षिक आय ₹ 3,60,000 है। यदि ₹ 2,50,000 तक की आयकर मुक्त है तो 5% की दर से उसे कितना आयकर देना होगा ?
- जी.एस.टी. से आप क्या समझते हैं ?
- एक जोड़ी सैंडिल का मूल्य ₹ 1000 है। यदि उस पर 18% की दर से जी.एस.टी देना पड़ता है, तो सैंडिल खरीदने पर ग्राहक को कुल कितने रुपये देना पड़ेगा।
- प्रतिभा एक मेज ₹ 24,000 में खरीदती है जिसमें 12% जी.एस.टी भी सम्मिलित है। मेज का अंकित मूल्य ज्ञात कीजिए।
- विशाल ने अपने जन्मदिन पर अपने 20 मित्रों को होटल में भोजन पर आमन्त्रित किया। भोजन पर ₹ 5000 खर्च हुआ। इसके अतिरिक्त 18% जी.एस.टी भी चुकाना पड़ा। विशाल को अपने प्रत्येक मित्र के लिए भोजन पर कितना व्यय करना पड़ा ?

दक्षता अभ्यास-7

निम्नांकित 1 से 4 प्रश्नों तक उत्तर का सही विकल्प छाँटकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

1. यदि एक मोटरकार 45 किमी प्रति घंटा जाती है तो वह 1 सेकन्ड में जाएगी :

(a) 45 मी (b) 50 मी (c) 12.5 मी (d) 12.5 किमी

2. यदि 6 आदमी एक काम को 4 दिन में करते हैं तो उसी काम को 3 आदमी करेंगे :

(a) 21 दिन में (b) 6 दिन में (c) 8 दिन में (d) 18 दिन में

3. यदि राम 5 दिन में किसी काम का $\frac{1}{4}$ भाग कर सकता है तो वह पूरा काम करेगा :

(a) 20 दिन में (b) $\frac{5}{4}$ दिन में (c) 5 दिन में (d) 80 दिन में

4. 3 मजदूर किसी मकान की सफेदी 20 दिन में कर सकते हैं। यदि सफेदी 6 दिन में करानी हो तो काम पर

लगने वाले मजदूरों की संख्या होगी :

(a) 20 मजदूर (b) 10 मजदूर (c) 6 मजदूर (d) 30 मजदूर

5. एक व्यक्ति अपने मासिक वेतन का 80% खर्च करता है। यदि उसकी मासिक बचत 1200 रुपये हो, तो

उसका मासिक वेतन कितना है ?

6. एक रेलगाड़ी 50 मी लम्बी है। वह बिजली के खम्भे को 2793.75 सेकेण्ड में पार कर जाती है। गाड़ी की

चाल किमी प्रति घंटा ज्ञात कीजिए।

7. दो साइकिल चालक क्रमशः 10 किमी प्रति घंटा तथा 12 किमी प्रति घंटा की चाल से एक ही निश्चित

स्थान से विपरीत दिशाओं में चलते हैं। 5 घंटे बाद दोनों एक दूसरे से कितनी दूरी पर होंगे ?

8. एक विद्यालय में 55% लड़के हैं। यदि लड़कियों की संख्या 900 हों, तो लड़कों की संख्या बताइए।

9. एक परीक्षा में गणित में कुल 45%, विज्ञान में कुल 25% विद्यार्थी अनुत्तीर्ण हुए। यदि 15% दोनों

विषयों में अनुत्तीर्ण रहे हों, तो कितने प्रतिशत विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए ?

10. 364 रुपये में एक रेडियो बेचने से 9% हानि होती है, तो रेडियो का क्रय-मूल्य ज्ञात कीजिए।

11. साड़ियों की सेल में 20% छूट मिलने पर 720 रुपये अंकित मूल्य की साड़ी कितने रुपये में मिलेगी?

12. किरन ने डाकघर में बचत बैंक खाते में 1600 रुपये जमा किया। उसने 3 वर्ष तक इसमें से कोई धन नहीं

निकाला। 3 वर्ष बाद सारा धन निकाल लिया। बताइए उसे कुल कितने रुपये ब्याज मिले, यदि डाकघर में

ब्याज दर 5% वार्षिक चक्रवृद्धि हो?

13. माजिद ने डाकघर के सावधि जमा खाता में 5000 रुपये दो वर्ष के लिए जमा किया। 2 वर्ष बाद उसे

कुल कितने रुपये मिले, यदि ब्याज दर 8% वार्षिक चक्रवृद्धि हो।

इस इकाई में हमने सीखा

1. चार राशियों के समानुपात में होने के लिए आवश्यक है :

बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल

2. जब दो राशियाँ x और y इस प्रकार से संबंधित हो कि x के बढ़ने पर दूसरी राशि y में उसी अनुपात में

वृद्धि हो अथवा x के घटने पर y में भी उसी अनुपात में कमी हो तो ये राशियाँ अनुलोम समानुपाती कहलाती

हैं। हल करते समय दोनों ओर तीर का निशान एक ही दिशा में इस प्रकार लगाते हैं।

3. जब चार राशियाँ प्रतिलोम समानुपात में होती हैं तब अन्त की दो राशियों के अनुपात को उलटकर

(विलोम रूप में) लिखा जाता है।

4. प्रतिलोम समानुपाती की दोनों राशियों को विपरीत दिशाओं में इंगित करने वाले तीरों (↓, ↑) से

प्रदर्शित करने से प्रश्नों के हल में सुविधा होती है।

5. आयु संबंधी संक्रियाओं तथा कुछ विशेष संक्रियाओं जैसे धूप में सुखाने, आँख से

देखने, शारीरिक $\frac{5}{100}$ अंकों

से चलने आदि में अपवाद स्वरूप समानुपात या ऐकिक नियम का प्रयोग नहीं होता है।

6. प्रतिशतता एक तुलना विधि है। प्रतिशतता के लिए प्रति एक 100 पर मान निकाला जाता है, जैसेका अर्थ

प्रत्येक 100 पर 5 से है।

7. प्रतिशत के हमारे दैनिक जीवन में व्यापक उपयोग हैं :

(i) जब हमें किसी राशि का प्रतिशत ज्ञात हो तब संपूर्ण राशि ज्ञात कर सकते हैं।

(ii) यदि हमें किसी राशि के भागों में अनुपात दिया हो, तो हम उन्हें प्रतिशत में भी बदल सकते हैं।

(iii) किसी राशि का घटना या बढ़ना भी प्रतिशत में दर्शाया जा सकता है।

(iv) किसी वस्तु के क्रय-विक्रय में हुए लाभ या हानि को भी प्रतिशत में दर्शाया जा सकता है।

(v) उधार लिए गए धन पर ब्याज परिकलन के लिए उसकी दर प्रतिशत में ही दी जाती है।

8. बट्टा वस्तु के छपे मूल्य पर दी जाने वाली छूट है। इसे प्रतिशत में ज्ञात किया जाता है।

9. आयकर और बिक्रीकर के लिए भी प्रतिशत का उपयोग व्यावहारिक है।

10. साधारण ब्याज ज्ञात करने के लिए सूत्र $= \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$ का प्रयोग करते हैं।

11. किसी मूलधन पर लिया जाने वाला ब्याज एक ही ब्याज दर से प्रत्येक वर्ष के लिए समान होता है।

हमने सीखा है कि 500 रुपये मूलधन पर 5 प्रतिशत वार्षिक दर से प्रत्येक वर्ष के लिए ब्याज 25 रुपये होगा

और 3 वर्ष के लिए 75 रुपये तथा 5 वर्ष के लिए 125 रुपये ।

12. बैंकों के साथ ही साथ अन्य व्यापारों में भी ब्याज पर ब्याज लेने का प्रचलन है। इस विधि से परिकलन

को चक्रवृद्धि परिकलन तथा प्राप्त ब्याज को चक्रवृद्धि ब्याज कहते हैं। इस प्रकार प्राप्त चक्रवृद्धि ब्याज को

मूलधन में जोड़ने पर चक्रवृद्धि मिश्रधन प्राप्त होता है।

13. ऐकिक नियम विधि से भी हम अनेक से एक और फिर वांछित के लिए मान ज्ञात कर लेते हैं।

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

14. चक्रवृद्धि मिश्रधन का सूत्र है, जहाँ A = मिश्रधन

p= मूलधन

r= वार्षिक ब्याज दर

n= समय वर्ष में

15. ऊपर अंकित सूत्र का प्रयोग दैनिक जीवन के अनेक पहलुओं के लिए उपयोगी है। केवल मिश्रधन ही नहीं

बल्कि जनसंख्या वृद्धि, कमी, पर्यावरण, पैदावार आदि के लिए भी इस सूत्र की उपादेयता है।

16. कर एवं कर के प्रकार

आर्यभट्ट प्रथम (476 ई.)

इनका जन्म स्थान पटना (बिहार) है। आर्यभट्ट खगोलविद तो थे ही साथ ही प्रख्यात गणितज्ञ भी थे। उन्हें शून्य का ज्ञान था तथा ज् का मान 3.1416 निकाल लिया था। इन्होंने रेखागणित के क्षेत्र में भी त्रिज्यामिति तथा ज्या व कोटिज्या की विवेचना की।

अंकगणित के क्षेत्र में इन्होंने वर्गमूल, घनमूल ज्ञात करने की विधियों का उल्लेख किया। ज्यामिति में त्रिभुजों, चतुर्भुजों और वृत्तों के क्षेत्रफलों का तथा ठोसों के आयतन के सूत्र भी दिये।

उत्तरमाला

अभ्यास 7 (a)

1. $\frac{1}{2}$; 2. (d); 3. (c) 108 किमीप्रति घंटा 4. $x = 3, y = 100$,
250; 5. 40 रुपये; 6. 2000 रुपये; 7. 42 रुपये; 8. 50 मिनट.; 9. 28 किलोग्राम; 10
. 21 सेकेन्ड

अभ्यास 7 (b)

1. 16 किमी प्रति घंटा; 2. 60 किमी प्रति घंटा; 3. 5 घंटे 20 मिनट.; 4. 2 दिन
में; 5. 15 दिन; 6. 4 घंटे में; 7. 49 दिन; 8. 800लीटर; 9. 45 दिन; 10. 8
घंटे; 11. 6 दिन; 12. 59040;
13. 10 :1, 20 : 1, नहीं;

अभ्यास 7 (c)

1. (i) 800, (ii) 15000, (iii) 240000; 2. 1800 रुपये; 3. 6000; 4. 400 ग्राम,
120 ग्राम, 480 ग्राम; 5. 480 पुरुष, 360 स्त्रियाँ, 360 बच्चे; 6. 400 ग्राम; 7. 38%,
2000 8. 12.5%

अभ्यास 7 (d)

1. 15% लाभ; 2. 20% हानि; 3. 5725 रुपये; 4. 13965 रुपये; 5. 20 रुपये; 6. 16
00 रुपये 7. ₹ 1269.84 की हानि

अभ्यास 7 (e)

1. 140 रुपये; 2. 90 रुपये, 1590 रुपये; 3. 308 रुपये;
1908 रुपये; 4. 800 रुपये; 5. 5%; 6. 7%; 7. 5वर्ष; 8. 10%; 9. 4 वर्ष; 10. 20व
र्ष 11. 1269.84 की हानि 12. ₹300
13. ₹664 14. 20% 15. 10% 16. ₹2000

अभ्यास 7 (f)

1. (a)(iii) 6₹; (b)
(ii) ₹20; 2. ₹82, 3. ₹102; 4. ₹504; 5. ₹124; 6. ₹98.56; 7. ₹122.40, 8. ₹
1261; 9. ₹2025

अभ्यास 7 (g)

1. ₹105; 2. ₹ 41; 3. ₹1331; 4. ₹10648; 5. ₹ 3993, ₹ 993, 6. ₹164; 7. ₹5
10; 8. ₹ 6655; 9. ₹ 2704;
10. ₹1681, ₹ 81; 11. ₹ 5780

अभ्यास 7 (h)

1. ₹441; 2. ₹605; 3. ₹51; 4. ₹331; 5. ₹2522; 6. ₹204; 7. ₹1458, ₹ 208;
8. ₹10580; 9. ₹2662; 10. ₹2916

अभ्यास 7(i)

2. ; 3. ₹5,500; 5. ₹1180; 6. ₹21428.57; 7. ₹295,

दक्षता अभ्यास 7

1. (c)12.5मी;2.(c) 8 दिन; 3. (a) 20 दिन में; 4. (b)
10 मजदूर; 5. 6000 रुपये; 6. 72किमी/
घंटा; 7. 110 किमी; 8. 1100 लड़के; 9. 45 प्रतिशत; 10. 400 रुपये; 11. 576रुपये;
12. 252.20 रुपये; 13. 5832 रुपये