

## UP Board Solutions for Class 7 Maths Chapter 5 त्रिभुज

(a)

प्रश्न 1.

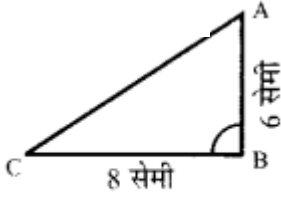
आकृति 5.18 में  $\angle B$  समकोण है, भुजा CA की माप होगी?

- (i) 5 सेमी
- (ii) 10 सेमी
- (iii) 8 सेमी
- (iv) 6 सेमी

हल :

$$CA^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = 10^2$$

$$CA = 10 \text{ सेमी (ii)}$$



आकृति 5.18

प्रश्न 2.

आकृति 5.19  $\angle A$  समकोण हो, तो AB की माप होगी?

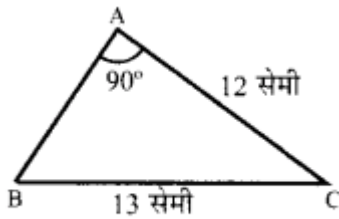
- (i) 25 सेमी
- (ii) 13 सेमी
- (iii) 5 सेमी
- (iv) 12 सेमी

हल :

$$AB^2 = BC^2 - CA^2 = 13^2 - 12^2$$

$$= 169 - 144 = 25 = 5^2$$

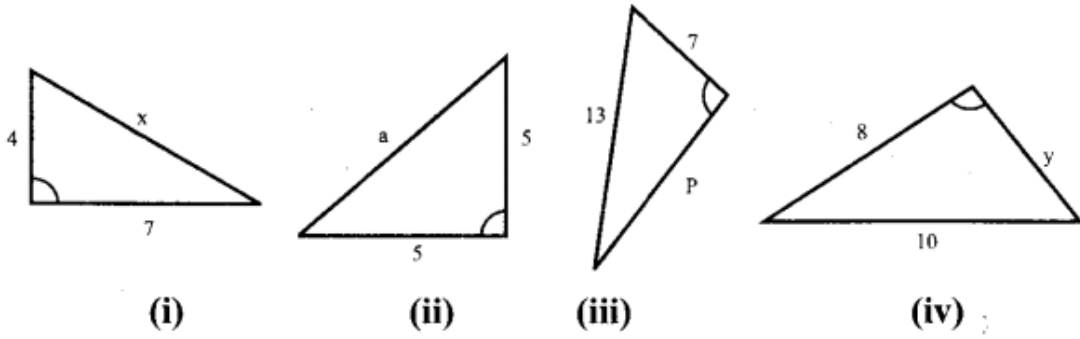
$$AB = 5 \text{ सेमी (iii)}$$



आकृति 5.19

प्रश्न 3.

निम्नलिखित आकृतियों में समकोण त्रिभुजों को देखकर अपनी अभ्यास पुस्तिका में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए



हल : (i)  $4^2 + 7^2 = x^2$       (ii)  $5^2 + 5^2 = a^2$   
 (iii)  $13^2 - 7^2 = P^2$       (iv)  $y^2 = 10^2 - 8^2$

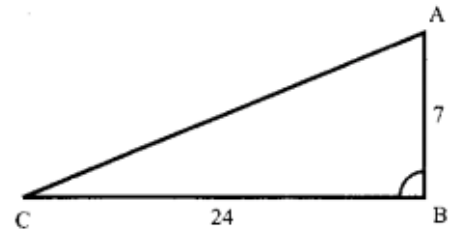
प्रश्न 4.

$\triangle ABC$  में  $\angle ABC$  समकोण है। यदि  $AB = 7$  सेमी और  $BC = 24$  सेमी, तो  $CA$  की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल :

समकोण त्रिभुज  $ABC$  में,

$$\begin{aligned} & CA^2 = AB^2 + BC^2 \\ \Rightarrow & CA^2 = 7^2 + 24^2 \\ \Rightarrow & CA^2 = 49 + 576 \\ \Rightarrow & CA^2 = 625 \\ \Rightarrow & CA = 25^2 \\ \Rightarrow & CA = 25 \text{ सेमी} \end{aligned}$$



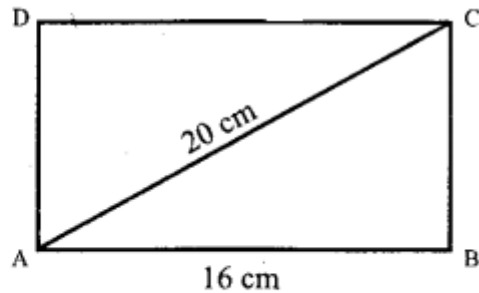
प्रश्न 5.

आयत  $ABCD$  में विकर्ण  $CA = 20$  सेमी और  $AB = 16$  सेमी।  $BC$  की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल :

समकोण त्रिभुज  $ABC$  में,

$$\begin{aligned} & CA^2 = AB^2 + BC^2 \\ \Rightarrow & BC^2 = CA^2 - AB^2 \\ \Rightarrow & BC^2 = 20^2 - 16^2 \\ \Rightarrow & BC^2 = 400 - 256 \\ \Rightarrow & BC^2 = 144 \\ \Rightarrow & BC = 12^2 \\ \Rightarrow & BC = 12 \text{ सेमी} \end{aligned}$$



**प्रश्न 6.**

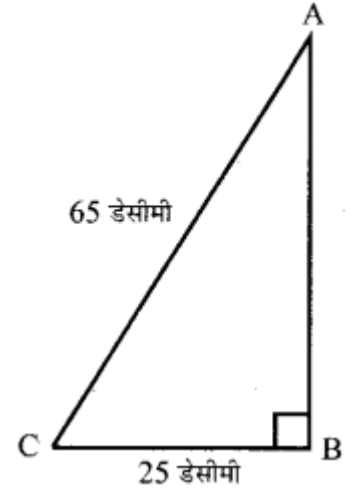
65 डेसीमी लम्बी सीढ़ी को दीवार से 25 डेसीमी हटाकर लगाया गया है, दीवार के आधार से सीढ़ी के ऊपरी सिरे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

**हल :**

माना दीवार के आधार से सीढ़ी के ऊपरी सिरे की ऊँचाई =  $h$  डेसीमी समकोण त्रिभुज ABC में,

$$\begin{aligned} & \Rightarrow CA^2 = AB^2 + BC^2 \\ & \Rightarrow 65^2 = h^2 + 25^2 \\ & \Rightarrow h^2 = 65^2 - 25^2 \\ & \Rightarrow h^2 = 4225 - 625 \\ & \Rightarrow h^2 = 3600 \\ & \Rightarrow h^2 = 60^2 \\ & \Rightarrow h = 60 \text{ डेसीमी} \end{aligned}$$

अतः दीवार के आधार से सीढ़ी के ऊपरी सिरे की ऊँचाई = **60 डेसीमी**

**प्रश्न 7.**

26 मीटर लम्बा एक तार है। उसका एक सिरा 24

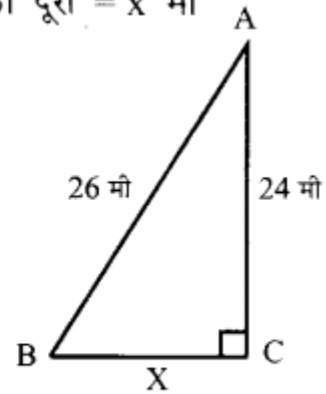
मीटर ऊँचे खम्भे के ऊपरी सिरे से बँधा है।

और दूसरा जमीन में गड़ा है। जमीन पर खम्भे और तार के निचले सिरे के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

**हल :** माना जमान पर खम्भे और तार के निचले सिरे के बीच का दूरा =  $x$  मी समकोण त्रिभुज ABC में,

$$\begin{aligned} & \Rightarrow AB^2 = BC^2 + AC^2 \\ & \Rightarrow 26^2 = x^2 + 24^2 \\ & \Rightarrow x^2 = 26^2 - 24^2 \\ & \Rightarrow x^2 = 676 - 576 \\ & \Rightarrow x^2 = 100 \\ & \Rightarrow x^2 = 10^2 \\ & \Rightarrow x = 10 \text{ मी} \end{aligned}$$

अतः जमीन पर खम्भे और तार के निचले सिरे के बीच की दूरी = **10 मी**।

**प्रश्न 8.**

निम्नलिखित पाइथागोरियन त्रिक हैं। प्रत्येक से तीन-तीन पाइथागोरियन त्रिक बनाइए।

(i) 3,4,5

(ii) 5, 12, 13

(iii) 8, 15, 17

**हल :**

**(i) 3, 4, 5 पाइथागोरियन त्रिक है।**

3, 4, 5 को 2 से गुणा करने पर,

$(3 \times 2, 4 \times 2, 5 \times 2)$  अर्थात् 6, 8, 10 भी पाइथागोरियन त्रिक होंगे।

3, 4, 5 को 3 गुणा करने पर,

$(3 \times 3, 4 \times 3, 5 \times 3)$  अर्थात् 9, 12, 15 भी पाइथागोरियन त्रिक होंगे।

3, 4, 5 को 4 गुणा करने पर,

$(3 \times 4, 4 \times 4, 5 \times 4)$  अर्थात् 12, 16, 20 भी पाइथागोरियन त्रिक होंगे।

**(ii) (5, 12, 13) के पाइथागोरियन त्रिक हैं।**

=  $(2 \times 5, 2 \times 12, 2 \times 13)$ ; तथा  $(3 \times 5, 3 \times 12, 3 \times 13)$

$(4 \times 5, 4 \times 12, 4 \times 13) = (10, 24, 26); (15, 36, 39)$  तथा  $(20, 48, 52)$

**(iii) (8, 15, 17) के पाइथागोरियन त्रिक हैं।**

=  $(2 \times 8, 2 \times 15, 2 \times 17); (3 \times 8, 3 \times 15, 3 \times 17)$  तथा  $(4 \times 8, 4 \times 15, 4 \times 17)$

=  $(16, 30, 34); (24, 45, 51)$  तथा  $(32, 60, 68)$

**प्रश्न 9.**

निम्नलिखित में पाइथागोरियन त्रिक छाँटकर लिखिए:

(i) 5, 12, 13

(ii) 7, 8, 15

(iii) 6, 7, 8

(iv) 8, 15, 17

(v) 3, 4, 5

**हल :**

(i) 5, 12, 13

(ii) 7, 8, 15

(iii) 6, 7, 8

(iv) 8, 15, 17

(v) 3, 4, 5

**हल : (i)**

$$13^2 = 169$$

$$12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$$

$\therefore 169 = 169$ , अतः **(5, 12, 13)** पाइथागोरियन त्रिक है।

उत्तर

**(ii)**

$$15^2 = 225$$

$$8^2 + 7^2 = 64 + 49 = 113$$

$\therefore 225 \neq 113$ , अतः **(7, 8, 15)** पाइथागोरियन त्रिक नहीं है।

उत्तर

**(iii)**

$$8^2 = 64$$

$$7^2 + 6^2 = 49 + 36 = 85$$

$\therefore 64 \neq 85$ , अतः **(6, 7, 8)** पाइथागोरियन त्रिक नहीं है।

उत्तर

**(iv)**

$$17^2 = 289$$

$$8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$$

$\therefore 289 = 289$ , अतः **(8, 15, 17)** पाइथागोरियन त्रिक है।

उत्तर

**(v)**

$$5^2 = 25$$

$$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$\therefore 25 = 25$ , अतः **(3, 4, 5)** पाइथागोरियन त्रिक है।

उत्तर

प्रश्न 10. सत्यापन कीजिए यदि कोई  $n$  विषम संख्या है तो  $n, \frac{n^2-1}{2}, \frac{n^2+1}{2}$  पाइथागोरियन त्रिक हैं।

हल : पाइथागोरस प्रमेय के अनुसार (कर्ण)<sup>2</sup> = (लम्ब)<sup>2</sup> + (आधार)<sup>2</sup>

$$\left(\frac{n^2+1}{2}\right)^2 = (n)^2 + \left(\frac{n^2-1}{2}\right)^2$$

$$\frac{n^4+1+2n^2}{4} = \frac{n^2}{1} + \frac{n^4+1-2n^2}{4}$$

$$\frac{n^4+2n^2+1}{4} = \frac{4n^2+n^4+1-2n^2}{4}$$

$$\frac{n^4+2n^2+1}{4} = \frac{n^4+2n^2+1}{4}$$

$$n^4+2n^2+1 = n^4+2n^2+1$$

अतः बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

(b)

प्रश्न 1.

त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसकी भुजा BC=6.0 सेमी  $\angle B=50^\circ$  तथा CA+AB=8.0 सेमी

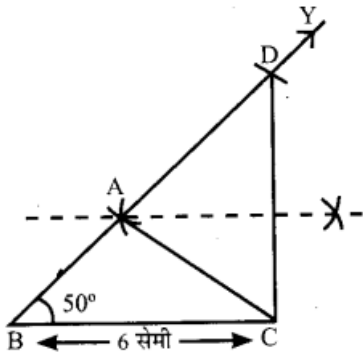
हल :

दिया है  $\Delta ABC$  में रेखाखण्ड BC = 6 सेमी  $\angle B = 50^\circ$  तथा CA + AB = 8 सेमी

रचना करनी है –  $\Delta ABC$  की।

रचना-

1. सर्वप्रथम रेखाखण्ड BC=6 सेमी खींचा।
2. बिन्दु B पर  $50^\circ$  का कोण बनाती हुई रेखा BY खींची।
3. रेखा BY से दो भुजाओं का योग (CA+AB=8 सेमी) का रेखाखण्ड BD खींचा। बिन्दु D को C से मिलाया।
4. रेखाखण्ड CD का लम्बार्द्धक खींचा जो कि BD को A पर प्रतिच्छेद करता है। A को C से मिलाया।
5. यही  $\Delta ABC$  अभीष्ट त्रिभुज है।



प्रश्न 2.

$\Delta ABC$  की रचना कीजिए जिसमें BC = 7.5 सेमी,  $\angle B = 45^\circ$  तथा

AB – CA = 2.0 सेमी

हल :

दिया है  $\Delta ABC$  में रेखाखण्ड

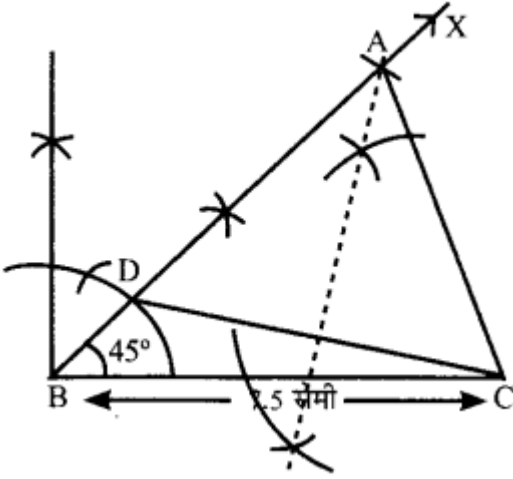
BC=7.5 सेमी  $\angle B = 45^\circ$  तथा AB –

CA = 2 सेमी

रचना करनी है –  $\Delta ABC$  की

रचना –

1. सर्वप्रथम रेखाखण्ड  $BC = 7.5$  सेमी खींचा।
2. बिन्दु B पर परकार व पटरी की सहायता से  $45^\circ$  का कोण बनाती हुए रेखा BX खींची।
3. रेखा BX से  $AB - CA = 2$  सेमी का रेखाखण्ड BD खींचा।
4. बिन्दु D से C को मिलाया।
5. रेखाखण्ड CD का लम्बार्द्धक खींचा जो BX को A पर काटता है। CA को मिलाया।
6. यही  $\Delta ABC$  अभीष्ट त्रिभुज है।



**प्रश्न 3.**

$\Delta ABC$  की रचना कीजिए जिसमें  $BC = 5$  सेमी,  $\angle B = 50^\circ$  तथा  $AC - AB = 2$  सेमी

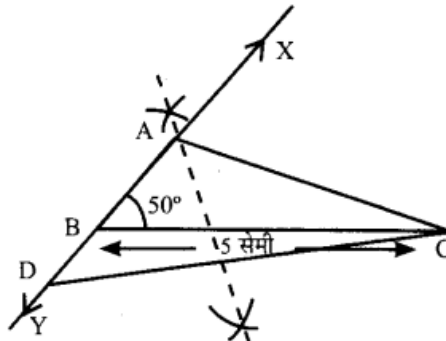
**हल :**

दिया है  $\Delta ABC$  में रेखाखण्ड  $BC = 5$  सेमी  $\angle B = 50^\circ$  तथा  $AC - AB = 2$  सेमी

रचना करनी है –  $\Delta ABC$  की।

रचना –

1. सर्वप्रथम रेखाखण्ड  $BC = 5$  सेमी खींचा।
2. बिन्दु B पर  $50^\circ$  का कोण बनाती हुई रेखा BX खींची तथा इसे B की तरफ नीचे बढ़ाते हुए रेखा BY खींची।
3. रेखा BY से  $AC - AB = 2$  सेमी का रेखाखण्ड BD खींचा।
4. बिन्दु D से C को मिलाया।
5. रेखाखण्ड CD का लम्बार्द्धक खींचा जो रेखा BX को A पर काटता है। CA को मिलाया।
6. यही  $\Delta ABC$  अभीष्ट त्रिभुज है।



(c)

**प्रश्न 1.**

नीचे दी गई भुजाओं और कोणों से त्रिभुज खींचकर उनके शीर्षलम्ब खींचिए तथा जाँच कीजिए कि प्रत्येक त्रिभुज के शीर्षलम्ब संगामी हैं।

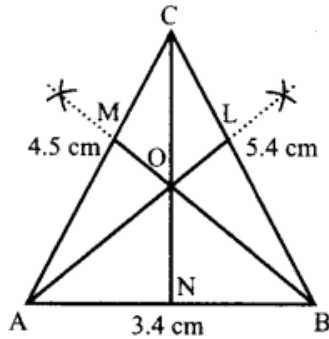
(i) 3.4 सेमी. 5.4 सेमी. 4.5 सेमी;

(ii) दो भुजाएँ 6 सेमी और 4.5 सेमी तथा इनके बीच का कोण  $120^\circ$ ;

(iii) दो भुजाएँ 5 सेमी और 4 सेमी तथा इनके बीच की कोण  $90^\circ$ ;

(iv) दो कोण  $65^\circ$  तथा  $80^\circ$  और बीच की भुजा 5 सेमी।।

**(i) रचना** – सर्वप्रथम दी हुई भुजाओं की माप से  $\triangle ABC$  बनाया। शीर्ष A से  $AL \perp BC$  खींचा। शीर्ष B से  $BM \perp AC$  खींचा। शीर्ष C से  $CN \perp AB$  खींची।  $\triangle ABC$  के तीनों शीर्षलम्ब  $AL$ ,  $BM$  और  $CN$  एक ही बिन्दु  $O$  से होकर जाते हैं। अतः प्रत्येक त्रिभुज के शीर्षलम्ब संगामी हैं।



**प्रश्न 2.**

एक समद्विबाहु त्रिभुज  $ABC$  खींचिए, जिसमें  $AB=AC$ , शीर्ष A से शीर्षलम्ब  $AL$  खींचिए। मापकर बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या नहीं।

**हल :**

(i)  $BL = LC$

(ii)  $\angle B = \angle C$

(iii)  $\angle BAL = \angle CAL$

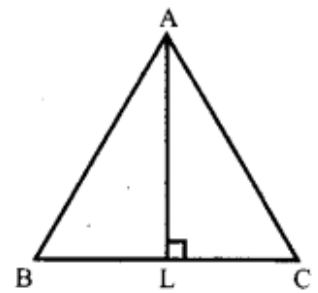
(iv) शीर्षलम्ब  $AL$  ने समद्विबाहु  $\triangle ABC$  को दो सर्वांगसम त्रिभुजों में बाँट दिया है।

– सत्य

– सत्य

– सत्य

– सत्य

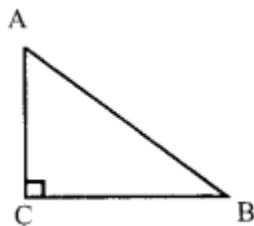


**प्रश्न 3.**

$\triangle ABC$  में  $\angle C$  समकोण है। इस त्रिभुज का बिना शीर्षलम्ब खींचे तथा केन्द्र बताइए।

**हल :**

$\triangle ABC$  में  $\angle C$  समकोण है अतः त्रिभुज का लम्बकेन्द्र, शीर्ष लम्ब  $AC$  तथा  $BC$  का प्रतिच्छेद बिन्दु  $C$  होगा।



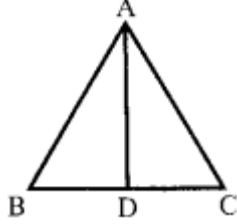
(d)

प्रश्न 1.

निम्नलिखित कथनों को अपनी अभ्यास-पुस्तिका में लिखकर रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए: ( पूर्ति करके)

उत्तर :

- त्रिभुज की माधिका वह रेखाखण्ड है जो इसके किसी शीर्ष को सम्मुख भुजा के मध्यबिन्दु से मिलाती है।
- किसी त्रिभुज की माधिकाएँ संगामी होती हैं।
- त्रिभुज की माधिकाएँ जिस बिन्दु पर मिलती हैं उसे केन्द्रक कहते हैं।



प्रश्न 2.

एक समद्विबाहु त्रिभुज ABC खींचिए, जिसमें  $AB = AC$  माधिका AD खींचिए। नापकर बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या नहीं।

उत्तर :

सर्वप्रथम एक समद्विबाहु त्रिभुज ABC, खींचा, जिसमें  $AB = AC$  एवं AD माधिका खींची। नापने पर,

- AD, BC पर लम्ब है। ( सत्य)
- AD,  $2A$  को समद्विभाजित करता है। ( सत्य)
- AD, BC का लम्ब समद्विभाजक है। ( सत्य)

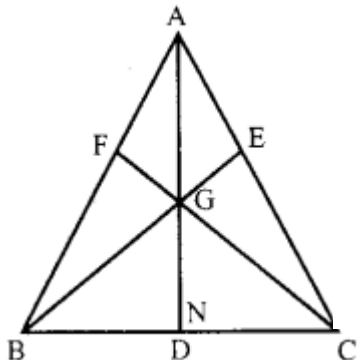
प्रश्न 3.

AD, BE और CF किसी  $\triangle ABC$  की माधिकाएँ हैं और G इसका केन्द्रक है। यदि  $BE=CF$ , तो  $\triangle GBC$  किस प्रकार का त्रिभुज है? आकृति बनाकर देखिए।

- विषमबाहु
- समद्विबाहु
- समबाहु

हल :

- समद्विबाहु



(e)

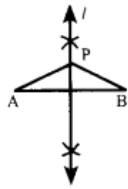
प्रश्न 1.

एक रेखाखण्ड AB लेकर उसकी लम्ब समद्विभाजक रेखा खींचिए। पर कोई बिन्दु P लेकर PA और PB को नापिए। क्या PA और PB बराबर हैं?



**हल :**

हाँ, PA और PB बराबर हैं।



**प्रश्न 2.**

एक समकोण त्रिभुज ABC खींचिए, जिसमें  $\angle C$  समकोण हो।

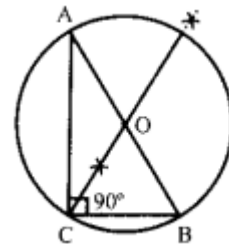
AB का मध्य बिन्दु O ज्ञात कीजिए। केन्द्र O

और त्रिज्या OA वाला एक वृत्त खींचिए। क्या यह C से होकर जाता है? A

ABC के संदर्भ में, बिन्दु O को क्या कहते हैं?

**हल :**

हाँ, केन्द्र O और त्रिज्या OA वाला वृत्त C से होकर जाता है।  $\Delta ABC$  के संदर्भ में, बिन्दु O को परिकेन्द्र कहते हैं।



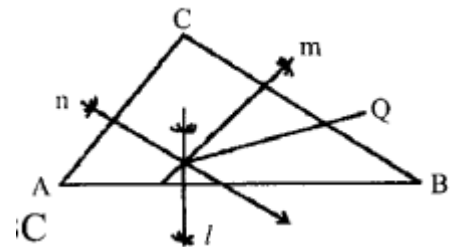
**प्रश्न 3.**

नीचे दी गई भुजाओं और कोणों से त्रिभुज बनाइए और उनकी भुजाओं के लम्ब समद्विभाजक खींचिए और जाँच कीजिए कि वे संगामी हैं।

(i) 7 सेमी, 5 सेमी और 4 सेमी

(ii) 6 सेमी तथा भुजा पर बने कोण  $90^\circ$  और  $30^\circ$

(iii) 4.5 सेमी, 2.5 सेमी, बीच कोण  $105^\circ$



**(i) रचना** – सर्वप्रथम दी गई भुजा व कोणों की माप से त्रिभुज ABC बनाया। भुजा AB, BC तथा AC के लम्ब समद्विभाजक क्रमशः l, m तथा n खींचे। ये लींब समद्विभाजक एक-दूसरे को बिन्दु O पर काटते हैं। अतः ये संगामी हैं।

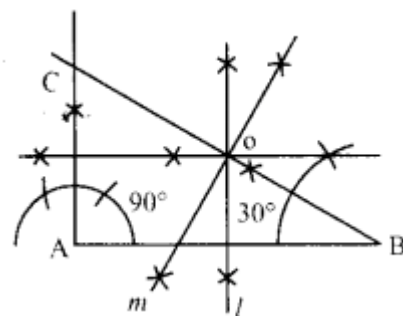
**(ii) रचना** – सर्वप्रथम 6 सेमी की एक रेखा AB खींची।

अब बिन्दु A पर  $90^\circ$  का कोण और बिन्दु B पर  $30^\circ$

का कोण बनाया A और B के किरणों को बढ़ाया जो एक-दूसरे को बिन्दु C पर काटती हैं। अब AB, BC और AC के लम्ब समद्विभाजक खींचे। ये लम्ब समद्विभाजक एक-दूसरे को बिन्दु पर काटते हैं। अतः ये संगामी हैं।

**(iii) रचना** – विद्यार्थी

(ii) की भाँति अध्यापक की सहायता से स्वयं करें।



**(f)**

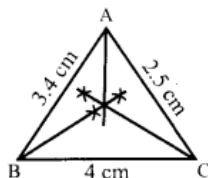
**प्रश्न 1.**

नीचे दी गई भुजाओं तथा कोणों से त्रिभुज बनाइए और उनके कोणों के समद्विभाजक खींचकर जाँच कीजिए कि क्या वे संगामी हैं।

(i) 3.4 सेमी, 4 सेमी तथा 2.5 सेमी

(ii) 4.6 सेमी, 3.5 सेमी तथा बीच का कोण  $120^\circ$

(iii) 5 सेमी, 4 सेमी तथा 2.5 सेमी।



(i) रचना – सर्वप्रथम दी गई भुजाओं की माप से  $\Delta ABC$  बनाया।  $\angle A$ ,  $\angle B$  और  $\angle C$  के समद्विभाजक खींचे। ये एक-दूसरे के बिन्दु  $O$  पर काटते हैं।

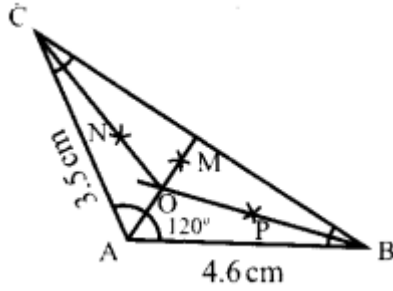
अतः ये संगामी हैं।

(ii) रचना – सर्वप्रथम दी गई भुजा व कोणों की माप से त्रिभुज  $\Delta ABC$  बनाया।  $\angle A$ ,  $\angle B$  और  $\angle C$  के समद्विभाजक खींचे। ये एक-दूसरे के बिन्दु  $O$  पर काटते हैं।

अतः ये संगामी हैं।

(iii) रचना – छात्र खंड

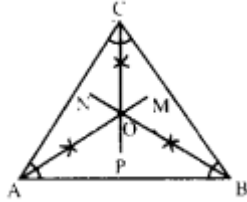
(i) की भाँति स्वयं करें।



**प्रश्न 2.**

एक समबाहु  $\Delta ABC$  खींचिए और उसका केन्द्र ज्ञात कीजिए। यह भी ज्ञात कीजिए कि इसके परिकेन्द्र, लम्बकेन्द्र व केन्द्रक इसके अन्तः केन्द्र पर संपाती हैं।

**रचना** – सर्वप्रथम एक समबाहु त्रिभुज  $ABC$  खींचा।  $\angle A$ ,  $\angle B$  तथा  $\angle C$  के समद्विभाजक किए। जो त्रिभुज में बिन्दु  $O$  से होकर जाते हैं। बिन्दु  $O$  समद्विबाहु त्रिभुज का अन्तः केन्द्र है। चूँकि समबाहु त्रिभुज में अन्तः केन्द्र, परिकेन्द्र, लम्बकेन्द्र व केन्द्रक एक ही बिन्दु होता है। अतः समबाहु त्रिभुज के परिकेन्द्र, लम्बकेन्द्र व केन्द्रक इसके अन्तः केन्द्र पर संपाती हैं।

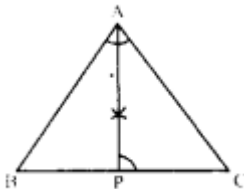


**प्रश्न 3.**

पाश्र्व चित्र में  $\Delta ABC$  समद्विबाहु त्रिभुज है, इसमें  $AB = AC$  है,

$AP$ ,  $\angle A$  का अर्धक है। यह रेखाखण्ड  $AP$ ,  $BC$  का लम्बार्धक है या नहीं। चित्र खींचकर और नापकर बताइए।

**रचना** – सर्वप्रथम एक समद्विबाहु त्रिभुज  $ABC$  खींचा, जिसमें  $AB = AC$ ।  $\angle A$  का अर्धक  $AP$  खींचा। भुजा  $BC$  का लम्बार्धक खींचा, जो अर्धक  $AP$  से मिलता है। अतः रेखाखण्ड  $AP$ ,  $BC$  का लम्बार्धक है।



(g)

**प्रश्न 1.**

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए ( पूर्ति करके)

**हल :**

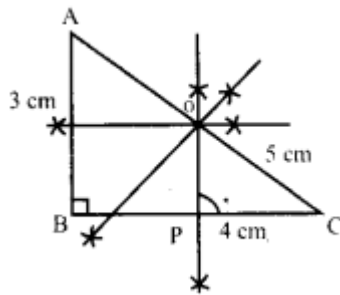
- समकोण त्रिभुज का परिकेन्द्र कर्ण पर स्थित होता है।
- अधिक कोण त्रिभुज का परिकेन्द्र त्रिभुज के बाह्य क्षेत्र में स्थित होता है।
- न्यूनकोण त्रिभुज का परिकेन्द्र त्रिभुज अन्तः क्षेत्र में स्थित होता है।

**प्रश्न 2.**

एक त्रिभुज ABC खींचिए जिसमें  $AB=3$  सेमी,  $BC=4$  सेमी और  $AC=5$  सेमी। इस त्रिभुज का परिकेन्द्र ज्ञात कीजिए।

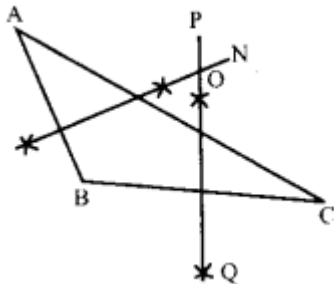
**रचना** – सर्वप्रथम दी गई नाप के अनुसार एक त्रिभुज ABC खींचा। भुजा AB, BC

तथा AC के लम्बार्धक खींचे, जो एक-दूसरे को बिन्दु O पर काटते हैं। अतः बिन्दु O त्रिभुज का परिकेन्द्र है, जो त्रिभुज के कर्ण पर स्थित है।

**प्रश्न 3.**

एक अधिक कोण त्रिभुज ABC बनाइए जिसका कोण B अधिक कोण हो, इस त्रिभुज का परिकेन्द्र ज्ञात कीजिए।

**रचना** – सर्वप्रथम किसी भी नाप का एक अधिककोण त्रिभुज बनाया, जिसका कोण B अधिक कोण है। भुजा AB तथा BC के लम्बार्धक खींचे, जो एक-दूसरे को बिन्दु O पर काटते हैं। अतः बिन्दु O त्रिभुज ABC को परिकेन्द्र है।



(h)

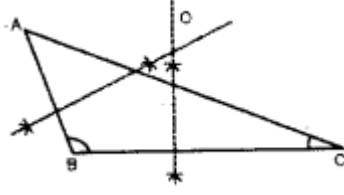
**प्रश्न 1.**

एक  $\Delta ABC$  बनाइए, जिसका  $\angle B$  अधिक कोण हो। इस त्रिभुज का लम्बकेन्द्र ज्ञात कीजिए।

**रचना** – सर्वप्रथम एक त्रिभुज ABC बनाया, जिसमें B अधिक कोण है।

त्रिभुज के शीर्ष A तथा C से शीर्षलम्ब खींचे,

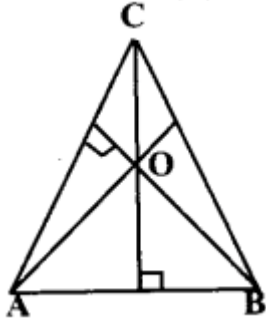
जो एक-दूसरे को त्रिभुज के बाहर बिन्दु O पर काटते हैं। अतः बिन्दु O त्रिभुज का लम्बकेन्द्र है, जो त्रिभुज के बाह्य क्षेत्र में स्थित है।



**प्रश्न 2.**

न्यूनकोण त्रिभुज ABC बनाइए तथा इसका लम्बकेन्द्र ज्ञात कीजिए। यह भी बताइए कि इस त्रिभुज का लम्बकेन्द्र त्रिभुज के अन्तः क्षेत्र में स्थित है अथवा बाह्य क्षेत्र में।

**रचना** – सर्वप्रथम एक न्यूनकोण त्रिभुज ABC बनाया। त्रिभुज के शीर्ष A, B तथा C से शीर्षलम्बे खींचे, जो एक-दूसरे को बिन्दु O पर काटते हैं। अतः बिन्दु O त्रिभुज का लम्बकेन्द्र है, जो त्रिभुज के अन्तः क्षेत्र में स्थित है।

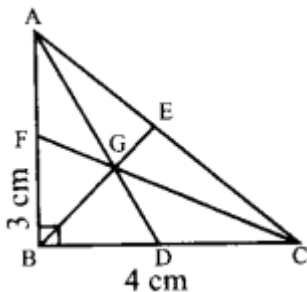


(i)

**प्रश्न 1.**

समकोण त्रिभुज ABC में  $\angle B$  समकोण है।  $AB = 3$  सेमी,  $BC = 4$  सेमी। इस त्रिभुज की रचना कर इसका केन्द्रक ज्ञात कीजिए।

**रचना** – सर्वप्रथम दी गई नाप के अनुसार एक समकोण त्रिभुज ABC बनाया। AB, BC तथा AC के मध्यबिन्दु क्रमशः F, D, E ज्ञात किए। त्रिभुज की माधिकाएँ AD, BE तथा CF खींची। तीनों माधिकाएँ एक-दूसरे को बिन्दु G पर काटती हैं। अतः बिन्दु G त्रिभुज का केन्द्रक है।



**प्रश्न 2.**

एक त्रिभुज की माधिकाएँ क्रमशः 6 सेमी, 9 सेमी और 12 सेमी लम्बी हैं। इस त्रिभुज के केन्द्रक द्वारा माधिकाओं के विभाजित भाग ज्ञात कीजिए।

**रचना** – त्रिभुज का माधिकाएँ  $AD = 6$  सेमी,  $BE = 9$  सेमी,  $CF = 12$  सेमी हम जानते हैं कि त्रिभुज का केन्द्रक माधिकाओं को 2:1 के अनुपात में विभाजित करती है।

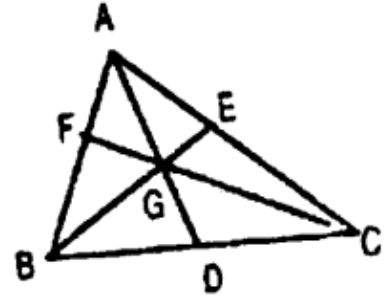
$$AG : GD = BG : GE = CG : GF = 2 : 1$$

$$\text{आनुपातिक योग} = 2 + 1 = 3$$

$$AG = \frac{2}{3} \times 6 = 4 \text{ सेमी}, GD = \frac{1}{3} \times 6 = 2 \text{ सेमी}$$

$$BG = \frac{2}{3} \times 9 = 6 \text{ सेमी}, GE = \frac{1}{3} \times 9 = 3 \text{ सेमी}$$

$$CG = \frac{2}{3} \times 12 = 8 \text{ सेमी}, GF = \frac{1}{3} \times 12 = 4 \text{ सेमी}$$



(j)

**प्रश्न 1.**

आकृति 5.50 में दो त्रिभुज ABC और PQR समरूप हैं। इनकी भुजाओं की लम्बाइयाँ सेमी में अंकित हैं। x और y ज्ञात कीजिए।

**हल :**  $\because \Delta ABC$  और  $PQR$  समरूप हैं।

$$\therefore \frac{AC}{PR} = \frac{BC}{QR}$$

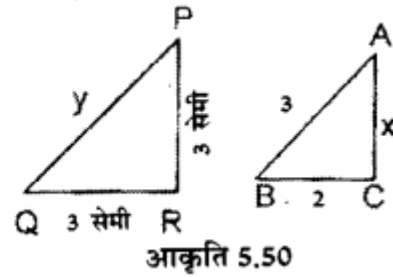
$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ सेमी}$$

$$\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{3} = \frac{8}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{3 \times 8}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ सेमी}$$

**प्रश्न 2.**

यदि किसी त्रिभुज ABC और त्रिभुज PQR में उनकी भुजाएँ क्रमशः  $AB = 3$  सेमी,  $BC = 5$  सेमी,  $CA = 4$  सेमी तथा  $PQ = 7$  सेमी,  $PR = 6$  सेमी,  $QR = 8$  सेमी है, तो त्रिभुज समरूप हैं या नहीं?

**हल :**

दो त्रिभुज समरूप होंगे यदि,

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{PR}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{3 \text{ सेमी}}{7 \text{ सेमी}}, \quad \frac{BC}{QR} = \frac{5 \text{ सेमी}}{8 \text{ सेमी}}, \quad \frac{CA}{PR} = \frac{4 \text{ सेमी}}{6 \text{ सेमी}} = \frac{2 \text{ सेमी}}{3 \text{ सेमी}}$$

$$\therefore \frac{3}{7} \neq \frac{5}{8} \neq \frac{2}{3}$$

**प्रश्न 3.**

आकृति 5.51 में त्रिभुज ABC और त्रिभुज PQR समरूप हैं। त्रिभुज PQR की शेष भुजाओं को ज्ञात कीजिए।

**हल :**  $\because \Delta ABC$  तथा  $\Delta PQR$  समरूप हैं।

$$\therefore \frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC}$$

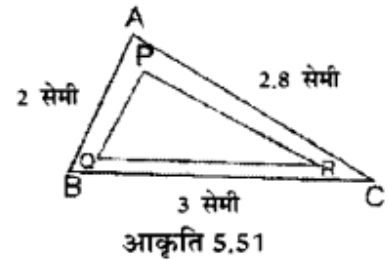
$$\frac{PQ}{2} = \frac{1.5}{3}$$

$$\therefore PQ = \frac{2 \times 1.5}{3} = 1 \text{ सेमी}$$

$$\frac{PR}{AC} = \frac{QR}{BC}$$

$$\frac{PR}{2.8} = \frac{1.5}{3}$$

$$\therefore PR = \frac{2.8 \times 1.5}{3} = 1.4 \text{ सेमी}$$



**प्रश्न 4.**

त्रिभुज ABC में MN, BC के समान्तर  $\Delta ABC$  के शेष कोणों की माप बताइए। क्या त्रिभुज

ABC और त्रिभुज AMN समरूप हैं?

**हल :**  $\because MN \parallel BC$  है

$$\therefore \angle B = \angle M = 30^\circ \quad (\text{संगत कोण})$$

$$\angle N = 180^\circ - (30^\circ + 88^\circ)$$

$$= 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$$

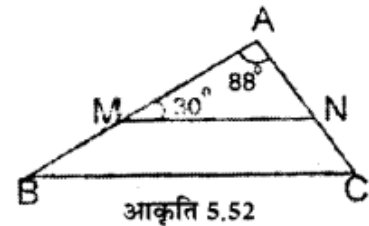
$$\angle C = \angle N = 62^\circ \quad (\text{संगत कोण})$$

$\Delta ABC$  तथा  $\Delta AMN$  में

$$\angle AMN = \angle ABC$$

$$\angle ANM = \angle ACB \text{ तथा } \angle BAC \text{ उभयनिष्ठ}$$

अतः  $\Delta ABC$  और  $\Delta AMN$  समरूप हैं।



**प्रश्न 5.**

उपर्युक्त आकृति 5.53 में, यहि M तथा N क्रमशः AB और AC भुजाओं के मध्य बिन्दु हों, तो भुजा BC और MN का अनुपात ज्ञात कीजिए।

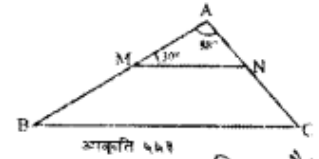
**हल :**

तो भुजा BC और MN का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल :  $\because \Delta ABC$  तथा  $\Delta AMN$  समरूप हैं।

$$\therefore \frac{BC}{MN} = \frac{AB}{AM} = \frac{2AM}{AM}$$

अतः  $BC : MN = 2 : 1$



( $\because$  M, भुजा AB का मध्य बिन्दु है)

**प्रश्न 6.**

दो समान्तर रेखाखण्ड AB और CD खींचिए। A को D से और B को C से मिलाइए। मान लीजिए कि वे एक-दूसरे को बिन्दु O पर काटती हैं। क्या त्रिभुज OAB और त्रिभुज OCD समरूप होंगे?

हल : दो समान्तर रेखाएँ AB तथा CD खींची।

AD तथा BC को मिलाया, जो एक-दूसरे को बिन्दु O पर काटती हैं।

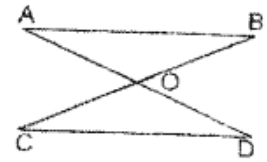
$\Delta OAB$  तथा  $\Delta ODC$  में,

$$\angle AOB = \angle COD$$

$$\angle OAB = \angle ODC$$

$$\angle OBA = \angle OCD$$

अतः हाँ,  $\Delta OAB$  तथा  $\Delta ODC$  समरूप होंगे।



(शीर्षाभिमुख कोण)

(एकांतर कोण)

(एकांतर कोण)

**प्रश्न 7.**

क्या आकृति 5.54 में ABC त्रिभुज और त्रिभुज PRQ समरूप हैं? यदि हाँ, तो कारण बताइए।

हल :  $\Delta ABC$  तथा  $\Delta PQR$  में,

$$\angle A = \angle P = z$$

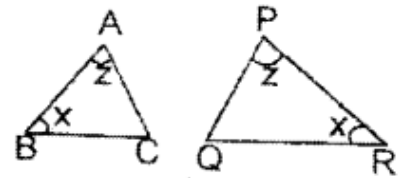
$$\angle B = \angle R = x$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - (\angle B + \angle A) = 180^\circ - (x + z)$$

$$\text{तथा } \angle Q = 180^\circ - (\angle R + \angle P) = 180^\circ - (x + z)$$

$$\Rightarrow \angle C = \angle Q$$

चूँकि दोनों त्रिभुजों के तीनों कोण बराबर हैं अतः  $\Delta ABC$  तथा  $\Delta PQR$  समरूप हैं।

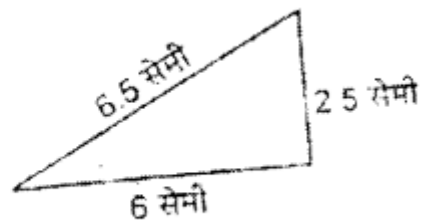
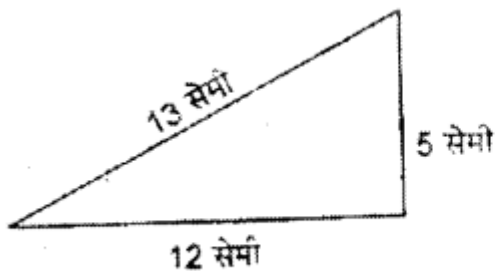


आकृति 5.54

**प्रश्न 8.**

20 मी = 1 सेमी मानकर एक खेत का आकार आकृति 5.55 में दर्शाया गया है।

40 मी = 1 सेमी मानकर खेत का नया आकार अपनी अभ्यास पुस्तिका पर दर्शाइए।



आकृति 5.55

हल :

चित्र में पैमाना 20 मीटर = 1 सेमी मानकर खेत का आकार प्रदर्शित किया गया है। यदि पैमाना : 40 मीटर = 1 सेमी माना जाए तो खेत के नए आकार में 5 सेमी वाली भुजा 2.5 सेमी, 12 सेमी वाली भुजा 6 सेमी तथा 13 सेमी वाली भुजा 6.5 सेमी होगी। अतः खेत के नए आकार संगत भुजाएँ पहली भुजाओं की आधी होंगी।

(k)

**प्रश्न 1.**

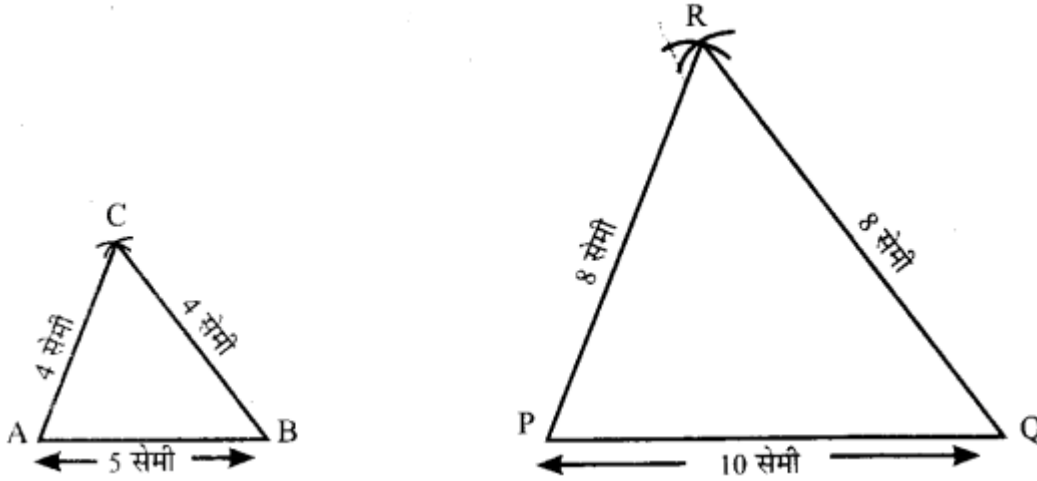
यदि किसी त्रिभुज ABC की भुजाओं में 4:4:5 का अनुपात हो, तो उनके समरूप एक त्रिभुज की रचना कीजिए। जिसका आधार 7 सेमी हो।।

**हल :**

दिया है-  $\Delta ABC$  जिसकी भुजाओं में अनुपात 4:4:5 है।

रचना करनी है-  $\Delta ABC$  के समरूप  $\Delta PQR$  की।

1. A की भुजाओं में अनुपात 4:4:5 है। इस अनुपात में 2 से गुणा करने पर क्रमश 8 सेमी, 8 सेमी तथा 10 सेमी होगी।



2. अब 6 सेमी, 8 सेमी तथा 10 सेमी की भुजाओं का  $\Delta PQR$  बनाया।

3. रेखाखण्ड  $PQ = 10$  सेमी खींचा  $\angle A = \angle P$  तथा  $\angle B = \angle Q$  बनाती हुई रेखाएँ खींचीं जोकि एक दूसरे को बिन्दु R पर काटती है। यही  $\Delta PQR \sim \Delta ABC$  को समरूप है।

**प्रश्न 2.**

यदि किसी त्रिभुज ABC की भुजाओं में 3:4:5 का अनुपात हो, तो उनके समरूप

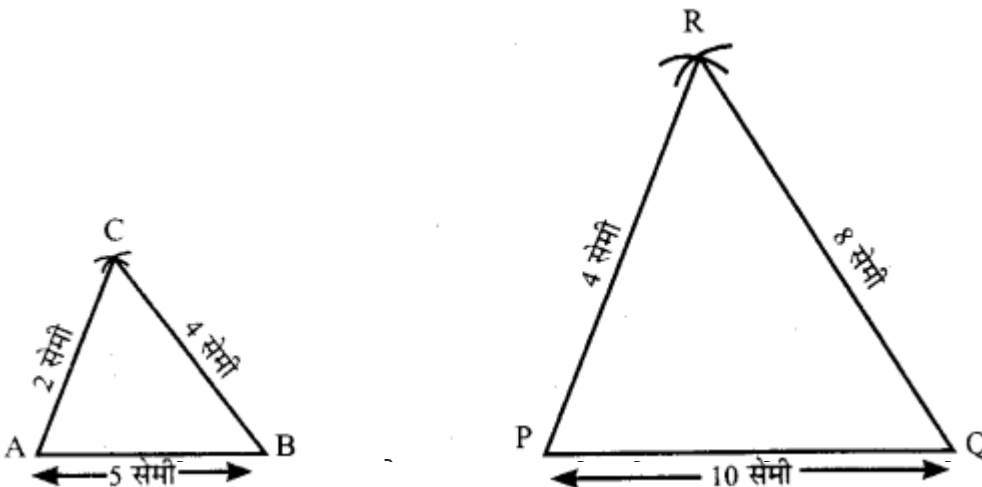
एक त्रिभुज की रचना कीजिए। जिसका आधार 7 सेमी हो।

**हल :**

दिया है –  $\Delta ABC$  जिसकी भुजाओं में अनुपात 3:4:5 है।

रचना करनी है –  $\Delta ABC$  के समरूप  $\Delta PQR$  की।

1.  $\Delta$  की भुजाओं में अनुपात 3:4:5 है। इस अनुपात में 2 से गुणा करने पर क्रमश 6 सेमी, 8 सेमी तथा 10





2. अब 6 सेमी, 8 सेमी तथा 10 सेमी की भुजाओं का  $\Delta PQR$  बनाया।

3. रेखाखण्ड  $PQ = 10$  सेमी खींचा  $\angle A = \angle P$  तथा  $\angle B = \angle Q$  बनाती हुई रेखाएँ खींची जोक एक दूसरे को बिन्दु  $R$  पर काटती है। यही  $\Delta PQR \Delta ABC$  को समरूप  $\Delta$  है।

### प्रश्न 3.

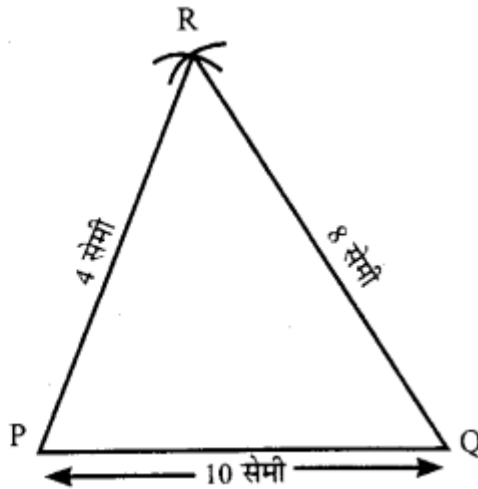
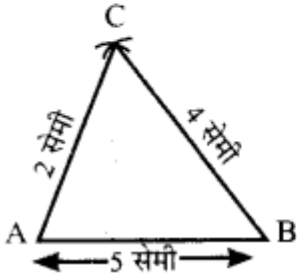
यदि किसी त्रिभुज  $\Delta ABC$  की भुजाओं में 2:4:5 को अनुपात हो तो, उनके समरूप एक त्रिभुज की रचना कीजिए। जिसको आधार 3 सेमी हो।।

हल :

दिया है –  $\Delta ABC$  जिसकी भुजाओं में अनुपात 2:4:5 है।

रचना करनी है –  $\Delta ABC$  के समरूप  $\Delta PQR$  की

1.  $A$  की भुजाओं में अनुपात 2:4:5 है। इस अनुपात में 2 से गुणा करने पर क्रमश 4 सेमी, 8 सेमी तथा 10 सेमी होगी।



2. अब 4 सेमी, 8 सेमी तथा 10 सेमी की भुजाओं का  $\Delta PQR$  बनाया।

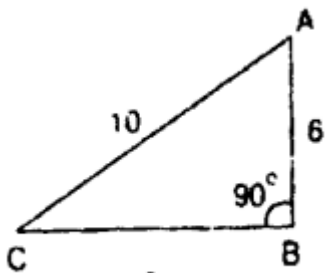
3. रेखाखण्ड  $PQ = 10$  सेमी खींचा  $\angle A = \angle P$  तथा  $\angle B = \angle Q$  बनाती हुई रेखाएँ खींची जोकि एक दुसरे को बिन्दु  $R$  पर काटती है। यही  $\Delta PQR \Delta ABC$  का समरूप  $\Delta$  है।

### दक्षता अभ्यास 5

#### प्रश्न 1.

समकोण त्रिभुज  $ABC$  में  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 6.0$  सेमी,  $AC = 10$  सेमी, तो  $BC$  की माप होगी:

- (i) 6 सेमी
- (ii) 10 सेमी
- (iii) 8 सेमी
- (iv) इनमें से कोई नहीं



आकृति 5.57

हल:

$$BC^2 = AC^2 - AB^2 = 10^2 - 6^2$$

$$100 - 36 = 64 = 8^2$$

$$BC = 8 \text{ सेमी (iii)}$$

प्रश्न 2.

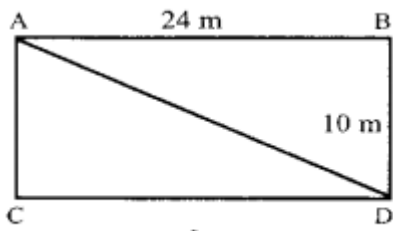
एक आयताकार मैदान की लम्बाई 24 मीटर, चौड़ाई 10 मीटर है। इस आयताकार मैदान का विकर्ण होगा

(i) 26 मी

(ii) 29 मी

(iii) 20 मी

(iv) 24 मी



आकृति 5.58

हल:

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 = 24^2 + 10^2$$

$$= 576 + 100 = 676 = 26^2$$

$$AD = 26 \text{ मी (i)}$$

प्रश्न 3.

एक सर्वेक्षक (Surveyor) बिन्दु A और B के बीच की दूरी ज्ञात करना चाहता है किन्तु वह A

से B तक सीधा नहीं पहुँच सकता, अतः वह चित्रानुसार एक समकोण

त्रिभुज बनाता है जिसमें AC=21 मी, BC=35 मी, AB कितना लम्बा

है?

हल : समकोण त्रिभुज ABC में, AC = 21 मी, BC = 35 मी

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

⇒

$$AB^2 = BC^2 - AC^2$$

⇒

$$AB^2 = 35^2 - 21^2$$

⇒

$$AB^2 = 1225 - 441$$

⇒

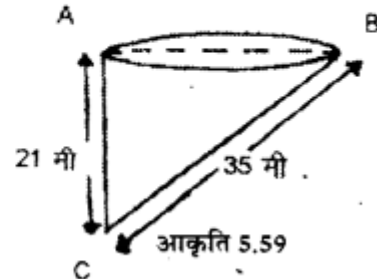
$$AB^2 = 784$$

⇒

$$AB^2 = 28^2$$

⇒

$$AB = 28 \text{ मी}$$



**प्रश्न 4.**

बिन्दु A और B एक झील के विपरीत किनारे हैं। एक सर्वेक्षक A और B के बीच की दूरी ज्ञात करने के लिए आकृति 2.46 के अनुसार एक समकोण त्रिभुज ADC बनाता है। A से बिन्दु B के बीच की दूरी कितनी है, जबकि BC= 12 मीटर है।

**हल :**

समकोण त्रिभुज ADC में,

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$

⇒

$$AC^2 = 30^2 + 40^2$$

⇒

$$AC^2 = 900 + 1600$$

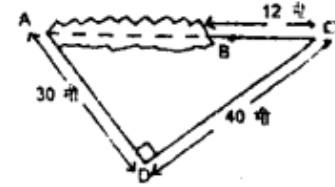
⇒

$$AC^2 = 2500$$

⇒

$$AC = 50 \text{ मीटर}$$

अतः A से B के बीच की दूरी (AB) = AC - BC = 50 - 12 = **38 मीटर**

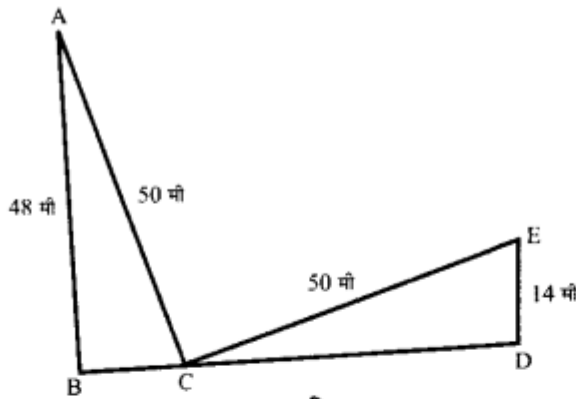


आकृति 5.60

**प्रश्न 5.**

एक सड़क के दोनों किनारों पर दो मकान आमने-सामने हैं। 50 मी लम्बी सीढ़ी का एक सिरा सड़क के एक ओर स्थित मकान की दीवार पर 48 मी ऊँचाई तक पहुँचता है तथा दूसरे किनारे वाले मकान की दीवार पर यह केवल 14 मी ऊँचाई तक पहुँचता है। सड़क की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

(संकेत : चित्रानुसार सड़क की चौड़ाई BD = BC + CD)



आकृति 5.61

**हल :** समकोण त्रिभुज ABC में,

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$

$$BC^2 = 50^2 - 48^2$$

$$BC^2 = 2500 - 2304$$

$$BC^2 = 196$$

$$BC = \sqrt{196}$$

$$BC = 14 \text{ मी}$$

समकोण त्रिभुज CDE में,

$$CD^2 + DE^2 = CE^2$$

$$CD^2 = CE^2 - DE^2$$

$$CD^2 = 50^2 - 14^2$$

$$CD^2 = 2500 - 196$$

$$CD^2 = 2304$$

$$CD = \sqrt{2304}$$

$$CD = 48 \text{ मी}$$

अतः सड़क की चौड़ाई (BD) = BC + CD = 14 + 48 = **62 मी**

**प्रश्न 6.**

उस त्रिभुज का नाम बताइए जिसके परिकेन्द्र और अन्तः बिन्दु एक ही होते हैं।

**हल :**

समबाहु त्रिभुज में परिकेन्द्र और अन्तः केन्द्र एक ही होते हैं।

**प्रश्न 7.**

3,4,5 पाइथागोरियन त्रिक है। दिखाइए कि 15, 20, 25 भी पाइथागोरियन त्रिक है।

**हल :**

$$(25)^2 = (15)^2 + (20)^2$$

$$25 \times 25 = 15 \times 15 + 20 \times 20$$

$$625 = 225 + 400$$

$$\text{या } 625 = 625$$

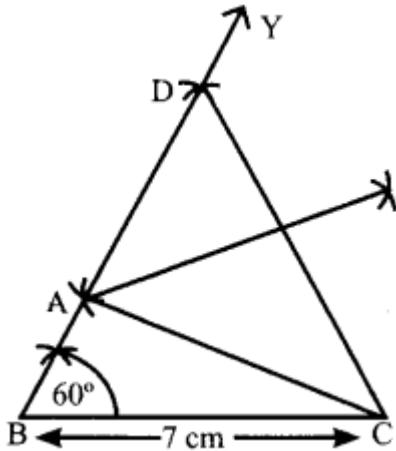
अतः 15, 20, 25 भी पाइथागोरियन त्रिक है।

**प्रश्न 8.**

एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसका आधार 7 सेमी,  $\angle B = 60^\circ$  तथा दो भुजाओं का योग 9 सेमी है।

**हल :**

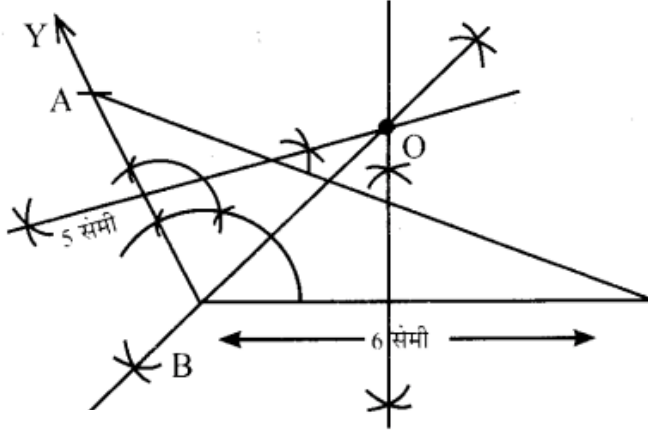
1. सर्वप्रथम रेखाखण्ड BC=7सेमी खींचा।
2. बिन्दु B पर परकार व पटरी की सहायता से  $60^\circ$  का कोण बनाती हुई, रेखा BY खींची।
3. BY से दो भुजाओं को योग (AB+AC=9cm) का रेखाखण्ड BD खींचा। D को C से मिलाया।
4. DC का लम्ब अर्द्धक खींचा जो रेखाखण्ड BD को A पर काटता है। A से C को मिलाया।
5.  $\Delta ABC$  अभीष्ट त्रिभुज है।

**प्रश्न 9.**

एक  $\Delta ABC$  की रचना कीजिए, जिसका एक कोण  $120^\circ$  तथा दो भुजाएँ क्रमशः 5 सेमी तथा 6 सेमी है, तो त्रिभुज का परिकेन्द्र ज्ञात करें।

**हल :**

1. सर्वप्रथम रेखाखण्ड  $BC=6$  सेमी खींचा।
2. परकार तथा पटरी की सहायता से बिन्दु B पर  $120^\circ$  का कोण बनाती हुई रेखा BY खींची।
3. रेखा BY से रेखाखण्ड  $AB=5$  सेमी खींचा बिन्दु A से C को मिलाया।



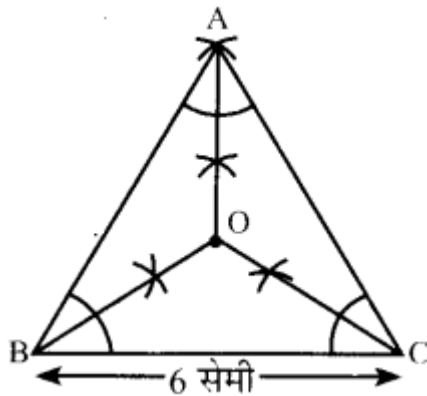
4. रेखाखण्ड AB तथा BC तथा CA का लम्ब अर्द्धक खींचें जो एक दूसरे को  $\Delta ABC$  के बाह्य बिन्दु O पर मिलते हैं। अतः बिन्दु O,  $\Delta ABC$  को परिकेन्द्र है।

#### प्रश्न 10.

समबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजा 6 सेमी हो, तो त्रिभुज का केन्द्रक तथा शीर्ष से केन्द्रक तक की दूरी ज्ञात करें।

**हल :**

1. सर्वप्रथम रेखाखण्ड  $BC=6$  सेमी खींचा।
2. बिन्दु B और C को केन्द्र मानकर 6 सेमी त्रिज्या लेकर चाप लगाये जो एक दूसरे को A पर काटते हैं।
3. A से B और C को मिलाया है। अतः  $\Delta ABC$  अभीष्ट समबाहु A है।
4.  $\Delta ABC$  के कोण  $\angle A$ ,  $\angle B$  तथा  $\angle C$  का समद्विभाजक करते हैं जो कि एक दूसरे को A के केन्द्रक O पर मिलते हैं।
5. अतः  $OA = OB = OC = 3.5$  सेमी



#### प्रश्न 11.

एक त्रिभुज PQR की भुजाओं में 4:5:6 का अनुपात है। इस त्रिभुज के समरूप एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए। जिसको आधार 8 सेमी हो।

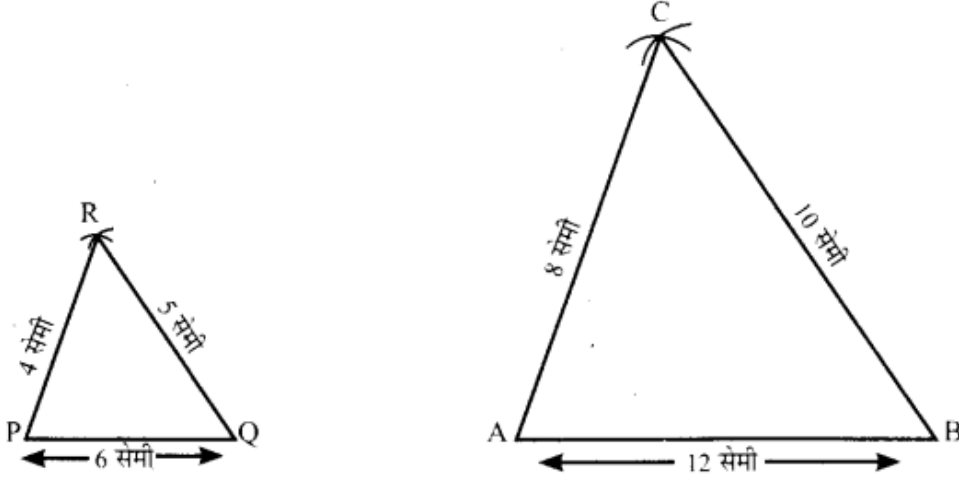
हल :

दिया है –  $\Delta PQR$  जिसकी भुजाओं में अनुपात 4:5:6 है।

रचना करनी है –  $\Delta PQR$  के समरूप  $\Delta ABC$  की Q

रचना –

1. A की भुजाओं में अनुपात 4:5:6 है। इस अनुपात में 2 से गुणा करने पर क्रमश 8 सेमी, 10 सेमी तथा 12 सेमी होगी।
2. अब 8 सेमी, 10 सेमी तथा 12 सेमी की भुजाओं का  $\Delta ABC$  बनाया। C



3. रेखाखण्ड  $AB = 10$  सेमी खींचा  $\angle P = \angle A$  तथा  $\angle Q = \angle B$  बनाती हुई रेखाएँ खींची जो कि एक दूसरे को बिन्दु C पर काटती है। यही  $\Delta ABC$ ,  $\Delta PQR$  का समरूप है।

एम०एस०ई० प्रश्न

प्रश्न 12.

किसी त्रिभुज के तल पर स्थित बिन्दु जो त्रिभुज की भुजाओं के बराबर लम्बवत दूरी पर है, वह बिन्दु त्रिभुज का

- (i) अन्तः केन्द्र होता है।
- (ii) परिकेन्द्र होता है।
- (iii) लम्बकेन्द्र होता है।
- (iv) केन्द्रक होता है।

उत्तर :

- (i) अन्तःकेन्द्र होता है।

प्रश्न 13. संलग्न चित्र में DEF का क्षेत्रफल होगा D, E, F भुजाओं के मध्य बिन्दु हैं।

(i)  $\frac{1}{2} \Delta ABC$

(iii)  $\frac{1}{4} \Delta ABC$

उत्तर - (iii)  $\frac{1}{4} \Delta ABC$

(ii)  $\frac{1}{3} \Delta ABC$

(iv)  $\Delta ABC$

