

UP Board Solutions for Class 7 Maths Chapter 8 व्यंजकों का गुणनफल एवं सर्वसमिकाएँ

अभ्यास 8 (a)

प्रश्न 1.

निम्नांकित के मान बताइए।

(i) $4x \times (-7x)$

(ii) $(-6x) \times 5x^2$

(iii) $3x^2y \times 7xy^2$

हल : (i) $4x \times (-7x) = -28x^2$

(ii) $(-6x) \times 5x^2 = -30x^3$

(iii) $3x^2y \times 7xy^2 = 21x^3y^3$

प्रश्न 2.

गुणनफल ज्ञात कीजिए।

(i) $4x^2 \times 3x^5$

हल : $4x^2 \times 3x^5 = 4 \times 3 \times x^2 \times x^5$
 $= 12 \times x^{2+5} = 12x^7$

(ii) $3y^2 \times 5y^3 \times y$

हल : $3y^2 \times 5y^3 \times y = 3 \times 5 \times y^2 \times y^3 \times y$
 $= 15 \times y^{2+3+1} = 15y^6$

(iii) $5xy \times (-3x)$

हल : $5xy \times (-3x) = 5 \times -3 \times x \times x \times y$
 $= -15x^{1+1}y = -15x^2y$

(iv) $(-4a^2y) \times (-bx^2)$

हल : $(-4a^2y) \times (-bx^2)$
 $= -4 \times -1 \times a^2 \times b \times x^2 \times y = 4a^2bx^2y$

(v) $(-3x^2y) \times (-5xy^2)$

हल : $(-3x^2y) \times (-5xy^2)$
 $= -3 \times -5 \times x^2 \times y \times x \times y^2$
 $= 15 \times x^{2+1} \times y^{1+2} = 15x^3y^3$

(vi) $\left(-\frac{3}{8}x^4yz\right) \times (-16yz^2)$

हल : $\left(-\frac{3}{8}x^4yz\right) \times (-16yz^2)$
 $= \left(-\frac{3}{8}\right) \times (-16) \times x^4 \times y \times z \times y \times z^2$
 $= 6 \times x^4 \times y^{1+1} \times z^{1+2} = 6x^4y^2z^3$

(vii) $(2p) \times (-3q) \times (-4pq)$

हल : $(2p) \times (-3q) \times (-4pq)$
 $= 2 \times -3 \times -4 \times p \times q \times p \times q$
 $= 24 \times p^{1+1} \times q^{1+1} = 24p^2q^2$

प्रश्न 3.

निम्नांकित के गुणनफल ज्ञात कर माने ज्ञात कीजिए।

$$(i) x^2 \times 7x^5 \times \frac{1}{7} x^3 \times (-6x),$$

यदि $x = 1$

$$\begin{aligned} \text{हल : } & x^2 \times 7x^5 \times \frac{1}{7} x^3 \times (-6x) \\ &= 7 \times \frac{1}{7} \times (-6) \times x^2 \times x^5 \times x^3 \times x \\ &= -6x^{2+5+3+1} = -6x^{11} \\ &x = 1 \text{ रखने पर,} \\ &-6x^{11} = -6 \times (1)^{11} = -6 \end{aligned}$$

$$(ii) 2x \times (-10xy^2) \times 3x^2y,$$

यदि $x = 1, y = 2$

$$\begin{aligned} \text{हल : } & 2x \times (-10xy^2) \times 3x^2y \\ &= 2 \times (-10) \times 3 \times x \times x \times x^2 \times y^2 \times y \\ &= -60x^{1+1+2} \times y^{2+1} = -60x^4y^3 \\ &x = 1 \text{ तथा } y = 2 \text{ रखने पर,} \\ &-60x^4y^3 = -60 \times (1)^4 \times (2)^3 \\ &= -60 \times 1 \times 8 = -480 \end{aligned}$$

प्रश्न 4.

एक खेत में $2x$ क्यारियाँ हैं। प्रत्येक क्यारी में x y पंक्तियाँ हैं। प्रत्येक पंक्ति में y टमाटर के पौधे लगे हैं। ज्ञात कीजिए।

(i) खेत में कुल कितने पौधे लगे हैं?

हल :

$$\begin{aligned} \text{खेत में पौधों की कुल संख्या} &= \text{क्यारियाँ} \times \text{पंक्तियाँ} \times \text{पौधों की संख्या} \\ &= 2x \times xy \times y \\ &= 2 \times x^{1+1} \times y^{1+2} = 2x^2y^3 \text{ पौधे} \end{aligned}$$

(ii) यदि $x = 3, y = 2$, तो पौधों की संख्या कितनी है?

हल :

$$\begin{aligned} \text{पौधों की संख्या} &= 2x^2y^3 \\ &= 2x(3)^2 \times (2)^3 \\ &= 2 \times 9 \times 8 = 144 \text{ पौधे} \end{aligned}$$

अभ्यास 8 (b)

प्रश्न 1.

गुणी कीजिए:

$$(i) -a - b \text{ और } -x \text{ का।}$$

$$\begin{aligned} \text{हल : } & (-a - b) \times (-x) \\ &= -(a + b) \times (-x) \\ &= (a + b) \times x \\ &= ax + bx \end{aligned}$$

$$(iii) 5a - 7b + c \text{ और } 3y \text{ का}$$

$$\begin{aligned} \text{हल : } & (5a - 7b + c) \times 3y \\ &= 15ay - 21by + 3cy \end{aligned}$$

$$(ii) 2y \text{ और } (y^2 + 5y) \text{ का}$$

$$\begin{aligned} \text{हल : } & 2y \times (y^2 + 5y) \\ &= 2y^3 + 10y^2 \end{aligned}$$

$$(iv) 3x \text{ और } (x^2 - 5x + 4) \text{ का}$$

$$\begin{aligned} \text{हल : } & 3x \times (x^2 - 5x + 4) \\ &= 3x^3 - 15x^2 + 12x \end{aligned}$$

प्रश्न 2.

सरल कीजिए:

$$(i) 2x^2y(x - y + z)$$

$$\begin{aligned} \text{हल : } & 2x^2y \times (x - y + z) \\ & = 2x^3y - 2x^2y^2 + 2x^2yz \end{aligned}$$

$$(iii) (y^2 - 8y)(-y)$$

$$\begin{aligned} \text{हल : } & y^2 \times (-y) - 8y \times (-y) \\ & = -y^3 + 8y^2 \end{aligned}$$

$$(ii) 3xy^2(2x - 3xy + 7y)$$

$$\begin{aligned} \text{हल : } & 3xy^2 \times (2x - 3xy + 7y) \\ & = 6x^2y^2 - 9x^2y^3 + 21xy^3 \end{aligned}$$

$$(iv) 2ab(5a - 7b + c)$$

$$\begin{aligned} \text{हल : } & 2ab \times 5a + 2ab \times (-7b) + 2ab \times c \\ & = 10a^2b - 14ab^2 + 2abc \end{aligned}$$

प्रश्न 3.

सरल कीजिए :

$$(i) 2x(3x + 5y) - 5y(2x - 3y)$$

हल :

$$\begin{aligned} & 2x(3x + 5y) - 5y \times (2x - 3y) \\ & = 6x^2 + 10xy - 10xy + 15y^2 = 6x^2 + 15y^2 \end{aligned}$$

$$(ii) x(y - z) + 2y(z - x) + z(x - y)$$

हल :

$$\begin{aligned} & x \times (y - z) + 2y \times (z - x) + z \times (x - y) \\ & = xy - xz + 2yz - 2xy + xz - yz = -xy + yz \end{aligned}$$

$$(iii) y^2(y^2 + 1) - y^3(y + 1) + y(y^2 - y)$$

हल :

$$\begin{aligned} & y^2 \times (y^2 + 1) - y^3 \times (y + 1) + y \times (y^2 - y) \\ & = y^4 + y^2 - y^4 - y^3 + y^3 - y^2 = 0 \end{aligned}$$

$$(iv) x(1+x^2) - x^2 - (x - 1) - (x + x^2)$$

हल :

$$\begin{aligned} & x(1+x^2) - x^2 \times (x - 1) - (x + x^2) \\ & = x + x^3 - x^3 + x^2 - x - x^2 = 0 \end{aligned}$$

प्रश्न 4.

एक विद्यालय में $2x$ कक्षाएँ हैं। प्रत्येक कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या $(x^2 + 2x + 2)$ है। ज्ञात कीजिए :

(i) विद्यालय में विद्यार्थियों की कुल संख्या कितनी है?

हल :

विद्यालय में कक्षाएँ = $2x$

प्रत्येक कक्षा में विद्यार्थी = $(x^2 + 2x + 2)$

अतः विद्यालय में कुल विद्यार्थियों की संख्या = $2x \times (x^2 + 2x + 2)$

= $2x^4 + 4x^2 + 4x$ विद्यार्थी

(ii) यदि $x = 3$, तो विद्यालय में कुल कितने विद्यार्थी हैं?

हल :

विद्यार्थियों की संख्या = $2x^4 + 4x^2 + 4x$

यदि $x = 3$, तो कुल विद्यार्थियों की संख्या = $2(3)^4 + 4(3)^2 + 4 \times 3$

= $2 \times 81 + 4 \times 9 + 12$

= $162 + 36 + 12 = 210$

प्रश्न 5.

एक रेलगाड़ी की चाल $(2x^2 + x + 4)$ किमी प्रति घण्टा है। ज्ञात कीजिए:

(i) वह $3x$ घण्टे में कितनी दूरी तय करेगी?

हल :

रेलगाड़ी की चाल = $(2x^2 + x + 4)$ किमी/घण्टा

अतः $3x$ घण्टे में चली गई दूरी = $(2x^2 + x + 4) \times 3x$

= $6x^2 + 3x^2 + 12x$ किमी

(ii) यदि $x = 5$, तो उपर्युक्त समय में रेलगाड़ी की चली गई दूरी ज्ञात कीजिए।

हल :

यदि $x = 5$ तो रेलगाड़ी द्वारा चली गई दूरी।

= $6x^2 + 3x^2 + 12x = 6(5)^2 + 3(5)^2 + 12 \times 5$

= $6 \times 25 + 3 \times 25 + 60 = 750 + 75 + 60 = 885$ किमी

प्रश्न 6.

एक न्याय पंचायत में $2x + 3$ ग्राम सभाएँ हैं। प्रत्येक ग्राम सभा में $x + 5x + 6$ नलकूप हैं। तो न्याय पंचायत में कुल कितने नलकूप हैं?

हल :

एक ग्राम सभा में नलकूपों की संख्या = $x^2 + 5x + 6$

$(2x+3)$ ग्राम सभाओं में नलकूपों की संख्या = $(x^2 + 5x + 6) \times (2x+3)$

= $2x^3 + 10x^2 + 12x + 3x^2 + 15x + 18$

= $2x^3 + 13x^2 + 27x + 18$

प्रश्न 7.

एक विकास खण्ड में $5x+3$ विद्यालय में स्वच्छता के कारण प्रत्येक विद्यालय में $5x-3$ बालिकाएँ बढ़ जाती हैं। तो विकास खण्ड में कितनी बालिकाएँ बढ़ जाती हैं?

हल :

$$\begin{aligned} \text{एक विद्यालय में स्वच्छता के कारण बालिकाएँ बढ़ जाती हैं} &= (5x - 3) \\ (5x+3) \text{ विद्यालय में स्वच्छता के कारण बालिकाएँ बढ़ जाती हैं} &= (5x - 3) (5x + 3) \\ &= 25x^2 - 15x + 15x - 9 \\ &= 25x^2 - 9 \end{aligned}$$

प्रश्न 8.

बाल दिवस के अवसर पर $x+5$ विद्यालयों के बच्चों द्वारा वृक्षारोपण किया गया। प्रत्येक विद्यालय के बच्चों ने $x-5x+25$ वृक्ष लगाए, तो बच्चों द्वारा कितने वृक्ष लगाए गए?

हल :

$$\begin{aligned} \text{एक विद्यालय के बच्चों ने वृक्ष लगाए} &= x^2 + 5x + 25 \\ (x+5) \text{ विद्यालयों के बच्चों ने वृक्ष लगाए} &= (x^2 - 5x + 25) \times (x + 5) \\ &= x^3 - 5x^2 + 25x + 5x^2 - 25x + 125 \\ &= x^3 + 125 \end{aligned}$$

अभ्यास (c)**गुणनफल ज्ञात कीजिए।****प्रश्न 1.**

$$(x + 2)(x + 5)$$

$$\begin{aligned} \text{हल : } (x + 2)(x + 5) &= x \times (x + 5) + 2 \times (x + 5) \\ &= x^2 + 5x + 2x + 10 \\ &= x^2 + 7x + 10 \end{aligned}$$

प्रश्न 2.

$$(x - 4)(x + 7)$$

$$\begin{aligned} \text{हल : } (x - 4)(x + 7) &= x \times (x + 7) - 4 \times (x + 7) \\ &= x^2 + 7x - 4x - 28 \\ &= x^2 + 3x - 28 \end{aligned}$$

प्रश्न 3.

$$(x - 3)(x - 8)$$

$$\begin{aligned} \text{हल : } (x - 3)(x - 8) &= x \times (x - 8) - 3 \times (x - 8) \\ &= x^2 - 8x - 3x + 24 \\ &= x^2 - 11x + 24 \end{aligned}$$

प्रश्न 4.

$$(x^2 + 5)(x^2 - 7)$$

$$\begin{aligned}\text{हल : } & (x^2 + 5)(x^2 - 7) \\ &= x^2 \times (x^2 - 7) + 5 \times (x^2 - 7) \\ &= x^4 - 7x^2 + 5x^2 - 35 \\ &= x^4 - 2x^2 - 35\end{aligned}$$

प्रश्न 5.

$$(3x + 8)(4x - 7)$$

$$\begin{aligned}\text{हल : } & (3x + 8)(4x - 7) \\ &= 3x \times (4x - 7) + 8 \times (4x - 7) \\ &= 12x^2 - 21x + 32x - 56 \\ &= 12x^2 + 11x - 56\end{aligned}$$

प्रश्न 6.

$$(5x - 3y)(3x + 4y)$$

$$\begin{aligned}\text{हल : } & (5x - 3y)(3x + 4y) \\ &= 5x \times (3x + 4y) - 3y \times (3x + 4y) \\ &= 15x^2 + 20xy - 9xy - 12y^2 \\ &= 15x^2 + 11xy - 12y^2\end{aligned}$$

प्रश्न 7.

$$(x^2 + 2xy + y^2)(x - y)$$

$$\begin{aligned}\text{हल : } & x^2(x - y) + 2xy(x - y) + y^2(x - y) \\ &= x^3 - x^2y + 2x^2y - 2xy^2 + y^2x - y^3 \\ &= x^3 + x^2y - xy^2 - y^3\end{aligned}$$

प्रश्न 8.

$$(2x^2 + 3x - 7)(5x + 4)$$

$$\begin{aligned}\text{हल : } & (2x^2 + 3x - 7)(5x + 4) \\ &= 2x^2 \times (5x + 4) + 3x \times (5x + 4) - 7 \times (5x + 4) \\ &= 10x^3 + 8x^2 + 15x^2 + 12x - 35x - 28 \\ &= 10x^3 + 23x^2 - 23x - 28\end{aligned}$$

प्रश्न 9.

$(x^2 - xy + y^2)(x + y)$ से गुना कीजिए उतर की जाँच कीजिए, यदि $x = 3, y = 2$

$$\begin{aligned}\text{हल : } & (x^2 - xy + y^2)(x + y) \\ &= x^2 \times (x + y) - xy \times (x + y) + y^2 \times (x + y) \\ &= x^3 + x^2y - x^2y - xy^2 + xy^2 + y^3 \\ &= x^3 + y^3\end{aligned}$$

उत्तर की जाँच :

यदि $x = 3, y = 2$ तो

$$\begin{aligned}\text{L.H.S. } & (x^2 - xy + y^2)(x + y) \\ &= [(3)^2 - 3 \times 2 + (2)^2] \times (3 + 2) \\ &= (9 - 6 + 4) \times 5 = 7 \times 5 = 35 \\ \text{R.H.S. } & x^3 + y^3 \\ &= (3)^3 + (2)^3 = 27 + 8 = 35 \Rightarrow \text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}\end{aligned}$$

प्रश्न 10.

$(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$ से गुना कीजिए उतर की जाँच कीजिए, यदि $x = 2, y = 1$

$$\begin{aligned}\text{हल : } & (x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) \\ &= x^2 \times (x^2 - xy + y^2) + xy \times (x^2 - xy + y^2) + y^2 \times (x^2 - xy + y^2) \\ &= x^4 - x^3y + x^2y^2 + x^3y - x^2y^2 + xy^3 + x^2y^2 - xy^3 + y^4 \\ &= x^4 + x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

उत्तर की जाँच:

यदि $x = 2, y = 1$ तो

$$\begin{aligned}\text{L.H.S. } & (x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) \\ &= [(2)^2 + 2 \times 1 + (1)^2] \times [(2)^2 - 2 \times 1 + (1)^2] \\ &= (4 + 2 + 1) \times (4 - 2 + 1) = 7 \times 3 = 21 \\ \text{R.H.S. } & x^4 + x^2y^2 + y^4 \\ &= (2)^4 + (2)^2 \times (1)^2 + (1)^4 = 16 + 4 + 1 = 21 \Rightarrow \text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}\end{aligned}$$

प्रश्न 11.

कविता ने पुस्तक विक्रेता से $(3x + 7)$ कॉपियाँ खरीदीं। यदि प्रत्येक कॉपी का मूल्य $(2x - 1)$ हो, तो।

(i) कुल कॉपियों का मूल्य कितना है?

हल :

कॉपियों की संख्या = $(3x + 7)$

प्रत्येक कॉपी का मूल्य = ₹ $(2x - 1)$

अतः कॉपियों का कुल मूल्य = $(3x + 7)(2x - 1)$

$$= 3x(2x - 1) + 7(2x - 1)$$

$$= 6x^2 - 3x + 14x - 7$$

$$= ₹ (6x^2 + 11x - 7)$$

(ii) यदि $x = 5$, तो कविता ने पुस्तक विक्रेता को कितने रुपये दिए?

हल :

$$\text{यदि } x = 5 \text{ हो, तो मूल्य} = 6x^2 + 11x - 7$$

$$= 6(5)^2 + 11(5) - 7$$

$$= 150 + 55 - 7$$

$$= 205 - 7 = ₹ 198$$

अभ्यास 8 (d)

प्रश्न 1.

निम्नलिखित में समीकरण तथा सर्वसमिका छाँटकर अपनी अभ्यास पुस्तिका में लिखिए।

(i) $x + 1 = 4$

हल :	x	बायाँ पक्ष	दायाँ पक्ष
	1	2	4
	2	3	4
	3	4	4

अतः $x + 1 = 4$ एक समीकरण

(ii) $2(x + 1) = 2x + 2$

हल :	x	बायाँ पक्ष	दायाँ पक्ष
	1	4	4
	2	6	6
	3	8	8

अतः $2(x + 1) = 2x + 2$ एक सर्वसमिका है।

(iii) $3x = 2x + x$

हल :	x	बायाँ पक्ष	दायाँ पक्ष
	1	3	3
	2	6	6
	3	9	9

अतः $3x = 2x + x$ एक सर्वसमिका है।

(iv) $2x - 1 = x$

हल :	x	बायाँ पक्ष	दायाँ पक्ष
	0	-1	0
	1	1	1
	2	3	2

अतः $(2x - 1) = x$ एक समीकरण है।

प्रश्न 2.

दिखाइए कि: (i) $3x(x + 1) = 3x^2 + 3x$ एक सर्वसमिका है।

हल : (i)	x	बायाँ पक्ष	दायाँ पक्ष
	0	0	0
	1	6	6
	2	18	18

अतः $3x(x+1) = 3x^2 + 3x$ एक सर्वसमिका है।

(ii) $x^2 - 1 = 8$ एक सर्वसमिका नहीं है।

हल :	x	बायाँ पक्ष	दायाँ पक्ष
	1	0	8
	2	3	8
	3	8	8

अतः $x^2 - 1 = 8$ एक सर्वसमिका नहीं है।

(iii) $2x(x+3) = 2x^2 + 6x$ एक सर्वसमिका है।

हल :	x	बायाँ पक्ष	दायाँ पक्ष
	1	8	8
	2	20	20
	3	36	36

अतः $2x(x+3) = 2x^2 + 6x$ एक सर्वसमिका है।

(iv) $5x - 1 = 9$ एक समीकरण है।

हल :	x	बायाँ पक्ष	दायाँ पक्ष
	1	4	9
	2	9	9
	3	14	9

अतः $5x - 1 = 9$ एक समीकरण है।

अभ्यास 8 (e)

सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ की सहायता से मान ज्ञात कीजिए:

प्रश्न 1. $(x + 3)^2$

$$\begin{aligned} \text{हल : } & (x + 3)^2 \\ &= x^2 + 2 \times x \times 3 + (3)^2 \\ &= x^2 + 6x + 9 \end{aligned}$$

प्रश्न 3. $(3x + 2)^2$

$$\begin{aligned} \text{हल : } & (3x + 2)^2 \\ &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + (2)^2 \\ &= 9x^2 + 12x + 4 \end{aligned}$$

प्रश्न 5. $(2y + z)^2$

$$\begin{aligned} \text{हल : } & (2y + z)^2 \\ &= (2y)^2 + 2 \times 2y \times z + (z)^2 \\ &= 4y^2 + 4yz + z^2 \end{aligned}$$

प्रश्न 2. $(2x + 1)^2$

$$\begin{aligned} \text{हल : } & (2x + 1)^2 \\ &= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + (1)^2 \\ &= 4x^2 + 4x + 1 \end{aligned}$$

प्रश्न 4. $(2x + y)^2$

$$\begin{aligned} \text{हल : } & (2x + y)^2 \\ &= (2x)^2 + 2 \times 2x \times y + (y)^2 \\ &= 4x^2 + 4xy + y^2 \end{aligned}$$

प्रश्न 6. $(2 + x)^2$

$$\begin{aligned} \text{हल : } & (2 + x)^2 \\ &= (2)^2 + 2 \times 2 \times x + (x)^2 \\ &= 4 + 4x + x^2 \end{aligned}$$

प्रश्न 7.

एक बाग में $(x + 2y)$ पंक्तियाँ हैं। प्रत्येक पंक्ति में $(x + 2y)$ पेड़ लगे हैं। ज्ञात कीजिए

(i) बाग में कुल कितने पेड़ हैं?

हल :

$$\text{बाग में पंक्तियाँ} = (x + 2y)$$

$$\text{प्रत्येक पंक्ति में पेड़} = (x + 2y)$$

$$\begin{aligned} \text{अतः पेड़ों की कुल संख्या} &= (x + 2y)(x + 2y) = (x + 2y)^2 \\ &= x^2 + 2 \times x \times 2y + (2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2 \end{aligned}$$

(ii) यदि $x = 3, y = 2$, तो बाग में पेड़ों की कुल कितनी संख्या है?

हल :

$$\text{यदि } x = 3, y = 2 \text{ है, तो}$$

$$\text{पेड़ों की कुल संख्या} = (x + 2y)^2$$

$$= (3 + 2 \times 2) = (3 + 4) = (7)^2 = 49$$

प्रश्न 8.

एक वर्गाकार खेत की भुजा $(3x + y)$ मी लम्बी है। खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल :

$$\text{वर्गाकार खेत की भुजा} = (3x + y)$$

$$\text{खेत का क्षेत्रफल} = (\text{भुजा})^2$$

$$= (3x + y)^2$$

$$= (3x)^2 + 2 \times 3x \times y + (y)^2$$

$$= (9x^2 + 6xy + y^2) \text{ मी}^2$$

अभ्यास 8 (f)

सर्वसमिका $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ की सहायता से मान ज्ञात कीजिए:

प्रश्न 1. $(x - 5)^2$

हल : $(x - 5)^2$

$$= (x)^2 - 2 \times x \times 5 + (5)^2$$

$$= x^2 - 10x + 25$$

प्रश्न 3. $(2x - y)^2$

हल : $(2x - y)^2$

$$= (2x)^2 - 2 \times 2x \times y + (y)^2$$

$$= 4x^2 - 4xy + y^2$$

प्रश्न 5. $(3 - x)^2$

हल : $(3 - x)^2$

$$= (3)^2 - 2 \times 3 \times x + (x)^2$$

$$= 9 - 6x + x^2$$

प्रश्न 2. $(5x - 7)^2$

हल : $(5x - 7)^2$

$$= (5x)^2 - 2 \times 5x \times 7 + (7)^2$$

$$= 25x^2 - 70x + 49$$

प्रश्न 4. $(3x - 2y)^2$

हल : $(3x - 2y)^2$

$$= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2y + (2y)^2$$

$$= 9x^2 - 12xy + 4y^2$$

प्रश्न 6. $(2y - z)^2$

हल : $(2y - z)^2$

$$= (2y)^2 - 2 \times 2y \times z + (z)^2$$

$$= 4y^2 - 4yz + z^2$$

प्रश्न 7.

एक वर्गाकार खेत की एक भुजा की माप $(3x - y)$ मी० है। खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : वर्गाकार खेत की भुजा = $(3x - y)$

खेत का क्षेत्रफल = $(\text{भुजा})^2$

$$= (3x - y)^2$$

$$= (3x)^2 - 2 \times 3x \times y + (y)^2$$

$$= (9x^2 - 6xy + y^2) \text{ मी}^2$$

प्रश्न 8.

एक खेत में $(x - 2y)$ क्यारियाँ हैं। प्रत्येक क्यारी में $(x - 2y)$ पपीते के पौधे लगे हैं। ज्ञात कीजिए

(i) खेत में कितने पपीते के पौधे हैं?

हल :

क्यारियों की संख्या = $(x - 2y)$

प्रत्येक क्यारी में पौधों की संख्या = $(x - 2y)$

अतः खेत में पपीते के पौधों की संख्या = $(x - 2y)(x - 2y)$

$$= (x - 2y)^2$$

$$= x^2 - 2 \times x \times 2y + (2y)^2$$

$$= (x^2 - 4xy + 4y^2) \text{ पौधे ,}$$

(ii) यदि $x = 10, y = 1$, तो कुल पौधों की संख्या कितनी है?

हल :

यदि $x = 10, y = 1$ है, तो

पौधों की संख्या = $x^2 - 4xy + 4y^2$

$$= (10)^2 - 4 \times 10 \times 1 + 4(1)^2$$

$$= 100 - 40 + 4$$

$$= 64 \text{ पौधे}$$

प्रश्न 9.

(i) एक कलम का मूल्य $(2x - y)$ है। इसी प्रकार की $(2x - y)$ कलमों का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल :

1 कलम का मूल्य = $(2x - y)$ रु०

$(2x - y)$ कलमों का मूल्य = $(2x - y)(2x - y)$,

$$= (2x - y)^2$$

$$= (2x)^2 - 2 \times 2x \times y + (y)^2$$

$$= ₹ (4x^2 - 4xy + y^2)$$

(ii) यदि $x = 6, y = 2$, तो कुल कलमों का कितना मूल्य होगा?

हल :

यदि $x = 6, y = 2$ है, तो

$$\text{कलमों का मूल्य} = 4x^2 - 4xy + y^2$$

$$= 4(6)^2 - 4 \times 6 \times 2 + (2)^2$$

$$= 144 - 48 + 4$$

$$= ₹ 100$$

अभ्यास 8 (g)

सर्वसमिका $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ का प्रयोग करके गुणनफल ज्ञात कीजिए:

प्रश्न 1. $(5 + x)(5 - x)$

हल : $(5 + x)(5 - x)$

$$= (5)^2 - (x)^2$$

$$= 25 - x^2$$

प्रश्न 3. $(2x + 3)(2x - 3)$

हल : $(2x + 3)(2x - 3)$

$$= (2x)^2 - (3)^2$$

$$= 4x^2 - 9$$

प्रश्न 2. $(y + 4)(y - 4)$

हल : $(y + 4)(y - 4)$

$$= (y)^2 - (4)^2$$

$$= y^2 - 16$$

प्रश्न 4. $(3x + 4y)(3x - 4y)$

हल : $(3x + 4y)(3x - 4y)$

$$= (3x)^2 - (4y)^2$$

$$= 9x^2 - 16y^2$$

प्रश्न 5.

सर्वसमिका का प्रयोग कर $(4x + 2y)(4x - 2y)$ का मान ज्ञात कीजिए, उत्तर की जाँच कीजिए, यदि $x = 2, y = 1$.

हल :

$$(4x + 2y)(4x - 2y)$$

$$= (4x)^2 - (2y)^2$$

$$= 16x^2 - 4y$$

उत्तर की जाँच : यदि $x = 2, y = 1$ तो

$$\Rightarrow \text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$$

प्रश्न 6.

एक आयताकार मैदान की लम्बाई $(2x + 1)$ मी तथा चौड़ाई $(2x - 1)$ मी है। आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल :

$$\text{आयताकार मैदान की लम्बाई} = (2x + 1) \text{ मी}$$

$$\text{आयताकार मैदान की चौड़ाई} = (2x - 1) \text{ मी}$$

$$\text{आयताकार मैदान का क्षेत्रफल} = (2x + 1)(2x - 1)$$

$$= (2x)^2 - (1)^2 = (4x^2 - 1) \text{ मी}^2$$

प्रश्न 7.

(i) एक पुस्तक का मूल्य ₹ $(3x + 1)$ है। इसी प्रकार की $(3x - 1)$ पुस्तकों का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल :

$$\text{एक पुस्तक का मूल्य} = ₹ (3x + 1)$$

$$(3x - 1) \text{ पुस्तकों का मूल्य} = ₹ (3x + 1) (3x - 1)$$

$$= (3x)^2 - (1)^2 = ₹ (9x^2 - 1)$$

(ii) यदि $x = 3$, तो पुस्तकों की संख्या कितनी होगी?

हल :

यदि $x = 3$ है, तो

$$\text{पुस्तकों की संख्या} = (3x - 1)$$

$$= (3 \times 3 - 1) = 9 - 1 = 8$$

(iii) यदि $x = 4$, तो पुस्तकें खरीदने में कुल कितने रुपये लगे?

हल :

यदि $x = 4$ है, तो

$$\text{पुस्तकों का कुल मूल्य} = 9x^2 - 1$$

$$[9 \times (4)^2 - 1] = [(9 \times 16) - 1]$$

$$= 144 - 1 = ₹ 143$$

सर्वसमिकाओं का प्रयोग से निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए:

प्रश्न 8. $153^2 - 147^2$

$$\text{हल : } (153 + 147) (153 - 147)$$

$$= 300 \times 6 = 1800$$

प्रश्न 10. $(983)^2 - (17)^2$

$$\text{हल : } (983 + 17) (983 - 17)$$

$$= 100 \times 966 = 966000$$

प्रश्न 9. $(12.1)^2 - (7.9)^2$

$$\text{हल : } = (12.1 + 7.9) (12.1 - 7.9)$$

$$= 20 \times 4.2 = 84$$

अभ्यास 8 (h)

सर्वसमिकाओं का प्रयोग करके निम्नांकित के मान ज्ञात कीजिए:

प्रश्न 1. 51^2

$$\begin{aligned}\text{हल : } (51)^2 &= (50 + 1)^2 \\ &= (50)^2 + 2 \times 50 \times 1 + (1)^2 \\ &= 2500 + 100 + 1 = \mathbf{2601}\end{aligned}$$

प्रश्न 3. 201^2

$$\begin{aligned}\text{हल : } (201)^2 &= (200 + 1)^2 \\ &= (200)^2 + 2 \times 200 \times 1 + (1)^2 \\ &= 40000 + 400 + 1 = \mathbf{40401}\end{aligned}$$

प्रश्न 5. 1001^2

$$\begin{aligned}\text{हल : } (1001)^2 &= (1000 + 1)^2 \\ &= (1000)^2 + 2 \times 1000 \times 1 + (1)^2 \\ &= 1000000 + 2000 + 1 = \mathbf{1002001}\end{aligned}$$

प्रश्न 7. 98^2

$$\begin{aligned}\text{हल : } (98)^2 &= (100 - 2)^2 \\ &= (100)^2 - 2 \times 100 \times 2 + (2)^2 \\ &= 10000 - 400 + 4 \\ &= \mathbf{9604}\end{aligned}$$

प्रश्न 9. 997^2

$$\begin{aligned}\text{हल : } (997)^2 &= (1000 - 3)^2 \\ &= (1000)^2 - 2 \times 1000 \times 3 + (3)^2 \\ &= 1000000 - 6000 + 9 \\ &= \mathbf{994009}\end{aligned}$$

प्रश्न 11. $(9.8)^2$

$$\begin{aligned}\text{हल : } (9.8)^2 &= (10 - .2)^2 \\ &= (10)^2 - 2 \times 10 \times .2 + (.2)^2 \\ &= 100 - 4 + .04 = \mathbf{96.04}\end{aligned}$$

प्रश्न 13. 52×48

$$\begin{aligned}\text{हल : } 52 \times 48 &= (50 + 2)(50 - 2) \\ &= (50)^2 - (2)^2 \\ &= 2500 - 4 = \mathbf{2496}\end{aligned}$$

प्रश्न 15. यदि $a + \frac{1}{a} = \frac{5}{2}$ तो $a^2 + \frac{1}{a^2}$

का मान ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned}\text{हल : } \left(a + \frac{1}{a}\right) &= \frac{5}{2} \\ \Rightarrow \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 &= \left(\frac{5}{2}\right)^2\end{aligned}$$

प्रश्न 2. 105^2

$$\begin{aligned}\text{हल : } (105)^2 &= (100 + 5)^2 \\ &= (100)^2 + 2 \times 100 \times 5 + (5)^2 \\ &= 10000 + 1000 + 25 = \mathbf{11025}\end{aligned}$$

प्रश्न 4. 302^2

$$\begin{aligned}\text{हल : } (302)^2 &= (300 + 2)^2 \\ &= (300)^2 + 2 \times 300 \times 2 + (2)^2 \\ &= 90000 + 1200 + 4 = \mathbf{91204}\end{aligned}$$

प्रश्न 6. 49^2

$$\begin{aligned}\text{हल : } (49)^2 &= (50 - 1)^2 \\ &= (50)^2 - 2 \times 50 \times 1 + (1)^2 \\ &= 2500 - 100 + 1 = \mathbf{2401}\end{aligned}$$

प्रश्न 8. 95^2

$$\begin{aligned}\text{हल : } (95)^2 &= (100 - 5)^2 \\ &= (100)^2 - 2 \times 100 \times 5 + (5)^2 \\ &= 10000 - 1000 + 25 \\ &= \mathbf{9025}\end{aligned}$$

प्रश्न 10. $(10.2)^2$

$$\begin{aligned}\text{हल : } (10.2)^2 &= (10 + .2)^2 \\ &= (10)^2 + 2 \times 10 \times .2 + (.2)^2 \\ &= 100 + 4 + .04 = \mathbf{104.04}\end{aligned}$$

प्रश्न 12. 103×97

$$\begin{aligned}\text{हल : } 103 \times 97 &= (100 + 3)(100 - 3) \\ &= (100)^2 - (3)^2 \\ &= 10000 - 9 = \mathbf{9991}\end{aligned}$$

प्रश्न 14. 10.5×9.5

$$\begin{aligned}\text{हल : } 10.5 \times 9.5 &= (10 + .5)(10 - .5) \\ &= (10)^2 - (.5)^2 \\ &= 100 - .25 = \mathbf{99.75}\end{aligned}$$

प्रश्न 16. यदि $a - \frac{1}{a} = 0$, तो $a^2 + \frac{1}{a^2}$

का मान ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned}\text{हल : } \left(a - \frac{1}{a}\right) &= 0 \\ \Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 &= (0)^2\end{aligned}$$

$$\Rightarrow a^2 + 2 \times a \times \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = \frac{25}{4} \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow a^2 + 2 + \frac{1}{a^2} = \frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = \frac{25}{4} - 2$$

$$\Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = \frac{25-8}{4} = \frac{17}{4}$$

प्रश्न 17. 78×82

$$\text{हल : } (80 - 2)(80 + 2)$$

$$= (80)^2 - (2)^2$$

$$= 6400 - 4 = \mathbf{6396}$$

प्रश्न 19. 501×502

$$\text{हल : } (500 + 1)(500 + 2)$$

$$= (500)^2 + 500 + 1000 + 2$$

$$= 250000 + 1502 = \mathbf{251502}$$

$$\Rightarrow a^2 - 2 \times a \times \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 2 + \frac{1}{a^2} = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 0 + 2$$

$$\Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$$

प्रश्न 18. 95×103

$$\text{हल : } (100 - 5)(100 + 3)$$

$$= (100)^2 - 500 + 300 - 15$$

$$= 10000 - 215 = \mathbf{9785}$$

दक्षता अभ्यास 8

निम्नांकित के गुणनफल ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 1. $(2x^2y) \times (-3xy^2)$

हल : $(2x^2y) \times (-3xy^2)$
 $= 2 \times (-3) \times x^{2+1} \times y^{1+2}$
 $= -6x^3y^3$

प्रश्न 3. $x^6 \times 5x^3 \times 2y^2$

हल : $x^6 \times 5x^3 \times 2y^2$
 $= 5 \times 2 \times x^{6+3} \times y^2$
 $= 10x^9y^2$

प्रश्न 5. $-6 \times (-m - 3)$

हल : $-6 \times (-m - 3)$
 $= 6m + 18$

प्रश्न 7. $(2x + 3)(x + 5)$

हल : $(2x + 3)(x + 5)$
 $= 2x \times (x + 5) + 3 \times (x + 5)$
 $= 2x^2 + 10x + 3x + 15$
 $= 2x^2 + 13x + 15$

प्रश्न 9. $(5x - 6y)(4x - 3y)$

हल : $(5x - 6y)(4x - 3y)$
 $= 5x \times (4x - 3y) - 6y \times (4x - 3y)$
 $= 20x^2 - 15xy - 24xy + 18y^2$
 $= 20x^2 - 39xy + 18y^2$

प्रश्न 2. $(11y^2z^2), (5xyz)$

हल : $(11y^2z^2) \times (5xyz)$
 $= 11 \times 5 \times x \times y^{2+1} \times z^{2+1}$
 $= 55xy^3z^3$

प्रश्न 4. $7 \times (x + 3)$

हल : $7 \times (x + 3)$
 $= 7x + 21$

प्रश्न 6. $ab(3a - 5b)$

हल : $ab \times (3a - 5b)$
 $= 3a^2b - 5ab^2$

प्रश्न 8. $(x - 7)(x + 9)$

हल : $(x - 7)(x + 9)$
 $= x \times (x + 9) - 7 \times (x + 9)$
 $= x^2 + 9x - 7x - 63$
 $= x^2 + 2x - 63$

प्रश्न 10. $(x + a)(x + b)$

हल : $(x + a)(x + b)$
 $= x \times (x + b) + a \times (x + b)$
 $= x^2 + bx + ax + ab$
 $= x^2 + ax + bx + ab$

प्रश्न 11. (i) $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ तथा

(ii) $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ के सर्वसमिका होने की जाँच कीजिए।

हल : (i) $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ में $x = 1$ तथा $y = 2$ रखने पर,

L.H.S. $= (x + y)^2 = (1 + 2)^2 = 3^2 = 9$

R.H.S. $= x^2 + 2xy + y^2 = 1^2 + 2 \times 1 \times 2 + 2^2$
 $= 1 + 4 + 4 = 9$

अतः $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ एक सर्वसमिका है।

(ii) $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ में $x = 1$ तथा $y = 2$ रखने पर

L.H.S. $= (x - y)^2 = (1 - 2)^2 = (-1)^2 = 1$

R.H.S. $= x^2 - 2xy + y^2 = 1^2 - 2 \times 1 \times 2 + (-2)^2$
 $= 1 - 4 + 4 = 1$

अतः $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ एक सर्वसमिका है।

सर्वसमिकाओं के प्रयोग से निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 12. $(2x + 5)^2$

हल : $(2x + 5)^2$
 $= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 5 + (5)^2$
 $= 4x^2 + 20x + 25$

प्रश्न 14. $(x - 7)^2$

प्रश्न $(x - 7)^2$
 $= (x)^2 - 2 \times x \times 7 + (7)^2$
 $= x^2 - 14x + 49$

प्रश्न 16. $(mx - ny)^2$

हल : $(mx - ny)^2$
 $= (mx)^2 - 2 \times mx \times ny + (ny)^2$
 $= m^2x^2 - 2mnxy + n^2y^2$

प्रश्न 18. $(4a + 3b)(4a - 3b)$

हल : $(4a + 3b)(4a - 3b)$
 $= (4a)^2 - (3b)^2$
 $= 14a^2 - 9b^2$

प्रश्न 13. $(2x + 3y)^2$

हल : $(2x + 3y)^2$
 $= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3y + (3y)^2$
 $= 4x^2 + 12xy + 9y^2$

प्रश्न 15. $(3m - 4n)^2$

हल : $(3m - 4n)^2$
 $= (3m)^2 - 2 \times 3m \times 4n + (4n)^2$
 $= 9m^2 - 24mn + 16n^2$

प्रश्न 17. $(7 + 3x)(7 - 3x)$

हल : $(7 + 3x)(7 - 3x)$
 $= (7)^2 - (3x)^2$
 $= 49 - 9x^2$

प्रश्न 19.

निम्नलिखित को सरल कीजिए:

(i) $a(b - c) + b(c - a) + c(a - b)$

हल : $a(b - c) + b(c - a) + c(a - b)$
 $= ab - ac + bc - ab + ac - bc = 0$

(ii) $x(2y - 3z) + y(3z - 2x) + 3z(x - y)$

हल : $x(2y - 3z) + y(3z - 2x) + 3z(x - y)$
 $= 2xy - 3xz + 3yz - 2xy + 3xz - 3yz = 0$

प्रश्न 20.

यदि $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$, तो $x^2 + \left(-\frac{1}{x}\right)^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned}
\text{हल : } & \quad (x + \frac{1}{x}) = \frac{10}{3} \\
\Rightarrow & \quad (x + \frac{1}{x})^2 = (\frac{10}{3})^2 \\
\Rightarrow & \quad x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = \frac{100}{9} \\
\Rightarrow & \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{100}{9} - 2 = \frac{100 - 18}{9} \\
& \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{82}{9}
\end{aligned}$$

प्रश्न 21. यदि $x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$ तो $x^2 + (-\frac{1}{x})^2$ का मन ज्ञात कीजिए

$$\begin{aligned}
\text{हल : } & \quad (x - \frac{1}{x}) = \frac{3}{2} \\
\Rightarrow & \quad (x - \frac{1}{x})^2 = (\frac{3}{2})^2 \\
\Rightarrow & \quad x^2 - \frac{1}{x^2} = \frac{9}{4} \\
\Rightarrow & \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{9}{4} + 2 \\
& \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{9 + 8}{4} = \frac{17}{4}
\end{aligned}$$

प्रश्न 22.
दिखाइये।

$$(a) \quad (\frac{4}{3} m + \frac{3}{4} n)^2 - 2mn = \frac{16}{3} m^2 + \frac{9}{4} n^2$$

$$\begin{aligned}
\text{हल : } & \text{दायां पक्ष } (\frac{4}{3} m + \frac{3}{4} n)^2 - 2mn \\
& = \left[(\frac{4}{3} m)^2 + (\frac{3}{4} n)^2 + 2 \times \frac{4}{3} m \times \frac{3}{4} n \right] - 2mn \\
& = \frac{16}{3} m^2 + \frac{9}{4} n^2 + 2mn - 2mn \\
& = \frac{16}{3} m^2 + \frac{9}{4} n^2 = \text{दायां पक्ष}
\end{aligned}$$

(b) $(4mn + 3n)^2 - (4mn - 3n)^2 = 48 mn^2$

हल : दायां पक्ष $(4mn + 3n)^2 - (4mn - 3n)^2$
 $= [(4mn)^2 + (3n)^2 + 2 \times 4mn \times 3n] [(4mn)^2 + (3n)^2 - 2 \times 4mn \times 3n]$
 $= (16m^2n^2 + 9n^2 + 24mn^2) - (16m^2n^2 + 9n^2 - 24mn^2)$
 $= \cancel{16m^2n^2} + \cancel{9n^2} + 24mn^2 - \cancel{16m^2n^2} - \cancel{9n^2} + 24mn^2$
 $= 48 mn^2 = \text{दाया पक्ष}$

(c) $(a-b)(a+b) + (b-c)(b+c) + (c-a)(c+a) = 0$

हल : दायां पक्ष $(a-b)(a+b) + (b-c)(b+c) + (c-a)(c+a)$
 $= \cancel{a^2} - \cancel{b^2} + \cancel{b^2} - \cancel{c^2} + \cancel{c^2} - \cancel{a^2} = 0 = \text{दाया पक्ष}$