

UP Board

Class 7 Maths Important Questions Hindi Medium Chapter 11 वृत्त

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

एक वृत्त की त्रिज्या 4 सेमी. है। इस वृत्त में दो समान्तर जीवाओं के मध्य-बिन्दुओं से गुजरने वाली जीवा की लम्बाई लिखिए।

हल:

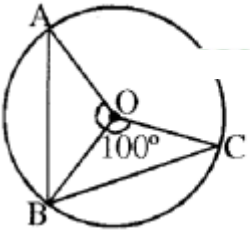
समान्तर जीवाओं का मध्य बिन्दु केन्द्र से जाता है। अतः वृत्त का व्यास इसकी जीवा होगी।

जीवा की लम्बाई = $2 \times$ त्रिज्या

= $2 \times 4 = 8$ सेमी.

प्रश्न 2.

दी गई आकृति में O वृत्त का केन्द्र है तथा जीवाएँ $AB = BC$ हैं। यदि $\angle BOC = 100^\circ$ है, तो $\angle AOB$ का मान लिखिए।



उत्तर:

$\angle AOB = 100^\circ \because AB = BC$ है।

प्रश्न 3.

यदि 16 सेमी. लम्बाई की एक जीवा वृत्त के केन्द्र से 6 सेमी. की दूरी पर है, तो उस वृत्त के व्यास की लम्बाई लिखिए।

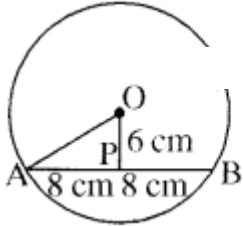
हल:

$$(AO)^2 = (AP)^2 + (OP)^2.$$

$$(AO)^2 = (8)^2 + (6)^2$$

$$= 64 + 36$$

$$(AO)^2 = 100$$



$$\therefore AO = \sqrt{100} = 10 \text{ सेमी.}$$

अतः वृत्त की त्रिज्या = 10 सेमी.

\therefore वृत्त का व्यास = $2 \times$ त्रिज्या

$$= 2 \times 10 = 20 \text{ सेमी.}$$

प्रश्न 4.

वृत्त C (O, 5) तथा C (O', 5) में जीवा AB = जीवा CD है। यदि $m(\overline{AB}) = 60^\circ$ है, तो $m(\overline{CD})$ का मान लिखिए।

हल:

$$m(\overline{CD}) = 60^\circ$$

प्रश्न 5.

एक वृत्त की दो जीवाएँ AB तथा CD हैं जो परस्पर समान्तर और बराबर हैं। यदि प्रत्येक की लम्बाई 8 सेमी. हो और वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी. हो तो उनके बीच की दूरी लिखो।

हल:

$$\text{केन्द्र से AB की दूरी} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{5} = 3 \text{ सेमी.}$$

$$\text{अतः दोनों के मध्य की दूरी} = 3 \times 2 = 6 \text{ सेमी.}$$

प्रश्न 6.

एक वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी. और वृत्त के केन्द्र से एक जीवा पर लम्ब की लम्बाई 4 सेमी. है तो जीवा की लम्बाई ज्ञात करो।

हल:

$$2 \sqrt{5^2 - 4^2} = 2 \times 3 = 6 \text{ सेमी.}$$

प्रश्न 7.

एक वृत्त की जीवा 7 सेमी. है और केन्द्र से जीवा की दूरी 1.2 सेमी. है तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करो।

हल:

$$\begin{aligned} \text{त्रिज्या} &= \sqrt{(3.5)^2 + (1.2)^2} \\ &= \sqrt{12.25 + 1.44} \\ &= \sqrt{13.69} \\ &= 3.7 \text{ सेमी.} \end{aligned}$$

प्रश्न 8.

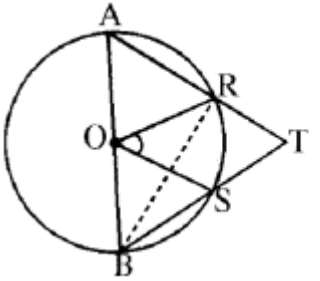
एक वृत्त 5 सेमी. त्रिज्या का है, इसकी सबसे बड़ी जीवा की लम्बाई बताइए।

उत्तर:

10 सेमी.

प्रश्न 9.

दी गई आकृति में, AOB वृत्त का व्यास है तथा $\angle ROS = 42^\circ$ है, तो $\angle RTS$ की माप ज्ञात कीजिए।

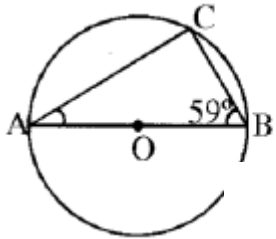


हल:

$$\angle RTS = 69^\circ$$

प्रश्न 10.

दी गई आकृति में AB वृत्त का व्यास है। यदि $\angle ABC = 59^\circ$ है तो $\angle BAC$ का मान लिखिए।

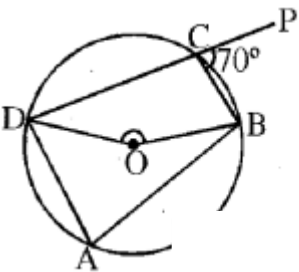


हल:

$$\angle BAC = 90^\circ - 59^\circ = 31^\circ \text{ क्योंकि } \angle ACB = 90^\circ \text{ है।}$$

प्रश्न 11.

दिए गए चित्र में 'O' वृत्त का केन्द्र है। ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। $\angle PCB = 70^\circ$ है, तो $\angle BOD$ का मान लिखिए।

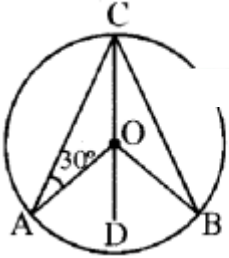


हल:

$$\begin{aligned}\angle DCB &= 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \\ \therefore \angle DAB &= 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ \\ \therefore ABCD &\text{ एक चक्रीय चतुर्भुज है।} \\ \therefore \angle BOD &= 2 \times 70^\circ = 140^\circ\end{aligned}$$

प्रश्न 12.

दिए गए चित्र में, 'O' वृत्त का केन्द्र है तथा $\angle CAO = 30^\circ$ है, तो $\angle AOD$ का मान है-

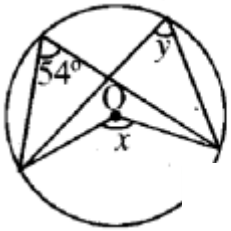


हल:

$$\angle AOD = 2\angle CAO = 60^\circ$$

प्रश्न 13.

दिए गए चित्र में $\angle x$ व $\angle y$ का मान ज्ञात करो।



हल:

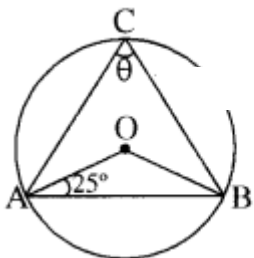
$$\angle x = 2 \times 54 = 108^\circ$$

$$\text{तथा } \angle x = \angle y$$

$$\text{अतः } y = \frac{108}{2} = 54^\circ$$

प्रश्न 14.

दिए गए चित्र में, 'O' वृत्त का केन्द्र है। $\angle OAB = 25^\circ$ है तथा $\angle ACB = \theta$ है, तो θ का मान लिखिए।



हल:

$$\angle ABO = 25^\circ$$

$$\therefore OA = OB$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - (25^\circ + 25^\circ)$$

$$= 130^\circ$$

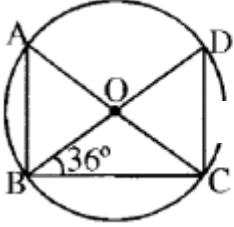
$$\text{और } \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

$$= \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ$$

$$\therefore \theta = 65^\circ$$

प्रश्न 15.

दिए गए चित्र में $\angle DBC = 36^\circ$ हो, तो $\angle BAC$ का मान लिखिए।



हल:

$$54^\circ$$

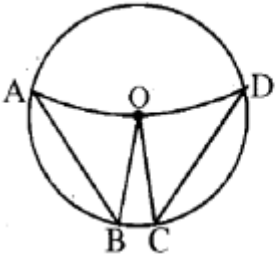
लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

सिद्ध कीजिए वृत्त की बराबर जीवायें केन्द्र पर बराबर कोण अंतरित करती हैं।

हल:

उपपत्ति-एक वृत्त जिसका केन्द्र O है। इसकी दो जीवायें AB और CD दी गई हैं जो आपस में बराबर हैं। हमें यहाँ पर सिद्ध करना है कि $\angle AOB = \angle COD$ होगा।



त्रिभुज AOB तथा COD में,

$$OA = OC$$

एक ही वृत्त की त्रिज्यायें हैं।

$$OB = OD \text{ (एक वृत्त की त्रिज्यायें)}$$

$$AB = CD \text{ दिया है}$$

अतः $\triangle AOB \cong \triangle COD$ (SSS नियम)

इस प्रकार से हम पाते हैं कि

$$\angle AOB = \angle COD$$

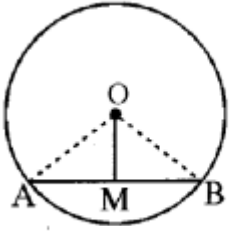
(सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग)

(इति सिद्धम्)

प्रश्न 2.

एक वृत्त के केन्द्र से एक जीवा को समद्विभाजित करने के लिए खींची गई रेखा जीवा पर लम्ब होती है।

हल:



दिया है- एक वृत्त जिसका केन्द्र O है। इसकी AB एक जीवा है और O को AB के मध्य-बिन्दु M से मिलाया गया है।

सिद्ध करना है: $OM \perp AB$

रचना: OA तथा OB को मिलाया गया है।

उपपत्ति: ΔOAM तथा ΔOBM में $OA = OB$

एक ही वृत्त की त्रिज्यायें हैं।

$AM = BM$ दिया है

और $OM = OM$ (उभयनिष्ठ)

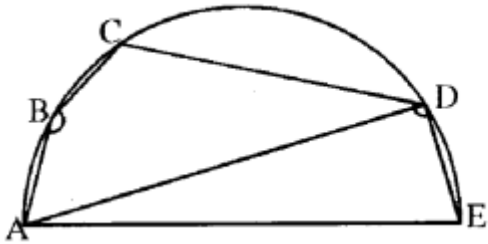
अतः $\Delta OAM \cong \Delta OBM$

इससे प्राप्त होता है

$\angle OMA = \angle OMB = 90^\circ$ (इति सिद्धम्)

प्रश्न 3.

दी गई आकृति में, ABCDE अर्धवृत्त में बना पंचभुज है, तो सिद्ध कीजिए- $\angle ABC + \angle CDE = 3$ समकोण। (केवल उपपत्ति के पद लिखिए)।



हल:

अर्धवृत्त की परिधि पर बना कोण समकोण होता है।

अतः $\angle ADE = 90^\circ$ (i)

चतुर्भुज ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण सम्पूरक होते हैं।

$\therefore \angle ABC + \angle CDA = 180^\circ$ (ii)

(i) व (ii) को जोड़ने पर

$\angle ADE + \angle CDA + \angle ABC = 90^\circ + 180^\circ$

$\angle CDE + \angle ABC = 270^\circ$

या $\angle ABC + \angle CDE = 90 \times 3$

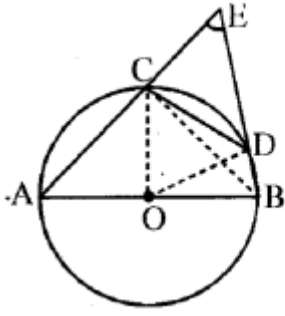
या $\angle ABC + \angle CDE = 3$ समकोण

(इति सिद्धम्)

प्रश्न 4.

दी गई आकृति में AB वृत्त का एक व्यास है और CD त्रिज्या के बराबर एक जीवा है। AC और BD बढ़ाए जाने पर एक

बिन्दु E पर मिलती है। सिद्ध कीजिए कि $\angle AEB = 60^\circ$ है।



हल:

भुजा OC, OD तथा BC को मिलाइए। आकृति के अनुसार $\triangle ODC$ एक समबाहु त्रिभुज है।

अतः $\angle COD = 60^\circ$

अब $\angle CBD = \frac{1}{2}\angle COD$

क्योंकि एक चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण वृत्त के शेष भाग के किसी बिन्दु पर अंतरित कोण का दुगुना होता है।

$\therefore \angle CBD = 30^\circ$

पुनः $\angle ACB = 90^\circ$

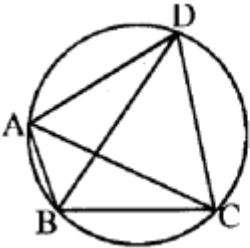
(\because अर्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।)

$\therefore \angle BCE = 180^\circ - \angle ACB = 90^\circ$

जिससे $\angle CEB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, अर्थात् $\angle AEB = 60^\circ$ प्राप्त होता है।

प्रश्न 5.

आकृति में, ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है, जिसमें AC और BD विकर्ण हैं। यदि $\angle DBC = 55^\circ$ तथा $\angle BAC = 45^\circ$ हो, तो $\angle BCD$ ज्ञात कीजिए।



हल:

$\angle CAD = \angle DBC = 55^\circ$ (एक वृत्तखण्ड के कोण)

अतः $\angle DAB = \angle CAD + \angle BAC$

$= 55^\circ + 45^\circ = 100^\circ$

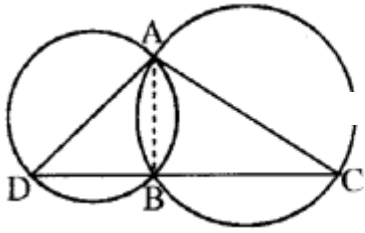
परन्तु, $\angle DAB + \angle BCD = 180^\circ$

(चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण)

इसलिए, $\angle BCD = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

प्रश्न 6.

दो वृत्त दो बिन्दुओं A और B पर प्रतिच्छेद करते हैं। AD और AC दोनों वृत्तों के व्यास हैं। सिद्ध कीजिए कि B रेखाखण्ड DC पर स्थित है।



हल:

AB को मिलाइए। अब,

$\angle ABD = 90^\circ$ (अर्धवृत्त का कोण)

$\angle ABC = 90^\circ$ (अर्धवृत्त का कोण)

इसलिए, $\angle ABD + \angle ABC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

अतः DBC एक रेखा है। अर्थात् B रेखाखण्ड DC पर स्थित है।

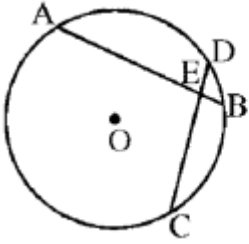
प्रश्न 7.

चित्र में, दो समान जीवाँ AB और CD एक-दूसरे को E पर प्रतिच्छेद करती हैं। सिद्ध कीजिए कि, $\widehat{DA} = \widehat{CB}$

हल:

दिया है-वृत्त C (O, r) में जीवा AB = जीवा CD, परस्पर E प्रतिच्छेद करती हैं।

सिद्ध करना है- $\widehat{DA} = \widehat{CB}$



उपपत्ति-∴ जीवा AB = जीवा CD (दिया है)

⇒ BA = CD

∴ लघुचाप $\widehat{BA} =$ लघुचाप \widehat{CD}

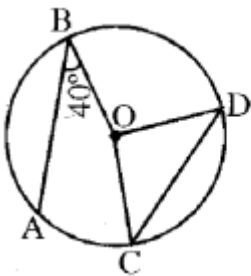
लेकिन $\widehat{BD} = \widehat{BD}$ (उभयनिष्ठ)

∴ $\widehat{BA} - \widehat{BD} = \widehat{CD} - \widehat{BD}$

⇒ $\widehat{DA} = \widehat{CB}$

प्रश्न 8.

दी गई आकृति में O वृत्त का केन्द्र है। जीवा AB = CD एवं $\angle OBA = 40^\circ$ हो तो $\angle COD$ की माप ज्ञात कीजिए।



हल:

दिया है- $AB = CD$

वृत्त की त्रिज्या = $OB = OD$

$$\therefore \angle OBA = \angle ODC = 40^\circ$$

ΔOCD में $OD = OC$ (वृत्त की त्रिज्या)

$\therefore \Delta OCD$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

$$\therefore \angle OCD = \angle ODC = 40^\circ$$

ΔOCD में

$$\angle ODC + \angle OCD + \angle COD = 180^\circ$$

$$40^\circ + 40^\circ + \angle COD = 180^\circ$$

$$\angle COD = 180 - 40 - 40$$

$$\angle COD = 180^\circ - 80^\circ$$

$$\angle COD = 100^\circ$$

प्रश्न 9.

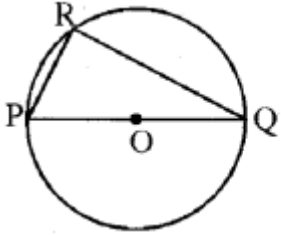
सिद्ध कीजिए

"अर्धवृत्त का कोण समकोण होता है।"

हल:

दिया है- PQ व्यास का वृत्त $C(O, r)$ है।

सिद्ध करना है- $\angle PRQ = 90^\circ$



उपपत्ति- \therefore वृत्त के किसी चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अन्तरित कोण उसी चाप के सापेक्ष वृत्त के एकान्तर खण्ड के किसी बिन्दु पर अन्तरित कोण का दुगुना होता है

$$\text{अतः } \angle POQ = 2 \angle PRQ$$

$$\Rightarrow 180^\circ = 2 \angle PRQ$$

$$(\because \angle POQ = \text{अर्धवृत्त का डिग्री माप} = 180^\circ)$$

$$\Rightarrow \angle PRQ = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

अतः $\angle PRO = 90^\circ$ (इति सिद्धम्)

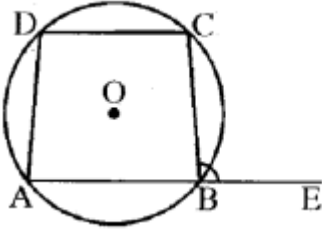
प्रश्न 10.

दिए गए चित्र में $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है। केवल उपपत्ति के पद लिखकर सिद्ध कीजिए

$$\angle CBE = \angle ADC$$

अथवा

चित्र में $ABCD$ चक्रीय चतुर्भुज है जिसमें AB को E तक बढ़ाया गया है। सिद्ध कीजिए $\angle ADC = \angle CBE$ केवल उपपत्ति के पद लिखिए।



हल:

उपपत्ति

$$\angle ADC + \angle ABC = 2 \text{ समकोण}$$

(चक्रीय चतुर्भुज के अभिमुख कोण सम्पूरक होते(i))

तथा ABE एक सीधी रेखा है, अतः बिन्दु B पर बने आसन्न कोण

$$\angle ABC + \angle CBE = 2 \text{ समकोण(ii)}$$

समीकरण (i) व (ii) से

$$\angle ADC + \angle ABC = \angle ABC + \angle CBE$$

अतः $\angle ADC = \angle CBE$ (इति सिद्धम्)

प्रश्न 11.

सिद्ध कीजिए कि एक वृत्त में दो चाप सर्वांगसम होते हैं, यदि उनके द्वारा केन्द्र पर बने कोण समान हों।

हल:

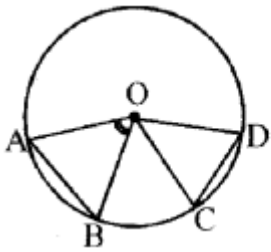
दिया है- वृत्त C (O, r) में दो चाप \widehat{AB} व \widehat{CD} इस प्रकार हैं कि

$$\angle AOB = \angle COD$$

सिद्ध करना है

$$\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$$

रचना: AB व CD को मिलाइए।



उपपत्ति: $\triangle AOB$ तथा $\triangle OCD$ में

$$\because OA = OC \text{ (एक ही वृत्त की त्रिज्या)}$$

$$OB = OD \text{ (एक ही वृत्त की त्रिज्या)}$$

$$\angle AOB = \angle COD \text{ (दिया है)}$$

$$\because \triangle OAB \cong \triangle OCD \text{ (भुजा-कोण भुजा सर्वांगसमता अभिगृहीत)}$$

$$\Rightarrow AB = CD$$

$$\because \text{वृत्त की दी जीवाएँ बराबर हैं} \Rightarrow \widehat{AB} \cong \widehat{CD}$$

प्रश्न 12.

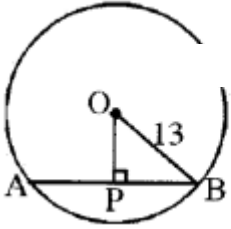
यदि वृत्त की त्रिज्या 13 सेमी. है। यदि इसकी एक जीवा की लम्बाई 10 सेमी. हो, तो इस जीवा की वृत्त के केन्द्र से दूरी

ज्ञात कीजिए।

हल:

यहाँ $\triangle OPB$ में $OB = 13$ सेमी.

तथा $PB = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5$ सेमी.



अतः पाइथागोरस प्रमेय से

$$OP^2 = OB^2 - PB^2$$

$$\text{या } OP^2 = 13^2 - 5^2$$

$$\text{या } OP^2 = 169 - 25$$

$$OP = \sqrt{144} = 12 \text{ सेमी.}$$

अतः जीवा की केन्द्र से दूरी = 12 सेमी.