

UP Board Class 10 Maths Important Questions Chapter 15

प्रायिकता

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

एक पासे के उछाल में 3 से छोटा अंक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर:

एक पासा फेंकने पर 1 से 6 तक कोई भी अंक आ सकता है। अतः कुल निश्शेष स्थितियाँ 6 होंगी। यहाँ पर घटना 3 से छोटा अंक आना है। स्पष्ट है कि पासे की फेंक में 1 या 2 अंक आना है अर्थात् 2 अनुकूल स्थितियाँ होंगी।

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

प्रश्न 2.

दो पासों के एक फेंक में कम से कम एक पासे में 6 अंक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर:

यहाँ पर निश्शेष स्थितियाँ $6^2 = 36$ हैं। घटना कम से कम एक पासे में 6 अंक प्राप्त होना दी गई है।

अतः अनुकूल स्थितियाँ हैं $(-1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)$ अर्थात् कुल अनुकूल स्थितियाँ 11 हैं।

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{11}{36}$$

प्रश्न 3.

एक पासे के फेंकने पर सम अंक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\text{अनुकूल स्थितियाँ } (2, 4, 6) = 3$$

$$\text{कुल स्थितियाँ} = 6$$

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

प्रश्न 4.

किसी प्रयोग की सभी प्रारम्भिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग कितना होता है?

अथवा

किसी प्रयोग की सभी प्रारम्भिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग लिखिए।

उत्तर:

किसी प्रयोग की सभी प्रारम्भिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग 1 होता है। यह व्यापक रूप में भी सत्य है।

प्रश्न 5.

एक पासे को एक बार फेंका जाता है, तो अभाज्य संख्या आने की क्या प्रायिकता है?

हल:

एक पासे को यादृच्छया फेंके जाने पर प्राप्त होने वाले सभी सम्भव परिणामों की संख्या = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = 6$

यहाँ पर अभाज्य संख्याएँ = $\{2, 3, 5\} = 3$

∴ अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

प्रश्न 6.

एक थैले में 3 लाल और 5 काली गेंदें हैं। इस थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। इसकी प्रायिकता क्या है कि गेंद काली नहीं है?

हल:

थैले में गेंदों की कुल संख्या = 3 लाल + 5 काली = 8

थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकालने पर कुल सम्भावित परिणाम = 8

गेंद काली (B) होने की घटना के अनुकूल परिणाम = 5

गेंद काली होने की प्रायिकता $P(B)$

अतः गेंद काली होने की प्रायिकता = $\frac{5}{8}$

तब गेंद काली न होने की प्रायिकता = $1 - \text{गेंद काली होने की प्रायिकता}$

= $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{घटना (B) के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} \\ &= \frac{5}{8} \end{aligned}$$

प्रश्न 7.

एक थैले में 4 लाल और 6 काली गेंदें हैं। इस थैले में एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। इसकी प्रायिकता क्या है कि गेंद काली हो?

हल:

थैले में कुल गेंद = 4 + 6 = 10

एक गेंद निकालने पर कुल सम्भावित परिणाम = 10

गेंद काली होने की घटना के अनुकूल परिणाम = 6

∴ काली गेंद होने की प्रायिकता

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भावित परिणाम}} \\ &= \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

प्रश्न 8.

एक थैले में एक से लेकर दस अंक तक के दस टिकट हैं। थैले से यादृच्छया एक टिकट निकाला जाता है। निकाले गये टिकट पर विषम अंक प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

हल:

थैले में विषम अंकों के कुल टिकट होंगे = 1, 3, 5, 7, 9

अर्थात् = 5

कुल सम्भावित परिणाम = 10

अतः विषम अंक आने की प्रायिकता = $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

प्रश्न 9.

किसी घटना के घटित होने की प्रायिकता - 0.7 है तो उस घटना के घटित नहीं होने की प्रायिकता क्या है? .

हल:

घटना घटित होने की प्रायिकता $P(E) = 0.7$

इसलिये घटना घटित न होने की प्रायिकता

$$= 1 - P(E)$$

$$= 1 - 0.7 = 0.3$$

प्रश्न 10.

यदि $P(E) = 0.05$ है, तो 'E नहीं' की प्रायिकता क्या है?

हल:

हम जानते हैं- $P(E) + P(\bar{E}) = 1$

$$\therefore P(\bar{E}) = 1 - P(E)$$

$$= 1 - 0.05 = 0.95$$

प्रश्न 11.

52 ताशों की एक गड्डी को फेंक कर एक पत्ता खींचा जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए

(i) वह लाल रंग का पत्ता है।

(ii) वह बादशाह का पत्ता है।

हल:

(i) कुल सम्भावित परिणाम = 52

तथा अनुकूल परिणाम = 26 (चूँकि गड्डी में लाल पत्तों की संख्या = 26)

\therefore गड्डी में से एक पत्ता निकालने पर लाल पत्ता आने की प्रायिकता

$$= \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

(ii) गड्डी में बादशाह की संख्या = 4

\therefore अनुकूल परिणाम = 4

\therefore बादशाह का पत्ता आने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल परिणाम}} \\ = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

प्रश्न 12.

किसी कारण 12 खराब पेन 132 अच्छे पेनों में मिल गये हैं। केवल देखकर यह नहीं बताया जा सकता है कि कोई पेन खराब है या अच्छा है। इस मिश्रण में से, एक पेन यादृच्छया निकाला जाता है। निकाले गये पेन के अच्छा होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

हल:

खराब पेनों की संख्या = 12

अच्छे पेनों की संख्या = 132

पेनों की कुल संख्या = 12 + 132 = 144

अच्छा पेन प्राप्त करने की प्रायिकता = $\frac{132}{144} = \frac{11}{12}$

$P(\text{एक अच्छा पेन}) = \frac{11}{12}$

प्रश्न 13.

यदि एक पासा एक बार फेंका जाता है तो उसे छोटी संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

हल:

पासा फेंकने पर कुल स्थितियाँ = 6

छोटी संख्या प्राप्त करने की अनुकूल स्थितियाँ = 1

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{\text{अनुकूल स्थितियाँ}}{\text{कुल स्थितियाँ}}$$
$$= \frac{1}{6}$$

प्रश्न 14.

अच्छी तरह फेंटी हुई ताश की गड्डी से एक पत्ता निकाला गया। इस पत्ते के बादशाह या हुकुम का पत्ता होने की प्रायिकता क्या होगी?

हल:

एक पत्ता 52 तरह का निकल सकता है।

अतः निश्शेष स्थितियाँ = 52

अनुकूल पत्तों की संख्या = 13 + 4 - 1 = 16 है।

प्रायिकता = $\frac{16}{52} = \frac{4}{13}$

प्रश्न 15.

यदि किसी छात्र द्वारा एक प्रश्न को हल करने की प्रायिकता है, तो छात्र द्वारा प्रश्न हल नहीं करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल:

∴ प्रश्न हल करने की प्रायिकता = 2/3

∴ प्रश्न हल नहीं करने की प्रायिकता = 1 - 2/3

= 1/3

प्रश्न 16.

अच्छी प्रकार से फेंटी गई 52 पत्तों की एक गड्डी में से एक पत्ता इक्का नहीं होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल:

गड्डी को अच्छी प्रकार से फेंकने से परिणामों का सम्प्रायिक होना सुनिश्चित हो जाता है।

माना कि घटना F एक इक्का नहीं है।

माना F के अनुकूल परिणामों की संख्या = 52 - 4 = 48

सभी संभव परिणामों की संख्या = 52

अतः P(F) = $\frac{48}{52} = \frac{12}{13}$

प्रश्न 17.

एक सिक्के को एक बार उछाला जाता है। इसके पट नहीं आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल:

जब हम सिक्के को उछालते हैं तो केवल दो ही सम्भावनाएँ होती हैं अर्थात् परिणाम चित या पट दो सम्प्रायिक हैं।

इसलिए सिक्के के पट प्राप्त होने की

प्रायिकता = 1/2

सिक्का पट प्राप्त न होने की प्रायिकता अर्थात् सिक्के

के चित प्राप्त होने की प्रायिकता = 1 - 1/2 = 1/2

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

एक पेटी में 30 डिस्क है, जिन पर 1 से 30 तक संख्याएँ अंकित हैं। यदि इस पेटी में से एक डिस्क यादृच्छया निकाली जाती है, तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस डिस्क पर अंकित होगी

(i) दो अंकों की एक संख्या

(ii) एक पूर्ण वर्ग संख्या

हल:

पेटी में रखी डिस्क पर 1 से 30 तक कुल 30 संख्याएँ हैं और 10 से 30 तक 21 संख्याएँ दो अंकों वाली हैं।

(i) दो अंकों वाली संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता = 21302130

∴ P (दो अंकों की एक संख्या) = $21302130 = 710710$

(ii) 1 से 30 तक आने वाली पूर्ण वर्ग संख्याएँ होंगी $\{1, 4, 9, 16, 25\}$

अर्थात् 1 से 30 तक आने वाली कुल पूर्ण वर्ग संख्याएँ 5 (पाँच) होंगी।

अतः 1 से 30 तक आने वाली पूर्ण वर्ग संख्याएँ प्राप्त करने की प्रायिकता

= $530=16530=16$

प्रश्न 2.

एक लीप वर्ष (Leap Year) का यादृच्छक चुनाव करने पर उसमें 53 रविवार आने की प्रायिकता बताइए।

हल:

एक लीप वर्ष में 366 दिन अर्थात् 52 सप्ताह और 2 दिन होते हैं। अतः प्रत्येक लीप वर्ष में 52 रविवार तो आवश्यक रूप से आते ही हैं। 53 रविवार आने की प्रायिकता हेतु शेष 2 दिनों में रविवार के आने की प्रायिकता ज्ञात करनी चाहिए। सप्ताह के दो दिनों के आने की कुल निम्न सात सम्भावनाएँ निम्न प्रकार से हो सकती हैं

(सोम, मंगल), (मंगल, बुध), (बुध, बृहस्पति), (बृहस्पति, शुक्र), (शुक्र, शनि), (शनि, रवि) और (रवि,

सोम) रविवार आने की कुल अनुकूल स्थितियाँ = 2

निश्शेष स्थितियाँ = 7

∴ अभीष्ट प्रायिकता = 2727

प्रश्न 3.

दो पासों को एक साथ फेंकने पर इस बात की क्या प्रायिकता है कि उन पर न तो समान अंक आये और न ही अंकों का योग 9 आये।

हल:

यहाँ समस्त सम्भावित स्थितियाँ = $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

कुल निःशेष स्थितियाँ = 36

समान अंक व 9 योग आने की स्थितियाँ = $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (3, 6), (6, 3), (4, 5), (5, 4)\}$

कुल प्रतिकूल स्थितियाँ = 10

अतः अनुकूल स्थितियाँ = $36 - 10 = 26$

∴ अभीष्ट प्रायिकता = $2636=13182636=1318$

प्रश्न 4.

एक थैले में एक लाल गेंद, एक नीली गेंद और एक पीली गेंद है तथा सभी गेंदें एक ही साइज की हैं। कृतिका बिना थैले के अन्दर झाँके, इसमें से एक गेंद निकालती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह गेंद

(i) पीली होगी?

(ii) लाल होगी?

(iii) नीली होगी?

हल:

कृतिका थैले में से, उसमें बिना झाँके, गेंद निकालती है।

अतः उसके द्वारा कोई भी गेंद निकालना समप्रायिक है।

माना कि 'पीली गेंद निकालना' घटना Y है, 'लाल गेंद निकालना' घटना R है तथा 'नीली गेंद निकालना' घटना B है।

अब, सभी सम्भव परिणामों की संख्या = 3 है।

(i) घटना Y के अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

अतः $P(Y) = \frac{1}{3}$

इसी प्रकार, $P(R) = \frac{1}{3}$ और $P(B) = \frac{1}{3}$

प्रश्न 5.

दो खिलाड़ी संगीत और रेशमा टेनिस का एक मैच खेलते हैं। यह ज्ञात है कि संगीता द्वारा मैच जीतने की प्रायिकता 0.62 है। रेशमा के जीतने की क्या प्रायिकता है?

हल:

माना कि S और R क्रमशः संगीता के जीतने और रेशमा के जीतने की घटनाएँ व्यक्त करते हैं। संगीता के जीतने की प्रायिकता = $P(S) = 0.62$ (दिया है)

रेशमा के जीतने की प्रायिकता = $P(R) = 1 - P(S)$

[चूँकि घटनाएँ R और S पूरक हैं]

$= 1 - 0.62 = 0.38$

प्रश्न 6.

एक चित प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए, जब एक सिक्के को एक बार उछाला जाता है। साथ ही, एक पट प्राप्त करने की भी प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल:

एक सिक्के को एक बार उछालने के प्रयोग में, सम्भव परिणामों की संख्या 2 है—चित (H) और पट (T)। मान लीजिए घटना E 'चित प्राप्त करना' है। तब, E के अनुकूल (अर्थात् चित प्राप्त करने के अनुकूल) परिणाम 1 है।

अतः, $P(E) = P(\text{चित}) = \frac{1}{2}$

$$\frac{E \text{ के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी सम्भव परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{2}$$

इसी प्रकार, यदि घटना F पट प्राप्त करना है, तो

$P(F) = P(\text{पट}) = \frac{1}{2}$

घटना F के अनुकूल परिणाम 1, 2, 3 और 4 हैं। अतः F के अनुकूल परिणामों की संख्या 4 है।

$\therefore P(F) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

प्रश्न 7.

किसी अलीप वर्ष में 53 रविवार आने की प्रायिकता बताइए।

हल:

एक अलीप वर्ष में 365 दिन होते हैं अर्थात् एक अलीप वर्ष में $365 \div 7 = 52$ सप्ताह व 1 दिन होते हैं। इससे यह अर्थ निकलता है कि 52 सप्ताह में 52 रविवार तो होंगे ही, अब 1 दिन जो बचा है वह निम्न में से एक हो सकता है-

[रविवार, सोमवार, मंगलवार, बुधवार, गुरुवार, शुक्रवार, शनिवार]

अतः कुल निःशेष स्थितियाँ = 7

रविवार के पक्ष में अनुकूल स्थिति = 1

अतः अभीष्ट प्रायिकता = $\frac{1}{7}$

प्रश्न 8.

मान लीजिए हम एक पासे को एक बार फेंकते हैं।

(i) 4 से बड़ी संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता क्या है?

(ii) 4 से छोटी या उसके बराबर संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता क्या है?

हल:

(i) यहाँ माना कि '4 से बड़ी संख्या प्राप्त करना' घटना E है। सभी सम्भव परिणाम छः हैं, ये 1, 2, 3, 4, 5 और 6 हैं। स्पष्टतः, घटना E के अनुकूल परिणाम 5 और 6 हैं। अतः E के अनुकूल परिणामों की संख्या 2 है। इसलिए

$$P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(ii) माना कि '4 से छोटी या उसके बराबर संख्या प्राप्त करना' घटना F है।

सभी सम्भव परिणाम चार हैं जो कि इस प्रकार से हैं - 1, 2, 3, 4

$$P(F) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

प्रश्न 9.

दो पासों को एक साथ फेंका जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि दोनों पासों पर आने वाली संख्याओं का योग 7 है?

हल:

जब दो पासों को एक साथ फेंका जाता है तब सम्भावित परिणामों की संख्या = $6 \times 6 = 36$ है।

E द्वारा योग घटना 'संख्याओं का योग 7 है' के अनुकूल परिणाम

(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2) और (6, 1)

अर्थात् E के अनुकूल परिणाम = 6

$$P(E) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$