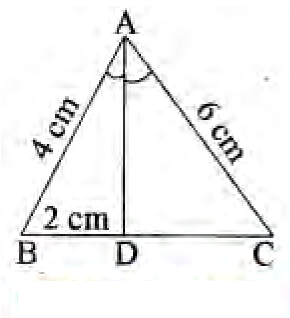
UP Board Class 10 Maths Important Questions Chapter 6 त्रिभुज

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.
ΔABC में AD कोण ∠BAC का समद्विभाजक है। यदि AB = 4 cm, AC = 6 cm, BD = 2 cm है तो BC का मान ज्ञात कीजिए।



हल:
आधारभूत समानुपातिक प्रमेय से
—— $\frac{AB}{AC}$
या DC = $\frac{BD \times AC}{AB}$

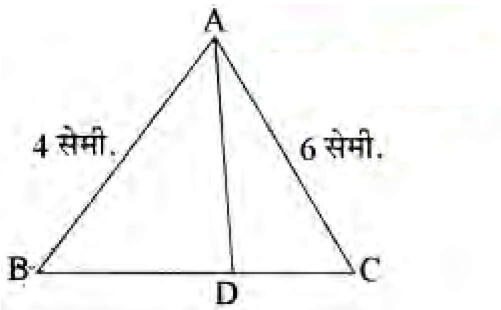
मान रखने पर
= $\frac{6 \times 2}{4}$ = 3 cm
∴ BC = BD + DC
= 2 + 3 = 5 cm

प्रश्न 2.
किसी त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण कैसे होते हैं?
उत्तर:
बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण समान होते हैं।

प्रश्न 3.
दो समरूप त्रिभुजों की भुजाएँ 4:5 के अनुपात में हैं। इन त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिये।
हल:
समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात भुजाओं के अनुपात के वर्ग के बराबर है, अतः त्रिभुजों के क्षेत्रफलों में अनुपात
= $(4 : 5)^2$
= 16 : 25

प्रश्न 4.
बौधायन प्रमेय का कथन लिखिए।
हल:
बौधायन प्रमेय-किसी आयत के विकर्ण से बने वर्ग का क्षेत्रफल इसकी दोनों आसन्न भुजाओं पर बने वर्गों के योग के बराबर होता है।

प्रश्न 5.
दी गई आकृति में AD, ∠A का अन्तः समद्विभाजक है। यदि AB = 4 सेमी., AC = 6 सेमी. है तो BD : DC लिखिए।
हल:
$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}}=\frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{DC}}$
अतः $\frac{4}{6}=\frac{BD}{DC}$
अतः BD : DC = 4 : 6 = 2 : 3



प्रश्न 6.
यदि ΔABC ~ ΔDEF, AB = 5 सेमी., DE = 3 सेमी. तथा ΔABC का क्षेत्रफल = 50 सेमी. है, तो ΔDEF का क्षेत्रफल लिखिए।
हल:

$$\frac{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta DEF \text{ का क्षेत्रफल}}=\frac{(AB)^2}{(DE)^2}$$

$$=\frac{50}{\Delta DEF \text{ का क्षेत्रफल}}=\frac{25}{9}$$

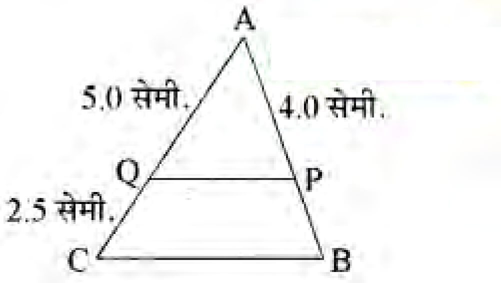
$$=\Delta DEF \text{ का क्षेत्रफल}=\frac{50\times 9}{25}$$

$$=18 \text{ सेमी.}^2$$

प्रश्न 7.
संलग्न आकृति में BC ∥ PQ यदि AP = 4 सेमी., AQ = 5 सेमी. तथा QC = 2.5 सेमी. तो PB का मान ज्ञात कीजिए।
हल:
$\frac{\mathrm{AQ}}{\mathrm{QC}}=\frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{PB}}$
= $\frac{5}{2.5}=\frac{4}{\mathrm{PB}}$

https://www.evidyarthi.in/

अतः PB = $\frac{4}{2}$ = 2 सेमी.



प्रश्न 8.
उपर्युक्त प्रश्न के चित्र में यदि AB = 7 सेमी., AP = 5 सेमी. तथा AC = 10.5 सेमी. तो AQ का मान ज्ञात कीजिए।
हल:
$\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AQ}}=\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AP}}$
= $\frac{10.5}{\mathrm{AQ}}=\frac{7}{5}$
अतः AQ = $\frac{10.5\times5}{7}$ = 7.5 सेमी.

प्रश्न 9.
त्रिभुज ABC की भुजा BC पर P तथा Q बिन्दु इस प्रकार हैं कि BP = 3 सेमी., BQ = 5 ΔABP सेमी. तथा BC = 6 सेमी., तो अनुपात $\frac{\triangle\mathrm{ABP}}{\triangle\mathrm{APQ}}$ का |मान ज्ञात कीजिए।
हल:
$\frac{\triangle\mathrm{ABP}}{\Delta\mathrm{APQ}}=\frac{(\mathrm{BP})^2}{(\mathrm{PQ})^2}=\frac{(3)^2}{(2)^2}=\frac{9}{4}$

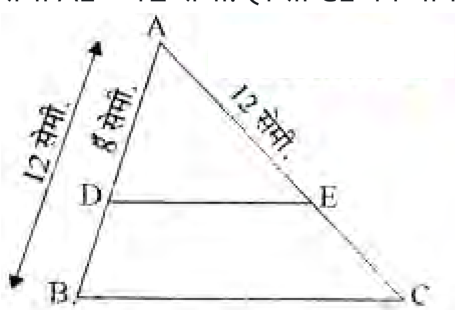
प्रश्न 10.
दो समरूप त्रिभुज ABC तथा PQR के -परिमाप क्रमशः 36 सेमी. तथा 24 सेमी. हैं। यदि PQ 10 सेमी. हो तो AB ज्ञात कीजिए।
हल:
$$\frac{\Delta\mathrm{ABC}\text{ का परिमाप}}{\Delta\mathrm{PQR}\text{ का परिमाप}}=\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{PQ}}=\frac{36}{24}$$
$$=\frac{\mathrm{AB}}{10}=\frac{36}{24}$$
अतः AB = 15 सेमी.

प्रश्न 11.
यदि दो त्रिभुज ABC और XYZ में $\frac{AB}{XY}=\frac{BC}{YZ}=\frac{AC}{ZX}$ तो ΔABC के कोण A का मान त्रिभुज XYZ के किस कोण के बराबर होगा?
उत्तर:
∠X के समान।

प्रश्न 12.
यदि ΔABC में ΔDEF में = BC $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ हो, तो वे आपस में कैसे त्रिभज होंगे?
उत्तर:
समरूप त्रिभुज।

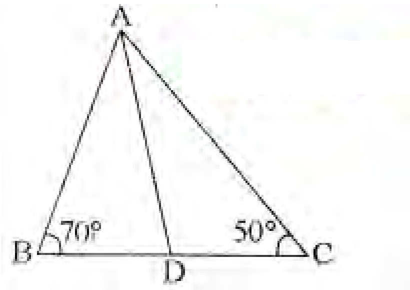
प्रश्न 13.
दो त्रिभुजों के समरूप होने की दो दशाएँ बताइए।
उत्तर:
दो त्रिभुज समरूप होते हैं यदि
(i) उनके संगत कोण समान हों।
(ii) उनकी संगत भुजाएँ समानुपाती हों।

प्रश्न 14.
SSS नियम लिखिए।
उत्तर:
sss नियम-यदि दो त्रिभुजों की संगत भुजाएँ समानुपाती हैं, तो वे दोनों समरूप होते हैं।

प्रश्न 15.
ΔABC की भुजाओं AB और AC पर बिन्दु D और E इस प्रकार हैं कि DE ‖ BC यदि AD = 8 सेमी., AB = 12 सेमी. तथा AE = 12 सेमी. हो तो CE का माप लिखिए।


हल:
आधारभूत आनुपातिक प्रमेय से
$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$
यहाँ AD = 8 सेमी., BD = (12 - 8) = 4 सेमी. तथा AE = 12 सेमी. है।
अतः मान रखने पर
$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$
CE = $\frac{12}{8}$ × 4 = 6 सेमी.

प्रश्न 16.
ΔABC में यदि D, BC पर कोई बिन्दु इस प्रकार है कि $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$, ∠B = 70° तथा ∠C = 50° हो तो ∠BAD का माप लिखिए।
हल:
दिया है : ΔABC जिसमें D, BC पर बिन्दु इस प्रकार है कि $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ तथा ∠B = 70° व ∠C = 50°



ज्ञात करना है : ∠BAD (दिया है)

उपपत्ति : यहाँ $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ (लिख सकते हैं)

अतः ΔABD ~ ΔADC

∠A = [180 - (70 + 50)] = 60°

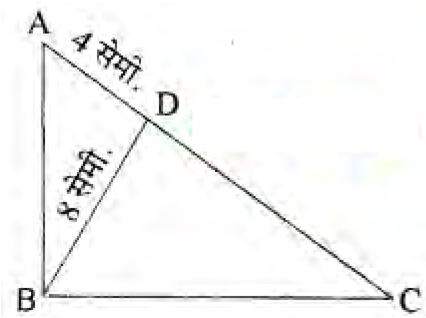
अतः ∠BAD = $\frac{1}{2}$ ∠A= $\frac{60}{2}$ = 30°

प्रश्न 17.

दी गई आकृति में ∠ABC = 90° तथा BD ⊥ AC है। यदि BD = 8 सेमी. तथा AD = 4 सेमी. हो तो CD का माप लिखिए।

हल:

ΔABD व ΔBDC में



∠BDC = ∠BDA (प्रत्येक 90°)

∠DBC = ∠BAD

अत: ΔABD ~ ΔBDC

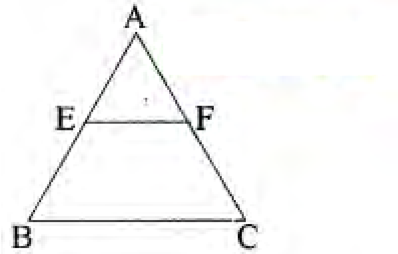
$\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{CD}$

$\frac{4}{8} = \frac{8}{CD}$ या 4CD = 64

अतः CD = $\frac{64}{4}$ = 16. सेमी.

प्रश्न 18.

चित्र में EF ∥ BC, यदि AE : BE = 4 : 1 और CF = 1.5 सेमी. हो, तो AF की लम्बाई क्या होगी?

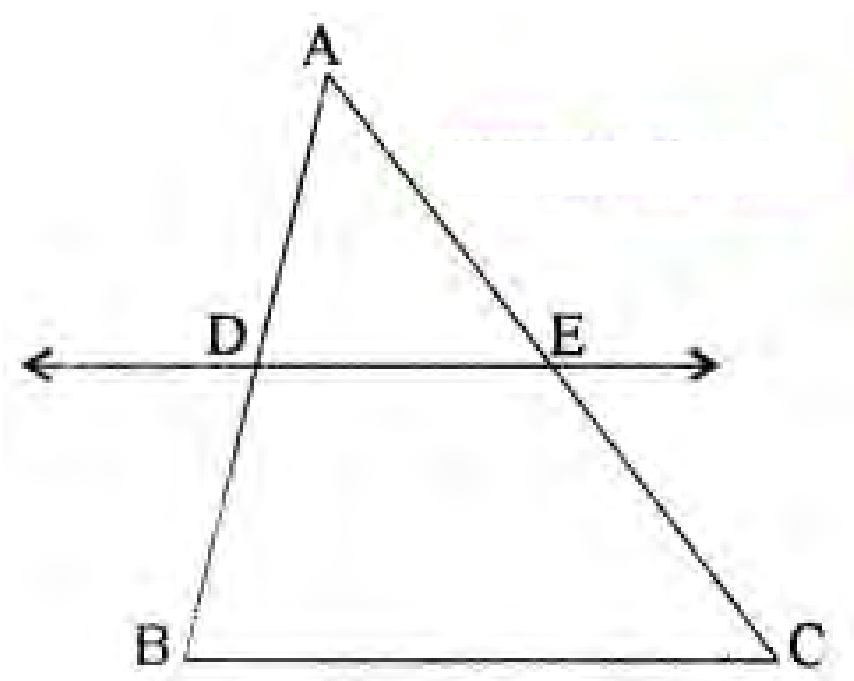


हल:
चित्र में EF ∥ BC
$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{CF}$
$\Rightarrow \frac{4}{1} = \frac{AF}{1.5}$
⇒AF = 4 × 1.5
= 6.0 सेमी.

प्रश्न 19.
दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात 16: 81 है तो इनकी भुजाओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।
हल:
समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात भुजाओं के अनुपात के वर्ग के बराबर होता है। अतः इनकी भुजाओं का अनुपात
= $\sqrt{\frac{16}{81}} = \frac{4}{9}$
अतः इनकी भुजाओं का अनुपात = 4 : 9

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.
यदि कोई रेखा एक ΔABC की भुजाओं AB और AC को क्रमशः D और E पर प्रतिच्छेद करे तथा भुजा BC के समान्तर हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ होगा (देखिए आकृति)।



https://www.evidyarthi.in/

हल:

$$DE \parallel BC \quad \text{(दिया है)}$$

अत: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (प्रमेय 6.1 के अनुसार)

अर्थात् $\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$

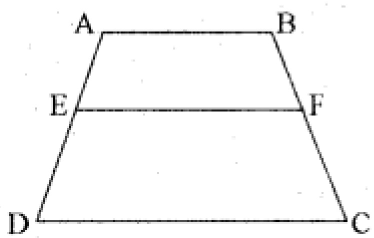
या $\frac{DB}{AD} + 1 = \frac{EC}{AE} + 1$

या $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

अत: $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ (इतिसिद्धम्)

प्रश्न 2.

ABCD एक समलम्ब है जिसमें AB ∥ DC है। असमान्तर भुजाओं AD और BC पर क्रमशः बिन्दु E और F इस प्रकार स्थित हैं कि EF भुजा AB के समान्तर है (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि $\frac{AE}{ED} = \frac{BE}{FC}$ है।



हल:

A और C को मिलाएँ जो EF को G पर | प्रतिच्छेद करे (देखिए आकृति)।

AB ∥ DC और EF ∥ AB (दिया है)

इसलिए EF ∥ DC (एक ही रेखा के समान्तर रेखाएँ परस्पर समान्तर होती हैं)

अब ΔADC में,

EG ∥ DC (क्योंकि EF ∥ DC)

अतः $\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{ED}} = \frac{\mathrm{AG}}{\mathrm{GC}}$ (प्रमेय 6.1 के अनुसार) .... (i)

इसी प्रकार ΔCAB में,

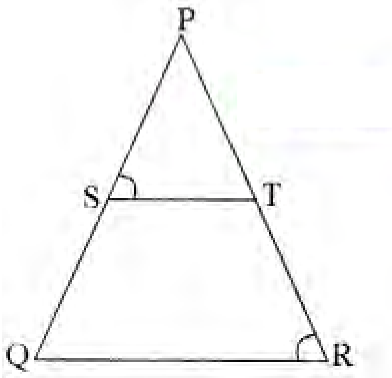
$\frac{\mathrm{CG}}{\mathrm{AG}} = \frac{\mathrm{CF}}{\mathrm{BF}}$

अर्थात् $\frac{\mathrm{AG}}{\mathrm{GC}} = \frac{\mathrm{BF}}{\mathrm{FC}}$ ....(ii)

अतः (i) और (ii) से,

$\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{ED}} = \frac{\mathrm{BF}}{\mathrm{FC}}$ (इतिसिद्धम्)

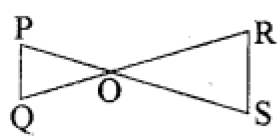
प्रश्न 3.
आकृति में $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ है तथा ∠PST = ∠PRQ है। सिद्ध कीजिए कि ΔPQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



हल:
यह दिया है कि,
$\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$
अतः ST ∥ QR (प्रमेय 6.2 के अनुसार)

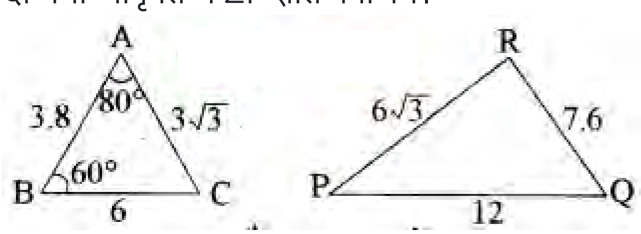
इसलिए ∠PST = ∠PQR (संगत कोण) ....(i)
साथ ही यह दिया है कि ∠PST = ∠PRQ .... (ii)
अतः ∠PRQ = ∠PQR [(i) और (ii) से]
इसलिए PQ = PR (समान कोणों की सम्मुख भुजाएँ)
अर्थात् ΔPQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है। (इतिसिद्धम्)

प्रश्न 4.
दी गयी आकृति में, यदि PQ ∥ RS है, तो सिद्ध कीजिये कि
ΔPOQ ~ ΔSOR है।



हल:
PQ ∥ RS (दिया है)
अतः ∠P = ∠S (एकान्तर कोण)
और ∠Q = ∠R (एकान्तर कोण)
साथ ही ∠POO = ∠SOR (शीर्षाभिमुख कोण)
इसलिये ΔPOQ ~ ΔSOR (AAA समरूपता कसौटी) (इतिसिद्धम्)

प्रश्न 5.
दी गयी आकृति में ∠P ज्ञात कीजिये।



हल:

ΔABC और ΔPQR में,

$$\frac{AB}{RQ} = \frac{3.8}{7.6} = \frac{1}{2}, \frac{BC}{QP} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

और $$\frac{CA}{PR} = \frac{3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$

अर्थात्

इसलिये ΔABC ~ ΔRQP (SSS समरूपता)

इसलिये ∠C = ∠P (समरूप त्रिभुजों के संगत कोण)

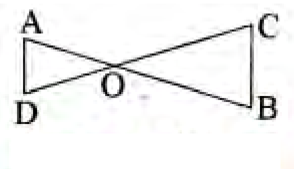
लेकिन ∠C = 180° - ∠A - ∠B (Δ का कोण योग गुणधर्म)

∠C = 180° - 80° - 40° = 40°

अतः ∠P = 40°

प्रश्न 6.

दी गयी आकृति में, OA . OB = OC . OD है। दर्शाइये कि ∠A = ∠C और ∠B = ∠D है।



हल:

OA . OB = OC . OD (दिया है)

अतः $\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$ .... (1)

साथ ही, हमें प्राप्त है ∠AOD = ∠COB (शीर्षाभिमुख कोण) .... (2)

समीकरण (1) और (2) से

ΔAOD ~ ΔCOB (SAS समरूपता कसौटी)

इसलिये ∠A = ∠C और ∠D = ∠B (समरूप त्रिभुजों के संगत कोण)

प्रश्न 7.

दी गयी आकृति में ∠ACB = 90° तथा CD ⊥ AB है। सिद्ध कीजिये कि $\frac{B^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD}$

हल:

ΔACD ~ ΔABC

चूँकि हम जानते हैं कि यदि किसी समकोण त्रिभुज के समकोण वाले शीर्ष से कर्ण पर लम्ब डाला जाये तो इस लम्ब के दोनों ओर बने त्रिभुज सम्पूर्ण त्रिभुज के समरूप होते हैं तथा परस्पर भी समरूप होते हैं।

अतः $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$

या AC^2 = AB . AD .... (1)

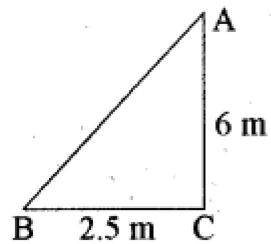
इसी प्रकार उपर्युक्त प्रमेय से

ΔBCD ~ ΔBAC

अतः $\frac{BC}{BA} = \frac{BD}{BC}$
या $BC^2 = BA . BD$ . .... (2)

समीकरण (1) तथा (2) से
$\frac{BC^2}{AC} = \frac{BA \cdot BD}{AB \cdot AD} = \frac{BD}{AD}$ (इतिसिद्धम्)

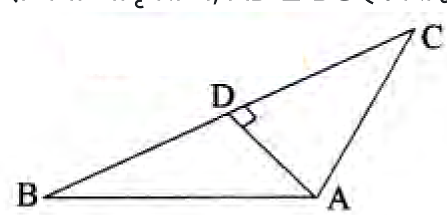
प्रश्न 8.
एक सीढ़ी किसी दीवार पर इस प्रकारटिकी हुई है कि इसका निचला सिरा दीवारसे 2.5 m की दूरी पर है तथा इसका ऊपरी सिरा भूमि से 6 m की ऊँचाई पर बनी एक खिड़की तक पहुँचता है।सीढ़ी की लम्बाई ज्ञात कीजिये।
हल:
माना AB सीढ़ी है तथा CA दीवार है जिसमें खिड़की A पर है। जैसा आकृति में दिखाया गया है।



साथ ही BC = 2.5 m
CA = 6 m है।
पाइथागोरस प्रमेय से
$AB^2 = BC^2 + CA^2$
$= (2.5)^2 + (6)^2$
= 6.25 + 36

$AB^2 = 42.25$
∴ AB = 142.25 = 6.5 m
अतः AB = 6.5 m
इस प्रकार, सीढ़ी की लम्बाई 6.5 m है।

प्रश्न 9.
दी गयी आकृति में, AD ⊥ BC है। सिद्ध कीजिये कि $AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$ है।



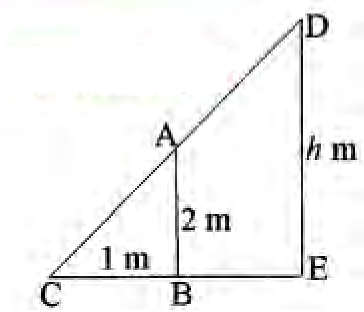
हल:
ΔADC से
$AC^2 = AD^2 + CD^2$ .... (1) (पाइथागोरस प्रमेय से)

ΔADB से
$AB^2 = AD^2 + BD^2$ .... (2) (पाइथागोरस प्रमेय से)

https://www.evidyarthi.in/

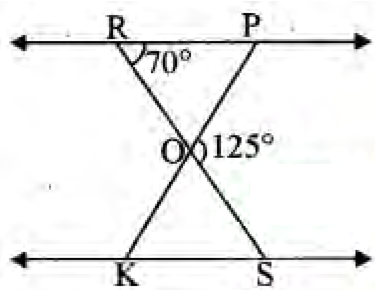
समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर
$AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$
या $AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$ (इतिसिद्धम्)

प्रश्न 10.
एक समतल जमीन पर 2 मी. लम्बे छात्र की छाया की लम्बाई 1 मी. है। उसी समय एक मीनार की छाया की लम्बाई 5 मी. हो, तो मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
हल:
माना कि मीनार की ऊँचाई hm है। चित्रानुसार हम देखते हैं कि ΔABC तथा ΔDEC समरूप हैं अर्थात्

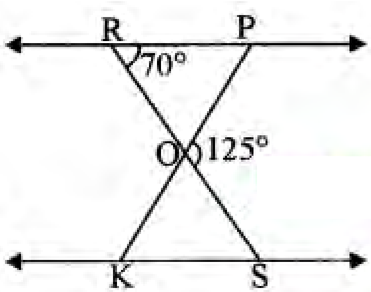


ΔABC - ΔDEC
अत: $\frac{AB}{DE} = \frac{CB}{CE}$
$\Rightarrow \frac{2}{h} = \frac{1}{5}$
या h = 5 × 2
= 10 m.

प्रश्न 11.
आकृति में कोणों ∠OKS व ∠ROPका मान ज्ञात कीजिए, यदि त्रिभुज ΔOPR ~ ΔOSK तथा ∠POS = 1250 और ∠PRO = 70° है।



हल:
प्रश्नानुसार ∠POS = 125° तथा ∠PRO = 70°



चित्रानुसार ROS एक सरल रेखा है।

∴ ∠ROP + ∠POS = 180°

या ∠ROP + 125° = 180°

∠ROP = 180° - 1250

= 550

जब ∠ROP = 55° तो ∠KOS भी 55° का होगा क्योंकि ये शीर्षाभिमुख कोण या सम्मुख कोण है।

∴ ΔOPR ~ ΔOSK

∴ ∠R = ∠S = 70°

अतः AROP में ∠R + ∠O + ∠P = 180°

70° + 550 + ∠P = 180°

या ∠P = 180° – 70° - 55°

∠P = 55°

∴ ∠P = ∠K = 55°

अतः ∠OKS = 55° तथा ∠ROP = 55°

https://www.evidyarthi.in/