

UP Board Class 10 Maths Important Questions Chapter 8

त्रिकोणमिति का परिचय

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

यदि $\sin 3A = \cos (A - 26^\circ)$ हो, जहाँ $3A$ एक न्यून कोण है तो A का मान ज्ञात कीजिये।

हल:

दिया गया है-

$$\sin 3A = \cos (A - 26^\circ)$$

$$\sin 3A = \cos (90^\circ - 3A)$$

$$\therefore \cos (90^\circ - 3A) = \cos (A - 26^\circ)$$

क्योंकि $90^\circ - 3A$ और $A - 26^\circ$ दोनों ही न्यूनतम कोण हैं,

$$\therefore 90^\circ - 3A = A - 26^\circ$$

$$\text{या } 4A = 90^\circ + 26^\circ = 116^\circ$$

$$A = \frac{116^\circ}{4} = 29^\circ$$

प्रश्न 2.

$\cot 85^\circ + \cos 75^\circ$ को 0° और 45° के बीच के कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपातों के पदों में व्यक्त कीजिये।

हल:

$$\cot 85^\circ \cdot \cos 75^\circ$$

$$= \cot (90^\circ - 5^\circ) + \cos (90^\circ - 15^\circ)$$

$$= \tan 5^\circ + \sin 15^\circ$$

प्रश्न 3.

$\sin 25^\circ \cos 65^\circ + \cos 25^\circ \sin 65^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ$ का मान ज्ञात कीजिये।

हल:

$$\sin 25^\circ \cos 65^\circ + \cos 25^\circ \cdot \sin 65^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ$$

$$= \sin (90^\circ - 65^\circ) \cdot \cos 65^\circ + \cos(90^\circ - 65^\circ) \cdot \sin 65^\circ + \sin^2 (90^\circ - 65^\circ) + \sin^2 65^\circ$$

$$= \cos 65^\circ \cdot \cos 65^\circ + \sin 65^\circ \sin 65^\circ + \cos^2 65^\circ + \sin^2 65^\circ$$

$$= \cos^2 65^\circ + \sin^2 65^\circ + \cos^2 65^\circ + \sin^2 65^\circ$$

$$= 1 + 1 = 2$$

प्रश्न 4.

यदि $\angle A < 90^\circ$ एवं $\angle B < 90^\circ$ और $\sin A = \cos B$ हो तो सिद्ध किजिये $A + B = 90^\circ$

हल:

$$\Rightarrow \sin A = \cos B$$

$$\Rightarrow \sin A = \sin (90^\circ - B)$$

$$\Rightarrow A = 90^\circ - B$$

$$\Rightarrow A + B = 90^\circ \text{ (इतिसिद्धम)}$$

प्रश्न 5.

यदि $\sin \theta = \cos \theta$ तो θ का मान ज्ञात कीजिये।

हल:

$$\Rightarrow \sin \theta = \cos \theta$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \sin (90^\circ - \theta)$$

$$\Rightarrow \theta = 90^\circ - \theta$$

$$\Rightarrow 2\theta = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 6.

$4 \sin 18^\circ \sec 72^\circ$ का मान लिखिए।

हल:

$$4 \sin 18^\circ \sec 72^\circ = 4 \sin 18^\circ \sec (90^\circ - 18^\circ)$$

$$= 4 \sin 18^\circ \cdot \operatorname{cosec} 18^\circ$$

$$= 4 \sin 18^\circ \times \frac{1}{\sin 18^\circ} = 4$$

प्रश्न 7.

$\sin \theta \cos (90^\circ - \theta) + \cos \theta \sin (90^\circ - \theta) + 1$ का मान लिखिए।

हल:

$$\sin \theta \sin \theta + \cos \theta \cos \theta + 1$$

$$= \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 1$$

$$= 1 + 1 = 2$$

प्रश्न 8.

$\sin^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ$ का मान लिखिए।

हल:

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$

$$= \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

प्रश्न 9.

$\cos^2 50^\circ + \cos^2 40^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\cos^2 50^\circ + \cos^2 (90^\circ - 50^\circ)$$

$$= \cos^2 50^\circ + \sin^2 50^\circ$$

$$= 1$$

प्रश्न 10

$\frac{\sqrt{1-\sin^2 40^\circ}}{\cos 40^\circ}$ का सरलतम मान लिखिए।

हल:

$$\frac{\sqrt{\cos^2 40^\circ}}{\cos 40^\circ} = \frac{\cos 40^\circ}{\cos 40^\circ} = 1$$

प्रश्न 11.

$3 \sin 60^\circ - 4 \sin^3 60^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$3 \sin 60^\circ - 4 \sin^3 60^\circ$$

$$\Rightarrow 3 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 4 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{4 \times 3\sqrt{3}}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0$$

प्रश्न 12.

$\sin \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta - \cos \theta \sec \theta$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\sin \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta - \cos \theta \cdot \sec \theta$$

$$= \sin \theta \cdot \frac{1}{\sin \theta} - \cos \theta \cdot \frac{1}{\cos \theta} = 1 - 1$$

$$= 0$$

प्रश्न 13.

$(1 - \sin^2 \theta) \sec^2 \theta$ का मान लिखिए।

हल:

$$(1 - \sin^2 \theta) \sec^2 \theta$$

$$= \cos^2 \theta \cdot \sec^2 \theta$$

$$= \cos^2 \theta \cdot \frac{1}{\cos^2 \theta} = 1$$

प्रश्न 14.

$\frac{1}{\sqrt{\operatorname{cosec}^2 \theta - 1}}$ का मान लिखिए।

हल:

$$\frac{1}{\sqrt{\operatorname{cosec}^2 \theta - 1}} = \frac{1}{\sqrt{\cot^2 \theta}} = \frac{1}{\cot \theta}$$
$$= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

प्रश्न 15

$\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \times \cot \theta \times \tan \theta$ का मान लिखिए।

हल:

$$\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \times \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$
$$= \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \times \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 1$$

प्रश्न 16.

$2 \sin^2 A (1 + \cot^2 A)$ का मान लिखिए।

हल:

$$2 \sin^2 A \times \operatorname{cosec}^2 A$$
$$= 2 \sin^2 A \times \frac{1}{\sin^2 A} = 2$$

प्रश्न 17.

त्रिकोणमितीय अनुपात $\tan A$ को $\sec A$ के पदों में लिखिए।

हल:

$$1 + \tan^2 A = \sec^2 A$$

$$\tan^2 A = \sec^2 A - 1$$

$$(\tan A)^2 = \sec^2 A - 1$$

$$\therefore \tan A = \pm \sqrt{\sec^2 A - 1}$$

[न्यून कोण A के लिए -ve चिह्न को छोड़ने पर]

$$\text{अर्थात् } \tan A = \sqrt{\sec^2 A - 1}$$

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

एक समकोण त्रिभुज ABC में, जिसका कोण B समकोण है, यदि $\tan A = 1$ तो सत्यापित किजिए $2 \sin A \cos A =$

1

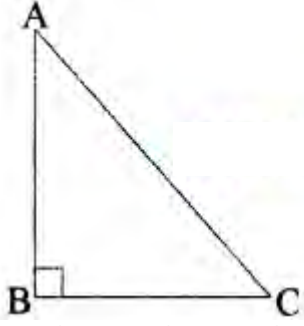
हल:

ΔABC में

$$\tan A = \frac{BC}{AB} = 1$$

अर्थात् $BC = AB$

माना $AB = BC = K$
 जहाँ पर K एक धन संख्या है।
 पाइथागोरस प्रमेय से



$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$= (K)^2 + K^2.$$

$$(AC)^2 = 2K^2$$

$$\therefore AC = K\sqrt{2}$$

$$\text{अतः } \sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{K}{K\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{और } \cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{K}{K\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore 2 \sin A \cos A = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{2}{2} = 1.$$

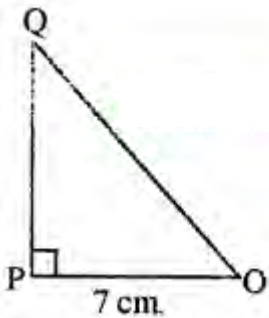
जो कि अपेक्षित मान है।

प्रश्न 2.

ΔOPO में, जिसका कोण P समकोण है, $OP = 7$ cm. और $OQ - PQ = 1$ cm. (देखिये आकृति), $\sin Q$ और $\cos Q$ के मान ज्ञात कीजिये।

हल:

चित्र की आकृति से $OQ^2 = OP^2 + PQ^2$



लेकिन दिया है

$$OQ - PQ = 1$$

$$\therefore OQ = 1 + PQ$$

$$\text{अर्थात् } (1 + PQ)^2 = OP^2 + PQ^2$$

$$\text{अर्थात् } 1 + PQ^2 + 2PQ = OP^2 + PQ^2$$

$$\text{अर्थात् } 1 + 2PQ = (7)^2$$

$$1 + 2PQ = 49$$

$$\therefore PQ = 24 \text{ cm}$$

$$\text{और } OQ = 1 + PQ = 1 + 24 = 25 \text{ cm}$$

$$\sin Q = \frac{OP}{OQ} = \frac{7}{25}$$

$$\text{और } \cos Q = \frac{PQ}{OQ} = \frac{24}{25}$$

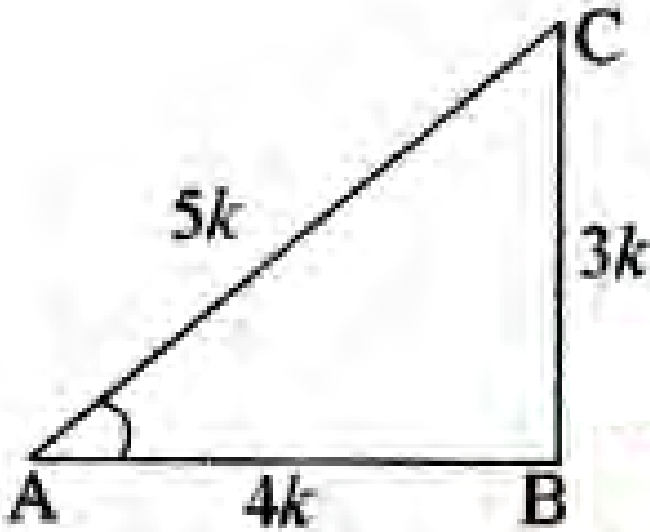
प्रश्न 3.

यदि $\tan A = \frac{3}{4}$ हो, तो $\sec A (1 - \sin A) (\sec A + \tan A)$ का मान ज्ञात कीजिये।

हल:

माना कि ABC एक समकोण त्रिभुज है, जिसमें कोण B समकोण है।

$\angle A$ के लिये



आधार = AB, लम्ब = BC तथा कर्ण = AC दिया गया है, $\tan A = \frac{3}{4}$

परन्तु $\tan A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{BC}{AB}$

$$\frac{BC}{AB} = \frac{3}{4} = k \text{ (माना)}$$

$$\therefore AB = 4k, BC = 3k$$

समकोण $\triangle ABC$ में, पाइथागोरस प्रमेय से

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$= (4k)^2 + (3k)^2$$

$$(AC)^2 = 16k^2 + 9k^2 = 25k^2$$

$$\therefore AC = \pm \sqrt{25k^2}$$

$$= \pm 5k$$

$$AC = 5k$$

[$\because AC \neq -5k$, क्योंकि भुजा ऋणात्मक नहीं हो सकती है]

$$\sin A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{BC}{AC} = \frac{3k}{5k}$$

$$\sin A = \frac{3}{5}$$

$$\sec A = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \frac{AC}{AB} = \frac{5k}{4k}$$

$$\sec A = \frac{5}{4}$$

और $\tan A = \frac{3}{4}$ दिया है

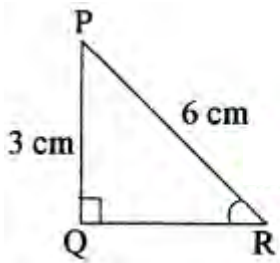
$$\therefore \sec A (1 - \sin A) (\sec A + \tan A)$$

$$= \frac{5}{4} \left(1 - \frac{3}{5}\right) \left(\frac{5}{4} + \frac{3}{4}\right)$$

$$= \frac{5}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{8}{4} = 1$$

प्रश्न 4.

$\triangle PQR$ में, जिसका कोण Q समकोण है। दी गयी आकृति में, $PQ = 3\text{cm}$ और $PR = 6\text{cm}$ है। $\angle QPR$ और $\angle PRQ$ ज्ञात कीजिये।



हल:

दिया हुआ है

$PQ = 3 \text{ cm}$ और $PR = 6 \text{ cm}$

इसलिये

$$\frac{PQ}{PR} = \sin R$$

$$\sin R = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$$

अतः $\angle PRQ = 30^\circ$

और इसलिये $\angle QPR = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$

प्रश्न 5.

$6 \tan 20^\circ \tan 70^\circ - 3 \sec^2 45^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$6 \tan 20^\circ \tan 70^\circ - 3 \sec^2 45^\circ$$

$$= 6 \tan 20^\circ \cdot \tan (90^\circ - 20^\circ) - 3 \sec^2 45^\circ$$

$$= 6 \tan 20^\circ \cdot \cot 20^\circ - 3 (\sqrt{2})^2$$

$$\because \tan \theta \times \cot \theta = 1$$

$$= 6 - 6 = 0$$

प्रश्न 6.

$\sin 30^\circ \cdot \cos^2 30^\circ + \tan 45^\circ \cdot \cos 60^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\sin 30^\circ \cdot \cos^2 30^\circ + \tan 45^\circ \cdot \cos 60^\circ$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (1) \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + (1) \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3+4}{8} = \frac{7}{8}$$

प्रश्न 7.

यदि $\sin (A - B) = \frac{1}{2}$ तथा $\cos (A + B) = \frac{7}{8}$, $0^\circ < A + B \leq 90^\circ$, $A > B$, तो A और B ज्ञात कीजिये।

हल:

क्योंकि

$$\sin (A - B) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \sin (A - B) = \sin 30^\circ$$

$$\Rightarrow A - B = 30^\circ$$

$$\text{इसी तरह से } \cos(A + B) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \cos(A + B) = \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow A + B = 60^\circ \dots (ii)$$

समीकरण (i) तथा (ii) को जोड़ने पर

$$A - B + A + B = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$$

$$2A = 90^\circ$$

$$A = 45^\circ$$

$$\text{समीकरण (ii) से } B = 15^\circ$$

प्रश्न 8.

$(\sec^2 30^\circ + \operatorname{cosec}^2 45^\circ)(2 \cos 60^\circ + \sin 90^\circ + \tan 45^\circ)$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$(\sec^2 30^\circ + \operatorname{cosec}^2 45^\circ)(2 \cos 60^\circ + \sin 90^\circ + \tan 45^\circ)$$

$$= \left[\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 + (\sqrt{2})^2 \right] \left[2 \left(\frac{1}{2} \right) + 1 + 1 \right]$$

$$= \left(\frac{4}{3} + 2 \right) (1 + 1 + 1)$$

$$= \left(\frac{4+6}{3} \right) (3) = \left(\frac{10}{3} \right) \times 3 = 10$$

प्रश्न 9.

$\sec^2 65^\circ - \cot^2 25^\circ - 2 \sin 30^\circ \cos 60^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\sec^2 65^\circ - \cot^2 25^\circ - 2 \sin 30^\circ \cos 60^\circ$$

यहाँ $25^\circ = 90^\circ - 65^\circ$ करने पर

$$\cot(25^\circ) = \cot(90^\circ - 65^\circ)$$

$$\cot 25^\circ = \tan 65^\circ$$

$$[\because \cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta]$$

अब व्यंजक इस प्रकार हो जाएगा

$$(\sec^2 65^\circ - \tan^2 65^\circ) - 2 \sin 30^\circ \cos 60^\circ$$

$$= 1 - 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$[\because \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1]$$

$$= 1 - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

प्रश्न 10.

$5 \frac{\sin 17^\circ}{\cos 73^\circ} + 2 \frac{\cos 67^\circ}{\sin 23^\circ} - 6 \frac{\sin 15^\circ}{\cos 75^\circ}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\sin 17^\circ = \sin (90^\circ - 73^\circ)$$

$$\text{या } \sin 17^\circ = \cos 73^\circ \dots (i)$$

$$\cos 67^\circ = \cos (90^\circ - 23^\circ)$$

$$\text{या } \cos 67^\circ = \sin 23^\circ \dots (ii)$$

$$\sin 15^\circ = \sin (90^\circ - 75^\circ)$$

$$\text{या } \sin 15^\circ = \cos 75^\circ \dots (iii)$$

समीकरण (i), (ii) व (iii) से $\sin 17^\circ$, $\cos 67^\circ$ व $\sin 15^\circ$ के मान मूल व्यंजक में रखने पर

$$= 5 \frac{\cos 73^\circ}{\cos 73^\circ} + 2 \frac{\sin 23^\circ}{\sin 23^\circ} - 6 \frac{\cos 75^\circ}{\cos 75^\circ}$$

$$= 5 (1) + 2 (1) - 6 (1)$$

$$= 5 + 2 - 6$$

$$= 7 - 6$$

$$= 1$$

प्रश्न 11.

सिद्ध कीजिये कि $\sec A (1 - \sin A) (\sec A + \tan A) = 1$

हल:

$$\text{L.H.S.} = \sec A (1 - \sin A) (\sec A + \tan A)$$

$$= \left(\frac{1}{\cos A} \right) (1 - \sin A) \left(\frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A} \right)$$

$$= \frac{(1 - \sin A)(1 + \sin A)}{\cos^2 A} = \frac{1 - \sin^2 A}{\cos^2 A}$$

$$= \frac{\cos^2 A}{\cos^2 A} = 1 = \text{R.H.S. (इतिसिद्धम्)}$$

प्रश्न 12.

यदि $\sin \theta = \frac{1}{2}$, तो $(\tan \theta + \cot \theta)^2$ का मान लिखिए।

हल:

$$\begin{aligned}(\tan \theta + \cot \theta)^2 &= \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right)^2 \\&= \left(\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos \theta \cdot \sin \theta} \right)^2 = \left(\frac{1}{\cos \theta \cdot \sin \theta} \right)^2 = \\&= \frac{1}{\sin^2 \theta (1 - \sin^2 \theta)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right]} \\&= \frac{1}{\frac{1}{4} \times \left[1 - \frac{1}{4}\right]} = \frac{1}{\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}} = \frac{16}{3}\end{aligned}$$

प्रश्न 13.

यदि $\sin A = \frac{3}{5}$ हो, तो $\cos A$ और $\operatorname{cosec} A$ ज्ञात कीजिए।

हल:

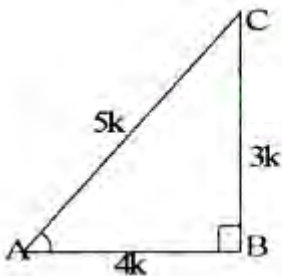
माना कि ABC कोई समकोण त्रिभुज है जिसमें कोण B पर समकोण है। $\therefore \sin A = \frac{3}{5}$

$$\text{परन्तु } \sin A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$$

माना $BC = 3k$

$AC = 5k$



पाइथागोरस प्रमेय से

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{या } (5k)^2 = (AB)^2 + (3k)^2$$

$$\text{या } 25k^2 = AB^2 + 9k^2$$

$$\text{या } 25k^2 - 9k^2 = AB^2$$

$$\text{या } 16k^2 = AB^2$$

या $AB = 4k$

$$\therefore \cos A = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{5} \text{ उत्तर}$$

$$\text{तथा } \operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\text{या } \operatorname{cosec} A = \frac{5}{3}$$

प्रश्न 14.

$\frac{\tan 65^\circ}{\cot 25^\circ}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\tan 65^\circ$$

हम जानते हैं कि $\cot A = \tan (90^\circ - A)$

$$\text{अतः } \cot 25^\circ = \tan (90^\circ - 25^\circ)$$

$$= \tan 65^\circ$$

$$\text{अर्थात् } \frac{\tan 65^\circ}{\cot 25^\circ} = \frac{\tan 65^\circ}{\tan 65^\circ}$$

$$= 1$$

प्रश्न 15.

$\sin 35^\circ \cos 55^\circ + \cot 35^\circ \sin 55^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\sin 35^\circ \cos 55^\circ + \cot 35^\circ \sin 55^\circ$$

$$= \sin 35^\circ \times \cos (90^\circ - 35^\circ) + \cos 35^\circ \times \sin (90^\circ - 35^\circ)$$

$$[\because \cos (90^\circ - \theta) = \sin \theta]$$

$$[\sin (90^\circ - \theta) = \cos \theta]$$

$$= \sin 35^\circ \times \sin 35^\circ + \cos 35^\circ \times \cos 35^\circ$$

$$= \sin^2 35^\circ + \cos^2 35^\circ = 1$$

प्रश्न 16.

यदि $\sin \theta = \frac{1}{2}$ हो, तो $\frac{1-2\sin^2 \theta}{\sin \theta}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\text{दिया गया व्यंजक} = \frac{1-2\sin^2 \theta}{\sin \theta}$$

यहाँ $\sin \theta = \frac{1}{2}$ रखने पर

$$\begin{aligned} &= \frac{1 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^2}{\frac{1}{2}} = \frac{1 - 2\left(\frac{1}{4}\right)}{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{1} \\ &= 1 \end{aligned}$$

प्रश्न 17.

$\cos^2 12^\circ + \cos^2 78^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\begin{aligned} &\cos^2 12^\circ + \cos^2 78^\circ \\ &= \cos^2 12^\circ + \{\cos(90^\circ - 12^\circ)\}^2 \\ &= \cos^2 12^\circ + \sin^2 12^\circ [\because \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta] \\ &= 1 \end{aligned}$$

प्रश्न 18.

दिखाइए कि $\tan 36^\circ \tan 17^\circ \tan 54^\circ \tan 73^\circ = 1$

हल:

$$\begin{aligned} &\tan 36^\circ \tan 17^\circ \tan 54^\circ \tan 73^\circ \\ &= \tan 36^\circ \tan 17^\circ \tan(90^\circ - 36^\circ) \tan(90^\circ - 17^\circ) \\ &= \tan 36^\circ \cdot \tan 17^\circ \cot 36^\circ \cot 17^\circ \\ &= \tan 36^\circ \cdot \cot 36^\circ \cdot \tan 17^\circ \cdot \cot 17^\circ \\ &= 1 \cdot 1 = 1 \end{aligned}$$

प्रश्न 19.

दिखाइए कि $\sin 28^\circ \cos 62^\circ + \cos 28^\circ \sin 62^\circ = 1$.

हल:

$$\begin{aligned} &\sin 28^\circ \cos 62^\circ + \cos 28^\circ \sin 62^\circ \\ &= \sin 28^\circ \times \cos(90^\circ - 28^\circ) + \cos 28^\circ \times \sin(90^\circ - 28^\circ) \\ &[\because \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta \text{ तथा } \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta] \\ &= \sin 28^\circ \cdot \sin 28^\circ + \cos 28^\circ \cdot \cos 28^\circ \\ &= \sin^2 28^\circ + \cos^2 28^\circ \\ &= 1 \end{aligned}$$

प्रश्न 20.

$\frac{\tan 67^\circ}{\cot 23^\circ}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\frac{\tan 67^\circ}{\cot 23^\circ}$$

हम जानते हैं कि $\cot A = \tan (90^\circ - A)$

$$\text{अतः } \cot 23^\circ = \tan (90^\circ - 23^\circ) = \tan 67^\circ$$

$$\text{अर्थात् } \frac{\tan 67^\circ}{\cot 23^\circ} = \frac{\tan 67^\circ}{\tan 67^\circ} = 1$$

प्रश्न 21.

यदि $3 \cot A = 4$, तो $\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\because 3 \cot A = 4 \therefore \cot A = \frac{4}{3} \text{ हम जानते हैं कि}$$

$$\tan A = \frac{1}{\cot A}$$

$$\therefore \tan A = \frac{1}{4/3} = \frac{3}{4}$$

अब प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} &= \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2}{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} \\ &= \frac{1 - \frac{9}{16}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{16-9}{16}}{\frac{16+9}{16}} = \frac{7}{25} \end{aligned}$$

$$\frac{7}{16} \times \frac{16}{25} = \frac{7}{25} \text{ उत्तर}$$