9

अध्याय

त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग

महत्त्वपूर्ण बिंदुः

1. दृष्टि रेखा : दृष्टि रेखा, प्रत्येक की ऑख से प्रेक्षक द्वारा देखी गई वस्तु के बिन्दु को मिलाने वाली रेखा होती हैं

2. उन्नयन कोण : उन्नयन कोण, दृष्टि रेखा और क्षैतिज रेखा से बना कोण होता है, जबकि क्षैतिज स्तर से उपर होता है। अर्थात वह स्थिति जबकि वस्तु को देखने के लिए हमें अपने सिर को उपर उठाना होता है।

3. अवनमन कोण : अवनमन कोण, दृष्टि देखा और क्षैतिज रेखा से बना होता है, जबकि यह क्षैतिज स्तर से नीचा होता है अर्थात वह स्थिति जबकि वस्तु को देखने के लिए हमें अपने सिर को झुकाना पड़ता है।

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

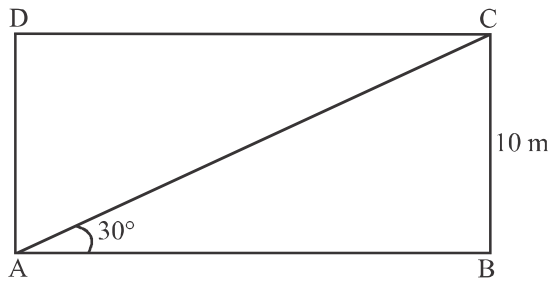
1. एक मीनार 50 मीटर उँचा है। जब सूर्य का उन्नयन कोण 45 है, तो मीनार की छाया क्या होगी?

2. एक 50 मीटर लंबे बॉस की छाया $\frac{50}{\sqrt{3}}$ मीटर है। सूर्य का उन्नतांश ज्ञात कीजिए।

3. $10\sqrt{3}$ मी0 ऊंचाई वाली एक मीनार के शिखर का भूमि पर उस मीनार के पाद से 30 मी0 की दूरी पर स्थित बिन्दु से उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए।

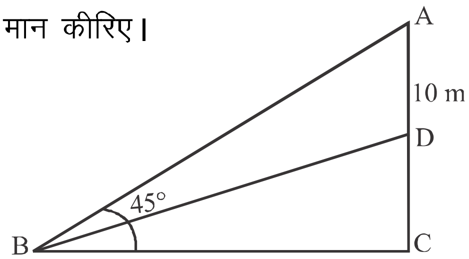
4. एक पतंग समतल भूमि से $50\sqrt{3}$ मी0 ऊंचाई पर उड़ रही है एक डोर से बंधी है, जो क्षैतिज से $60°$ कोण पर झुकी है। डोर की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

5. दी गई आकृति में आयत ABCD का परिमाप ज्ञात कीजिए।

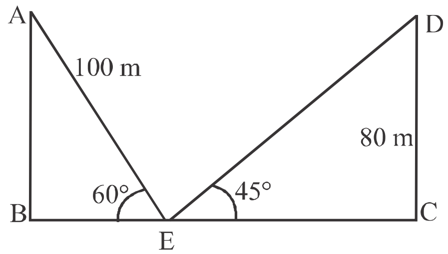


6. एक स्तंभ की छाया की लम्बाई उसकी ऊँचाई का $\sqrt{3}$ गुणी है प्रकाश के स्रोत का उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए।

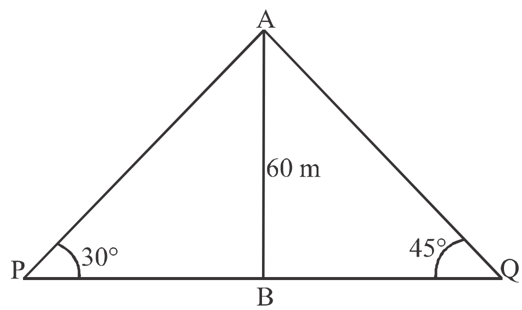
7. आकृति में DC का मान कीरिए।



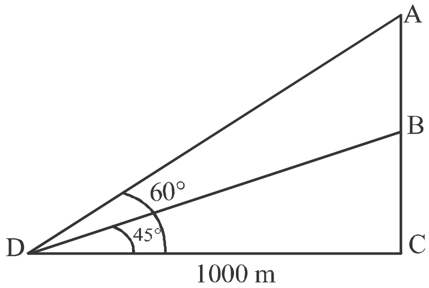
8. आकृति में BC का मान कीरिए।



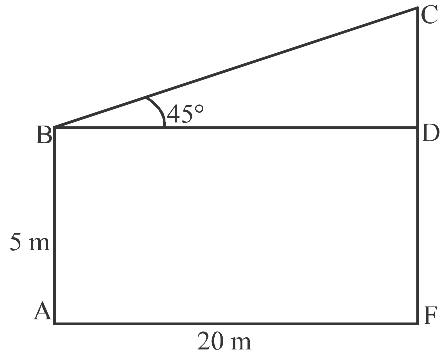
9. आकृति में दो व्यक्ति एक मीनार के विपरीत दिशा में P तथा Q पर खड़े हैं यदि मीनार AB की ऊंचाई 60मी0 है तो दोनों व्यक्तियों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।



10. आकृति में AB का मान ज्ञात कीजिए।



11. आकृति में CF का मान ज्ञात कीजिए।



12. यदि नाव की पुल से क्षैतिज दूरी 25 मी0 हो और पुल की उँचाई 25मी0 हो तो नाव का पुल से अवनमन कोण बमाइए।

लघु उत्तरीय प्रश्न

13. एक पहाड़ी के शिखर से पूर्व की ओर दो क्रमागत के पत्थरों के अवनमन कोण 30° और 45° के है। पहाड़ी की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।

14. एक पतंग के धागे की लम्बाई 150 मी0 है तथा यह भूमितल के साथ 60° का कोण बनाती हैं। पतंग की भूमितल से ऊंचाई ज्ञात करिए (मान लीजिए धागे में कोई ढील नहीं है।)

15. सूर्य का उन्तांश 45° के स्थान पर 30° होने पर एक मीनार की छाया 10 मी0 अधिक हो जाती है। मीनार की ऊंचाई ज्ञात करिए।

16. एक वायुयान 200 मी की ऊंचाई पर है। इससे एक नदी के दो किनारों के अवनमन कोण 45° और 60° के हैं। नदी की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

17. एक मीनार की चोटी का एक बिन्दु पर उन्नयन कोण 45° का है। मीनार की ओर 40 मी0 चलने पर यह कोण 60° का हो जाता है। मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।

18. एक वृक्ष का उपरी भाग टूटकर अपने पाद से 25 मी0 की दूरी पर भूमि को स्पर्श करता है तथा मूमि के साथ 30° का कोण बनाता है। वृक्ष की कुल ऊंचाई क्या थी?

19. एक अर्ध्वाधर ध्वजदंड एक समतल में लगा है। इसके शिखर का 100 मी0 की दूरी पर एक बिदुं से उन्नयन कोण 45° का है। ध्वजंदड की ऊंचाई ज्ञात करिए।

20. एक पतंग के धगे की लम्बाई 200 मी0 है यदि धागा भूमितल के साथ a कोण बनाता है और $\sin a = \frac{3}{5}$ हो तो पतंग की ऊंचाई ज्ञात कीजिए जबकि धागे में कोई ढील नहीं हैं।

21. एक वायुयान 3000 मी0 की ऊंचाई पर उड़ रहा है। वह एक दूसरे वायुयान के उपर से गुजरता है। ठीक उसी समय दोनों वायुयानों के भूमि तल पर एक बिन्दु पर उन्नयन कोण क्रमशः 60° और 45° के होते हैं। दोनों वायुयानों के बीच की दूरी ज्ञात करिए।

22. एक झील से 60 मी0 ऊंचाई पर स्थित एक बिन्दु पर बादल का उन्नयन कोण 30° का है और बादल के झील में प्रतिबम्ब का उसी बिन्दु पर अवनमन कोण 60° का है। बादल की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।

23. एक व्यक्ति पानी के जहाज पर पानी से 10 मी0 की ऊंचाई के तल पर खड़ा है। वह देखता है कि सामने की पहाड़ी के शिखर का उन्नयन कोण 60° का है तथा पहाड़ी के आधार पर अवनमन कोण 30° का हैं। जहाज से पहाड़ी की दूरी और पहाड़ी की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।

24. एक मीनार के शिखर पर 7 मीटर ऊंचा एक ध्वजदंड लगा है। भूमि तल पर स्थिति एक बिंदु A पर दंड के शिखर उन्नयन कोण क्रमशः 45° व 30° के है। मीनार की ऊंचाई व पाद ज्ञात कीजिए।

25. गली के एक मकान की खिड़की जिसकी ऊंचाई भूमि तल से 60 मी0 है से गली की विपरित दिशा में सामने बने मकान के शीर्ष के उन्नयन कोण तथा अवनमन कोण क्रमशः 60° व 45° के हैं। दर्शाइये कि विपरीत दिशा में बने मकान की ऊंचाई $60(1+\sqrt{3})$ मी0 है।

26. एक वायुयान का भूमि के केन्द्र A से उन्नयन कोण 60° है। 30° सेकण्ड की उड़ान के पश्चात यह उन्नयन कोण 30° हो जाता है। यदि वायुयान $3600\sqrt{3}$ मी0 की अचर ऊंचाई पर उड़ रहा हो तो वायुयान की गति किमी/ घंटा में ज्ञात करिए।

https://www.evidyarthi.in/

27. 80 मीटर ऊंचे पेड़ के शिखर पर एक पक्षी बैठा है। पृथ्वी के किसी बिंदु से पक्षी का उन्नयन कोण 45° है। पक्षी क्षैतिज दिशा में प्रेक्षण बिन्दु के विपरीत इस प्रकार उड़ता है कि वह सदा समान ऊंचाई पर रहता है। 2 सेकण्ड बाद प्रेक्षण बिन्दु से पक्षी का उन्नयन कोण 30° हो जाता है। पक्षी की उड़ने की गति ज्ञात कीजिए।

28. एक 7 मी0 ऊंचे भवन के शिखर से एक मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण 60° तथा मीनार के पाद का अवनमन कोण 30° है। मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।

29. किसी मीनार के आधर से 9 मी0 तथा 4 मी0 की दूरियों पर एक ही रेखा में स्थित दो बिंदुओं से देखने पर मीनार के शिखर के उन्नयन कोण पूरक कोण पाए जाते हैं। मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।

30. क्षैतिज तल पर खड़ा एक लड़का 100 मी0 की दूरी पर एक पक्षी को 30° के उन्नयन कोण पर देखता है। एक लड़की जो कि 20 मी0 उॅचे भवन पर खड़ी है उसी पक्षी को 45° के कोण पर देखती है। यदि लड़का और लड़की पक्षी की विपरीत दिशा में है तो पक्षी की लड़की से दूरी ज्ञात कीजिए।

31. 100 मीटर उॅचे प्रकाश–स्तंभ की चोटी से एक प्रेक्षक समुद्र में एक जहाज को ठीक अपनी ओर आते हुए देखता है। यदि जहाज का अवनमन कोण 30° से बदलकर 60° हो जाता है तो प्रेक्षण की अवधि में जहाज द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।

32. 60 मी0 ऊंचे एक भवन के शिखर से एक प्रकाश–स्तंभ के शिखर तथा पाद के उन्नयन तथा अवनमन कोण क्रमशः 30° व 60° के है। ज्ञात कीजिए।

(*i*) प्रकाश–स्तंभ तथा भवन की ऊंचाई में अंतर

(*ii*) प्रकाश–स्तंभ तथा भवन के बीच की दूरी।

33. आनन्द एक सर्कस खिलाड़ी को रस्सी पद चढ़ते देख रहा है जोकि 20 मी लम्बी है और एक उघ्वध्रि खंबे से बंधी है। यदि रस्सी जमीन के साथ 30° का कोण बनाती है तो खंभे की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।

34. एक सीधी सड़क पर दो दमकल केन्द्र P तथा Q हैं। उनके बीच की दूरी 20 किमी है। केन्द्रों को फोन द्वारा सूचना प्राप्त होती है कि बिल्ड़िंग B में आग लग गई है। बिल्ड़िंग B केन्द्र P से 60° तथा केन्द्र Q से 45° पर स्थित है। ज्ञात कीजिए : किस केन्द्र को अपनी बचाव टीम भेजनी चाहिए? ताकि जल्दी से जल्दी आग बुझाने का काम शुरू हो सके। उस टीम को बिल्ड़िंग तक पहुंचने कितनी दूरी तय करनी पडेगी?

35. गणंतत्र दिवस के उपलक्ष में 1.2 मी0 लम्बी लड़की भूमि से 8.2 मी0 की ऊंचाई पर एक क्षैतिज रेखा में हवा में उड़ रहे गुब्बारे को देखती है। किसी क्षण लड़की की आँख से गुब्बारे का उन्यमन कोण 60° है कुछ समय बाद उन्नयन कोण घटकर 30° हो जाता है। इस अंतराल के दौरान गुब्बारे द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।

https://www.evidyarthi.in/

उत्तरमाला

1. 50 m
2. 60°
3. 30°
4. 100 m
5. $20(\sqrt{3}+1)m$
6. 30°
7. 60 m
8. 130 m
9. $60(\sqrt{3}+1)m$
10. $1000(\sqrt{3}-1)m$
11. 25 m
12. 45°
13. 1.37 *km*
14. $75\sqrt{3}\ m$
15. 13.65 m
16. 315.8 m
17. 94.8 m
18. 43.3 m
19. 100 m
20. 20 m
21. 1268 m
22. 120 m
23. 40 m, 17.32 m
24. 9.6 m
25. 864 km/h
26. 864 km/h
27. 29.28 m
28. 28 m
29. 6 m
30. $30\sqrt{2}\ m$
31. 115.5 m
32. 20 m, 34.64 m
33. 10
34. स्टेशन P, 14.64 km
35. $58\sqrt{2}$m

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग

समय : 50 मिनट *अंक : 20*

खण्ड–अ

1. 6 मी0 ऊंचे जमीन पर खड़े एक खंबे की छाया की लम्बाई $2\sqrt{3}$ मी0 है तो सूर्य का उन्नताशं ज्ञात कीजिए। **1**

2. एक मीनार की ऊंचाई 100 मीटर है, जब सूर्य का उन्नयन कोण 30° है तो मीनार की छाया की लम्बाई ज्ञात कीजिए। **1**

खण्ड–ब

3. समतल पर स्थित एक बिन्दु की मीनार के पाद से दूरी 20 मी0 है तथा उन्नयन कोण 60° हो तो मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए। **2**

4. एक मीनार की ऊंचाई तथा इसकी छाया का अनुपात $1:\frac{1}{\sqrt{3}}$ है। उस क्षण सूर्य का उन्नयन कोण बताइये। **2**

खण्ड–स

5. सूर्य की ऊंचाई 60° के स्थान पर 45° होने पर एक मीनार की छाया 10 मी0 अधिक हो जाती है। मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए। **3**

6. एक चट्टान के शिखर के 100 मी0 ऊंची मीनार के शिखर व पाद से उन्ययन कोण क्रमशः 30° तथा 45° है। चट्टान की ऊंचाई ज्ञात कीजिए। **3**

खण्ड–द

7. एक व्यक्ति पानी के जहाज पर पानी से 10 मीटर ऊंचाई के तल पर खड़ा है वह देखता है कि सामने की पहाड़ी के शिखर का उन्नयन कोण 60° का है तथा पहाड़ी के आधार का अवनमन कोण 30° का है। जहाज से पहाड़ी की दूरी और पहाड़ी की ऊंचाई ज्ञात करिए। **4**

8. एक गली मकान की खिड़की से जो 15 मी0 ऊंची है, उसी गली के दूसरी ओर बने एक मकान के शिखर और पाद के उन्नयन तथा अवनमन कोण क्रमशः 30° और 45° है सिद्ध कीजिए कि दूसरे मकान की ऊंचाई 23. 66 मी0 है। **4**

❑❑❑

https://www.evidyarthi.in