Solutions for Class 12 Geography Chapter – 2
आंकड़ों का प्रक्रमण

प्रश्न 1. निम्नांकित चार विकल्पों में से सही विकल्प चुनिए-

(i) केंद्रीय प्रवृत्ति का जो माप चरम मूल्यों से प्रभावित नहीं होता है वह है ?

(क) माध्य

(ख) माध्य तथा बहुलक

(ग) बहुलक

(घ) माध्यिका

उत्तर- (ख) माध्य तथा बहुलक ।

(ii) केंद्रीय प्रवृत्ति का यह माप जो किसी वितरण के उभरे भाग से हमेशा संपाती

होगा वह है-

(क) माध्यिका

(ख) माध्य तथा बहुलक

(ग) माध्य

(घ) बहुलक

उत्तर- (ख) माध्य तथा बहुलक

(iii) ऋणात्मक सहसंबंध वाले प्रकीर्ण अंकन में अंकित मानी के वितरण की दिशा होगी-

(क) ऊपर बाएँ से नीचे दाएँ

(ख) नीचे बाएँ से ऊपर दाएँ

(ग) बाएँ से दाएँ

https://www.evidyarthi.in/

(घ) दाएँ से नीचे बाएँ।

उत्तर- (घ) ऊपर बाएँ से नीचे दाएँ।

प्रश्न 2. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर लगभग 30 शब्दों में दीजिए-

(i) माध्य को परिभाषित कीजिए।

उत्तर – माध्य इसे औसत मान भी कहा जाता है। यह एक औसत कई मात्राओं के योग का निरूपक होता है। यह एक ऐसी संख्या होती है जो न्यूनाधिक रूप में संख्याओं की श्रृंखला को निरूपित या प्रदर्शित करती हैं। अत: औसत को कुल जनसंख्या के एक मध्यवर्ती मान या प्रवृत्ति के रूप में लिया जा सकता है। इसका मूल्य अधिकतम तथा न्यूनतम मूल्य के बीच होता है।

(ii) बहुलक के उपयोग के क्या लाभ हैं ?

उत्तर – बहुलक के उपयोग के लाभ इस प्रकार हैं-

1. बहुलक की गणना सरलता से निरीक्षण विधि द्वारा की जा सकती है। आंकड़ों का प्रक्रमण 103

2. बहुलक पर श्रृंखला के चरम मूल्यों का प्रभाव नहीं पड़ता।

3. किसी श्रृंखला में सबसे अधिक बार आने के कारण, यह उसका सर्वोत्तम प्रतिनिधि होता है।

4. अंकों के प्रभाव की हालत में भी बहुलक ज्ञात किया जा सकता है।

5. बहुलक की व्यावहारिक उपयोगिता अधिक है। किसी वस्तु की अधिक मात्रा के कारण उसका उत्पादन अधिक होता है।

6. बहुलक को रेखाचित्र द्वारा भी प्रदर्शित करके इसे सरल रूप दिया जा सकता है।

(iii) अपकिरण किसे कहते हैं ?

उत्तर – अपकिरण केंद्रीय प्रवृत्तियों के अंकों के बिखराव के मापन से संबंधित है। अपरिकण किसी हदों के मापन के लिए भी प्रयोग किया जा सकता है जो किसी व्यक्तिगत विषय तथा संख्यात्मक आंकड़ों की प्रवृत्ति के बदलाव अथवा औसत मूल्य के फैलाव से संबंधित है। इसलिए हम कह सकते हैं कि अपकिरण एक डिग्री है जो फैलाव या प्रकीर्ण अथवा केंद्रीय मानक मापन के फेरबदल से संबंधित है।

(iv) सहसंबंध किसे कहते हैं ?

https://www.evidyarthi.in/

उत्तर – सहसंबंध (Correlation) — दो भिन्न प्रकार के चरों के एक बंटन को द्विचरीय वितरण कहते हैं, ये दोनों चर उस अवस्था में आपस में सह संबंधित कहलाते हैं जब एक चर में परिवर्तन दूसरे चर में संगती परिवर्तन उत्पन्न होता है। प्रथम चर जिसके कारण दूसरे चर में परिवर्तन होता है स्वतंत्र (X) कहलाता है जबकि दूसरा चर आश्रित चर

(y) के रूप में जाना जाता है। दो चरों के मध्य साहचर्य की मात्रा तथा दिशा का आंकलन सरल अथवा द्विचर सह-संबंध कहलाता है। सह-संबंध की माप का सर्वाधिक प्रचलित स्वरूप पियर्सन का गुणन आघूर्ण सह-संबंध गुणांक (r) है । T का मूल्य + 1 से – 1 के बीच प्रसारित होता है।

(v) पूर्ण सहसंबंध किसे कहते हैं ?

उत्तर – पूर्ण सहसंबंध दो चरों के मध्य विशिष्ट साहचार्य को दर्शाने के लिए प्रयोग होता है। यह दो मानों के बिखराव अथवा प्रकीर्णन दर्शाते हैं। इसे प्रकीर्ण आरेख अथवा प्रकीर्ण अंकन भी कहते हैं। जब एक सरल रेखा प्रकीर्ण आरेख के निचले बाएँ से ऊपरी दाएँ भाग की ओर जाती है तो वह पूर्ण धनात्मक सहसंबंध कहलाता है। सहसंबंध को अधिकतम सीमाएँ 1 (एक) होती है। यह 1 से ज्यादा कभी भी नहीं हो सकती। सहसंबंध

1 को पूर्ण सहसंबंध कहते हैं।

(vi) सहसंबंध की अधिकतम सीमाएँ क्या हैं ?

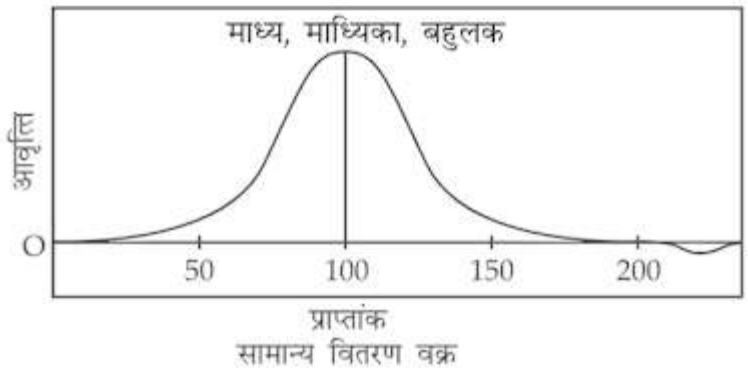
उत्तर – सहसंबंध की अधिकतम सीमाएँ 1 (एक) होती है। यह 1 से ज्यादा कभी भी नहीं हो सकती।

प्रश्न 3. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर लगभग 125 शब्दों में दीजिए-

(i) आरेखों की सहायता से सामान्य तथा विषम वितरणों में माध्य, माध्यिका तथा बहुलक की सापेक्षिक स्थितियों की व्याख्या कीजिए।

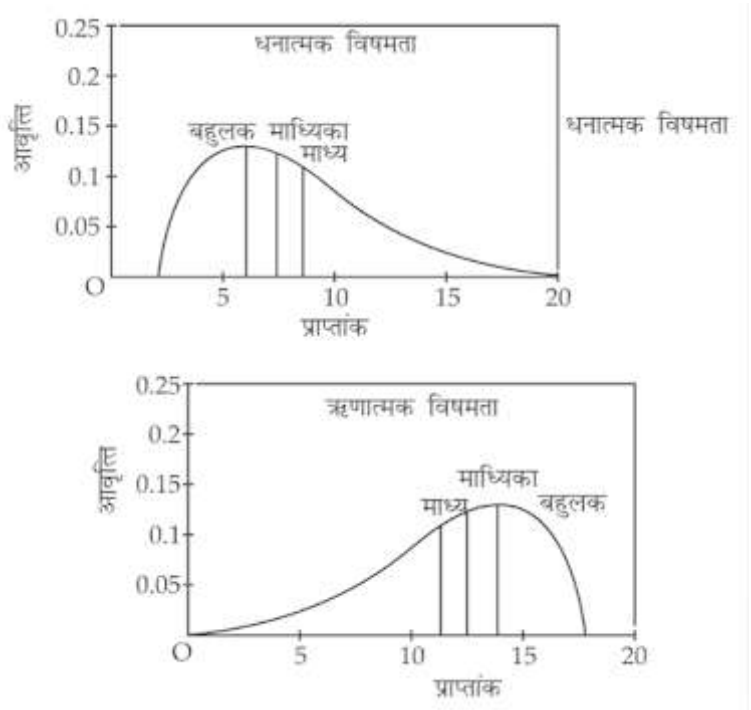
उत्तर – केन्द्रीय प्रवृत्ति के तीनों मापों की तुलना सामान्य वितरण वक्र की सहायता से आसानी से की जा सकती है। यह इस प्रकार है-

https://www.evidyarthi.in/



सामान्य वितरण वक्र

सामान्य वितरण की एक विशेषता होती है। इसमें माध्य, माध्यिका तथा बहुलक का मान समान होता है। क्योंकि वितरण सामान्य सममित होता है। ज्यादातर इकाइयाँ वितरण के माध्य में अथवा माध्य के निकट होती है। ज्यादा उच्च तथा ज्यादा निम्न मूल्यों की बारंबारता अधिक नहीं होता तथा विरले ही होते हैं। अगर आंकड़े किसी प्रकार विषम और विकृत हो तो माध्य, माध्यिका और बहुलक संपाती नहीं होंगे और विषम आंकड़ों के प्रभाव पर विचार करने की जरूरत है।



(ii) माध्य, माध्यिका तथा बहुलक की उपयोगिता पर टिप्पणी कीजिए।

उत्तर – माध्य, माध्यिका तथा बहुलक काफी उपयोगी हैं इनकी विशेषता इस प्रकार है-

माध्य – 1. सरलता समांतर माध्य सभी केंद्रीय प्रवृत्तियों में से उत्तम है जिसे समझना सरल है। आंकड़ों का प्रक्रमण

2. प्रतिनिधि मूल्य-माध्य सभी मूल्यों का प्रतिनिधि मूल्य है।

3. निश्चित मूल्य समांतर माध्य सदा एक ही रहता है जिसका निश्चित मूल्य होता है।

https://www.evidyarthi.in/

4. स्थिर मूल्य माध्यम का स्थिर मूल्य होता है। किसी श्रेणी के निर्देशन में परिवर्तन से प्रभाव नहीं पड़ता। यह संतुलित मूल्य है।

माध्यिका –

1. माध्यिका ज्ञात करना एक सरल विधि है।

2. माध्यिका चरम मूल्यों से प्रभावित नहीं होती है।

3. अपूर्ण आँकड़ों के बावजूद इसकी गणना की जा सकती है।

4. खुले सिरे वाली श्रृंखला में माध्यिका का मूल्य सुगमता से प्राप्त हो जाता है।

5. माध्यिका का मूल्य ग्राफ की सहायता से भी ज्ञात किया जा सकता है।

6. माध्यिका का मूल्य सदैव निश्चित होता है।

बहुलक – 1. बहुलक की गणना सरलता से निरीक्षण विधि द्वारा की जा सकती है।

2. बहुलक पर श्रृंखला के चरम मूल्यों का प्रभाव नहीं पड़ता।

3. किसी श्रृंखला में सबसे अधिक बार आने के कारण, यह उसका सर्वोत्तम प्रतिनिधिnहोता है।

4. अंकों के अभाव की हालत में भी बहुलक ज्ञात किया जा सकता है।

5. बहुलक की व्यावहारिक उपयोगिता अधिक है। किसी वस्तु की अधिक मात्रा के कारण उसका उत्पादन अधिक होता है।

(iii) एक काल्पनिक उदाहरण की सहायता से मानक विचलन के गणना की प्रक्रिया समझाइए ।

उत्तर- विचलन के माप की दूसरी विधि, जो औसत माध्य का प्रयोग कर प्राप्त की जाती है मानक विचलन कहलाती है। इसे वर्ग माध्य-मूल विचलन भी कहते हैं। मानक विचलन किसी श्रेणी के विभिन्न मूल्यों के समांतर माध्य से निकाले गए विचलनों के वर्गों के माध्य का वर्गमूल होता है। इसे ग्रीक भाषा के अक्षर (6) सिगमा से प्रकट किया जाता है।

(σ) सिगमा मानक विचलन की गणना की प्रक्रिया

निम्नलिखित उदाहरण की सहायता से मानक विचलन की गणना की जाती है-

https://www.evidyarthi.in/

(सिगमा) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{N}}$ यहाँ σ = मानक विचलक (S.D)

$\sum (x-\bar{x})^2$ = Sum total of squares of Deviation

N = Numbers of items.

उपरोक्त विधि अधिक उबाऊ बन जाती है अगर x की कीमत दशमलव पाइंट में तथा प्रेक्षणों की संख्या बहुत बड़ी हो। इस हालात में हम निम्नलिखित shortcut method का प्रयोग कर सकते हैं-

$$\sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \left(\frac{\sum \bar{x}}{N}\right)^2}$$

उदाहरण – निम्नलिखित तालिका हमें वर्षा के पिछले दस सालों के आंकड़े पेश करता

है। मानक विचलक की गणना-

Year	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rainfall (inch)	100	90	120	110	80	70	150	130	50	100

(iv) प्रकीर्णक का कौन-सा माप सबसे अधिक अस्थिर है तथा क्यों ?

उत्तर- यह देखा जाता है कि माध्य दो आंकड़ों के समूहों से प्राप्त किया जाता है। जैसे कि इन तालिकाओं में दिखाया गया है-

इकाई	प्राप्तांक

https://www.evidyarthi.in/

X1	52
X2	55
X3	50
X4	48
X5	45

इकाई	प्राप्तांक
X1	28
X2	00
X3	98
X4	55
X5	69

इन तालिकाओं में माध्य एकसमान है जो 50 है। तालिका में उच्चतम व निम्नतम मान क्रमशः 55 तथा 45 हैं। तालिका में दिए गए वितरण में ये अधिकतम तथा न्यूनतम मान क्रमश: 98 तथा 00 हैं। यहां पर दोनों ही वितरणों का माध्य एकसमान है। तथा द्वितीय वितरण जो कि अधिक अस्थिर तथा विषम है कि अपेक्षा प्रथम वितरण स्थिर और समरूप हैं। इससे हमें वितरण या श्रेणी के संघटन की प्रकृति का ज्ञान होता है तथा इसकी सहायता से दिए हुए वितरण की तुलना स्थिरता अथवा समरूपता के आधार पर हो जाती है।

(v) सहसंबंध की गहनता पर एक विस्तृत टिप्पणी लिखिए।

उत्तर- जब सहसंबंध की दिशा ऋणात्मक तथा धनात्मक के विषय में संदर्भ आ जाता है तो स्वाभाविक तौर पर यह जानने के लिए जिज्ञासा जागृत होती है कि दोनों चरों में अनुरूपता तथा साहचर्य की गहनता की मात्रा कितनी है। इस साहचर्य की गहनता की मात्रा गणितीय दृष्टि से अधिकतम 1 (एक) तक होती हैं। इस मात्रा में सहसंबंध की दिशा का पहलू जोड़ने पर इसका अधिकतम विस्तार-1 से शून्य की ओर होते हुए +1 तक होता है। इसका मान किसी भी स्थिति में एक से ज्यादा नहीं हो सकता।

(vi) कोटि सहसंबंध की गणना से विभिन्न चरण कौन-से हैं ? आंकड़ों का प्रक्रमण

https://www.evidyarthi.in/

उत्तर–निम्नलिखित चरणों के द्वारा कोटि सहसंबंध की गणना की जा सकती है-

(1) आंकड़े के अनुकरण से संबंधित X-Y परिवर्ती या जो कि अभ्यास में दी गयी है अथवा उनकी पहले तथा दूसरे कॉलम में रखकर तालिका बना ली।

(2) दोनों परिवर्तीयों की अलग-अलग दर्जों में दो-दो। X दर्जों की परिवर्ती को तीसरे चरण में रिकार्ड कर XR (Rank dx) शीर्षक दिया जाए। इसी प्रकार रैंक Y- परिवर्ती (YR) को चौथे चरण में रखा जाए।

(3) अब दोनों XR अथवा YR को प्राप्त करने के बाद दोनों ही सैटों के रैंक का रिकार्ड करके पांचवें चरण में रखा जाए।

(4) इस प्रकार के हर मतभेद के चौकोर और अन्य कॉलमों को प्राप्त किया जाए और

इनके मान को छठवें कॉलम में लिखा जाए।

(5) इसके बाद रैंक सहसंबंध की संगणना की जाए, निम्नलिखित समता का प्रयोग

करके-

$$P = 1 - \frac{6\sum D^2}{N(N^2-1)}$$ यहाँ पर P = Rank Correlation ΣD_2 =

Sura of the squares of the difference between two sets of Ranks

N = The number of pairs of X-Y.

लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer Type Questions)

प्रश्न 1. केंद्रीय प्रवृत्तियों के माप से क्या अभिप्राय है ?

उत्तर –

केंद्रीय प्रवृत्तियों के माप – 'केंद्रीय प्रवृत्ति के माप' सांख्यिकी विश्लेषण की एक महत्त्वपूर्ण तकनीक है। कई बार संपूर्ण आँकड़ों के लिए एक प्रतिनिधि मान को प्राप्त करना आवश्यक हो जाता है। यह मान विभिन्न आँकड़ों के बीच तुलना करने में सहायक होते हैं। यह माप सभी आँकड़ों के मध्य या केंद्र में होता है, इसलिए इसे केंद्रीय प्रवृत्ति के माप कहते हैं। ऐसे सारांश मान जो विभिन्न बंटन निरूपकों को दर्शाते हैं, उनको केंद्रीय प्रवृत्ति

के मापक कहते हैं। (The summary values that are representative of the various distributions are known as measures of central tendency.) इन मापों में प्रमुख निम्नलिखित माप हैं-

https://www.evidyarthi.in/

(1) माध्य अथवा औसत (Average or Mean)

(2) माध्यिका (Median)

(3) बहुलक (Mode)

प्रश्न 2. माध्य किसे कहते हैं? इसके प्रकार बताओ।

उत्तर –

माध्य (Mean) — इसे औसत मान भी कहा जाता है। माध्य या औसत कई मात्राओं के योग का निरूपक होता है। यह एक ऐसी संख्या होती है जो न्यूनाधिक रूप में संख्याओं की श्रृंखला को निरूपित या प्रदर्शित करती है। अतः औसत को कुल जनसंख्या के एक मध्यवर्ती मान या प्रवृत्ति के रूप में लिया जा सकता है। इसका मूल्य अधिकतम तथा न्यूनतम मूल्य के बीच होता है। माध्य तीन प्रकार के होते हैं-

(1) अंकगणितीय माध्य (2) ज्यामितीय माध्य (3) हरात्मक (हारमोनिक) माध्य।

प्रश्न 3. अंकगणितीय माध्य (Arithmetic Mean) से क्या अभिप्राय है? यह किस प्रकार ज्ञात किया जाता है ?

उत्तर – अंकगणितीय माध्य (Arithmetic Mean)– केंद्रीय प्रवृत्ति के माप का सबसे सरल रूप माध्य है, सभी भिन्न-भिन्न मानों के योग को कुल संख्या से भाग देने पर माध्य ज्ञात होता है।

उदाहरण- किसी गांव के पांच विभिन्न परिवारों की मासिक आय ₹100, ₹80, ₹120, ₹90 और ₹60 हैं तो इन परिवारों की माध्य आय =

(1) यह एक सरल विधि है।

(2) श्रेणी के सभी मदों को जोड़ कर ज्ञात करें।

(3) सभी मदों की गिनती ज्ञात करें।

$$\bar{X} = \frac{100 \quad 80 \quad 120 \quad 90 \quad 60}{5} = \frac{450}{5} = ₹\ 90$$

$$\text{माध्य} = \bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

1. अवर्गीकृत आँकड़ों के लिए (For Ungrouped Data) — किसी भी क्षेत्र में कृषक परिवारों की संख्या n तथा X1, X2, X3, Xn क्रमश: पहले, दूसरे, तीसरे और वें किसान परिवार की आय को प्रकट करें तो माध्य

https://www.evidyarthi.in/

$$\bar{X} = \frac{X_1 \quad X_2 \quad X_3 \ldots\ldots X_n}{n}$$

$$= \frac{\Sigma X}{n}$$

(जबकि $\bar{X}$ = माध्य
ΣX = प्रेक्षणों का योग
n = संख्या)

2. वर्गीकृत आँकड़ों के लिए (For Grouped Data) — इस अवस्था में माध्य निकालने की दो विधियां हैं-

(1) प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)

(2) लघु विधि (Short-cut Method)

प्रश्न 4. निम्नलिखित तालिका में दिए गए आँकड़ों के आधार पर माध्य निकालो- कृषकों की संख्या (Number of Farmers)

क्र० स०	भू-जोत आकार	कृषकों की संख्या
1	0-5	4
2	5-10	5
3	10-15	8
4	15-20	10
5	20-25	3
		योग = 30

भू-जोत आकार	कृषकों की संख्या (f)	वर्गों के मध्य भाग (X)	F(X)

https://www.evidyarthi.in/

0-5 5-10 10-15 15-20 20-25	4 5 8 10 3	2.5 7.5 12.5 17.5 22.5	4×2.5 = 10.0 5×7.5 = 37.5 8×12.5 = 100.0 10×17.5 = 175.0 3×22.5 = 67.5
	n = 30		Σ*f* (x) = 390.0

उत्तर- प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)–

(1) यह एक सरल विधि है। इसमें मदों के साथ आवृत्ति (f) भी दी जाती है।

(2) प्रत्येक मद का मध्यमान (×) ज्ञात करो। इसे आवृत्ति (f) से गुणा करके f (×) ज्ञात करो।

(3) सभी मदों के *f* (×) का योग ज्ञात करो तथा इसे मदों की संख्या से भाग दें। = 13 arres

$$\boxed{\overline{X} = \frac{\Sigma f(x)}{n}}$$

$$\text{माध्य} = \overline{X} = \frac{\Sigma fx}{n} = \frac{390}{30} = 13 \text{ acres.}$$

2. लघु विधि (Short-cut Method) —

(1) प्रत्येक मद (वर्ग) का माध्य मूल्य (x) ज्ञात करो।

(2) एक मद को कल्पित माध्य (अस्थायी माध्य) मान लो (A)

(3) प्रत्येक माध्य मूल्य (x) से कल्पित मूल्य (A) घटा कर विचलन (d×) ज्ञात करो।

(4). प्रत्येक मद की आवृत्ति (×) को विचलन से गुणा करो तथा इनका योग Σ*f(dX)* ज्ञात करें ।

https://www.evidyarthi.in/

$$\overline{X} = A + \frac{\Sigma fd\,\overline{X}}{n}$$

अस्थायी माध्य A = 12·5 acres

भू-जोत	आकार (x)	मध्यमान dx =x -A	कृषकों की संख्या (f)	विचलन f.dx
0-5	2.5	-10	4	-40
5-10	7.5	-5	5	-25
10-15	12.5	0	8	0
15-20	17.5	5	10	50
20-25	22.5	10	3	30
		n = 30		Σf.dx = 15

$$\overline{X} = A + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 12{\cdot}5 + \frac{15}{30} = 13 \text{ acres.}$$

प्रश्न 5. निम्नलिखित तालिका में दिए गए आँकड़ों का माध्य निकालो।

प्राप्त अंक (Marks)	विद्यार्थियों की संख्या (No . of Students)

https://www.evidyarthi.in/

0-10	5
10-20	10
20-30	40
30-40	20
40-50	25

उत्तर– प्रत्यक्ष विधि (direct Method)-

प्राप्त अंक	मध्यमान अंक	विद्यार्थियों की संख्या	fx
0-10	5	5	5×5 = 25
10-20	15	10	15×10 = 150
20-30	25	40	25×40 = 1000
30-40	35	20	35×20 = 700
40-50	45	25	45×25 = 1125
	n = 100		Σfx = 3000

$$\overline{X} = \frac{\Sigma fx}{n} = \frac{3000}{100} = 30 \text{ marks.}$$

2. लघु विधि (Short-cut Method)–

A अस्थाई माध्य = 25

https://www.evidyarthi.in/

प्राप्त अंक	मध्यमान अंक	dx = x-A	विद्यार्थियों की संख्या	f.dx
0-10	5	-20	5	-100
10-20	15	-10	10	-100
20-30	25	0	40	0
30-40	35	10	20	200
40-50	45	20	25	500
			n = 100	Σfdx = 500

$$\text{माध्य} \quad = \overline{X} = A + \frac{\sum fdx}{n}$$

$$= 25 + \frac{500}{100} = 25 + 5 = 30 \text{ marks.}$$

https://www.evidyarthi.in/