પ્રકરણ 3

સંખ્યા સાથે રમત

EAH2BQ

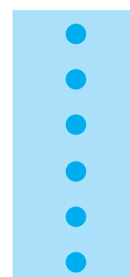
3.1 પ્રાસ્તાવિક (Introduction)

રમેશ પાસે 6 લખોટી છે. તે તેમને એવી રીતે ગોઠવવા માંગે છે કે જેથી દરેક આડી હરોળમાં સરખી સંખ્યામાં લખોટી હોય. તે તેમને નીચેની રીતે ગોઠવે છે અને લખોટીની કુલ સંખ્યા સાથે સરખામણી કરે છે.

(i) દરેક આડી હરોળ (row)માં 1 લખોટી

આડી હરોળની સંખ્યા $= 6$

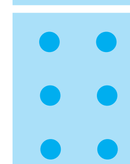
લખોટીની કુલ સંખ્યા $= 1 \times 6 = 6$



(ii) દરેક આડી હરોળમાં 2 લખોટી

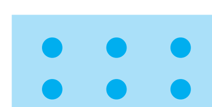
આડી હરોળની સંખ્યા $= 3$

લખોટીની કુલ સંખ્યા $= 2 \times 3 = 6$



(iii) દરેક આડી હરોળમાં 3 લખોટી

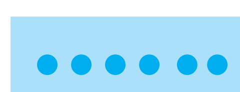
આડી હરોળની સંખ્યા $= 2$



લખોટીની કુલ સંખ્યા $= 3 \times 2 = 6$

(iv) તે કોઈ પણ એવી ગોઠવણી વિશે વિચારી શકતો નથી કે જેમાં દરેક આડી હરોળમાં 4 લખોટી અથવા 5 લખોટી હોય. તેથી, એક જ શક્ય ગોઠવણી બાકી રહે. જેમાં એક જ આડી હરોળમાં તમામ 6 લખોટી સાથે હોય.

આડી હરોળની સંખ્યા $= 1$



લખોટીની કુલ સંખ્યા $= 6 \times 1 = 6$

આ ગણતરીઓમાંથી રમેશે નિરીક્ષણ કર્યું કે 6ને બે સંખ્યાના ગુણાકાર તરીકે અલગ-અલગ લખી શકાય છે. જેમ કે,

$6 = 1 \times 6;$ $6 = 2 \times 3;$ $6 = 3 \times 2;$ $6 = 6 \times 1$

$6 = 2 \times 3$ ઉપરથી કહી શકાય કે 2 અને 3 એ 6ને બરાબર વિભાજિત કરે છે. તેથી, 2 અને 3 એ 6ના ભાજક છે. બીજો ગુણાકાર $6 = 1 \times 6$ ઉપરથી 6ના ભાજક 1 અને 6 મળે છે.

આ રીતે 1, 2, 3 અને 6 એ 6ના ભાજક છે. તેમને 6ના અવયવો કહેવામાં આવે છે. 18 લખોટીઓને આડી હરોળમાં ગોઠવવાનો પ્રયાસ કરો અને 18ના અવયવો શોધો.

2DRFIJ

3.2 અવયવ (Factor) અને અવયવી (Multiples)

મેરી 4 ને બરાબર વિભાજિત કરે તે સંખ્યા શોધવા માંગે છે. તે 4 ને 4 કરતાં નાની સંખ્યા વડે આ રીતે વિભાજિત કરે છે.

1) 4 (4	2) 4 (2	3) 4 (1	4) 4 (1
−4	−4	−3	−4
0	0	1	0
ભાગફળ 4 છે.	ભાગફળ 2 છે.	ભાગફળ 1 છે.	ભાગફળ 1 છે.
શેષ 0 છે.	શેષ 0 છે.	શેષ 1 છે.	શેષ 0 છે.
$4 = 1 \times 4$	$4 = 2 \times 2$		$4 = 4 \times 1$

તે શોધે છે કે, સંખ્યા 4ને આ રીતે લખી શકાય છે. $4 = 1 \times 4$; $4 = 2 \times 2$; $4 = 4 \times 1$ અને તે જાણે છે કે સંખ્યા 1, 2 અને 4 એ 4ના ભાજક છે. આ સંખ્યાઓને 4ના અવયવો કહેવામાં આવે છે.

સંખ્યાના અવયવ તે સંખ્યાના (નિઃશેષ ભાગી શકાય તેવા) ભાજક છે. ધ્યાનથી જુઓ કે 4ના દરેક અવયવ 4 અથવા 4 કરતાં નાના (less than) છે.

રમત 1 : આ બે વ્યક્તિઓ દ્વારા રમવામાં આવતી એક રમત છે. તે બે વ્યક્તિ A અને B છે. આ રમત અવયવોને ઓળખવાની છે.

તેના માટે કાર્ડ્સના 50 ટુકડા એટલે કે 1 થી 50 નંબરની જરૂર છે.

કાર્ડને પાટિયા ઉપર આ રીતે ગોઠવો.

1	2	3	4	5	6	7	
8	9	10	11	12	13	14	
15	16	17	18	19	20	21	
22	23	24	25	26	27	28	
29	30	31	32	33	34	35	
36	37	38	39	40	41	42	
43	44	45	46	47	48	49	50

પગથિયાં

(a) નક્કી કરો કે પ્રથમ કોણ રમે છે, A અથવા B

(b) પ્રથમ Aને રમવા દો. તે પાટિયા ઉપરથી એક કાર્ડ ઉઠાવે છે અને તેની સાથે રાખે છે. ધારો કે કાર્ડ પરની સંખ્યા 28 છે.

(c) પછી ખેલાડી B એવી બધી સંખ્યાના કાર્ડ્સને ઉઠાવે છે, જે Aના કાર્ડ પરની સંખ્યા (એટલે કે 28)ના અવયવો છે અને તેમને તેમની નજીક એક હારમાં મૂકે છે.

(d) પછી ખેલાડી B પાટિયા ઉપરથી કાર્ડ ઉઠાવે છે અને તેની સાથે તેને રાખે છે. બાકી રહેલા કાર્ડ્સમાંથી, A એવી બધી સંખ્યાના કાર્ડ્સ ઉઠાવે છે, જે Bના કાર્ડ પરની સંખ્યાના અવયવો છે. ખેલાડી A જે અગાઉનાં કાર્ડ એકત્રિત કર્યાં છે, તે તેમની ઉપર મૂકે છે.

(e) આ રમત બધા કાર્ડનો ઉપયોગ થઈ જાય ત્યાં સુધી ચાલુ રહે છે.

(f) ખેલાડી A એ જે કાર્ડ ઉઠાવ્યા છે, તેનો સરવાળો કરશે. ખેલાડી B પણ એના કાર્ડ સાથે એવું જ કરશે. જે ખેલાડીની સંખ્યાનો સરવાળો વધારે હશે તે વિજેતા કહેવાશે.

કાર્ડ્સની સંખ્યા વધારીને આ રમત વધુ રસપ્રદ બનાવી શકાય છે. તમારા મિત્ર સાથે આ રમત રમો. શું તમે આ રમત જીતવાની કોઈ રીત શોધી શકો છો?

$$\underset{\text{અવયવ}}{4} \times \underset{\text{અવયવ}}{5} = \overset{\text{અવયવી}}{20}$$

જ્યારે આપણે 20ને $20 = 4 \times 5$ લખીએ છીએ, ત્યારે આપણે કહીએ છીએ 4 અને 5 એ 20ના અવયવો છે. આપણે એમ પણ કહીએ છીએ કે 20 એ 4 અને 5નો અવયવી છે.

$24 = 2 \times 12$ બતાવે છે કે 2 અને 12 એ 24ના અવયવો છે, જ્યારે 24 એ 2 અને 12નો અવયવી છે.

પ્રયત્ન કરો.

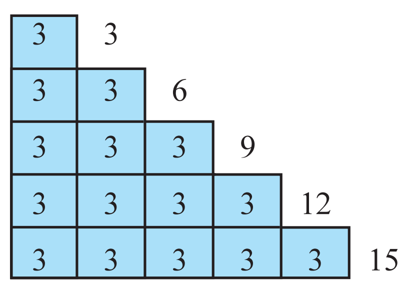
45, 30 અને 36ના શક્ય અવયવો શોધો.

આપણે કહી શકીએ કે અવયવી એ તેના અવયવોનો ગુણાકાર છે.

ચાલો, હવે આપણે અવયવો અને અવયવી વિશે કેટલાંક રસપ્રદ તથ્યો જોઈએ :

(a) દરેક 3 એકમ લંબાઈની સંખ્યાબંધ લાકડાની/કાગળની પટ્ટી એકત્રિત કરો.

(b) આકૃતિમાં બતાવ્યા મુજબ પટ્ટીને એકબીજા સાથે જોડો.



ટોચની પટ્ટીની લંબાઈ $1 \times 3 = 3$ એકમ (unit) છે.

તેની નીચેની પટ્ટીની લંબાઈ $3 + 3 = 6$એકમ છે અને $6 = 2 \times 3$. આગામી પટ્ટીની લંબાઈ $3 + 3 + 3 = 9$એકમ છે અને $9 = 3 \times 3$. આ રીતે ચાલુ રાખીને આપણે અન્ય લંબાઈને દર્શાવી શકીએ છીએ. જેમ કે,

$12 = 4 \times 3$; $15 = 5 \times 3$

આપણે કહી શકીએ કે સંખ્યાઓ 3, 6, 9, 12, 15 એ 3ના અવયવી છે.

3ના અવયવીની સૂચિ 18, 21, 24,... તરીકે ચાલુ રાખી શકાય છે.

આ દરેક અવયવી 3 કરતાં વધારે અથવા તેના બરાબર છે.

સંખ્યા 4 ના અવયવી છે : 4, 8, 12, 16, 20, 24 ....

જેની યાદી અનંત છે. આ દરેક સંખ્યા 4 કરતાં વધારે અથવા તેના બરાબર છે.

ચાલો, આપણે જોઈએ અવયવો અને અવયવી વિશે શું તારણ કાઢ્યું :

1. શું કોઈ સંખ્યા છે, જે દરેક સંખ્યાનો અવયવ થાય છે ? હા, તે 1 છે.

   ઉદાહરણ તરીકે, $6 = 1 \times 6$, $18 = 1 \times 18$ અને આ જ પ્રમાણે આગળ વધુ સંખ્યાઓ માટે તેને તપાસો. આપણે કહીએ છીએ કે **1 એ દરેક સંખ્યાનો અવયવ છે.**

2. શું 7 એ પોતાનો અવયવ બની શકે છે? હા. તમે 7 ને $7 = 7 \times 1$ લખી શકો છો. 10 અને 15 વિશે શું ?

   તમને મળશે કે દરેક સંખ્યાને આ રીતે દર્શાવી શકાય છે.

   આપણે કહીએ છીએ કે **દરેક સંખ્યા પોતે પોતાનો અવયવ છે.**

3. 16ના અવયવો શું છે? તેઓ 1, 2, 4, 8, 16 છે. તમે આમાંથી કોઈ પણ અવયવ એવો શોધી શકો કે જે 16નો ભાજક નથી ? 20 અને 36 માટે પ્રયત્ન કરો.

   તમને મળશે કે **દરેક સંખ્યાનો અવયવ એ તે સંખ્યાનો ભાજક છે.**

4. 34ના અવયવો શું છે? તેઓ 1, 2, 17 અને 34 છે. આ પૈકી સૌથી મોટો અવયવ કયો છે? એ પોતે 34 છે.

   અન્ય અવયવો 1, 2 અને 17 એ 34 કરતાં નાના છે. આ બાબત 64, 81 અને 56 માટે ચકાસો.

   આપણે કહીએ છીએ કે **દરેક અવયવ આપેલી સંખ્યા કરતાં નાનો અથવા તેના બરાબર છે.**

5. 76 સંખ્યાને 6 અવયવો છે. 136 અથવા 96ને કેટલા અવયવો છે? તમે જાણી શકો છો કે, આમાંના દરેક સંખ્યાના અવયવોની ગણતરી કરી શકો છો.

   જો સંખ્યાઓ 10576, 25642 વગેરે જેટલી મોટી હોય અથવા એનાથી મોટી હોય તો પણ આવી સંખ્યાના અવયવોની ગણતરી કરી શકો છો. (જોકે તમને કદાચ આવી સંખ્યાના અવયવો શોધવાનું મુશ્કેલ પડી શકે છે.)

   આપણે કહીએ છીએ કે **આપેલ સંખ્યાના અવયવોની સંખ્યા મર્યાદિત છે.**

6. 7ના અવયવી શું છે? દેખીતી રીતે 7, 14, 21, 28, ... તમને મળશે કે આ દરેક અવયવી 7થી વધારે અથવા બરાબર છે. શું તે દરેક સંખ્યા સાથે થઈ શકે? 6, 9 અને 10ના અવયવી માટે આ તપાસો.

   આપણે શોધ્યું કે **દરેક સંખ્યાના અવયવી તે સંખ્યા કરતા વધારે અથવા તેના બરાબર છે.**

7. 5ના અવયવી લખો. તેઓ 5, 10, 15, 20,... છે. શું તમને લાગે છે. આ યાદી ગમે ત્યાં સમાપ્ત થશે? ના! સૂચિ અનંત છે. 6, 7 વગેરેના અવયવી સાથે પ્રયાસ કરો.

   આપણે શોધ્યું કે **આપેલ સંખ્યાના અવયવીની સંખ્યા અનંત છે.**

8. શું 7 એ પોતાનો એક અવયવી હોઈ શકે છે? હા, કારણ કે $7 = 7 \times 1$. શું તે અન્ય સંખ્યા માટે સાચું હશે? તે 3, 12 અને 16 સાથે અજમાવી જુઓ.

   તમને મળશે કે **દરેક સંખ્યા પોતે પોતાનો એક અવયવી છે.**

6ના અવયવો 1, 2, 3 અને 6 છે અને 1 + 2 + 3 + 6 = 12 = 2 × 6. આપણે શોધી શકીએ કે સંખ્યા 6ના અવયવોનો સરવાળો સંખ્યા 6 કરતાં બમણો છે. 28ના તમામ અવયવો 1, 2, 4, 7, 14 અને 28 છે. આ બધાના સરવાળા કરતાં આપણને મળે છે : 1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28 = 56 = 2 × 28.

28ના અવયવોનો સરવાળો 28 કરતાં બમણો (twice) છે.

જે સંખ્યા માટે તેના બધા અવયવોનો સરવાળો તે સંખ્યા કરતાં બમણો થાય તે સંખ્યાને સંપૂર્ણ સંખ્યા (Perfect Number) કહેવાય છે. સંખ્યા 6 અને 28 સંપૂર્ણ સંખ્યા છે. શું 10 સંપૂર્ણ સંખ્યા છે?

ઉદાહરણ 1 : 68ના તમામ અવયવો લખો :

જવાબ : આપણે નોંધીએ છીએ કે,

68 = 1 × 68   68 = 2 × 34

68 = 4 × 17   68 = 17 × 4

અહીં થોભો, કારણ કે 4 અને 17 અગાઉ આવી ગયા છે.

આમ, 68ના તમામ અવયવો 1, 2, 4, 17, 34 અને 68 છે.

ઉદાહરણ 2 : 36ના અવયવો શોધો.

જવાબ : 36 = 1 × 36   36 = 2 × 18   36 = 3 × 12

36 = 4 × 9   36 = 6 × 6

અહીં થોભો, કારણ કે બંને અવયવો (6) સમાન છે. આમ, અવયવો 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 અને 36 છે.

ઉદાહરણ 3 : 6ના પ્રથમ પાંચ અવયવી લખો.

જવાબ : 6ના અવયવી છે : 6 × 1 = 6, 6 × 2 = 12, 6 × 3 = 18, 6 × 4 = 24, 6 × 5 = 30 એટલે કે 6, 12, 18, 24 અને 30 છે.

સ્વાધ્યાય 3.1

1. નીચેની સંખ્યાઓના તમામ અવયવો લખો :

   (a) 24   (b) 15   (c) 21

   (d) 27   (e) 12   (f) 20

   (g) 18   (h) 23   (i) 36

2. પ્રથમ પાંચ અવયવી લખો :

   (a) 5   (b) 8   (c) 9

3. ઊભી હરોળ 1ની સાથે ઊભી હરોળ (column) 2ને જોડો.

ઊભી હરોળ 1	**ઊભી હરોળ 2**
(i) 35	(a) 8 નો અવયવી
(ii) 15	(b) 7 નો અવયવી
(iii) 16	(c) 70 નો અવયવી
(iv) 20	(d) 30 નો અવયવ
(v) 25	(e) 50 નો અવયવ
	(f) 20 નો અવયવ

2E1BK7

4. 100 સુધીના 9 ના બધા અવયવી શોધો.

3.3 અવિભાજ્ય (Prime) અને વિભાજ્ય (Composite) સંખ્યાઓ

હવે આપણે સંખ્યાના અવયવોથી પરિચિત છીએ. આ કોષ્ટકમાં ગોઠવેલ થોડી સંખ્યાના અવયવોની સંખ્યાનું અવલોકન કરો.

સંખ્યા	અવયવો	અવયવોની સંખ્યા
1	1	1
2	1, 2	2
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2
8	1, 2, 4, 8	4
9	1, 3, 9	3
10	1, 2, 5, 10	4
11	1, 11	2
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	6

આપણે શોધી શકીએ કે,

(a) સંખ્યા 1 પાસે ફક્ત એક જ અવયવ (એટલે કે પોતે) છે.

(b) બીજી સંખ્યાઓ છે, જેના બરાબર બે અવયવો છે, જેમાં 1 અને સંખ્યા પોતે છે.
આવી સંખ્યા 2, 3, 5, 7, 11 વગેરે છે. આ સંખ્યાઓ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે.

એક સિવાયની એવી સંખ્યાઓ કે જેના અવયવ માત્ર 1 અને સંખ્યા પોતે હોય, તેને અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ કહે છે.

આ સિવાયની કેટલીક અન્ય અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ શોધવાનો પ્રયાસ કરો.

(c) 4, 6, 8, 9, 10 વગેરે સંખ્યા બે કરતાં વધુ અવયવો ધરાવતી સંખ્યા છે. આ સંખ્યા વિભાજ્ય સંખ્યા છે.

1 એ અવિભાજ્ય કે વિભાજ્ય સંખ્યા નથી.

બે કરતાં વધારે અવયવો ધરાવતી સંખ્યાને વિભાજ્ય સંખ્યા કહેવામાં આવે છે.

શું 15 વિભાજ્ય સંખ્યા છે? શા માટે ? 18 અને 25 ?

વાસ્તવમાં સંખ્યાના અવયવો તપાસ્યા વગર, આપણે એક સરળ પદ્ધતિથી 1 થી 100 સુધીની સંખ્યામાંથી અવિભાજ્ય સંખ્યા શોધી શકીએ છીએ.

આ પદ્ધતિ ગ્રીક ગણિતશાસ્ત્રી **ઈરેટોસ્થેનિસ (Eratosthenes)** દ્વારા ઈ.પૂ. ત્રીજી સદીમાં

આપવામાં આવી હતી. ચાલો, આપણે આ પદ્ધતિ જોઈએ. તમામ 1 થી 100 સુધીની સંખ્યાઓને નીચે બતાવ્યા પ્રમાણે દર્શાવો :

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

પગલું 1 : 1ને ચોકડી કરો કારણ કે તે અવિભાજ્ય સંખ્યા નથી.

પગલું 2 : 2ની ફરતે ગોળ કરો, 2ના તમામ અવયવીને ચોકડી કરો, 2 સિવાયના, એટલે કે 4, 6, 8 અને તેથી વધુ.

પગલું 3 : તમને મળશે કે આગામી ચોકડી વગરની સંખ્યા 3 છે. 3ની ફરતે ગોળ કરો અને ત્રણ સિવાયના 3ના તમામ અવયવીને ચોકડી કરો.

પગલું 4 : આગામી ચોકડી વગરની સંખ્યા 5 છે. 5ની ફરતે ગોળ કરો અને 5 સિવાય 5ના તમામ અવયવીને ચોકડી કરો.

પગલું 5 : આ પ્રક્રિયા ચાલુ રાખો કે જ્યાં સુધી યાદીમાં સંખ્યાઓ ઉપર ગોળ કે ચોકડી થઈ જાય.

જેની ફરતે ગોળ કરેલ હોય તેવી બધી સંખ્યા અવિભાજ્ય સંખ્યા છે. બધી ચોકડી કરેલી 1 સિવાયની સંખ્યા વિભાજ્ય સંખ્યા છે.

પ્રયત્ન કરો.

નોંધ લો કે $2 \times 3 + 1 = 7$ એ અવિભાજ્ય સંખ્યા છે. અહીં, અવિભાજ્ય સંખ્યા મેળવવા માટે 2ના અવયવીમાં 1 ઉમેરવામાં આવે છે. શું તમે આ પ્રકારની કેટલીક વધુ સંખ્યા શોધી શકો છો?

આ પદ્ધતિને **ઈરેટોસ્થેનિસ ચાળણી** કહેવામાં આવે છે.

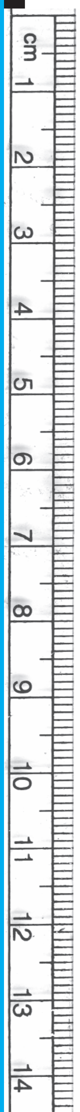
ઉદાહરણ 4 : 15 કરતાં નાની બધી અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ લખો.

જવાબ : ચાળણી પદ્ધતિના નિરીક્ષણ દ્વારા આપણે સરળતાથી જરૂરી અવિભાજ્ય સંખ્યા લખી શકીએ છીએ. તે 2, 3, 5, 7, 11 અને 13 છે.

બેકી (યુગ્મ) અને એકી (અયુગ્મ) સંખ્યાઓ (Even and Odd Numbers)

શું તમે સંખ્યા 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14... માં કોઈ પણ સ્વરૂપનું અવલોકન કર્યું છે? તમે શોધશો કે તે બધા જ 2ના અવયવી છે.

આને બેકી સંખ્યાઓ કહેવામાં આવે છે. બાકીની સંખ્યાઓ 1, 3, 5, 7, 9, 11, ... ને એકી સંખ્યાઓ કહેવામાં આવે છે.



તમે ચકાસી શકો છો કે બે આંકડાની સંખ્યા અથવા ત્રણ આંકડાની સંખ્યા બેકી સંખ્યા છે કે નથી. તમને કેવી રીતે ખબર પડશે કે 756482 જેવી સંખ્યા બેકી છે? તેને 2 દ્વારા વિભાજિત કરીએ. આ કંટાળાજનક નથી?

આપણે જાણીએ છીએ કે, 0, 2, 4, 6, 8 જેવી સંખ્યા એકમના અંકમાં આવતી હોય, તો તે બેકી સંખ્યા છે. તેથી 350, 4062, 59246 બેકી સંખ્યાઓ છે. 457, 2359, 8231 બધી એકી સંખ્યાઓ છે. ચાલો, આપણે કેટલાંક રસપ્રદ તથ્યો શોધવાનો પ્રયાસ કરીએ.

(a) કઈ બેકી સંખ્યા સૌથી નાની છે? તે 2 છે. કઈ અવિભાજ્ય સંખ્યા સૌથી નાની છે? તે પણ 2 છે. **2 એ સૌથી નાની બેકી સંખ્યા છે, જે અવિભાજ્ય પણ છે.**

(b) અન્ય અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ 3, 5, 7, 11, 13, ... છે. શું તમે આ સૂચિમાંથી કોઈ પણ બેકી સંખ્યા શોધી શકશો? નહિ જ ને? કેમ કે તેઓ બધી એકી સંખ્યાઓ છે.

આ રીતે, આપણે કહી શકીએ છીએ કે, **2 સિવાયની બધી અવિભાજ્ય સંખ્યા એકી સંખ્યા છે.**

સ્વાધ્યાય 3.2

1. કોઈ પણ બે (a) એકી સંખ્યાઓનો સરવાળો અને (b) બેકી સંખ્યાઓનો સરવાળો શું થાય?
2. નીચે જણાવેલાં વાક્યો સાચાં છે કે ખોટાં તે જણાવો :
   - (a) ત્રણ એકી સંખ્યાનો સરવાળો બેકી સંખ્યા છે.
   - (b) બે એકી સંખ્યા અને એક બેકી સંખ્યાનો સરવાળો બેકી સંખ્યા છે.
   - (c) ત્રણ એકી સંખ્યાનો ગુણાકાર એકી સંખ્યા છે.
   - (d) જો બેકી સંખ્યાને 2 વડે ભાગવામાં આવે તો, ભાગાકાર હંમેશાં એકી સંખ્યા હોય છે.
   - (e) બધી અવિભાજ્ય સંખ્યા એકી સંખ્યા છે.
   - (f) અવિભાજ્ય સંખ્યાને અવયવ હોતો નથી.
   - (g) બે અવિભાજ્ય સંખ્યાનો સરવાળો હંમેશાં બેકી સંખ્યા છે.
   - (h) 2 એ એકમાત્ર બેકી અવિભાજ્ય સંખ્યા છે.
   - (i) બધી બેકી સંખ્યા વિભાજ્ય સંખ્યા છે.
   - (j) બે બેકી સંખ્યાનો ગુણાકાર હંમેશાં બેકી સંખ્યા હોય છે.
3. 13 અને 31 એ અવિભાજ્ય છે. આ બંને સંખ્યાના અંકો 1 અને 3 સમાન છે. 100 સંખ્યા સુધી આવી અવિભાજ્ય સંખ્યાની જોડી શોધો.
4. 20 થી નાની અવિભાજ્ય અને વિભાજ્ય સંખ્યા અલગથી લખો.
5. 1 અને 10 વચ્ચે સૌથી મોટી અવિભાજ્ય સંખ્યા કઈ છે?
6. નીચેની સંખ્યાઓને બે એકી અવિભાજ્ય સંખ્યાના સરવાળા તરીકે દર્શાવો :

   (a) 44 (b) 36 (c) 24 (d) 18
7. અવિભાજ્ય સંખ્યાની ત્રણ જોડીઓ આપો જેનો તફાવત 2 હોય.

   (નોંધ : બે અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ જેમનો તફાવત 2 હોય તેને જોડિયા અવિભાજક (twin primes) કહેવામાં આવે છે.)
8. નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યા અવિભાજ્ય છે?

   (a) 23 (b) 51 (c) 37 (d) 26
9. 100 કરતાં નાની ક્રમિક (consecutive) સાત વિભાજ્ય સંખ્યા લખો કે જેમની વચ્ચે કોઈ પણ અવિભાજ્ય સંખ્યા આવે નહિ.

10. નીચેની દરેક સંખ્યાઓને ત્રણ એકી અવિભાજ્ય સંખ્યાના સરવાળા તરીકે દર્શાવો :

(a) 21 (b) 31 (c) 53 (d) 61

11. 20 કરતાં નાની અવિભાજ્ય સંખ્યાની પાંચ જોડીઓ લખો કે જેમનો સરવાળો 5 વડે ભાગી શકાય તેવો હોય. (સૂચન : 3 + 7 = 10)

12. ખાલી જગ્યા પૂરો :

(a) જે સંખ્યાને ફક્ત બે અવયવો હોય, તેને ________ કહેવાય છે.

(b) જે સંખ્યાને બે કરતાં વધારે અવયવો હોય, તેને ________ કહેવાય છે.

(c) સંખ્યા 1 એ ________ કે ________ સંખ્યા નથી.

(d) સૌથી નાની અવિભાજ્ય સંખ્યા ________ છે.

(e) સૌથી નાની વિભાજ્ય સંખ્યા ________ છે.

(f) સૌથી નાની બેકી સંખ્યા ________ છે.

3.4 સંખ્યાની વિભાજ્યતાની ચાવીઓ (Divisibility of Numbers)

2EA7LU

38ને કઈ સંખ્યા વડે ભાગી શકાય છે? 2 વડે? 4 વડે? કે 5 વડે?

વાસ્તવમાં, આ 38 સંખ્યાને ભાગાકાર કરીને આપણે શોધી શકીએ છીએ કે તે 2 વડે ભાગી શકાય તેવી છે, પણ 4 કે 5 દ્વારા નહિ.

ચાલો, જોઈએ કે આપણે કોઈ રચના શોધી શકીએ કે જે આપણને કહી શકે કે સખ્યાને 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 કે 11 દ્વારા ભાગી શકાય છે કે નહિ. શું તમને લાગે છે કે આ પ્રકારની રચના સરળતાથી જોઈ શકાય?

10ની વિભાજ્યતાની ચાવી : ચારુ 10ના અવયવી જોઈ રહી હતી. અવયવી 10, 20, 30, 40, 50, 60, ... છે. તેને આ સંખ્યાઓમાં કંઈક સામાન્ય જોવા મળ્યું. તમે કહી શકો છો કે તે શું છે? આ દરેક સંખ્યામાં એકમનો અંક 0 છે.

તેણીએ એકમનો અંક 0 હોય તેવી થોડી વધારે સંખ્યા વિચારી. જેમ કે, 100, 1000, 3200, 7010. તેણીએ એ પણ જોયું કે, આ તમામ સંખ્યાઓને 10 વડે ભાગી (divisible) શકાય છે.

તે શોધે છે કે **જો કોઈ સંખ્યામાં એકમનો અંક 0 હોય, તો તેને 10 વડે ભાગી શકાય છે.**

શું તમે 100 માટે વિભાજ્યતાનો નિયમ શોધી શકો છો?

5ની વિભાજ્યતાની ચાવી : મણિએ સંખ્યા 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, ... માં એક રસપ્રદ રચના શોધી છે. શું તમે તે રચના કહી શકો છો? એકમનો અંક જુઓ. આ બધી સંખ્યાઓમાં એકમના અંકના સ્થાન પર 0 અથવા 5 છે. આપણે જાણીએ છીએ કે આ સંખ્યાઓને 5 વડે ભાગી શકાય છે.

મણિએ 5 વડે ભાગી શકાય તેવી વધુ સંખ્યાઓ વિચારી. જેમ કે 105, 215, 6205, 3500. ફરીથી, આ સંખ્યાઓમાં તેમના એકમના અંકમાં 0 અથવા 5 છે.

તેણે સંખ્યા 23, 56, 97ને 5 દ્વારા ભાગાકાર કરવાનો પ્રયાસ કર્યો. શું તે કરી શકશે? તે તપાસો. તે નોંધે છે કે **જે સંખ્યામાં એકમના અંકના સ્થાન પર 0 અથવા 5 હોય, તેને જ 5 વડે ભાગી શકાય છે.** અન્ય સંખ્યાઓમાં શેષ વધે છે.

શું 1750125 ને 5 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે?

2ની વિભાજ્યતાની ચાવી : ચારુ કેટલાક 2ના અવયવી જેમ કે 10, 12, 14, 16,...નું અવલોકન કરે છે અને 2410, 4356, 1358, 2972, 5974 જેવી સંખ્યાનું પણ અવલોકન કરે છે. તે એકમના

અંકના સ્થાન પર કોઈ રચના શોધે છે. શું તમે કહી શકો છો? આ સંખ્યાઓમાં એકમના અંકના સ્થાન પર ફક્ત 0, 2, 4, 6 અને 8 છે.

તેણી આ સંખ્યાઓનો ભાગાકાર 2 વડે કરે છે અને તેને શેષ 0 મળે છે.

તે એ પણ શોધે છે કે 2467, 4829 સંખ્યાઓને 2 વડે ભાગી શકાય નહિ. આ સંખ્યાઓમાં એકમના અંકના સ્થાન પર 0, 2, 4, 6 અથવા 8 નથી.

આ નિરીક્ષણોને જોતાં તે નિષ્કર્ષ કાઢે છે કે ***જો એકમના અંકના સ્થાન પર 0, 2, 4, 6 અથવા 8 હોય, તો તે સંખ્યાઓને જ 2 વડે ભાગી શકાય છે.***

3ની વિભાજ્યતાની ચાવી : 21, 27, 36, 54, 219 સંખ્યાઓને 3 વડે ભાગી શકાય? હા, ભાગી શકાય છે.

શું 25, 37, 260 સંખ્યાઓને 3 વડે ભાગી શકાય? ના.

શું તમે એકમના અંકના સ્થાન પર કોઈ રચના જોઈ શકો છો? ના, આપણે જોઈ શકતા નથી. કારણ કે એકમના અંકના સ્થાન પર સમાન અંક હોય જેમ કે 27ને 3 વડે ભાગી શકાય છે. પણ 17, 37 ને 3 વડે ભાગી શકાય નહિ. ચાલો, હવે 21, 36, 54 અને 219ના અંકોના સરવાળાનો પ્રયાસ કરીએ. શું તમે કંઈક ખાસ અવલોકન કરો છો? $2 + 1 = 3$, $3 + 6 = 9$, $5 + 4 = 9$, $2 + 1 + 9 = 12$. આ તમામ સરવાળાને 3 વડે ભાગી શકાય છે.

25, 37, 260ના અંકોનો સરવાળો કરો. આપણે $2 + 5 = 7$, $3 + 7 = 10$, $2 + 6 + 0 = 8$ મળે છે.

આ સરવાળાને 3 વડે ભાગી શકાય તેવું નથી. આપણે કહી શકીએ કે ***જો અંકોનો સરવાળો 3નો અવયવી છે, તો પછી તે સંખ્યાને 3 વડે ભાગી શકાય છે.***

શું 7221 ને 3 વડે ભાગી શકાય?

6ની વિભાજ્યતાની ચાવી : શું તમે એક સંખ્યાને ઓળખી શકો છો જે 2 અને 3 બંને દ્વારા ભાજ્ય છે? આવી એક સંખ્યા 18 છે. શું 18 એ $2 \times 3 = 6$ દ્વારા ભાગી શકાય છે? હા, ભાગી શકાય છે.

18 જેવી કેટલીક વધુ સંખ્યાઓ શોધો અને તપાસો કે તે 6 દ્વારા પણ ભાગી શકાય છે.

શું તમે ઝડપથી એક સંખ્યા વિચાર કરી શકો છો જે 2 વડે ભાગી શકાય છે તેવી છે પણ 3 દ્વારા નહિ?

હવે, 3 વડે ભાગી શકાય તેવી સંખ્યા, પણ 2 વડે નહિ. એક ઉદાહરણ 27 છે.

શું 27ને 6 વડે ભાગી શકાય? ના. 27 જેવી સંખ્યા શોધવાનો પ્રયાસ કરો.

આ અવલોકનો પરથી આપણે તારણ કાઢ્યું કે **જો સંખ્યાને 2 અને 3 બંને વડે ભાગી શકાય તેવું હોય તો તેને 6 વડે ભાગી શકાય છે.**

4ની વિભાજ્યતાની ચાવી : શું તમે ઝડપથી 3 અંકની પાંચ સંખ્યાઓ આપી શકો છો કે જે 4 વડે ભાગી શકાય? આવી એક સંખ્યા 212 છે. 4 અંકની એવી સંખ્યા વિચારો. એક ઉદાહરણ 1936 છે.

212 સંખ્યાના દશક અને એકમના અંકથી બનતી સંખ્યાનું અવલોકન કરો. તે 12 છે. જેને 4 વડે ભાગી શકાય છે. 1936 માટે તે 36 છે, તેને ફરી 4 વડે ભાગી શકાય છે.

આવી બીજી સંખ્યાઓ સાથે આ પ્રક્રિયા કરવાનો પ્રયાસ કરો. ઉદાહરણ તરીકે, 4612, 3516, 9532. શું સંખ્યા 286ને 4 વડે ભાગી શકાય? ના.

શું સંખ્યા 86ને 4 વડે ભાગી શકાય? ના.

તેથી, આપણે જોયું કે 3 અથવા વધુ અંકો ધરાવતી સંખ્યાને 4 વડે ભાગી શકાય. **જો તેના છેલ્લા બે અંકો (દશક અને એકમના અંક) દ્વારા રચાયેલી સંખ્યાને 4 વડે ભાગી શકાય.**

દસ વધુ ઉદાહરણો લઈને આ નિયમ તપાસો.

1 અથવા 2 અંકની સંખ્યાની 4 વડે વિભાજ્યતા વાસ્તવિક ભાગાકાર દ્વારા ચકાસવી જોઈએ.

8ની વિભાજ્યતાની ચાવી : શું સંખ્યા 1000, 2104, 1416ને 8 વડે ભાગી શકાય?

તમે ચકાસી શકો છો કે તેને 8 વડે ભાગી શકાય છે. ચાલો, આપણે રચના જોવાનો પ્રયાસ કરીએ.

આ સંખ્યાઓના સો, દશક અને એકમના સ્થાન પરના અંકો જુઓ. આ અનુક્રમે 000, 104 અને 416 છે. આને પણ 8 વડે ભાગી શકાય છે. થોડી વધુ સંખ્યા શોધો કે જેમાં સો, દશક અને એકમના સ્થાન (એટલે કે છેલ્લા 3 અંક)થી રચાયેલી સંખ્યાને 8 વડે ભાગી શકાય. ઉદાહરણ તરીકે, 9216, 8216, 7216, 10216, 9995216 વગેરે. તમને મળશે કે આ સંખ્યાઓને 8 વડે ભાગી શકાય છે.

આપણે કહી શકીએ કે **4 અથવા વધુ અંકો ધરાવતી સંખ્યાને 8 વડે ભાગી શકાય છે. જો છેલ્લા ત્રણ અંકો દ્વારા રચાયેલ સંખ્યાને 8 વડે ભાગી શકાય.**

શું 73512 ને 8 વડે ભાગી શકાય? 1, 2 અથવા 3 અંકની સંખ્યાની 8 વડે વિભાજ્યતા વાસ્તવિક ભાગાકાર દ્વારા ચકાસવી જોઈએ.

9ની વિભાજ્યતાની ચાવી : 9નાં અવયવી 9, 18, 27, 36, 45, 54,.... છે. અન્ય સંખ્યાઓ જેમ કે 4608, 5283 જેને 9 વડે ભાગી શકાય છે.

આ સંખ્યાઓના અંકોનો સરવાળો કરવામાં આવે ત્યારે તમને કોઈ રચના જોવા મળે છે?

1 + 8 = 9, 2 + 7 = 9, 3 + 6 = 9, 4 + 5 = 9

4 + 6 + 0 + 8 = 18, 5 + 2 + 8 + 3 = 18

આ તમામ સરવાળાને 9 વડે ભાગી શકાય છે.

શું સંખ્યા 758 ને 9 વડે ભાગી શકાય? ના.

7 + 5 + 8 = 20ના સરવાળાને 9 વડે ભાગી શકાય નહિ.

આ અવલોકનો આપણને કહે છે કે **જો કોઈ સંખ્યાના અંકોના સરવાળાને 9 વડે ભાગી શકાય તો પછી તે સંખ્યાને પણ 9 વડે ભાગી શકાય છે.**

11ની વિભાજ્યતાની ચાવી : સંખ્યા 308, 1331 અને 61809 બધાને 11 દ્વારા ભાગી શકાય છે.

આપણે એક કોષ્ટક બનાવીએ અને જોઈએ કે આ સંખ્યામાંના અંકો આપણે કોઈ રચના તરફ દોરે છે :

સંખ્યા	અંકોનો સરવાળો જમણી બાજુથી (એકી સ્થાન પર)	અંકોનો સરવાળો જમણી બાજુથી (બેકી સ્થાન પર)	તફાવત
308	8 + 3 = 11	0	11 − 0 = 11
1331	1 + 3 = 4	3 + 1 = 4	4 − 4 = 0
61809	9 + 8 + 6 = 23	0 + 1 = 1	23 − 1 = 22

આપણે જોયું કે દરેક પરિસ્થિતિમાં તફાવત ક્યાંક તો 0 છે અથવા 11 વડે ભાગી શકાય છે. આ બધી સંખ્યાઓ 11 વડે ભાગી શકાય છે.

5081 સંખ્યા માટે અંકોનો તફાવત છે : (5 + 8) − (1 + 0) = 12 છે. જેને 11 વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય નહિ. એટલે સંખ્યા 5081ને પણ 11 વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય નહિ.

આ રીતે, **કોઈ પણ સંખ્યાને 11 વડે ભાગી શકાય તેવી સંખ્યા શોધવા માટે જમણી બાજુથી એકી સ્થાનોએ આવેલા અંકોના સરવાળા અને બેકી સ્થાનોએ આવેલા અંકોના સરવાળા વચ્ચેનો તફાવત 0 હોય કે 11 થી ભાગી શકાય તેવો હોય તો તે સંખ્યા 11 થી વિભાજ્ય થાય છે.**

સ્વાધ્યાય 3.3

1. વિભાજ્યતાની ચાવીનો ઉપયોગ કરીને નીચેની કઈ સંખ્યા 2 વડે, 3 વડે, 4 વડે, 5 વડે, 6 વડે, 8 વડે, 9 વડે, 10 વડે અને 11 વડે વિભાજ્ય છે તે નક્કી કરો :

સંખ્યા	**ના વડે વિભાજ્ય**								
	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**8**	**9**	**10**	**11**
128	હા	ના	હા	ના	ના	હા	ના	ના	ના
990	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
1586	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
275	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
6686	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
639210	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
429714	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2856	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
3060	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
406839	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

2. વિભાજ્યતાની ચાવીનો ઉપયોગ કરીને નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યા 4 અને 8 વડે વિભાજ્ય છે. તે નક્કી કરો :

   (a) 572 (b) 726352 (c) 5500 (d) 6000 (e) 12159
   (f) 14560 (g) 21084 (h) 31795072 (i) 1700 (j) 2150

3. વિભાજ્યતાની ચાવીનો ઉપયોગ કરીને નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યા 6 વડે વિભાજ્ય છે તે નક્કી કરો :

   (a) 297144 (b) 1258 (c) 4335 (d) 61233 (e) 901352
   (f) 438750 (g) 1790184 (h) 12583 (i) 639210 (j) 17852

4. વિભાજ્યતાની ચાવીનો ઉપયોગ કરીને નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યા 11 વડે વિભાજ્ય છે તે નક્કી કરો :

   (a) 5445 (b) 10824 (c) 7138965 (d) 70169308 (e) 10000001
   (f) 901153

5. નીચે આપેલી સંખ્યાની દરેક ખાલી જગ્યામાં સૌથી નાનો અને સૌથી મોટો અંક લખો. જેથી તે સંખ્યાને 3 વડે ભાગી શકાય :

   (a) __ 6724 (b) 4765 __ 2

6. નીચે આપેલી સંખ્યાની દરેક ખાલી જગ્યામાં એવો અંક લખો, જેથી બનતી સંખ્યાને 11 વડે ભાગી શકાય :

(a) 92 __ 389 (b) 8 __ 9484

3.5 સામાન્ય અવયવ અને સામાન્ય અવયવી (Common Factors and Common Multiples)

કેટલીક સંખ્યાની જોડના અવયવો જુઓ.

(a) 4 અને 18ના અવયવ કયા છે?

4ના અવયવો 1, 2 અને 4 છે.

18ના અવયવો 1, 2, 3, 6, 9 અને 18 છે.

1 અને 2 એ 4 અને 18ના સામાન્ય અવયવ છે.

> **પ્રયત્ન કરો.**
>
> 1. નીચેનાનાં સામાન્ય અવયવ શોધો.
>
> (a) 8, 20 (b) 9, 15

(b) 4 અને 15નો સામાન્ય અવયવ કયો છે? આ બંને સંખ્યાનો સામાન્ય અવયવ 1 છે.

7 અને 16નો સામાન્ય અવયવ શું છે?

જે બે સંખ્યાનો સામાન્ય અવયવ ફક્ત 1 હોય તેને સહ-અવિભાજ્ય (co-prime) સંખ્યા કહે છે. 4 અને 15 સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યા છે.

શું 7 અને 15, 12 અને 49, 18 અને 23 સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યા છે?

(c) 4, 12 અને 16નો સામાન્ય અવયવ આપણે શોધી શકીશું?

4ના અવયવો 1, 2 અને 4 છે.

12ના અવયવો 1, 2, 3, 4, 6 અને 12 છે.

16ના અવયવો 1, 2, 4, 8 અને 16 છે.

માટે 4, 12 અને 16 ના સામાન્ય અવયવો 1, 2 અને 4 છે.

સામાન્ય અવયવ શોધો : (a) 8, 12, 20 (b) 9, 15, 21

હવે આપણે એકથી વધારે સંખ્યાના અવયવી એક સાથે જોઈએ.

(a) 4 અને 6ના અવયવી (multiple) કયા છે?

4 ના અવયવી 4, 8, 12, 16, 20, 24,... (થોડા વધારે (few more) લખો.)

6ના અવયવી 6, 12, 18, 24, 30, 36,... (થોડા વધારે લખો.)

એમાંથી શું કેટલીક એવી સંખ્યાઓ છે. જે બંને યાદીમાં આવે છે.

આપણે જોઈએ છીએ કે 12, 24, 36,... એ 4 અને 6 બંનેના અવયવી છે.

શું તમે એવા બીજા વધારે અવયવી લખી શકો છો? તેઓ 4 અને 6ના સામાન્ય અવયવી છે.

(b) 3, 5 અને 6 ના સામાન્ય અવયવી શોધો.

3ના અવયવી 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36,... છે.

5ના અવયવી 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35,... છે.

6ના અવયવી 6, 12, 18, 24, 30,... છે.

3, 5 અને 6ના સામાન્ય અવયવી 30, 60,... છે.

3, 5 અને 6ના વધારે સામાન્ય અવયવી લખો.

ઉદાહરણ 5 : 75, 60 અને 210 ના સામાન્ય અવયવ (common factor) શોધો.

ઉકેલ : 75ના અવયવો 1, 3, 5, 15, 25 અને 75 છે. 60 ના અવયવો 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 30 અને 60 છે.

210 ના અવયવો 1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210 છે.

માટે 75, 60 અને 210 ના સામાન્ય અવયવો 1, 3, 5 અને 15 છે.

ઉદાહરણ 6 : 3, 4 અને 9ના સામાન્ય અવયવી શોધો.

ઉકેલ : 3ના અવયવી 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48... છે.

4 ના અવયવી 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48... છે.

9ના અવયવી 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, ... છે.

સ્પષ્ટ છે કે 3, 4 અને 9ના સામાન્ય અવયવી 36, 72, 108... છે.

સ્વાધ્યાય 3.4

1. સામાન્ય અવયવ (common factor) શોધો.
   (a) 20 અને 28 (b) 15 અને 25 (c) 35 અને 50 (d) 56 અને 120
2. સામાન્ય અવયવ શોધો.
   (a) 4, 8 અને 12 (b) 5, 15 અને 25
3. પ્રથમ ત્રણ સામાન્ય અવયવી (common multiple) શોધો.
   (a) 6 અને 8 (b) 12 અને 18
4. 3 અને 4ના 100 કરતાં નાના સામાન્ય અવયવી લખો.
5. નીચેની સંખ્યામાંથી સહ-અવિભાજ્ય (co-prime) સંખ્યા કઈ છે?
   (a) 18 અને 35 (b) 15 અને 37 (c) 30 અને 415
   (d) 17 અને 68 (e) 216 અને 215 (f) 81 અને 16
6. એક સંખ્યા 5 અને 12 વડે વિભાજ્ય છે, તો તે સંખ્યા બીજી કઈ સંખ્યા વડે વિભાજ્ય છે?
7. એક સંખ્યા 12 વડે વિભાજ્ય છે, તો તે સંખ્યા બીજી કઈ સંખ્યા વડે વિભાજ્ય છે?

3.6 અવિભાજ્ય અવયવ (Prime Factor)

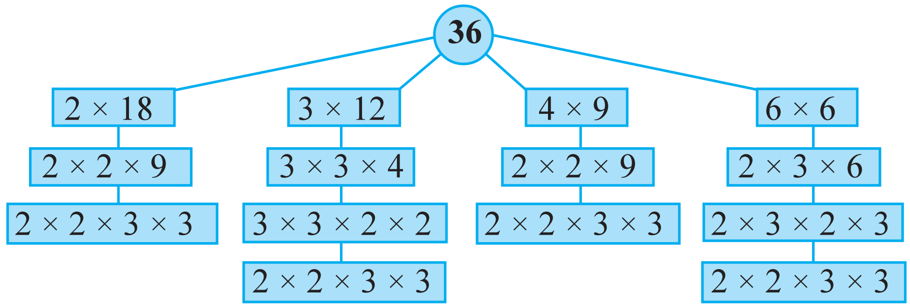
2ESYQ5

જો કોઈ સંખ્યાને તેના અવયવોના રૂપમાં રજૂ કરવામાં આવે તો આપણે કહી શકીએ કે આપણે તે સંખ્યાના અવયવો કરી લીધા છે. આથી, જ્યારે આપણે 24 = 3 × 8 લખીએ છીએ. તો આપણે કહીએ કે અમે 24 ના અવયવો પાડ્યા. 24ના અવયવો આ રીતે પણ પાડી શકાય :

$24 = 2 \times 12$	$24 = 4 \times 6$	$24 = 3 \times 8$
$= 2 \times 2 \times 6$	$= 2 \times 2 \times 6$	$= 3 \times 2 \times 2 \times 2$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$

24ના ઉપરના બધા અવયવોમાં, છેલ્લે આપણને એક જ સ્વરૂપ $2 \times 2 \times 2 \times 3$ મળે છે. આ અવયવોમાં ફક્ત 2 અને 3 જ અવયવો છે તથા તે અવિભાજ્ય સંખ્યા છે. કોઈ સંખ્યાના આ પ્રકારના અવયવો અવિભાજ્ય અવયવો કહેવાય છે.

ચાલો, તેની તપાસ સંખ્યા 36 થી કરીએ.



36ના અવિભાજ્ય અવયવો $2 \times 2 \times 3 \times 3$ છે. જે 36નો ફક્ત એક જ અવિભાજ્ય અવયવ છે.

આ કરો :

અવયવ-વૃક્ષ (Factor tree)

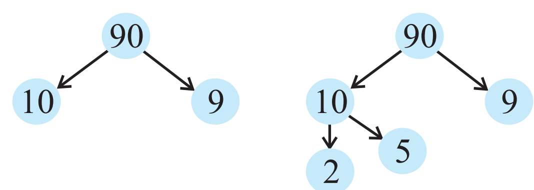
એક સંખ્યા પસંદ કરો અને તે લખો.

તેની કોઈ અવયવની જોડ વિચારો. જેમ કે $90 = 10 \times 9$

હવે 10 ના એક અવયવની જોડ વિચારો. જેમ કે, $10 = 2 \times 5$

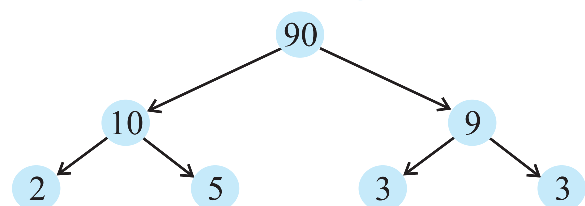
9ના અવયવની જોડ લખો.

$9 = 3 \times 3$



એવી જ રીતે નીચે આપેલી સંખ્યાને લઈને કરો.

(a) 8 (b) 12



પ્રયત્ન કરો.

16, 28 અને 38ના અવિભાજ્ય અવયવ લખો.

ઉદાહરણ 7 : 980ના અવિભાજ્ય અવયવ શોધો.

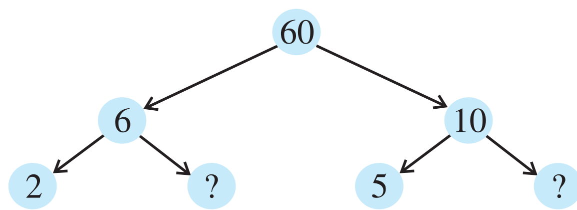
ઉકેલ : આપણે નીચે મુજબ કરીએ છીએ. આપણે સંખ્યા 980ને 2, 3, 5, 7 વગેરેથી આ જ ક્રમમાં વારંવાર ભાગીએ. આ પ્રક્રિયા આપણે ત્યાં સુધી કરવાની છે, જ્યાં સુધી ભાગફળ એનાથી વિભાજિત થતું રહે. માટે 980ના અવિભાજ્ય અવયવો $2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 7$ છે.

2	980
2	490
5	245
7	49
7	7
	1

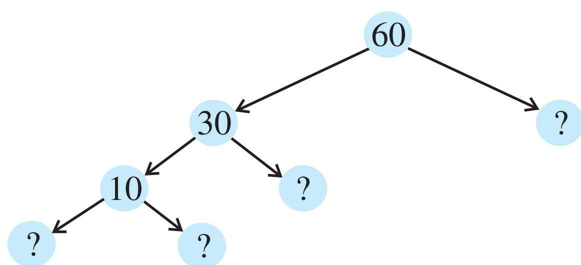
સ્વાધ્યાય 3.5

1. અહીં 60ને માટે બે જુદા-જુદા અવયવ-વૃક્ષો આપ્યાં છે. ‘?’ની જગ્યાએ યોગ્ય અંક મૂકો.

   (a)



   (b)



2. વિભાજ્ય સંખ્યાના અવિભાજ્ય અવયવો પાડવામાં કયા અવયવોનો સમાવેશ થતો નથી?
3. 4 અંકોની સૌથી મોટી સંખ્યા લખો અને તેને અવિભાજ્ય અવયવની રીતે રજૂ કરો.
4. 5 અંકની નાનામાં નાની સંખ્યા લખો અને તેને અવિભાજ્ય અવયવની રીતે રજૂ કરો.
5. 1729ના બધા અવિભાજ્ય અવયવ જણાવો અને તેને ઊતરતાં ક્રમમાં ગોઠવો. હવે તે બે ક્રમિક (consecutive) આવેલા અવિભાજ્ય અવયવોમાં જો કોઈ સંબંધ હોય તો લખો.
6. ત્રણ ક્રમિક સંખ્યાઓનો ગુણાકાર હંમેશાં 6 થી વિભાજ્ય હોય છે. આ વિધાનને કેટલાંક ઉદાહરણની મદદથી સ્પષ્ટ કરો.
7. કોઈ પણ બે ક્રમિક એકી સંખ્યાઓનો સરવાળો 4થી વિભાજ્ય છે. કેટલાંક ઉદાહરણની મદદથી આ વિધાન સ્પષ્ટ કરો.
8. નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યાઓમાં અવિભાજ્ય અવયવો છે?

   (a) $24 = 2 \times 3 \times 4$ (b) $56 = 7 \times 2 \times 2 \times 2$

   (c) $70 = 2 \times 5 \times 7$ (d) $54 = 2 \times 3 \times 9$

9. સંખ્યા 18, 2 અને 3 બંને સંખ્યાથી વિભાજ્ય છે. તે $2 \times 3 = 6$થી પણ વિભાજ્ય છે. એ જ પ્રમાણે એક સંખ્યા 4 અને 6 બંને સંખ્યાથી વિભાજ્ય છે. શું આપણે કહી શકીએ કે તે સંખ્યા $4 \times 6 = 24$ થી પણ વિભાજ્ય હશે. જો નહિ હોય તો તમારા જવાબને ચકાસવા માટે એક ઉદાહરણ આપો.
10. હું ચાર જુદા-જુદા અવિભાજ્ય અવયવવાળી સૌથી નાની સંખ્યા છું. શું તમે મને ઓળખી શકો છો?

3.7 ગુરુતમ સામાન્ય અવયવ (Highest Common Factor) (ગુ.સા.અ. - HCF) (Greatest Common Divisor) (GCD)

આપણે બે સંખ્યાઓના સામાન્ય અવયવ શોધતાં શીખી ગયાં છીએ. હવે આપણે આ સામાન્ય અવયવોનો ગુરુતમ અવયવ શોધવા પ્રયત્ન કરીએ :

12 અને 16નો સામાન્ય અવયવ શું છે? તે 1, 2 અને 4 છે.

આ બધા અવયવમાં સૌથી મોટો સામાન્ય અવયવ કયો છે? તે 4 છે.

20, 28 અને 36ના સામાન્ય અવયવ કયા છે? તે 1, 2 અને 4 છે જેમાં સૌથી મોટો અવયવ 4 છે.

પ્રયત્ન કરો.

નીચેની સંખ્યાઓનાં ગુ.સા.અ. શોધો :

(i) 24 અને 36 (ii) 15, 25 અને 30

(iii) 8 અને 12 (iv) 12, 16 અને 28

બે કે બેથી વધારે આપેલી સંખ્યાઓમાં સામાન્ય અવયવમાં સૌથી મોટો સામાન્ય અવયવ આ આપેલી સંખ્યાઓનો ગુરુતમ સામાન્ય અવયવ કહેવાય છે. ગુરુતમ સામાન્ય અવયવને ટૂંકમાં ગુ.સા.અ. પણ કહે છે.

20, 28 અને 36 નો ગુરુતમ સામાન્ય અવયવ અવિભાજ્ય અવયવ દ્વારા પણ શોધી શકાય છે :

2	20
2	10
5	5
	1

2	28
2	14
7	7
	1

2	36
2	18
3	9
3	3
	1

આ રીતે, $20 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 5$

$28 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 7$

$36 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 3 \times 3$

20, 28 અને 36નો સામાન્ય અવયવ 2 છે. (બેવાર આવે છે.) માટે 20, 28 અને 36નો ગુ.સા.અ. $2 \times 2 = 4$ છે.

સ્વાધ્યાય 3.6

1. નીચે આપેલી સંખ્યાઓનો ગુરુતમ સામાન્ય અવયવ શોધો :

   (a) 18, 48 (b) 30, 42 (c) 18, 60 (d) 27, 63

   (e) 36, 84 (f) 34, 102 (g) 70, 105, 175

   (h) 91, 112, 49 (i) 18, 54, 81 (j) 12, 45, 75

2. (a) બે ક્રમિક સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. શું મળે ?

   (b) બે ક્રમિક બેકી સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. શું મળે ?

   (c) બે ક્રમિક એકી સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. શું મળે ?

3. અવિભાજ્ય અવયવો દ્વારા બે સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ 4 અને 15નો ગુ.સા.અ. આ પ્રમાણે શોધ્યો : $4 = 2 \times 2$ અને $15 = 3 \times 5$ કારણ કે આ અવયવમાં કોઈ અવિભાજ્ય સામાન્ય અવયવ નથી એટલે 4 અને 15નો ગુ.સા.અ. શૂન્ય છે. શું આ જવાબ સાચો છે? જો નથી તો સાચો ગુ.સા.અ. કયો છે?

3.8 લઘુતમ સામાન્ય અવયવી (Lowest Common Multiple) (લ.સા.અ. - L.C.M)

4 અને 6નાં સામાન્ય અવયવી કયા છે? તે 12, 24, 36... છે. એમાંથી સૌથી નાનો અવયવી કયો છે? તે 12 છે. આપણે કહીએ છીએ કે 4 અને 6નો સૌથી નાનો સામાન્ય અવયવી 12 છે. તે આ નાનામાં નાની સંખ્યા છે. જે બંનેનો અવયવ છે.

બે કે બેથી વધારે આપેલી સંખ્યાઓનો લઘુતમ સામાન્ય અવયવી આ સંખ્યાઓના સામાન્ય અવયવીમાંથી સૌથી નાનો અવયવી હોય છે. ટૂંકમાં, તેને લ.સા.અ. પણ કહેવાય છે.

8 અને 12નો લ.સા.અ. શો છે? 4 અને 9નો લ.સા.અ. શો છે? 6 અને 9નો લ.સા.અ. શો છે?

ઉદાહરણ 8 : 12 અને 18 નો લ.સા.અ. શોધો.

ઉકેલ : આપણે જાણીએ છીએ કે 12 અને 18નો સામાન્ય અવયવી 36, 72, 108 વગેરે છે. એમાં સૌથી નાનો 36 છે. ચાલો, એક બીજી પદ્ધતિથી તેને જોઈએ.

12 અને 18 નાં અવિભાજ્ય અવયવ આ પ્રમાણે છે :

$12 = 2 \times 2 \times 3 \qquad 18 = 2 \times 3 \times 3$

આ અવિભાજ્ય અવયવોમાં અવિભાજ્ય અવયવ 2 વધારેમાં વધારે બેવાર આવે છે. જે 12ના અવયવમાં છે. એ જ પ્રમાણે અવિભાજ્ય અવયવ 3 વધારેમાં વધારે બેવાર આવે છે. જે 18ના અવયવોમાં છે. બે સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. આ અવિભાજ્ય અવયવોનો ગુણાકાર છે. જે આ સંખ્યાઓમાં વધારે વાર આવે છે. આથી, એનો લ.સા.અ. $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$ છે.

ઉદાહરણ 9 : 24 અને 90નો લ.સા.અ. શોધો.

ઉકેલ : 24 અને 90નાં અવિભાજ્ય અવયવ આ પ્રમાણે છે :

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \qquad 90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

આ અવિભાજ્ય અવયવમાં અવિભાજ્ય અવયવ 2 વધારેમાં વધારે ત્રણવાર આવે છે. જે 24માં છે. અવિભાજ્ય અવયવ 3 બેવાર આવે છે. જે 90માં છે અને અવિભાજ્ય અવયવ 5 ફક્ત એકવાર (once) 90માં આવે છે.

માટે, લ.સા.અ. $= (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5 = 360$

ઉદાહરણ 10 : 40, 48 અને 45નો લ.સા.અ. શોધો.

ઉકેલ : 40, 48 અને 45ના અવિભાજ્ય અવયવ આ પ્રમાણે છે :

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$45 = 3 \times 3 \times 5$

અવિભાજ્ય અવયવ 2 વધારેમાં વધારે ચારવાર જે 48માં છે. અવિભાજ્ય અવયવ 3

વધારેમાં વધારે બેવાર 45માં છે અને અવિભાજ્ય અવયવ 5 ફક્ત એકવાર જે 40 અને 45 બંનેમાં આવે છે. જેને આપણે એક વખત લઈએ છીએ.

આથી, મળેલ લ.સા.અ. $= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5 = 720$

લ.સા.અ. ને એક બીજી રીતથી પણ શોધી શકાય છે.

ઉદાહરણ 11 : 20, 25 અને 30નો લ.સા.અ. શોધો.

ઉકેલ : આપણે સંખ્યાને એક હરોળમાં નીચે પ્રમાણે લખીએ :

2	20	25	30	**(A)**
2	10	25	15	**(B)**
3	5	25	15	**(C)**
5	5	25	5	**(D)**
5	1	5	1	**(E)**
	1	1	1	

તેથી લ.સા.અ. $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 300$

(A) સૌથી નાની અવિભાજ્ય સંખ્યાથી ભાગો. જે આપેલી સંખ્યામાંની કોઈ એકની વિભાજ્ય સંખ્યા છે. તે અહીં 2 છે. 25 જેવી સંખ્યા 2 થી વિભાજ્ય નથી. જે હવે પછીની હરોળમાં તેમને તેમ જ લખવામાં આવે છે.

(B) ફરીથી 2 થી ભાગો અને ત્યાં સુધી ચાલુ રાખો, જ્યાં સુધી 2નો અવયવી ન મળે.

(C) બીજી અવિભાજ્ય સંખ્યા 3 થી ભાગીએ.

(D) અવિભાજ્ય સંખ્યા 5 થી ભાગીએ.

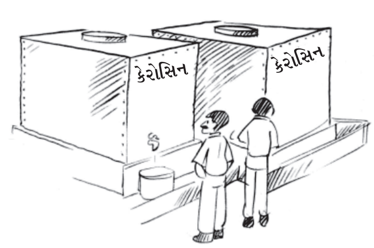
(E) ફરીથી 5 થી ભાગીએ.

3.9 ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ.નાં કેટલાંક બીજાં ઉદાહરણો

આપણે અનેક પરિસ્થિતિઓમાં ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ.નો ઉપયોગ કરીએ છીએ. આપણે તેને કેટલાંક ઉદાહરણોની મદદથી સમજીશું.

ઉદાહરણ 12 : બે ટૅન્કરોમાં 850 લિટર અને 680 લિટર કેરોસિન સમાય છે. આ બંને ટૅન્કરની ગુંજાશ (volume) માપવા માટે વધુમાં વધુ કેટલા લિટરનું કન્ટેનર (container) (માપિયું) જોઈશે?

ઉકેલ : જરૂરી માપિયાથી બંને ટૅન્કરોના કેરોસિનને પૂરેપૂરું માપવાનું છે. આથી માપિયાની ગુંજાશ બંને ટૅન્કરોની ગુંજાશનો અવયવ હોવો જોઈએ. તેથી તે માપિયાની મહત્તમ ગુંજાશ 850 અને 680નો ગુ.સા.અ. થશે.



જે નીચે પ્રમાણે શોધી શકાય છે :

2	850
5	425
5	85
17	17
	1

2	680
2	340
2	170
5	85
17	17
	1

તેથી,

$850 = 2 \times 5 \times 5 \times 17 \quad = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{17} \times 5$ અને

$680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 17 = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{17} \times 2 \times 2$

850 અને 680ના સામાન્ય અવયવો 2, 5 અને 17 છે.

તેથી 850 અને 680 નો ગુ.સા.અ. $2 \times 5 \times 17 = 170$ છે.

તેથી, આપેલા કન્ટેનરની મહત્તમ સમર્થતા 170 લિટર છે.

જે પહેલાં ટૅન્કરને 5 અને બીજાને 4 વારમાં પૂરેપૂરું ભરી દેશે.

ઉદાહરણ 13 : સવારે ચાલવા માટે ત્રણ માણસો એક સાથે પગ ઉપાડીને ચાલવાની શરૂઆત કરે છે. તેમનાં પગલાંની લંબાઈ અનુક્રમે 80 સેમી, 85 સેમી અને 90 સેમી છે. દરેકે ઓછામાં ઓછું કેટલું અંતર ચાલવું પડશે કે જેથી પૂરા પગલાંથી સરખું અંતર આવરી શકાય ?

ઉકેલ : દરેક વ્યક્તિ દ્વારા ચાલવામાં આવેલું અંતર સમાન અને લઘુતમ રહેવું જોઈએ. જે માંગેલું લઘુતમ અંતર જો દરેક વ્યક્તિએ ચાલવું છે તેઓનાં પગલાંનાં માપનું લ.સા.અ. થશે. શું તમે બતાવી શકશો? કેમ? તેથી આપણે 80, 85, 90નો લ.સા.અ. શોધીએ.

80, 85 અને 90 નો લ.સા.અ. 12240 છે.

તેથી જોઈતું લઘુતમ અંતર 12240 સેન્ટિમીટર છે.

ઉદાહરણ 14 : એવી સૌથી નાની સંખ્યા શોધો. જેને 12, 16, 24 અને 36 થી ભાગવાથી દરેક પરિસ્થિતિમાં 7 શેષ રહે.

ઉકેલ : આપણે 12, 16, 24 અને 36નો લ.સા.અ. નીચે પ્રમાણે શોધીએ :

2	12	16	24	36
2	6	8	12	18
2	3	4	6	9
2	3	2	3	9
3	3	1	3	9
3	1	1	1	3
	1	1	1	1

તેથી, લ.સા.અ. $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$

144 એવી સૌથી નાની સંખ્યા છે, જેને 12, 16, 24 અને 36 થી ભાગવાથી દરેક પરિસ્થિતિમાં 0 શેષ રહે છે, પરંતુ આપણને એવી સૌથી નાની સંખ્યા જોઈએ છે કે જેમાં દરેક અવસ્થામાં 7 શેષ રહે.

આથી, જોઈતી સંખ્યા 144 થી 7 વધારે થશે. તેથી જોઈતી સૌથી નાની સંખ્યા = 144 + 7 = 151 છે.

સ્વાધ્યાય 3.7

1. રેણુ 75 કિગ્રા અને 69 કિગ્રા વજનવાળી બે ખાતરની ગૂણી ખરીદે છે. ખાતરના આ વજનનું મહત્તમ મૂલ્ય શોધો કે જે બંને ગૂણીના વજનનું ગુણાંકમાં પૂરેપૂરું માપ લઈ શકે છે.
2. 3 છોકરાઓ એક જ જગ્યાએથી એક સાથે પગ ઉપાડી ચાલવાની શરૂઆત કરે છે. એમના પગલાનું માપ અનુક્રમે 63 સેમી, 70 સેમી અને 77 સેમી છે. એમાંથી દરેક કેટલું લઘુતમ અંતર નક્કી કરે કે જે અંતર પૂરાં પગલાંથી આવરી શકાય?
3. કોઈ ઓરડાની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ અનુક્રમે 825 સેમી, 675 સેમી અને 450 સેમી છે. એવી સૌથી લાંબી ટેપ શોધો જે ઓરડાની ત્રણેય બાજુઓને પૂરેપૂરું માપી લે.
4. 6, 8 અને12 થી વિભાજ્ય ત્રણ અંકોની સૌથી નાની સંખ્યા શોધો.
5. 8, 10 અને 12થી વિભાજ્ય ત્રણ અંકોની સૌથી મોટી સંખ્યા શોધો.
6. જુદા-જુદા રસ્તાની 3 ટ્રાફિક લાઈટ અનુક્રમે દરેક 48 સેકન્ડ, 72 સેકન્ડ, 108 સેકન્ડ પછી બદલાય છે. જો તે એક સાથે સવારે 7 વાગે બદલાય, તો તે ફરીથી એક સાથે ક્યારે બદલાશે?
7. ત્રણ ટૅન્કરોમાં અનુક્રમે 403 લિટર, 434 લિટર અને 465 લિટર ડીઝલ છે. એવા માપિયાની મહત્તમ ધારણશક્તિ (સમર્થતા – capacity) શોધો કે જે આ ત્રણેય ટૅન્કરોના ડીઝલને પૂરેપૂરું ગુણાંકમાં માપી શકે.
8. એવી સૌથી નાની સંખ્યા શોધો કે જેને 6, 15 અને 18 થી ભાગવાથી દરેક સ્થિતિમાં 5 શેષ રહે.
9. ચાર અંકોની એવી સૌથી નાની સંખ્યા શોધો જે 18, 24 અને 32 થી વિભાજ્ય છે.
10. નીચે આપેલી સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. શોધો :

    (a) 9 અને 4 (b) 12 અને 5 (c) 6 અને 5 (d) 15 અને 4

    લ.સા.અ. શોધવાની પદ્ધતિમાં તમને સામાન્ય શું જણાયું? શું દરેક કિસ્સામાં તે બે સંખ્યાનો ગુણાકાર છે?
11. નીચે આપેલ સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. શોધો કે જેમાં એક સંખ્યા બીજી સંખ્યાનો અવયવ હોય.

    (a) 5, 20 (b) 6, 18 (c) 12, 48 (d) 9, 45

    મેળવેલા પરિણામ પરથી તમે શું અવલોકન કર્યું?

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. આપણે અવયવી, અવયવની ચર્ચા કરી અને અવયવી કેવી રીતે ઓળખવું તે જોયું.
2. આપણે નીચેની બાબત પર ચર્ચા કરી અને શોધી કાઢ્યું :
   - (a) એક સંખ્યાનો અવયવ તે સંખ્યાનો પૂર્ણ વિભાજક હોય છે.
   - (b) દરેક સંખ્યા પોતે જ એક અવયવ હોય છે. 1 એ દરેક સંખ્યાનો અવયવ હોય છે.
   - (c) આપેલી સંખ્યાનો દરેક અવયવ તે સંખ્યા કરતા નાનો કે સમાન હોય છે.
   - (d) દરેક સંખ્યા પોતાના દરેક અવયવનો એક અવયવી છે.
   - (e) આપેલી સંખ્યાનો દરેક અવયવી તે સંખ્યા કરતા મોટો કે સમાન હોય છે.
   - (f) દરેક સંખ્યા પોતાનો એક અવયવી છે.
3. આપણે શીખ્યાં છીએ કે,
   - (a) 1 સિવાયની કોઈ પણ સંખ્યા કે જેના સંખ્યા પોતે અને 1, એમ ફક્ત બે અવયવ હોય તે સંખ્યા અવિભાજ્ય સંખ્યા કહેવાય છે. જે સંખ્યાના બેથી વધારે અવયવ હોય છે, તે સંખ્યા વિભાજ્ય સંખ્યા કહેવાય છે. 1 એ વિભાજ્ય કે અવિભાજ્ય સંખ્યા નથી.
   - (b) સંખ્યા 2 સૌથી નાની અવિભાજ્ય સંખ્યા છે. જે બેકી સંખ્યા પણ છે. 2 સિવાયની બીજી બધી અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ એકી હોય છે.
   - (c) બે સંખ્યા જેનો સામાન્ય અવયવ ફક્ત 1 હોય તે સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યા કહેવાય.
   - (d) જે એક સંખ્યા બીજી સંખ્યાથી વિભાજ્ય હોય, તો તે સંખ્યા બીજી સંખ્યાના દરેક અવયવથી પણ વિભાજ્ય હોય છે.
   - (e) જે સંખ્યા જે બે સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યાઓથી વિભાજ્ય હોય છે. તેના ગુણાકારથી પણ વિભાજ્ય હોય છે.
4. આપણે ચર્ચા કરી કે સંખ્યાઓને જોઈને જ તે સંખ્યા 2, 3, 4, 5, 8, 9 અને 11 વડે વિભાજ્ય છે કે નહિ તે કેવી રીતે શોધી શકાય. આપણે સંખ્યાના અંકો અને તેની સંખ્યા સાથે વિભાજ્યતાના સંબંધની ચર્ચા કરી.
   - (a) 2, 5 અને 10 થી વિભાજિત સંખ્યા તેના એકમના અંક દ્વારા નક્કી કરી શકાય છે.
   - (b) 3 અને 9થી વિભાજ્યતા ફક્ત અંકોના સરવાળા જોઈને બતાવી શકાય છે.
   - (c) 4 અને 8 થી વિભાજ્યતા જમણી બાજુથી છેલ્લા 2 અને 3 અંકોથી બનતી સંખ્યા પરથી જાણી શકાય છે.
   - (d) 11ની વિભાજ્યતા એકી સ્થાનના અંકોના સરવાળા અને બેકી સ્થાનના અંકોના સરવાળાના તફાવતથી શોધી શકાય છે.
5. જો બે સંખ્યા એક સંખ્યાથી વિભાજ્ય હોય તો તે બંનેના સરવાળા અને તફાવતથી પણ તે બંને સંખ્યા વિભાજ્ય હોય છે.