ભૂમિતિના પાયાના ખ્યાલો

EB5XDD

પ્રકરણ 4

4.1 પ્રાસ્તાવિક (Introduction)

ભૂમિતિનો લાંબો અને વિશાળ ઈતિહાસ છે. અંગ્રેજી શબ્દ Geometry એ ગ્રીક શબ્દ Geometron ના જેવો જ છે. Geo નો અર્થ પૃથ્વી અને metron નો અર્થ માપન એવો થાય છે. ઈતિહાસ દર્શાવે છે કે પ્રાચીન સમયમાં મોટે ભાગે કળા, સ્થાપત્ય અને માપનમાં ભૂમિતિનો ઉપયોગ થતો હતો. વાવેતર કરવા માટે, જમીનની હદ નક્કી કરવા માટેના પ્રસંગોમાં કોઈ પણ પ્રકારના ભેદભાવ વગર હદ નક્કી કરી શકાતી. ભવ્ય મહેલો, મંદિરો, તળાવો, બંધો અને શહેરોના બાંધકામોનાં સ્થાપત્ય કળાના આ વિચારોનો ઉપયોગ થતો હતો. અરે, આજે પણ દરેક પ્રકારની કળાની રચનાઓમાં, માપન સ્થાપત્ય, ઈજનેરી અને કપડાં પરની ડિઝાઈનમાં ભૂમિતિના આકારો પ્રદર્શિત થાય છે. જુદા-જુદા પ્રકારની વસ્તુઓ જેવી કે પેટી, ટેબલ, ચોપડી, ટિફીન-બૉક્સ કે જે તમારા નાસ્તા માટે શાળામાં લઈ જાઓ છો, દડો કે જે તમે રમો છો આ અને બીજી વધારે વસ્તુઓનું અવલોકન કરો. બધી જ વસ્તુઓના આકાર જુદા-જુદા હોય છે, જેનો તમે ઉપયોગ કરો છો તે માપપટ્ટી અને લખો છો તે પેન્સિલ સીધી હોય છે. બંગડી, રૂપિયાનો સિક્કો (coin) અથવા દડો ગોળ (round) દેખાય છે.

અહીં તમે એવી કેટલીક રસપ્રદ બાબતો શીખશો કે જે તમારી આજુબાજુના જુદા-જુદા આકાર સમજવામાં ઉપયોગી થશે.

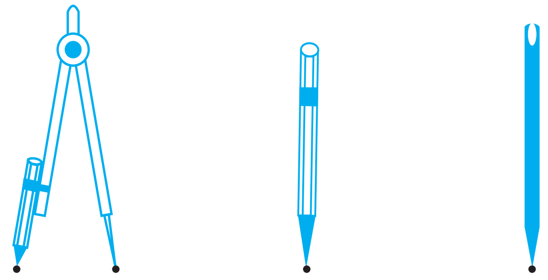
2F2URS

4.2 બિંદુ (Points)

તીક્ષ્ણ પેન્સિલની અણી વડે કાગળ પર એક ટપકું કરો. અણી જેટલી વધારે તીક્ષ્ણ હશે, તેટલું ટપકું વધુ નાનું બનશે. જે જોઈ ન શકાય તેવું ઝીણું (બારીક) ટપકું બિંદુનો ખ્યાલ આપે છે.

ટપકું એ માત્ર સ્થાન જ દર્શાવે છે. અહીં બિંદુની કેટલીક પ્રતિકૃતિ (model) દર્શાવેલ છે.

તમે કાગળ પર ત્રણ ટપકાં કરો. આ ટપકાંને ઓળખ આપવી જરૂરી છે અને તે માટે તેઓને કૅપિટલ અક્ષર A, B અને C વડે દર્શાવવામાં આવે છે.



પરિકર (compass)ની અણી | પેન્સિલનો તીક્ષ્ણ છેડો | સોયનો તીક્ષ્ણ છેડો

• B

• A

• C

આ ટપકાંઓને બિંદુ A, બિંદુ B અને બિંદુ C એમ વંચાય છે. અલબત્ત, ટપકાં દેખાવમાં ખૂબ જ બારીક હોવાં જોઈએ.

પ્રયત્ન કરો.

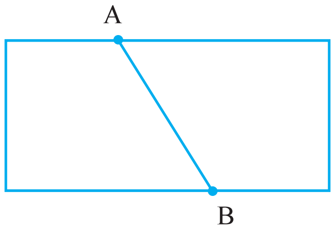
1. પેન્સિલની અણી વડે પેપર પર ચાર ટપકાં દર્શાવી તેમને મૂળાક્ષર A, C, P, H વડે દર્શાવો. આ બિંદુઓનાં નામ જુદી-જુદી રીતે દર્શાવો. તેમાંની એક આ રીતે પણ દર્શાવી શકાય.

   A •　　　　C •

   P •　　　　H •

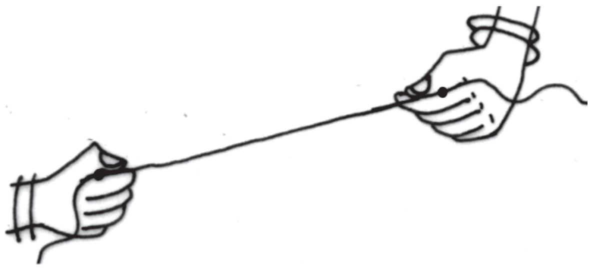
2. આકાશના તારાઓ આપણને બિંદુનો ખ્યાલ આપે છે. તમારા રોજિંદા જીવનની આવી ચાર ઘટનાઓ શોધી કાઢો.

4.3 રેખાખંડ (Line Segment)

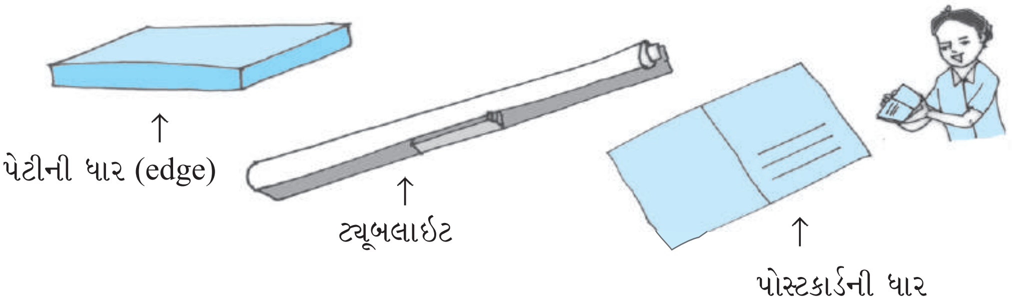


કાગળના ટુકડાને દબાણ આપીને વાળો, પછી તેને ઉકેલો. તમને ગડી દેખાય છે ? જે રેખાખંડનો ખ્યાલ આપે છે. જેનાં અંત્યબિંદુઓ A અને B છે.

પાતળો દોરો લો. ઢીલો ન રહે તે રીતે બંને છેડે પકડીને તેને ખેંચો. તે રેખાખંડનો ખ્યાલ આપશે. બંને છેડા હાથમાં પકડ્યા છે. તે અંતિમ છેડાનાં બિંદુઓ રેખાખંડનાં અંત્યબિંદુઓ (endpoints) છે.

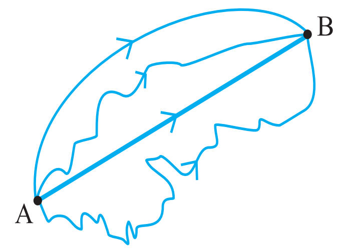


નીચે રેખાખંડની કેટલીક પ્રતિકૃતિ દર્શાવેલ છે :



તમારી આજુબાજુ જોવા મળતા રેખાખંડનાં વધુ ઉદાહરણ શોધવા પ્રયત્ન કરો.

કાગળની શીટ્સ પર બે બિંદુઓ A અને B દર્શાવો. શક્ય તેટલા જુદા-જુદા માર્ગે A અને Bને સાંકળવાનો પ્રયત્ન કરો. (આકૃતિ 4.1)



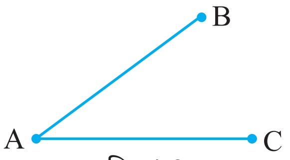
આકૃતિ 4.1

A અને B ને સાંકળતો સૌથી ટૂંકો માર્ગ કયો છે?

A અને B ને સાંકળતો સૌથી ટૂંકો માર્ગ (A અને B સહિત) રેખાખંડ દર્શાવે છે. તેને $\overline{AB}$ કે $\overline{BA}$ વડે ઓળખવામાં આવે છે. બિંદુઓ A અને B ને રેખાખંડનાં અંત્યબિંદુઓ કહે છે.

પ્રયત્ન કરો.

1. આકૃતિ 4.2માં રેખાખંડનાં નામ દર્શાવેલ છે. શું A એ દરેક રેખાખંડનું અંત્યબિંદુ છે?



આકૃતિ 4.2

4.4 રેખા (Line)

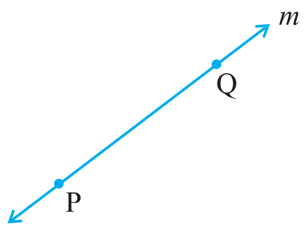
A થી B સુધીના કોઈ રેખાખંડ (એટલે કે, $\overline{AB}$)ને A બિંદુથી એક દિશામાં અને B બિંદુથી બીજી દિશામાં અંત વગર લંબાવ્યો છે તેમ કલ્પો (બાજુની આકૃતિ જુઓ.) તમને રેખાની એક આકૃતિ જોવા મળશે.

શું તમે વિચારી શકો કે રેખાનું પૂર્ણ (complete) ચિત્ર દોરી શકાય ? ના. શા માટે ?

A અને B બિંદુઓ વડે રચાતી રેખાને $\overleftrightarrow{AB}$ વડે દર્શાવવામાં આવે છે. જે બંને દિશામાં અનંત સુધી લંબાવી શકાય છે. તેથી તે અસંખ્ય બિંદુઓની બનેલી છે. (તેના વિશે વિચારો.)

રેખાની રચના માટે બે બિંદુઓ પૂરતાં છે. આપણે કહીશું કે બે બિંદુઓ રેખા નક્કી કરે છે.

બાજુમાં આપેલ (આકૃતિ 4.3) રેખા PQની છે. જેને $\overleftrightarrow{PQ}$ લખાય. કેટલીક વખત રેખાને *l*, *m*, *n* જેવા સંકેત વડે પણ દર્શાવવામાં (denoted) આવે છે.

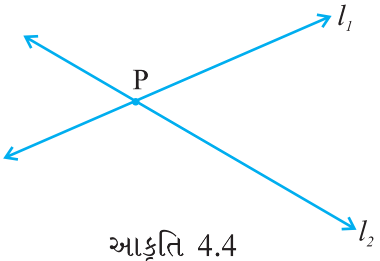


આકૃતિ 4.3

4.5 છેદતી રેખાઓ (Intersecting Lines)

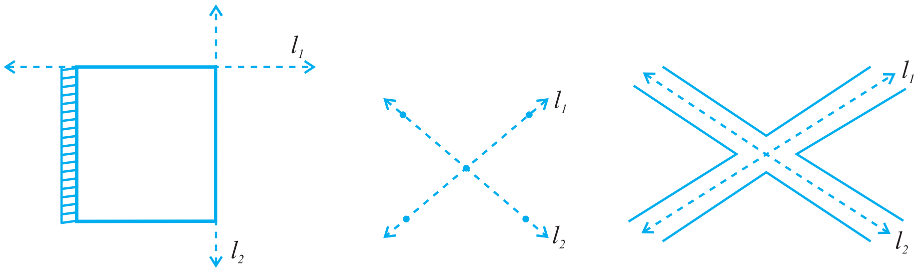
આકૃતિ 4.4 જુઓ. બે રેખાઓ l_1 અને l_2 દર્શાવેલ છે. બંને રેખાઓ બિંદુ P માંથી પસાર થાય છે. આપણે કહીશું કે l_1 અને l_2, P બિંદુએ છેદે છે. જો બે રેખાઓને એક સામાન્ય બિંદુ હોય, તો તે રેખાઓને છેદતી રેખાઓ કહેવાય.

નીચે કેટલીક એકબીજીને છેદતી હોય તેવી રેખાઓની જોડ આપેલ છે. (આકૃતિ 4.5)



આકૃતિ 4.4

છેદતી રેખાઓની જોડ દર્શાવતી કેટલીક વધુ પ્રતિકૃતિ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો.



તમારી નોટબુકની પાસપાસે (adjacent)ની ધાર | અંગ્રેજી મૂળાક્ષર (letter) X | ચાર રસ્તા

આકૃતિ 4.5

આ કરો :

પેપરની એક શીટ (sheet) લો. છેદતી રેખાઓનો ખ્યાલ આપે તેવી રીતે તેને બે ગડી (fold)માં વાળી નીચેની ચર્ચા કરો:

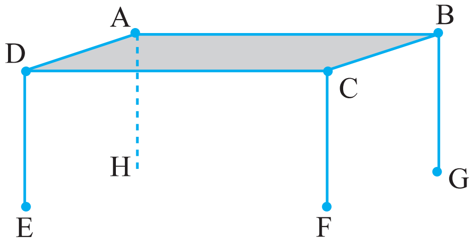
(a) શું આ બે રેખાઓ એક કરતાં વધુ (more than) બિંદુઓમાં છેદી શકશે?

(b) બેથી વધારે રેખાઓ એક બિંદુઓમાં છેદી શકશે?

4.6. સમાંતર રેખાઓ (Parallel Lines)

નીચેની આકૃતિ 4.6માં દર્શાવેલ ટેબલ જુઓ. ઉપરનો ભાગ ABCD એ સપાટ (flat) છે. તેમાં તમે કેટલાક બિંદુઓ અને રેખાખંડો જોઈ શકો છો ?

શું આ રેખાખંડો છેદે છે ખરા?



આકૃતિ 4.6

હા, $\overline{AB}$ અને $\overline{BC}$ એ B બિંદુમાં છેદે છે.

કયા રેખાખંડો બિંદુ A માં, કયા બિંદુ C માં અને કયા બિંદુ D માં છેદે છે?

શું $\overleftrightarrow{AD}$ અને $\overleftrightarrow{CD}$ છેદે છે?

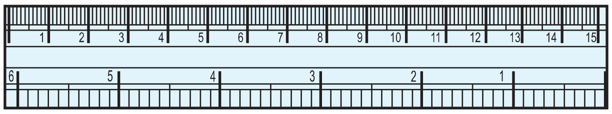
$\overleftrightarrow{AD}$ અને $\overleftrightarrow{BC}$ છેદે છે ?

તમે જોઈ શક્યા કે ટેબલની સપાટી પરના રેખાખંડોને ગમે તેટલા લંબાવવામાં આવે તો પણ એકબીજાને મળતા નથી. $\overleftrightarrow{AD}$ અને $\overleftrightarrow{BC}$ તેમાંની એક જોડ છે. ટેબલની સપાટી (surface) પરની બીજી એક રેખાની જોડ શોધી શકશો કે જે એકબીજાને મળતી ન હોય?

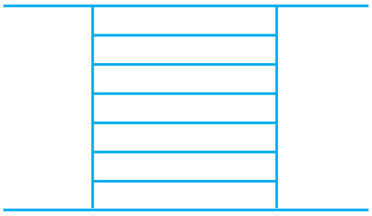
આ પ્રકારની રેખાઓ જે મળતી ન હોય તેને સમાંતર કહેવાય અને તે રેખાઓને સમાંતર રેખાઓ કહેવાય.

વિચારો, ચર્ચો અને લખો :

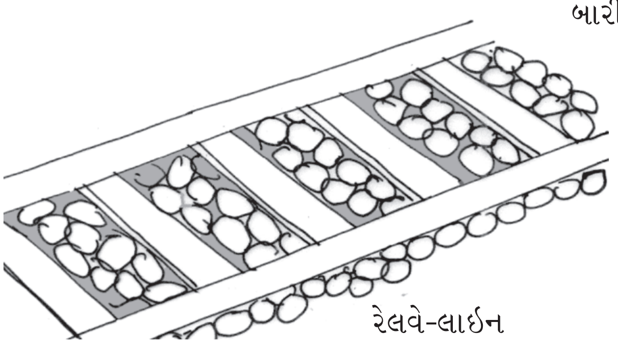
તમે સમાંતર રેખાઓ બીજે ક્યાં જોઈ છે? બીજાં દસ ઉદાહરણ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો. જો બે રેખાઓ $\overleftrightarrow{AB}$ અને $\overleftrightarrow{CD}$ સમાંતર હોય તો આપણે $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ લખીએ છીએ. જો બે રેખાઓ l_1 અને l_2 સમાંતર હોય તો $l_1 \parallel l_2$ લખાય. નીચે આપેલી આકૃતિમાંથી સમાંતર રેખાઓ તમે શોધી શકશો ખરા?



માપપટ્ટીની સામસામે (opposite)ની ધાર



બારીના સળિયા

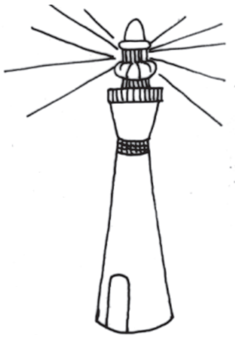


રેલવે-લાઈન

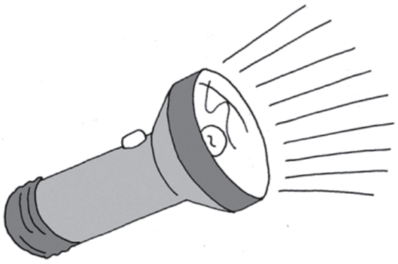
આ પ્રકારની રેખાઓ કે જે એકબીજાને મળતી નથી તેથી તેમને સમાંતર રેખાઓ કહે છે.

4.7 કિરણ (Ray)

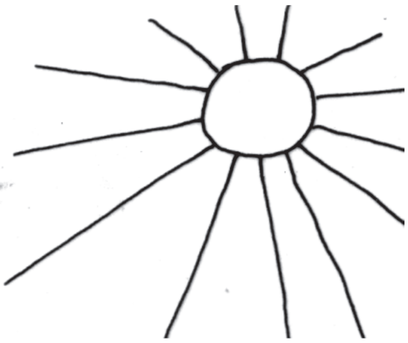
નીચે કિરણની કેટલીક પ્રતિકૃતિઓ દર્શાવેલ છે :



દીવામાંથી નીકળતા પ્રકાશનાં કિરણ (ray)



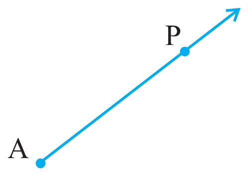
હાથબત્તીમાંથી નીકળતા કિરણો



સૂર્યકિરણો

કિરણ એ રેખાનો જ એક ભાગ છે જે એક બિંદુથી ઉદ્ભવે છે. (જેને ઉદ્ભવબિંદુ (initial point) કહે છે.) અને તે અનંત (infinite) સુધી એક જ દિશામાં જાય છે.

આકૃતિ 4.7 જુઓ જે કિરણ દર્શાવે છે. કિરણ ઉપર બે બિંદુઓ દર્શાવવામાં આવેલ છે. જ્યાં (a) A, ઉદ્ભવબિંદુ છે. (b) P એ તેના માર્ગ (path) પરનું બિંદુ છે.



આકૃતિ 4.7

આપણે તેને $\overrightarrow{AP}$ તરીકે ઓળખીશું.

વિચારો, ચર્ચો અને લખો :

ધારો કે PQ એ એક કિરણ છે.

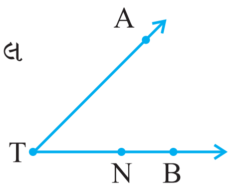
(a) તેનું ઉદ્ભવબિંદુ કયું છે?

(b) બિંદુ Q કિરણ પર ક્યાં આવેલું છે?

(c) શું આપણે કહી શકીશું કે Q એ કિરણનું ઉદ્ભવબિંદુ છે?

પ્રયત્ન કરો.

1. આકૃતિ 4.8માં આપેલ કિરણનાં નામ કહો.
2. શું T એ આપેલા દરેક કિરણનું ઉદ્ભવબિંદુ છે?

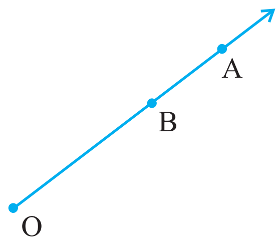


આકૃતિ 4.8

આકૃતિ 4.9માં OA કિરણ આપેલ છે. જે O માંથી ઉદ્ભવે છે અને બિંદુ A માંથી પસાર થાય છે. તે બિંદુ B માંથી પણ પસાર થાય છે.

તેને $\overrightarrow{OB}$ કહી શકાશે? શા માટે?

અહીં $\overrightarrow{OA}$ અને $\overrightarrow{OB}$ સમાન (same) છે.



આકૃતિ 4.9

શું આપણે $\overrightarrow{OA}$ ને $\overrightarrow{AO}$ લખી શકીશું? શા માટે? અથવા શા માટે નહિ?

પાંચ કિરણો દોરી તેમનાં યોગ્ય નામ લખો.

આ કિરણો પર દર્શાવેલ તીર શું દર્શાવે છે?

સ્વાધ્યાય 4.1

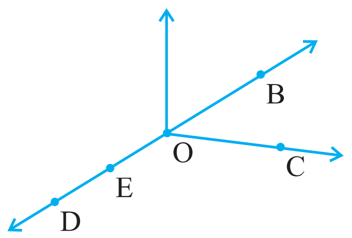
1. બાજુમાં દર્શાવેલ આકૃતિનો ઉપયોગ કરીને લખો :

   (a) પાંચ બિંદુઓ (points)

   (b) રેખા (line)

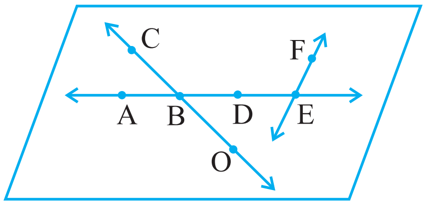
   (c) ચાર કિરણો (rays)

   (d) પાંચ રેખાખંડો (line segments)

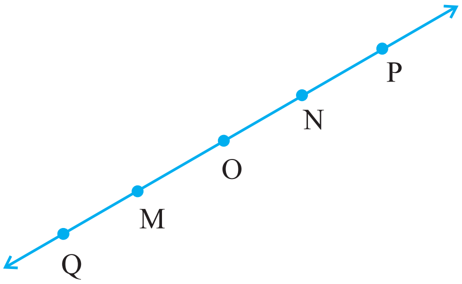


2. આપેલા ચાર મૂળાક્ષરોમાંથી દરેક વખતે માત્ર બે મૂળાક્ષરોનો ઉપયોગ કરી આપેલ રેખાના શક્ય તેટલી (બાર રીતે) રીતે નામ આપો.

3. આકૃતિનો ઉપયોગ કરીને લખો.



   (a) E બિંદુને સમાવતી રેખાઓ
   (b) A બિંદુમાંથી પસાર થતી રેખાઓ
   (c) O બિંદુ જેમાં છે તેવી રેખા
   (d) એકબીજીને છેદતી હોય તેવી રેખાની બે જોડ
4. કેટલી રેખાઓ પસાર થાય ? (a) એક બિંદુમાંથી (b) બે બિંદુમાંથી
5. નીચેની દરેક પરિસ્થિતિને અનુરૂપ કાચી (rough) આકૃતિ દોરો :
   (a) બિંદુ P $\overline{AB}$ પર છે.
   (b) $\overleftrightarrow{XY}$ અને $\overleftrightarrow{PQ}$, M બિંદુમાં છેદે છે.
   (c) રેખા l પર E અને F બિંદુ છે, પણ D નથી.
   (d) $\overleftrightarrow{OP}$ અને $\overleftrightarrow{OQ}$ બિંદુ O માં મળે છે.
6. નીચે $\overleftrightarrow{MN}$ ની આકૃતિ દોરેલ છે. આપેલી આકૃતિના આધારે (context) આપેલાં વિધાનો (statements) સાચાં (true) છે કે ખોટાં (false) તે જણાવો :

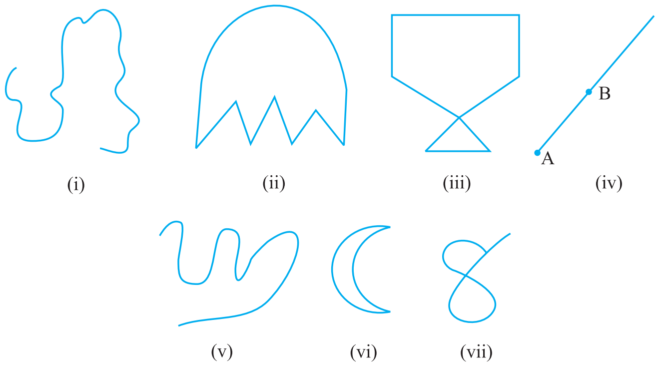


   (a) Q, M, O, N અને P એ $\overleftrightarrow{MN}$ પર આવેલાં છે.
   (b) M, O અને N એ $\overline{MN}$ પર આવેલાં છે.
   (c) M અને N એ $\overline{MN}$ નાં અંત્યબિંદુઓ છે.
   (d) O અને N એ $\overline{OP}$ નાં અંત્યબિંદુઓ છે.
   (e) M એ $\overline{QO}$ નું એક અંત્યબિંદુ છે.
   (f) M એ $\overrightarrow{OP}$ પરનું બિંદુ છે.
   (g) $\overrightarrow{OP}$ એ $\overrightarrow{QP}$ થી ભિન્ન (different) છે.
   (h) $\overrightarrow{OP}$ અને $\overrightarrow{OM}$ સમાન (same) છે.
   (i) $\overrightarrow{OM}$ એ $\overrightarrow{OP}$ નું વિરુદ્ધ (opposite) કિરણ નથી.
   (j) O એ $\overrightarrow{OP}$ નું ઉદ્‌ભવબિંદુ (starting point / initial point) નથી.
   (k) N એ $\overrightarrow{NP}$ અને $\overrightarrow{NM}$ નું ઉદ્‌ભવબિંદુ છે.

4.8 વક્ર (Curves)

2FKLV3

તમે ક્યારેક કાગળનો ટુકડો લઈ ને જુદા-જુદા આકાર બનાવ્યા હશે. તમે બનાવેલા અને ચિત્રમાં દર્શાવેલા આવા આકારોને વક્ર કહે છે.



આકૃતિ 4.10

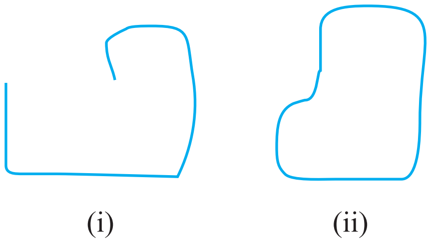
માપપટ્ટી (scale)નો ઉપયોગ કર્યા વગર તેમાંનાં કેટલાંક ચિત્રો પેન્સિલ ઉપાડ્યા સિવાય પણ તમે દોરી શકશો. આ બધા જ વક્ર છે. (આકૃતિ 4.10)

હંમેશાં એવું માનવામાં આવે છે કે વક્રો એ સીધી રેખા નથી હોતાં. ગણિતમાં આકૃતિ 4.10 (iv)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે સીધી રેખા પણ વક્ર જ છે.

આકૃતિ 4.10 ના (iii) અને (vii)નાં વક્રોનું અવલોકન કરતાં આ વક્રો એકબીજાં પરથી પસાર થાય છે. જ્યારે વક્ર (i), (ii), (iv), (v) અને (vi)માં આમ બનતું નથી. જો વક્રો સ્વયં ક્રોસ થતાં ન હોય તો તે વક્રોને સાદાં વક્રો (simple curves) કહે છે.

પાંચ સાદાં હોય તેવાં અને પાંચ સાદાં ન હોય તેવાં વક્રો દોરો. હવે આકૃતિ 4.11 જુઓ.

બંને આકૃતિઓ વચ્ચે શો તફાવત છે? આકૃતિ 4.11(i) એ **ખુલ્લો વક્ર (open curve)** છે, જ્યારે આકૃતિ 4.11(ii) એ **બંધ વક્ર (close curve)** છે. 4.10ની આકૃતિ (i), (ii), (v) અને (vi) માંથી તમે શોધી શકશો કે કયા ખુલ્લા અને કયા બંધ વક્ર છે ? પાંચ વક્રો દોરો કે જે દરેક ખુલ્લાં અને બંધ હોય.



આકૃતિ 4.11

આકૃતિમાં સ્થાન (Position)

ટેનિસ કોર્ટમાંની કોર્ટ રેખા તેને ત્રણ ભાગમાં વહેંચે છે. રેખાની અંદરનો, રેખા પરનો અને રેખાની બહારનો. લીટીને ક્રોસ કર્યા વગર તમે અંદર જઈ શકતા નથી.

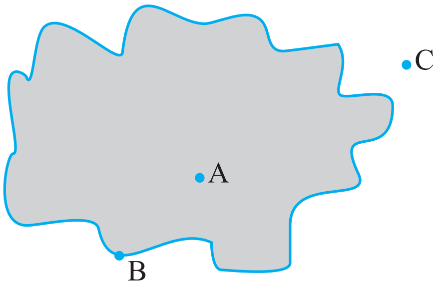
રોડથી તમારા ઘરના કંપાઉન્ડની દીવાલ અલગ હોય છે. તેથી તમે કંપાઉન્ડની અંદરની બાજુ, કંપાઉન્ડની હદ અને કંપાઉન્ડની બહારની બાજુ તેમ તમે કહો છો.

આ જ રીતે બંધ વક્રના ત્રણ ભાગ છે :

(i) વક્રનો અંદર (interior / inside)નો ભાગ

(ii) વક્રની હદ (boundary / on)

(iii) વક્રનો બહાર (exterior / outside) નો ભાગ



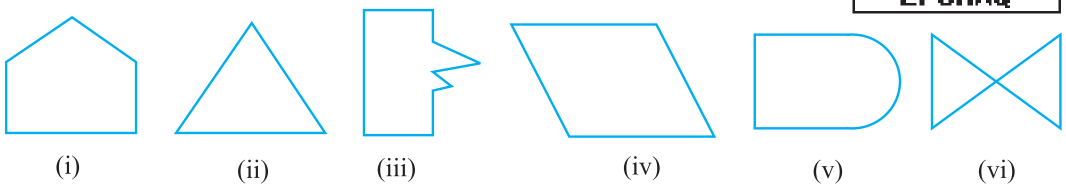
આકૃતિ 4.12

આકૃતિ 4.12માં A એ અંદરના ભાગનું, C એ બહારના ભાગનું અને B એ વક્ર પરનું બિંદુ છે. હદ સાથેના અંદરના ભાગને **પ્રદેશ (region)** કહેવામાં આવે છે.

2FUHHQ

4.9 બહુકોણ (Polygon)

નીચે આપેલી 4.13 આકૃતિ (i), (ii), (iii), (iv), (v) અને (vi) જુઓ.



આકૃતિ 4.13

તમે શું કહી શકશો? શું તેઓ બંધ છે? તેમાંની દરેક બીજા કરતાં કેવી રીતે જુદી પડે છે? (i), (ii), (iii), (iv), (vi) એ વિશિષ્ટ છે, કારણ કે તે સંપૂર્ણ રીતે રેખાખંડોની જ બનેલી છે. તેમાંની (i), (ii), (iii) અને (iv) એ સાદા વક્રો છે. તેઓને બહુકોણ (polygon) કહેવામાં આવે છે.

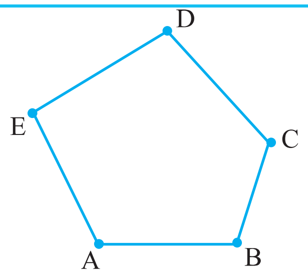
બહુકોણ એ એવી બંધ આકૃતિ છે કે જે સંપૂર્ણ (entirely) રીતે રેખાખંડોની જ બનેલી હોય છે. દસ જુદા-જુદા આકારના બહુકોણ દોરો.

આ કરો :

નીચેનાનો ઉપયોગ કરી બહુકોણ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરો :

1. પાંચ દીવાસળીઓથી
2. ચાર દીવાસળીઓથી
3. ત્રણ દીવાસળીઓથી
4. બે દીવાસળીઓથી

કઈ અવસ્થા શક્ય નથી? શા માટે?



આકૃતિ 4.14

બાજુઓ (Sides), શિરોબિંદુઓ (Vertices) અને વિકર્ણો (Diagonals)

ઉપર આપેલી આકૃતિ 4.14નું અવલોકન કરો. સમર્થન (justification) આપો કે તે બહુકોણ છે. બહુકોણની રચના કરતા રેખાખંડોને તેની બાજુ (side)ઓ કહેવામાં આવે છે.

બહુકોણ ABCDEની બાજુઓ કઈ છે? (જુઓ કે ખૂણાઓનાં નામ ક્રમમાં કેવી રીતે આપવામાં આવ્યાં છે?)

બાજુઓ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ અને $\overline{EA}$ છે.

બાજુઓની જોડ જે બિંદુએ મળે છે તે બિંદુને શિરોબિંદુ કહે છે. બાજુઓ $\overline{AE}$ અને $\overline{ED}$ એ E બિંદુએ મળે છે તેથી E એ બહુકોણ ABCDE નું શિરોબિંદુ છે. બિંદુ B અને C એ બીજાં શિરોબિંદુઓ છે. આ બિંદુઓએ મળતી હોય તેવી બાજુઓનાં નામ તમે આપી શકશો? ઉપરના બહુકોણ ABCDE ના બીજા શિરોબિંદુઓના નામ તમે આપી શકશો ?

જે બે બાજુઓને સામાન્ય અંત્યબિંદુ હોય તે બાજુઓને બહુકોણની પાસપાસેની બાજુઓ કહે છે.

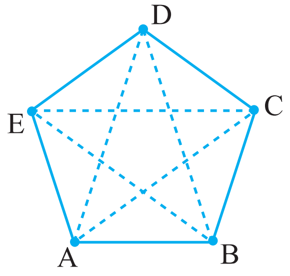
બાજુઓ $\overline{AB}$ અને $\overline{BC}$ પાસપાસેની બાજુઓ છે? $\overline{AE}$ અને $\overline{CD}$ વિશે શું કહી શકાય?

બહુકોણની દરેક બાજુઓનાં અંત્યબિંદુઓને તે બહુકોણના પાસપાસેના શિરોબિંદુઓ કહેવાય. શિરોબિંદુ E અને D પાસપાસેનાં બિંદુઓ છે. જ્યારે શિરોબિંદુ A અને D પાસપાસેનાં શિરોબિંદુઓ નથી. તે શા માટે નથી તે તમે જોઈ શકો છો?

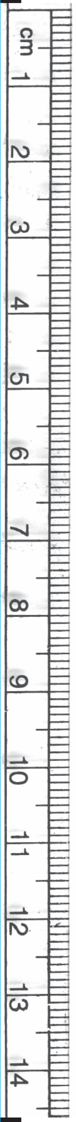
એવાં શિરોબિંદુઓની જોડ વિચારો કે જે પાસપાસેના ના હોય. આ શિરોબિંદુઓને જોડતાં મળતાં રેખાખંડને બહુકોણનો વિકર્ણ કહેવામાં આવે છે.

આકૃતિ 4.15માં $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$ અને $\overline{CE}$ એ વિકર્ણો (diagonals) છે.

શું $\overline{BC}$ એ વિકર્ણ છે? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?



આકૃતિ 4.15

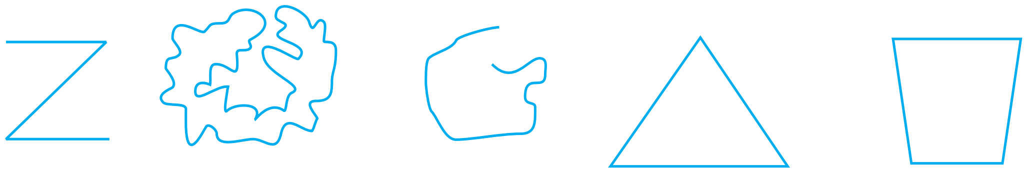


જો તમે પાસપાસેનાં શિરોબિંદુઓ જોડવા પ્રયત્ન કરશો તો તમને વિકર્ણ મળશે ખરો? આકૃતિ 4.15ની બધી જ બાજુઓ, પાસપાસેની બાજુઓ અને પાસપાસેનાં શિરોબિંદુઓ લખો.

ABCDEFGH બહુકોણ દોરો. તેની બધી જ બાજુઓ, પાસપાસેની બાજુઓ અને શિરોબિંદુઓ તથા આ બહુકોણના વિકર્ણો લખો.

સ્વાધ્યાય 4.2

1. નીચેના વક્રનું (i) ખુલ્લા અને (ii) બંધ વક્રમાં વર્ગીકરણ કરો :



(a) (b) (c) (d) (e)

2. નીચેની પરિસ્થિતિ દર્શાવી રફ (rough) આકૃતિ દોરો :

   (a) ખુલ્લો વક્ર (b) બંધ વક્ર

3. કોઈ પણ બહુકોણ દોરી તેનો અંદરનો ભાગ છાયાંકિત (shade) કરો.

4. બાજુમાં આપેલી આકૃતિ પરથી પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

   (a) શું તે વક્ર છે? (b) શું તે બંધ છે?

5. જો શક્ય હોય તો નીચેની પરિસ્થિતિ દર્શાવતી રફ આકૃતિ દોરો :

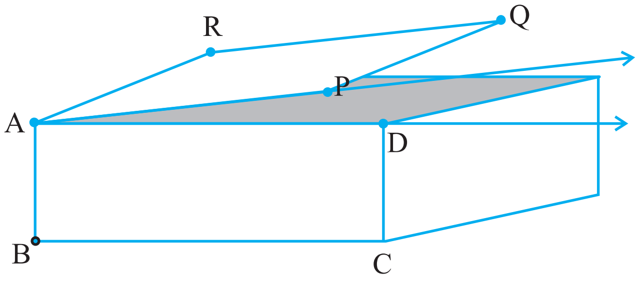
   (a) બંધ વક્ર કે જે બહુકોણ ન હોય.

   (b) ખુલ્લો વક્ર કે જે સંપૂર્ણપણે રેખાખંડનો બનેલો હોય.

   (c) બે બાજુવાળો બહુકોણ

4.10 ખૂણો (Angle)

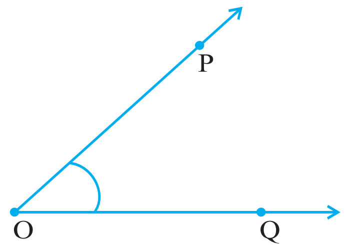
કૉર્નર રચાય ત્યારે ખૂણો બને છે. અહીં આકૃતિ 4.16માં પેટીની ટોચે મિજાગરાથી જોડાયેલું ઢાંકણ છે. પેટીની ધાર AD અને ઢાંકણની ધાર AP ને અનુક્રમે $\overrightarrow{AD}$ અને $\overrightarrow{AP}$ તરીકે કલ્પો. આ બંને કિરણોનું સામાન્ય અંત્યબિંદુ A છે. આ બંને કિરણો અહીં ભેગાં મળી ખૂણાની રચના કરે છે.



આકૃતિ 4.16

ખૂણો રચતાં બે કિરણો સામાન્ય અંત્યબિંદુમાંથી ઉદ્ભવતાં હોય છે. ખૂણો રચતાં બે કિરણોને ખૂણાના ભૂજ (arms) અથવા બાજુઓ કહેવામાં આવે છે. સામાન્ય ઉદ્ભવ બિંદુને ખૂણાનું શિરોબિંદુ (vertex) કહે છે.

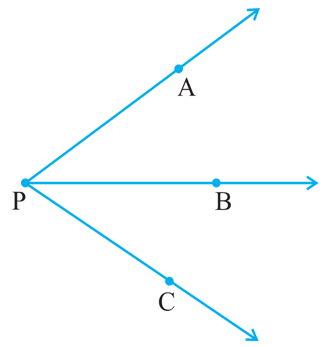
આકૃતિ 4.17માં દર્શાવેલ ખૂણો $\overrightarrow{OP}$ અને $\overrightarrow{OQ}$ વડે રચાય છે. આ બતાવવા માટે



આકૃતિ 4.17

શિરોબિંદુ આગળ નાના વક્રનો ઉપયોગ કરીશું. (આકૃતિ 4.17) O એ શિરોબિંદુ છે. બાજુઓ કઈ-કઈ છે? તે $\overrightarrow{OP}$ અને $\overrightarrow{OQ}$ નથી?

આપણે આ ખૂણાને નામ કેવી રીતે આપીશું? આપણે સરળતાથી કહી શકીશું કે અહીં O આગળનો ખૂણો છે. ખૂણાના નામની વધારે સ્પષ્ટતા માટે આપણે એવાં બિંદુઓ વિચારીએ કે દરેક બાજુ પરનું એક-એક બિંદુ હોય અને એક શિરોબિંદુ હોય. ખૂણા POQ ને સરળતાથી દર્શાવી શકાશે. જેને આપણે સંકેતમાં ∠POQ વડે દર્શાવીશું.



આકૃતિ 4.18

વિચારો, ચર્ચો અને લખો :

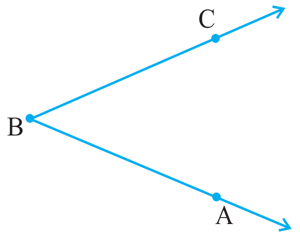
આકૃતિ 4.18 જુઓ. તેમાંના ખૂણાનું નામ શું છે? તેને ∠P કહીશું? તેને બીજી રીતે દર્શાવી શકાય? ∠Pનો અર્થ આપણે શું કરીએ છીએ? અહીં ખૂણાને દર્શાવવા માટે શિરોબિંદુ આપણને ઉપયોગી થશે? શા માટે નહીં?

∠Pનો અર્થ ∠APB, ∠CPB અથવા ∠APC થાય તે નક્કી કરવા વધુ માહિતીની જરૂર પડશે :

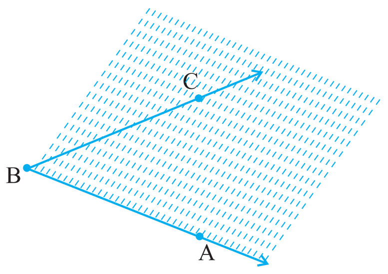
યાદ રાખો કે **ખૂણો દર્શાવીએ ત્યારે શિરોબિંદુ દર્શાવતો મૂળાક્ષર હંમેશાં વચ્ચે (middle) લખવામાં આવે છે.**

આ કરો :

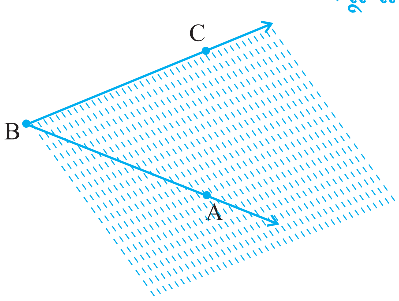
કોઈ ખૂણો દોરી તેને ∠ABC વડે દર્શાવો.



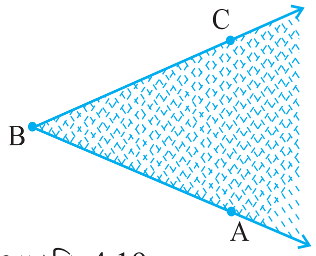
$\overrightarrow{BA}$ થી $\overrightarrow{BC}$ તરફના ભાગને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે છાયાંકિત કરો.



હવે બીજા કોઈ રંગ વડે આપેલા ખૂણાના $\overrightarrow{BC}$ થી $\overrightarrow{BA}$ તરફના ભાગને છાયાંકિત કરો.

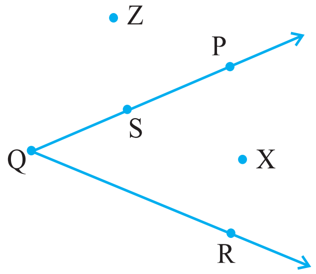


છાયાંકિત કરેલ બંને આકૃતિઓના સામાન્ય ભાગને ∠ABC નો અંદરનો ભાગ કહે છે. (આકૃતિ 4.19) (નોંધો કે અંદરનો ભાગ એ પ્રતિબંધિત વિસ્તાર નથી. બંને બાજુને અનંત સુધી વિસ્તારી શકાય તેમ તેને પણ અનંત સુધી વિસ્તારી શકાય.)



આકૃતિ 4.19

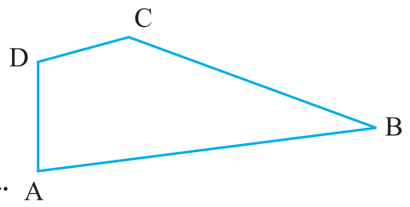
આકૃતિ 4.20માં X એ ખૂણાના અંદરના ભાગમાં આવેલું બિંદુ છે. Z એ અંદરનું બિંદુ નથી, પણ ખૂણાના બહારના ભાગમાં આવેલું છે અને S એ ∠PQR પર આવેલું બિંદુ છે. આમ, ખૂણો તેની સાથે ત્રણ ભાગોને જોડે છે.



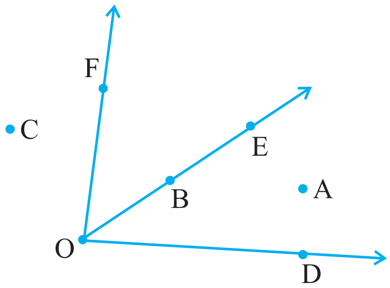
આકૃતિ 4.20

સ્વાધ્યાય 4.3

1. બાજુમાં આપેલ આકૃતિ પરથી ખૂણા લખો :



2. બાજુમાં આપેલી આકૃતિ પરથી માંગેલાં બિંદુઓ લખો.
   - (a) ∠DOE નું અંદરનું
   - (b) ∠EOF નાં બહારનાં
   - (c) ∠EOF પરનાં



3. નીચેની પરિસ્થિતિ દર્શાવતી બે ખૂણાઓની કાચી આકૃતિ દોરો :
   - (a) એક સામાન્ય બિંદુ હોય.
   - (b) બે સામાન્ય બિંદુઓ હોય.
   - (c) ત્રણ સામાન્ય બિંદુઓ હોય.
   - (d) ચાર સામાન્ય બિંદુઓ હોય.
   - (e) એક કિરણ સામાન્ય હોય.

આપણે શું ચર્ચા કરી?

1. બિંદુ એક સ્થાન નક્કી કરે છે. તેને સામાન્ય રીતે અંગ્રેજીના મૂળાક્ષર વડે દર્શાવાય છે.
2. રેખાખંડ એ બે બિંદુઓ વચ્ચેનું સૌથી ટૂંકું અંતર દર્શાવે છે. A અને B બિંદુઓને જોડીને રચેલ રેખાખંડને $\overline{AB}$ વડે દર્શાવાય છે.
3. જ્યારે એક રેખાખંડ જેમ કે $\overline{AB}$ ને બંને તરફ અનંત અંતર સુધી વિસ્તારતાં આપણને એક રેખા પ્રાપ્ત થાય છે. તેને $\overleftrightarrow{AB}$ વડે દર્શાવવામાં આવે છે. તેને કેટલીક વખતે એક નાના અક્ષર વડે દર્શાવવામાં આવે છે. જેમ કે l
4. બે ભિન્ન રેખાઓ કોઈ એક બિંદુએ મળે તો તેમને છેદતી રેખાઓ કહે છે.
5. સમતલ (plane)માં આવેલી બે રેખાઓ એકબીજીને મળે નહિ, તો તેમને સમાંતર રેખાઓ કહેવાય.
6. કિરણ એ રેખાનો એવો ભાગ છે કે જે એક બિંદુથી શરૂ થઈ એક જ દિશામાં અનંત સુધી જાય છે.
7. પેન્સિલ ઉપાડ્યા સિવાય, કોઈ ચિત્ર (સીધી અથવા સીધી ન હોય તેવી રેખાથી) દોરવામાં આવે તો તેને વક્ર કહેવાય. આ અર્થમાં રેખા એ પણ એક વક્ર છે.
8. જો કોઈ વક્ર પોતાને ન છેદે તો તેને સાદો વક્ર કહેવાય.
9. જો વક્રના છેડા જોડાયેલા હોય તો તેને બંધ વક્ર કહેવાય. અન્યથા તેને ખુલ્લો કહેવાય.
10. બહુકોણ એ સામાન્ય બંધ વક્ર છે. જે રેખાખંડોથી બનેલો છે. અહીં,
    (i) રેખાખંડો એ બહુકોણની બાજુઓ છે.
    (ii) કોઈ પણ બે બાજુઓને સામાન્ય અંત્યબિંદુ હોય તો તે પાસપાસેની બાજુઓ છે.
    (iii) બાજુઓની જોડના મળતાં સામાન્ય બિંદુઓને શિરોબિંદુ કહે છે.
    (iv) કોઈ પણ બાજુના અંત્યબિંદુઓને પાસપાસેના શિરોબિંદુ કહેવાય.
    (v) પાસપાસે ન હોય તેવાં બે શિરોબિંદુને જોડવામાં આવે તો તેને વિકર્ણ કહેવાય.
11. સામાન્ય અંત્યબિંદુમાંથી ઉદ્‌ભવતાં બે કિરણો ખૂણો રચે છે.
    બે કિરણો OA અને OB $\angle AOB$ રચે છે. (અથવા તેને $\angle BOA$ પણ કહેવાય.)
    ખૂણો એ વિસ્તારને ત્રણ ભાગમાં વહેંચે છે.
    ખૂણો, ખૂણાનો અંદરનો ભાગ અને ખૂણાનો બહારનો ભાગ