

# પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ



પાઠ્યક્રમ 6

## 6.1 પ્રાસ્તાવિક (Introduction)

સુનિતાની મમ્મી પાસે 8 કેળાં છે. સુનિતા તેના મિત્રો સાથે બહાર ફરવા જવાની છે. તે પોતાની સાથે 10 કેળાં લઈ જવા માંગે છે. તો શું એની મમ્મી એને 10 કેળાં આપી શકે છે ? તેની પાસે પૂરતાં કેળાં નથી; તેથી તે તેના પાડોશી પાસેથી 2 કેળાં ઉછીના લઈ તેને પરત કરી દેવાનું જણાવે છે. સુનિતાને 10 કેળાં આપ્યાં પછી તેની મમ્મી પાસે કેટલાં કેળાં બચશે ? કે તેની પાસે એક પણ કેળું બાકી વધ્યું નથી એવું આપણે કહી શકીએ ? હા, તેની પાસે એક પણ કેળું બચ્યું નથી, પરંતુ તેને



તેના પાડોશીને 2 કેળાં પાછાં આપવાનાં છે, તેથી જ્યારે પણ એની પાસે વધુ કેળાં હશે, જેમકે 6 કેળાં હોય તો તે 2 પાછા આપશે તેની પાસે ફક્ત 4 કેળાં વધશે.

રોનાલ્ડ એક પેન ખરીદવા માટે બજારમાં જાય છે. તેની પાસે ફક્ત 12 રૂપિયા છે, પરંતુ પેનની કિંમત 15 રૂપિયા છે. દુકાનદાર તેને તે પેન આપે છે અને યાદ રાખવા માટે દુકાનદાર આ 3 રૂપિયા ડાયરીમાં લખે છે. પરંતુ દુકાનદાર કેવી રીતે યાદ રાખશે કે રોનાલ્ડ પાસેથી જ 3 રૂપિયા લેવાના છે અથવા તેને આપવાના છે? શું આ ઉધારને તે કોઈ રંગ અથવા ચિહ્ન દ્વારા રજૂ કરી શકે છે? રુચિકા અને સલમા એક સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરીને રમત રમી રહ્યા છે, જેમાં 0 થી 25 સુધી સમાન અંતરાલો (interval) જોવા મળે છે.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----

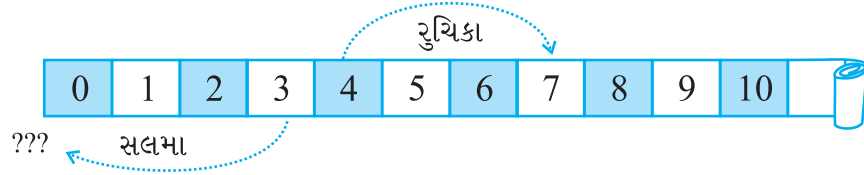
શરૂઆતમાં બંને શૂન્ય અંક પર એક-એક રંગીન ટોકન (token) મૂકે છે, બે રંગીન પાસાં (dice) દફતરમાં મૂકેલાં છે અને એક પછી એક દફતરમાંથી બહાર કાઢે છે. જે પાસાં પરનો રંગ લાલ હોય તો તેને ફેંકતા જે સંખ્યા પ્રાપ્ત થાય છે, એ ટોકનને તેટલાં સ્થાન આગળ ખસેડવામાં આવે છે. જો પાસો વાદળી રંગનો હોય, તો તેને ફેંક્યા પછી જે સંખ્યા પ્રાપ્ત થાય છે, એ

ટોકનને તેટલાં સ્થાન પાછળ કરી દેવામાં આવે છે. દરેક દાવ પછી પાસાંઓને દફતરમાં પાછા મૂકી દેવામાં આવે છે. જેથી બંને વ્યક્તિને બંને પાસાંઓને ફેંકવા (throwing)નો સમાન અવસર મળે. જે 25માં ચિહ્ન પર પહેલાં પહોંચશે તે જીતી જાય, એવું માનવામાં આવે છે.

તેઓ રમવાનું શરૂ કરે છે. રુચિકા લાલ પાસો પ્રાપ્ત કરે છે અને તેને ફેંકતા સંખ્યા 4 પ્રાપ્ત થાય છે. આમ, તે ટોકનને રેખાપટ્ટી (strip) પર સંખ્યા 4 પર મૂકી દે છે. સલમા પણ દફતરમાંથી લાલ પાસો કાઢે છે અને તેને ફેંકતા સંખ્યા 3 પ્રાપ્ત કરે છે. આમ, તે પોતાના ટોકનને સંખ્યા 3 પર મૂકે છે.

બીજા પ્રયત્નમાં રુચિકા લાલ પાસાં પર 3 અંક પ્રાપ્ત કરે છે અને સલમા વાદળી પાસાં પર 4 અંક પ્રાપ્ત કરે છે. શું તમે વિચારી શકો કે બીજા પ્રયત્ન પછી તેઓ પોતપોતાનાં ટોકનને ક્યાં સ્થાને મૂકશે ?

રુચિકા આગળ વધે છે અને  $4 + 3$  એટલે કે 7મા સ્થાન પર પોતાનું ટોકન મૂકે છે.



સલમા પોતાનું ટોકન શૂન્ય અંક પર મૂકે છે. રુચિકાએ આ વાત નકારી અને કહ્યું કે તેને શૂન્યથી પાછળ જવું જોઈએ. સલમા માની ગઈ પણ શૂન્યના પાછળ કંઈ પણ નથી. હવે તેઓ શું કરશે ? ત્યારે સલમા અને રુચિકાએ આ સંખ્યારેખાને બીજી બાજુ આગળ વધારી. તેમણે બીજી બાજુ એક વાદળી રંગની પટ્ટીનો ઉપયોગ કર્યો.



હવે સલમા કહે છે કે તે શૂન્યથી એક સ્થાન પાછળ છે તેથી તે આ સ્થાનને વાદળી રંગથી અંકિત કર્યો જો ટોકન વાદળી રંગના 1 પર છે, તો વાદળી એકના પાછળવાળા સ્થાને '2 વાદળી' થશે. આવી જ રીતે '2 વાદળી'ના પાછળવાળા સ્થાને '3 વાદળી' થશે. આ પ્રમાણે તેઓ પાછળ ચલાવવાનો નિર્ણય કરે છે. પણ બીજા દિવસે તેમની પાસે વાદળી કાગળ નથી, ત્યારે રુચિકાએ જણાવ્યું કે જ્યારે તેઓ વિરુદ્ધ દિશામાં આગળ વધતા હોય ત્યારે બીજી બાજુ એક નિશાની (ચિહ્ન)નો ઉપયોગ કરીશું. શૂન્ય કરતાં નાની સંખ્યા તરફ જવા માટે ચિહ્નનો ઉપયોગ કરવો આવશ્યક છે, માટે તે સંખ્યાની આગળ ઋણ (-)ની નિશાનીનો ઉપયોગ કરે છે. આ ચિહ્ન સૂચવે છે કે ઋણ (-) સંકેત સાથેની સંખ્યા શૂન્ય કરતાં નાની અથવા ઓછી છે. આ સંખ્યાને ઋણ સંખ્યા (negative number) કહેવામાં આવે છે.

### આ કરો :

(કોણ ક્યાં છે ?)

માની લો કે ડેવિડ અને મોહને શૂન્યથી વિરુદ્ધ દિશાઓમાં ચાલવાની શરૂઆત કરી છે. માની લો કે શૂન્યથી જમણી બાજુ આગળ વધતાં '+' ના ચિહ્ન તરીકે નિરૂપણ કરવામાં આવે છે અને શૂન્યથી ડાબી બાજુ આગળ વધતાં '-' ના ચિહ્ન તરીકે નિરૂપણ કરવામાં આવે છે. જો મોહને શૂન્યથી જમણી બાજુ 5 પગલાં ચાલે છે, તો તેને +5 તરીકે નિરૂપણ કહેવામાં આવે છે અને જો

ડેવિડ શૂન્યથી ડાબી બાજુ 5 પગલાં ભરે છે તો તેને  $-5$  તરીકે નિરૂપણ કરવામાં આવે છે. હવે, નીચે આપેલાં સ્થાનોને  $+$  અથવા  $-$  ચિહ્ન દ્વારા નિરૂપણ કરો.

- (a) શૂન્યથી ડાબી બાજુ 8 પગલાં
- (b) શૂન્યથી જમણી બાજુ 7 પગલાં
- (c) શૂન્યથી જમણી બાજુ 11 પગલાં
- (d) શૂન્યથી ડાબી બાજુ 6 પગલાં

### આ કરો :

(મને કોણ અનુસરે છે?)

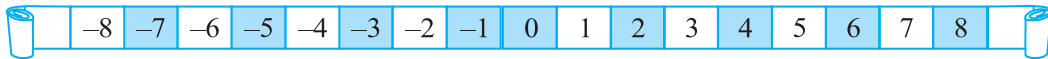
આપણે અગાઉનાં ઉદાહરણોમાં જોયું કે શૂન્યથી જમણી બાજુએ આગળ ચાલવાથી ધન સંખ્યા મળે છે. જમણી બાજુ માત્ર એક પગલું ચાલવાથી આપણને તેની અનુગામી સંખ્યા મળે છે.

નીચે આપેલી સંખ્યાની અનુગામી સંખ્યા લખો :

સંખ્યા	અનુગામી (successor)
10	
8	
$-5$	
$-3$	
0	

જો આપણે ઋણ સંખ્યા જોઈએ તો શૂન્યથી ડાબી બાજુએ ચાલવાનું હોય છે.

જો ડાબી બાજુ ફક્ત એક પગલું ચાલવામાં આવે તો આપણને પૂરોગામી સંખ્યા મળે છે.



હવે નીચે આપેલી સંખ્યાની પૂરોગામી સંખ્યા લખો :

સંખ્યા	પૂરોગામી (predecessor)
10	
8	
5	
3	
0	

### 6.1.1 મને નિશાની દ્વારા દર્શાવો

આપણે અગાઉ જોયું તેમ કોઈ-કોઈ સંખ્યાઓના આગળ ઋણ ( $-$ ) નિશાની લગાવવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, જો આપણે દુકાનદારને રોનાલ્ડની બાકી રકમ બતાવવા માંગીએ છીએ તો આપણે તેને  $(-3)$  તરીકે ઓળખીશું.

નીચે એક દુકાનદારની ખાતાવહી (ledger) છે, જે ચોક્કસ વસ્તુઓના વેચાણમાંથી થતો નફો અને નુકસાન દર્શાવે છે. નફો અને નુકસાન બે વિરુદ્ધ પરિસ્થિતિ હોવાથી, નફાને '+'ના ચિહ્નથી દર્શાવવામાં આવે છે અને નુકસાનને '-'ના ચિહ્નથી દર્શાવવામાં આવે છે.



નીચે આપેલી વિગતોને યોગ્ય નિશાનીનો ઉપયોગ કરીને ખાલી જગ્યા પૂરો :

વસ્તુઓનું નામ	નફો (profit)	નુકસાન (loss)	યોગ્ય ચિહ્ન દ્વારા નિરૂપણ
સરસવનું તેલ	150 રૂપિયા		.....
ચોખા	-	250 રૂપિયા	.....
કાળા મરી	225 રૂપિયા		.....
ઘઉં	200 રૂપિયા		.....
મગફળીનું તેલ	-	330 રૂપિયા	.....

એવા જ પ્રકારની અન્ય પરિસ્થિતિઓમાં જ્યાં આપણે આવી નિશાનીઓ કે ચિહ્નોનો ઉપયોગ કરી શકાય તે નીચે આપવામાં આવેલ છે :

દરિયાની સપાટીથી ઉપરના સ્થાનથી ઊંચાઈને ધન સંખ્યાથી વ્યક્ત કરી શકાય છે. જેમ-જેમ આપણે નીચે જઈએ છીએ તેમ-તેમ ઊંચાઈ ઓછી થતી જાય છે. આમ, દરિયાની સપાટીથી નીચેના સ્થાનની ઊંચાઈને આપણે ઋણ સંખ્યાથી વ્યક્ત કરીશું.

### પ્રયત્ન કરો.

નીચે આપેલાં સ્થાનોમાં યોગ્ય નિશાની કરો :

- દરિયાની સપાટીથી 100 મી. નીચે
- $0^{\circ}C$  થી  $25^{\circ}C$  ઉપરનું તાપમાન
- $0^{\circ}C$  થી  $15^{\circ}C$  નીચું તાપમાન

જો આવક '+' ચિહ્ન દ્વારા રજૂ કરવામાં આવે તો પછી ખર્ચ કરેલી રકમને '-' ચિહ્ન દ્વારા રજૂ કરી શકાય છે. એવી જ રીતે,  $0^{\circ}C$ થી ઉપરના તાપમાનને '+'ના ચિહ્ન દ્વારા અને  $0^{\circ}C$  થી નીચા તાપમાનને '-'ના ચિહ્ન દ્વારા રજૂ કરી શકાય છે. ઉદાહરણ તરીકે,  $0^{\circ}C$ થી  $10^{\circ}$  નીચા તાપમાનને  $-10^{\circ}C$  દ્વારા લખી શકાય છે.

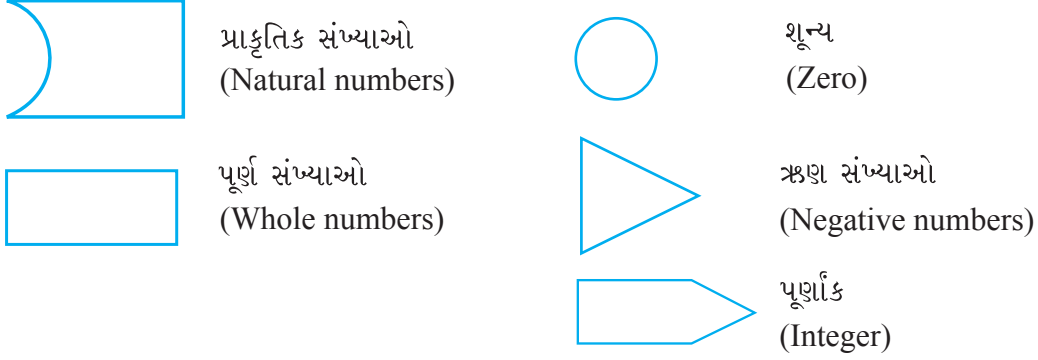
## 6.2 પૂર્ણાંકો (Integers)

સૌથી પહેલાં શોધવામાં આવેલી પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ એટલે કે 1, 2, 3, 4... જો આપણે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના સંગ્રહમાં શૂન્યનો સમાવેશ કરીએ છીએ તો આપણને સંખ્યાઓનો એક નવો સંગ્રહ મળે છે, જેને પૂર્ણ સંખ્યાઓ કહે છે. આ પ્રકારે 0, 1, 2, 3, 4... પૂર્ણ સંખ્યાઓ કહેવાય.

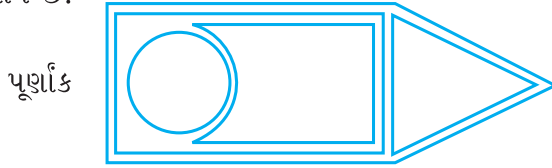


આ સંખ્યાઓનો તમે આગળના પ્રકરણમાં અભ્યાસ કરી ચૂક્યા છો. હવે, આપણે પૂર્ણ સંખ્યાઓના સંગ્રહમાં ઋણ સંખ્યાઓ ઉમેરીએ, તો એક નવો સંગ્રહ 0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., -1, -2, -3, -4, -5... મળે. સંખ્યાઓના આવા સંગ્રહને પૂર્ણાંકો કહે છે. આ સંગ્રહમાં 1, 2, 3, 4... ધન પૂર્ણાંક (positive integers) કહેવાય અને -1, -2, -3, -4, ... ઋણ પૂર્ણાંક (negative integers) કહેવાય.

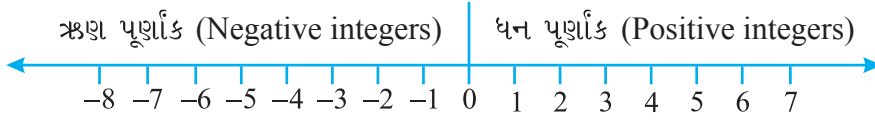
ચાલો, હવે પછી પૂર્ણાંકોનો સમૂહ નીચેની રેખાકૃતિ દ્વારા સમજાવે. આકૃતિઓ કઈ સંખ્યાઓનો સમૂહ દર્શાવે છે તે તેમની સામે લખ્યું છે.



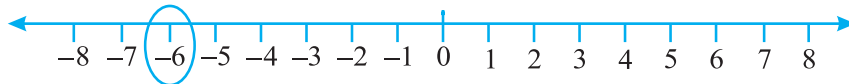
પૂર્ણાંકોના સમૂહને નીચેની આકૃતિ દ્વારા સમજાવ શકાય કે જેમાં અગાઉના તમામ સમૂહોનો સમાવેશ થાય છે.



### 6.2.1 સંખ્યારેખા (number line) પર પૂર્ણાંકોનું નિરૂપણ



એક રેખા દોરો અને આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે તેના પર સમાન અંતરે કેટલાંક બિંદુઓને નિશાની કરો. એમાંથી એક બિંદુને શૂન્યથી અંકિત કરો. શૂન્યની જમણી બાજુના બિંદુ ધન પૂર્ણાંક છે અને તેને +1, +2, +3,... વગેરે અથવા ફક્ત 1, 2, 3,... તરીકે લખી શકાય. શૂન્યથી ડાબી બાજુએ ઋણ પૂર્ણાંકો છે અને તેને -1, -2, -3,... થી લખી શકાય છે. આ રેખા પર (-6) દર્શાવવા માટે આપણે શૂન્યથી 6 એકમ ડાબી બાજુએ જઈશું. (આકૃતિ 6.1)



આકૃતિ 6.1

આ રેખા પર +2 દર્શાવવા માટે, આપણે શૂન્યથી 2 એકમ જમણી બાજુએ જઈશું. (આકૃતિ 6.2)



આકૃતિ 6.2

## 6.2.2 પૂર્ણાંકોમાં ક્રમબદ્ધતા

### (Ordering of Integers)

રમણ અને ઈમરાન એક ગામમાં રહે છે. જ્યાં પગથિયાંવાળો એક કૂવો છે. આ કૂવામાં જમીનની સપાટીથી નીચે 25 પગથિયાં છે.

એક દિવસ રમણ અને ઈમરાન કૂવાની અંદર જાય છે અને તેઓએ જોયું કે,

કૂવામાં પાણીના સ્તર સુધી 8 પગથિયાં છે. તેઓને વિચાર આવ્યો કે વરસાદ પડવાથી કૂવામાં કેટલું પાણી ભરાઈ જશે ? તેઓએ હાલનાં પાણીના સ્તર પર શૂન્ય અંક તારવ્યો અને તેમાં ઉપરનાં પગથિયાંના ક્રમને 1, 2, 3, 4,... તરીકે લખ્યું. વરસાદ પછી તેઓએ જોયું કે પાણી સપાટીથી છઠ્ઠા પગથિયાં

સુધી વધી ગયું છે. થોડા મહિના પછી તેઓએ જોયું કે પાણીની સપાટી શૂન્યથી ત્રણ પગથિયાં નીચે પહોંચી ગઈ છે. હવે, તે પાણીની સપાટી (0 લેવલ)થી પાણી કેટલું નીચે ગયું તે વિચારવા લાગ્યા.

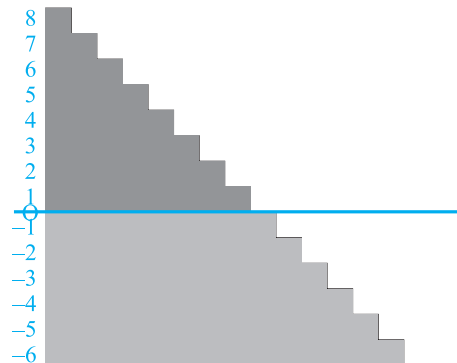
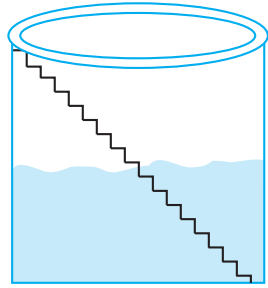
શું તમે એમની મદદ કરી શકો છો ?

અચાનક રમણને યાદ આવે છે કે તેણે એક મોટા ડેમમાં શૂન્યથી નીચેની સંખ્યા જોઈ છે. ઈમરાને ધ્યાન દોર્યું હતું કે શૂન્યથી ઉપર અને શૂન્યથી નીચેની સંખ્યાઓને જુદી તારવવા માટે કોઈક

રસ્તો હોવો જોઈએ. રમણે જોયેલું હતું કે શૂન્યથી નીચે લખવામાં આવેલી સંખ્યાઓની આગળ ઋણ ચિહ્ન લગાડવામાં આવ્યું હતું તેથી તેઓ શૂન્યથી નીચેના 1 પગથિયા પર -1 અને શૂન્યથી નીચેના 2 પગથિયા પર -2 એવી નિશાની કરી.

તેથી આ વખતે પાણીની સપાટીનું સ્તર -3 છે. (શૂન્યથી 3 પગથિયાં નીચે). ત્યાર બાદ પાણીનો ઉપયોગ થવાને કારણે, પાણીની સપાટીનું સ્તર 1 પગથિયું નીચે ઊતરી જાય છે અને -4 થઈ જાય છે. તમે જોઈ શકો છો કે  $-4 < -3$  છે.

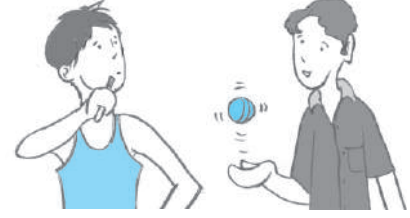
ઉપર્યુક્ત ઉદાહરણને ધ્યાનમાં રાખીને  $>$  અને  $<$  ચિહ્નોનો ઉપયોગ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો :



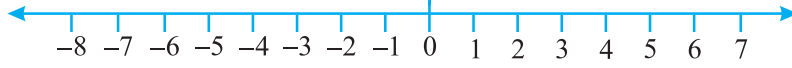
0  -1      -100  -101  
 -50  -70      50  -51  
 -53  -5      -7  1

પ્રયત્ન કરો.

સંખ્યારેખા પર 3, 7, -4, -8, -1 અને -3 બતાવો.



ચાલો, હવે આપણે ફરીથી પૂર્ણાંકો વિશે જાણીએ. જે એક સંખ્યારેખા પર નિરૂપણ કરવામાં આવી છે.



આકૃતિ 6.3

આપણે જાણીએ છીએ કે  $7 > 4$  થાય છે અને ઉપર આપેલી સંખ્યારેખામાં જોઈ શકીએ છીએ કે સંખ્યા 7 સંખ્યા 4ની જમણી બાજુ દર્શાવેલી છે. (આકૃતિ 6.3)

એવી જ રીતે,  $4 > 0$  અને 4 સંખ્યા શૂન્યથી જમણી બાજુએ છે. હવે 0 એ  $(-3)$ ની જમણી બાજુએ દર્શાવેલી છે માટે  $0 > -3$  છે.  $-3$  એ  $-8$  ની જમણી બાજુએ છે માટે,  $-3 > -8$

એવી જ રીતે, આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, સંખ્યારેખા પર જમણી બાજુએ જઈએ છીએ તેમ સંખ્યા વધે (increase) છે અને ડાબી બાજુ જઈએ તેમ સંખ્યા ઘટતી (decrease) જાય છે.

$\therefore -3 < -2, -2 < -1, -1 < 0, 0 < 1, 1 < 2, 2 < 3$  વગેરે.

તેથી પૂર્ણાંકોનો સમૂહ...,  $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$  લખી શકાય.

### પ્રયત્ન કરો.

નીચે આપેલી સંખ્યાને  $>$  અથવા  $<$  નો ઉપયોગ કરી સરખામણી કરો :

- |                           |                             |
|---------------------------|-----------------------------|
| 0 <input type="text"/> -8 | -1 <input type="text"/> -15 |
| 5 <input type="text"/> -5 | 11 <input type="text"/> 15  |
| 0 <input type="text"/> 6  | -20 <input type="text"/> 2  |

ઉપર્યુક્ત પ્રશ્નોથી રોહિણી નીચે આપેલાં તારણો ઉપર પહોંચે છે :

- દરેક ધન પૂર્ણાંકો દરેક ઋણ પૂર્ણાંક કરતાં મોટા છે.
  - શૂન્ય દરેક ધન પૂર્ણાંકો કરતાં નાનો છે.
  - શૂન્ય એ ઋણ પૂર્ણાંકો કરતાં મોટો છે.
  - શૂન્ય એ ઋણ પૂર્ણાંક કે ધન પૂર્ણાંક નથી.
  - શૂન્યની જમણી બાજુ જેમ દૂર જઈએ તેમ સંખ્યા મોટી થાય છે.
  - શૂન્યની ડાબી બાજુ જેમ દૂર જઈએ તેમ સંખ્યા નાની થાય છે.
- શું તમે તેની સાથે સહમત છો ? ઉદાહરણ આપો.

**ઉદાહરણ 1 :** સંખ્યારેખાને જોઈને નીચે આપેલા પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો :

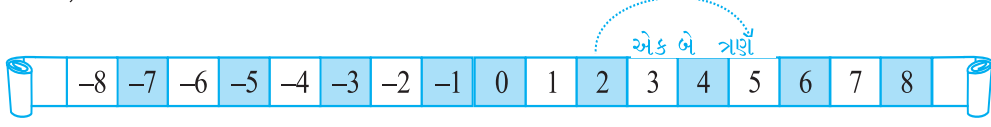
કયા પૂર્ણાંકો  $-8$  અને  $-2$  વચ્ચે આવેલા છે ? આપેલા પૂર્ણાંકોમાંથી સૌથી મોટો પૂર્ણાંક કયો છે ? અને સૌથી નાનો પૂર્ણાંક કયો છે ?

**ઉકેલ :**  $-8$  અને  $-2$  વચ્ચેના પૂર્ણાંકો :  $-7, -6, -5, -4, -3$  પૂર્ણાંકોમાં  $-3$  સૌથી મોટો ઋણ પૂર્ણાંક છે અને  $-7$  સૌથી નાનો ઋણ પૂર્ણાંક છે.

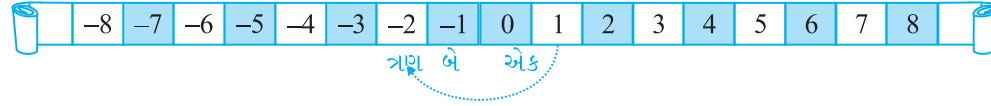
જો હું શૂન્ય પર ન હોઉં અને ચાલુ તો શું થશે ?

સલમા અને રુચિકાએ પહેલાં રમેલ રમતને ધ્યાનમાં લઈએ :

રુચિકાનો ટોકન 2 પર છે. બીજા દાવમાં તે લાલ પાસો મેળવે છે. તેને ઉછાળતાં તેને સંખ્યા 3 મળે છે. તેનો અર્થ એ થશે કે 2 ની જમણી બાજુ તે 3 સ્થાન ખસેડશે. આમ, તે 5 પર આવે છે.



બીજી તરફ સલમા દફતરમાંથી વાદળી રંગનો પાસો કાઢે છે, જેને ઉછાળતાં તેને સંખ્યા 3 મળે છે. સલમા 1 સ્થાન પર છે. તો એનો અર્થ એ થશે કે તે 1ની ડાબી બાજુ 3 સ્થાન ખસેડશે. આમ, તે -2 પર પહોંચશે.



સંખ્યારેખાને ધ્યાનમાં રાખી નીચે આપેલા પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો :

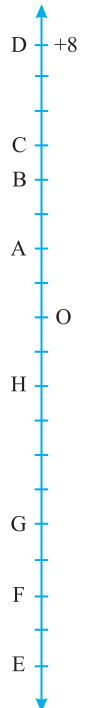
- ઉદાહરણ 2 :** (a) -3 પર એક બટન મૂકવામાં આવ્યું છે. -9 પર પહોંચવા માટે કઈ દિશા તરફ અને કેટલાં પગલાં ચાલવું પડશે ?  
 (b) જો આપણે -6 ની જમણી બાજુ 4 પગલાં ખસીશું, તો આપણને કઈ સંખ્યા મળશે ?

- ઉકેલ :** (a) આપણે -3 થી ડાબી બાજુ 6 પગલાં ચાલવું પડશે.  
 (b) જ્યારે આપણે -6ની જમણી બાજુ 4 પગલાં ચાલીશું તો સંખ્યા -2 પર પહોંચશું.



### સ્વાધ્યાય 6.1

- નીચે આપેલાં પદોના વિરુદ્ધ પદો (opposite terms) લખો :  
 (a) વજનમાં વધારો (b) 30 કિમી ઉત્તરમાં  
 (c) 80 મી પૂર્વમાં (d) 700 રૂપિયાનું નુકસાન  
 (e) દરિયાની સપાટીથી 100 મીટર ઉપર
- નીચેની સંખ્યાઓને યોગ્ય સંકેતો સાથે પૂર્ણાંકો તરીકે દર્શાવો :  
 (a) એક વિમાન જમીન ઉપરથી બે હજાર મીટરની ઊંચાઈ પર ઊડી રહ્યું છે.  
 (b) એક સબમરીન દરિયાની સપાટીથી 800 મીટર નીચેથી જઈ રહી છે.  
 (c) ખાતામાં ₹ 200 જમા (deposit / credit)  
 (d) ખાતામાંથી ₹ 700નો ઉપાડ (withdrawal)
- નીચે આપેલી સંખ્યાઓને સંખ્યારેખા પર નિરૂપણ કરો :  
 (a) + 5 (b) -10 (c) + 8  
 (d) -1 (e) - 6
- બાજુની આકૃતિ એક ઊભી સંખ્યારેખા છે, જે પૂર્ણાંકો દર્શાવે છે, તેનું નિરીક્ષણ કરો અને નીચેના મુદ્દાઓ શોધો :  
 (a) જો બિંદુ D ને સંગત પૂર્ણાંક +8 છે, તો પછી - 8 વાળું બિંદુ કયું છે ?



- (b) બિંદુ G ઋણ પૂર્ણાંક છે કે ધન પૂર્ણાંક ?  
 (c) બિંદુ B અને E ના સંગત પૂર્ણાંકો લખો.  
 (d) આ સંખ્યારેખા પર કયા બિંદુની કિંમત સૌથી ઓછી છે ?  
 (e) તમામ બિંદુને મૂલ્યના ઘટતા ક્રમ (descending order)માં ગોઠવો.
5. વર્ષના એક ખાસ દિવસે ભારતમાં પાંચ સ્થળોનાં તાપમાનની યાદી નીચે પ્રમાણે છે :

સ્થળ	તાપમાન
સિયાચિન	$0^{\circ} \text{ C}$ થી $10^{\circ} \text{ C}$ નીચું (below) .....
શિમલા	$0^{\circ} \text{ C}$ થી $2^{\circ} \text{ C}$ નીચું .....
અમદાવાદ	$0^{\circ} \text{ C}$ થી $30^{\circ} \text{ C}$ ઊંચું (above) .....
દિલ્લી	$0^{\circ} \text{ C}$ થી $20^{\circ} \text{ C}$ ઊંચું .....
શ્રીનગર	$0^{\circ} \text{ C}$ થી $5^{\circ} \text{ C}$ નીચું .....



- (a) આ સ્થળોનાં તાપમાનને ખાલી જગ્યામાં પૂર્ણાંકોના સ્વરૂપમાં લખો.  
 (b)  $^{\circ}\text{C}$  માં તાપમાન દર્શાવતી સંખ્યારેખા નીચે મુજબ છે :



તેના તાપમાન સામે શહેરનું નામ લખો.

- (c) સૌથી ઠંડું સ્થળ કયું છે ?  
 (d) એવાં સ્થળોનાં નામ લખો, જેનું તાપમાન  $10^{\circ} \text{ C}$  થી ઊંચું છે.
6. નીચેની દરેક જોડીમાં સંખ્યારેખા પર કઈ સંખ્યા બીજી સંખ્યાની જમણી બાજુએ આવેલી છે ?
- (a) 2, 9                      (b) -3, -8                      (c) 0, -1  
 (d) -11, 10                      (e) -6, 6                      (f) 1, -100
7. આપેલી જોડીઓ વચ્ચેના દરેક પૂર્ણાંકોને તેમના ચઢતા ક્રમ (ascending order) માં લખો.
- (a) 0 અને -7                      (b) -4 અને 4  
 (c) -8 અને -15                      (d) -30 અને -23
8. (a) -20 થી મોટી ચાર ઋણ પૂર્ણાંક સંખ્યા લખો.  
 (b) -10 થી નાની ચાર ઋણ પૂર્ણાંક સંખ્યા લખો.
9. નીચે આપેલાં વિધાનોમાંથી ખરાંની સામે T અને ખોટાં વિધાનની સામે F નિશાની કરો. જો ખોટું વિધાન હોય તો તેને સુધારો :
- (a) -8 સંખ્યારેખા પર -10 ની જમણી બાજુએ છે.  
 (b) -100 સંખ્યારેખા પર -50 ની જમણી બાજુએ છે.  
 (c) -1 એ સૌથી નાનો ઋણ પૂર્ણાંક છે.  
 (d) -26 એ -25 કરતાં મોટો ઋણ પૂર્ણાંક છે.

10. સંખ્યારેખા દોરો અને નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો :

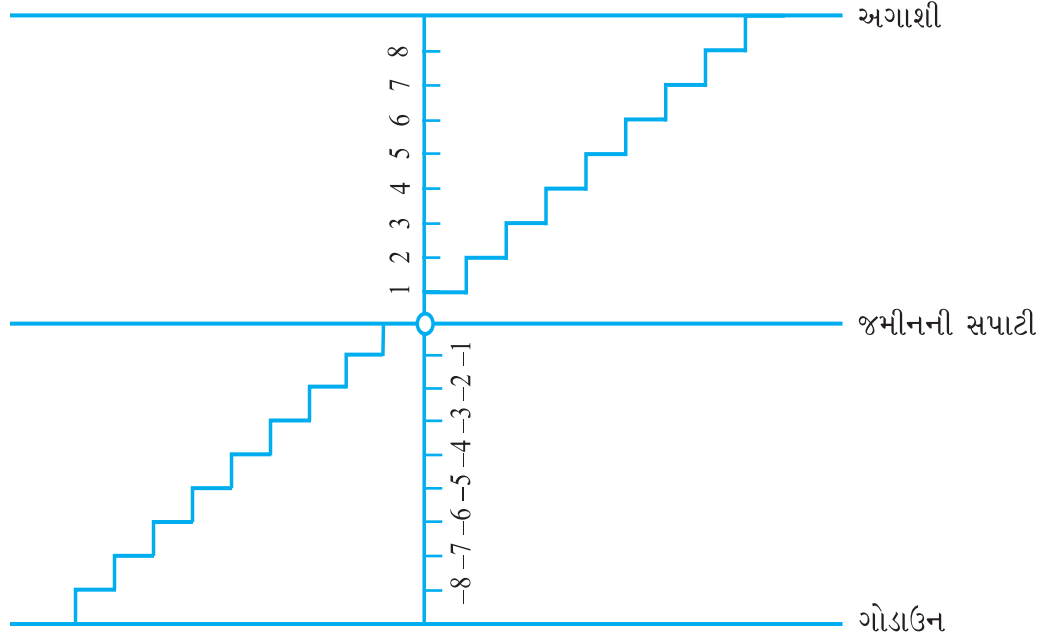
- જો આપણે  $-2$  ની જમણી બાજુ 4 પગલાં ચાલીએ તો આપણને કઈ સંખ્યા મળશે ?
- જો આપણે 1 ની ડાબી બાજુ 5 પગલાં ચાલીએ તો આપણને કઈ સંખ્યા મળશે ?
- જો આપણે સંખ્યારેખા પર  $-8$  પર હોઈએ, તો  $-13$  પર પહોંચવા માટે કઈ દિશામાં ચાલવું પડશે ?
- જો આપણે સંખ્યારેખા પર  $-6$  પર હોઈએ, તો  $-1$  પર પહોંચવા માટે કઈ દિશામાં ચાલવું પડશે ?

### 6.3 પૂર્ણાંકોનો સરવાળો (Addition of Integers)

આ કરો :

(ઉપર-નીચે જવું)

મોહનના ઘરમાં અગાશી ઉપર સુધી જવા માટે અને ગોડાઉનમાં નીચે જવા માટે સીડી છે. ચાલો, અગાશી સુધી જવા માટેની સીડીના પગથિયાંની સંખ્યાને ધન પૂર્ણાંક તરીકે લઈએ અને નીચે ગોડાઉનમાં જવા માટેની સીડીના પગથિયાંની સંખ્યાને ઋણ પૂર્ણાંક તરીકે લઈએ તથા જમીનની સપાટીને શૂન્ય તરીકે નિરૂપણ કરીએ.



નીચે આપેલા પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો અને તમારા ઉત્તરોને પૂર્ણાંકોમાં રૂપાંતર કરો :

- જમીનની સપાટીથી 6 પગથિયાં ઉપર ચઢો.
- જમીનની સપાટીથી 4 પગથિયાં નીચે ઊતરો.
- જમીનની સપાટીથી 5 પગથિયાં ઉપર ચઢો અને ફરી ત્યાંથી 3 પગથિયાં ઉપર ચઢો.
- જમીનની સપાટીથી 6 પગથિયાં નીચે ઊતરો અને ફરી ત્યાંથી 2 પગથિયાં નીચે ઊતરો.



- (e) જમીનની સપાટીથી 5 પગથિયાં નીચે જાઓ અને પછી ત્યાંથી 12 પગથિયાં ઉપર ચઢો.  
 (f) જમીનની સપાટીથી 8 પગથિયાં નીચે જાઓ અને પછી ત્યાંથી 5 પગથિયાં ઉપર ચઢો.  
 (g) જમીનની સપાટીથી 7 પગથિયાં ઉપર ચઢો અને ત્યાંથી 10 પગથિયાં નીચે ઉતારો.

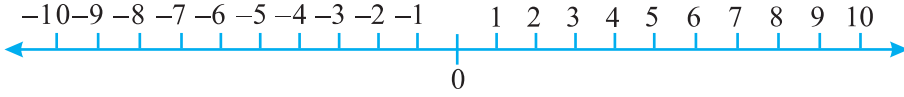
અમીનાએ નીચે બતાવેલ પ્રમાણે લખ્યું :

- (a) +6      (b) -4      (c) (+5) + (+3) = +8      (d) (-6) + (-2) = -4  
 (e) (-5) + (+12) = +7      (f) (-8) + (+5) = -3      (g) (+7) + (-10) = -3

તેણે કેટલીક ભૂલો કરી હતી. શું તમે તેના જવાબ તપાસી શકો છો અને તેને સુધારી શકો છો ?

### પ્રયત્ન કરો.

જમીન પર આડી સંખ્યારેખાનાં રૂપમાં એક આકૃતિ દોરો, જેમ કે નીચે દર્શાવ્યું છે. ઉપર્યુક્ત ઉદાહરણમાં આપેલા પ્રશ્નોની જેમ બીજા પ્રશ્નો બનાવો અને તેને તમારા મિત્રની મદદથી ઉકેલો :



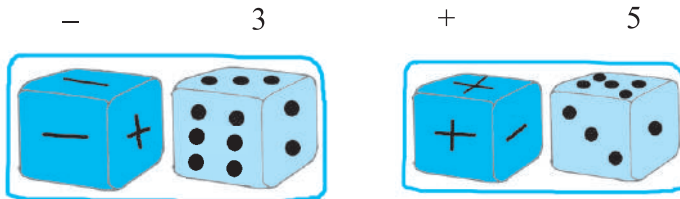
### એક રમત

એક સંખ્યાપટ્ટી (number strip) લો. જેના પર +25 થી -25 સુધીના પૂર્ણાંક લખેલા હોય.



બે પાસાં લો. એમાંથી એક પર 1 થી 6 સુધીની સંખ્યા અંકિત હોય અને બીજા પર ત્રણ ‘+’ ચિહ્ન અને ત્રણ ‘-’ ચિહ્ન અંકિત હોય.

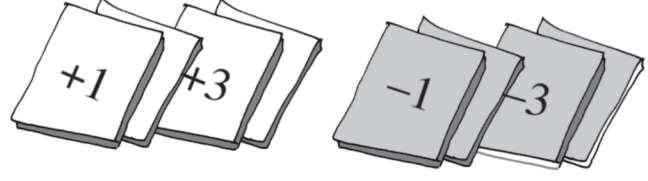
ખેલાડીઓ અલગ-અલગ રંગના બટન (પ્લાસ્ટિકના સિક્કા) સંખ્યાપટ્ટી પર 0 સ્થાન પર મૂકશે. બંને પાસાંને પ્રત્યેક વાર ફેંક્યા પછી ખેલાડી જોશે કે તેણે તે પાસા પર શું પ્રાપ્ત કર્યું. જો પ્રથમ પાસા પર 3



અને બીજા પાસા પર ‘-’ આવે છે, તો તેને ‘-3’ પ્રાપ્ત થાય છે. જો પ્રથમ પાસા (die) 5 દર્શાવે અને બીજા પાસા પર ‘+’ દર્શાવે તો તેને +5 પ્રાપ્ત થાય છે.

જ્યારે કોઈ ખેલાડીને ‘+’ ચિહ્ન પ્રાપ્ત થાય છે તો તે આગળની દિશામાં (+25 તરફ) ખસે છે. અને જ્યારે કોઈ ખેલાડીને ‘-’ ચિહ્ન પ્રાપ્ત છે ત્યારે તે પાછળ (-25 તરફ) ખસે છે.

દરેક ખેલાડી વારાફરતી બંને પાસાને ફેંકશે. જેનું બટન  $-25$ ને સ્પર્શ કરશે તે ખેલાડી રમતમાંથી બહાર નીકળી જશે અને જેનું બટન  $+25$ ને પહેલાં સ્પર્શ કરશે તે ખેલાડી રમત જીતી જશે.



તમે આ જ રમતને 12 કાર્ડ લઈને જેના પર  $+1, +2, +3, +4, +5$  અને  $+6$  અને  $-1, -2, \dots, -6$  અંકિત હોય તેવી રમત રમી શકો. દરેક પ્રયત્નોમાં પાનાં ચીપવામાં આવે છે.

કમલા, રેશમા અને મીનુ આ રમત રમી રહ્યા છે.

કમલાએ સતત ત્રણ પ્રયત્નોમાં  $+3, +2, +6$  પ્રાપ્ત કર્યા. તેણે એનું કાઉન્ટર 11 પર અંકિત કર્યું.

રેશમાએ સતત ત્રણ પ્રયત્નોમાં  $-5, +3, +1$  પ્રાપ્ત કર્યા. તેણે તેનું કાઉન્ટર  $-1$  પર રાખ્યું.

મીનુએ સતત ત્રણ પ્રયત્નોમાં  $+4, -3, -2$  પ્રાપ્ત કર્યા. એનું કાઉન્ટર કયાં સ્થાન પર હશે ?

$-1$  પર અથવા  $+1$  પર ?

### આ કરો :

સફેદ અને કાળા જેવા બે અલગ-અલગ રંગનાં બટન લો. ચાલો, એક સફેદ બટનને  $+1$  થી દર્શાવીએ અને એક કાળા બટનને  $-1$  થી દર્શાવીએ. એક સફેદ બટન ( $+1$ ) અને એક કાળું બટન ( $-1$ )ની જોડી શૂન્ય દર્શાવે છે એટલે કે  $[1 + (-1) = 0]$ .

નીચેના કોષ્ટકમાં પૂર્ણાંકોને રંગીન બટનોની મદદથી દર્શાવવામાં આવ્યા છે :

રંગીન બટનો	પૂર્ણાંકો
	5
	-3
	0

ચાલો, આ રંગીન બટનોની મદદથી પૂર્ણાંકોને જોડીએ.

નીચેના કોષ્ટકને જુઓ અને પૂર્ણ કરો :

	$=$		$(+3) + (+2) = +5$
	$=$		$(-2) + (-1) = -3$
	$=$		.....
	$=$	.....	.....

**પ્રયત્ન કરો.**

નીચેના સરવાળાનો ઉત્તર શોધો :

- (a)  $(-11) + (-12)$
- (b)  $(+10) + (+4)$
- (c)  $(-32) + (-25)$
- (d)  $(+23) + (+40)$

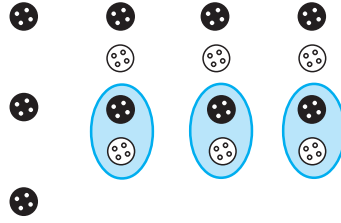
જ્યારે આપણે બે ધન પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ પ્રાપ્ત કરીએ ત્યારે તેને ઉમેરવું. જેમ કે,  $(+3) + (+2) = +5 [= 3 + 2]$ . જ્યારે બે ઋણ પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ પ્રાપ્ત કરીએ ત્યારે તેને ઉમેરવું, પરંતુ ઉત્તરમાં ઋણ  $(-)$  ચિહ્ન લગાવો. જેમ કે,  $(-2) + (-1) = -(2+1) = -3$ .

હવે, આ બટનોની મદદથી એક ધન પૂર્ણાંક અને ઋણ પૂર્ણાંક જોડો અને જોડીમાં બટનને કાઢો એટલે કે સફેદ બટન સાથે કાળું બટન [ત્યાર પછી  $(+1) + (-1) = 0$ ] બાકીનાં બટનોને તપાસો.

(a)  $(-4) + (+3)$

$= (-1) + (-3) + (+3)$

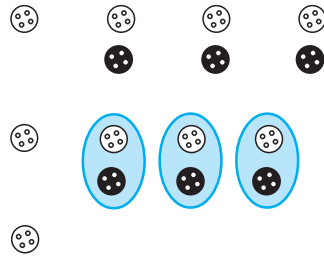
$= (-1) + 0 = -1$



(b)  $(+4) + (-3)$

$= (+1) + (+3) + (-3)$

$= (+1) + 0 = +1$



તમે જોઈ શકો છો કે  $4 - 3$ નો જવાબ 1 અને  $-4 + 3 = -1$  છે.

તેથી જ્યારે તમારી પાસે ધન પૂર્ણાંક અને ઋણ પૂર્ણાંક હોય ત્યારે તમે બાદ કરશો. પરંતુ જે ઉત્તર આવશે તે મોટા પૂર્ણાંકનું ચિહ્ન લેશે. ચિહ્નો અવગણી (ignor)ને નક્કી કરો કે કઈ સંખ્યા મોટી છે.

કેટલાંક ઉદાહરણ તમને મદદ કરશે.

(c)  $(+5) + (-8) = (+5) + (-5) + (-3) = 0 + (-3) = (-3)$

(d)  $(+6) + (-4) = (+2) + (+4) + (-4) = (+2) + 0 = +2$

**પ્રયત્ન કરો.**

નીચેના ઉકેલ શોધો :

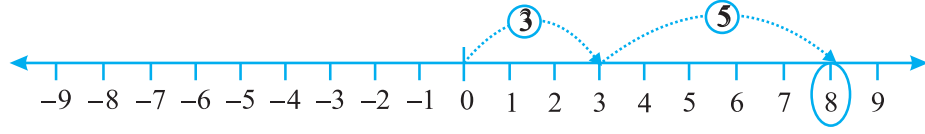
- (a)  $(-7) + (+8)$
- (b)  $(-9) + (+13)$
- (c)  $(+7) + (-10)$
- (d)  $(+12) + (-7)$



**6.3.1 સંખ્યારેખા પર પૂર્ણાંકોનો સરવાળો**

અલગ-અલગ રંગોનાં બટનનો પ્રયોગ કરીને પૂર્ણાંકોનો સરવાળો હંમેશાં સરળ હોતો નથી. શું આપણે સરવાળા માટે સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરી શકીએ ?

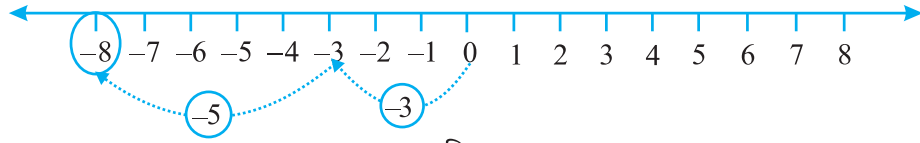
(i) ચાલો, સંખ્યારેખા પર 3 અને 5નો સરવાળો કરીએ.



આકૃતિ 6.4

સંખ્યારેખા પર આપણે પહેલાં 0 થી 3 સુધી પહોંચવા માટે 3 પગલાંઓ જમણી બાજુ ખસીએ છીએ. પછી આપણે 3ની જમણી બાજુએ 5 પગલાંઓ ખસીએ છીએ અને 8 સુધી પહોંચીએ છીએ તેથી આપણે  $3 + 5 = 8$  (આકૃતિ 6.4).

(ii) ચાલો, સંખ્યારેખા પર  $-3$  અને  $-5$ નો સરવાળો કરીએ.



આકૃતિ 6.5

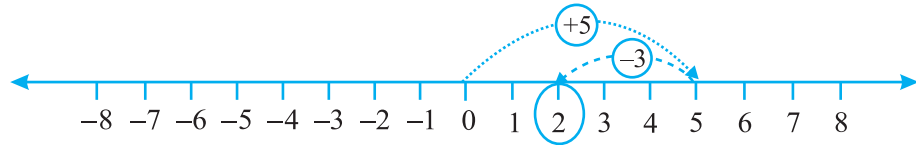
સંખ્યારેખા પર આપણે પહેલાં 0 થી  $-3$  સુધી પહોંચવા માટે 3 પગલાં 0ની ડાબી બાજુએ ખસીએ. પછી આપણે  $-3$  ની ડાબી બાજુએ 5 પગલાંઓ ખસીએ છીએ અને  $-8$  સુધી પહોંચીએ છીએ.

આમ,  $(-3) + (-5) = -8$

આપણે અવલોકન કરીએ છીએ કે જ્યારે આપણે બે ધન પૂર્ણાંક ઊમેરીએ છીએ ત્યારે પરિણામ ધન પૂર્ણાંક છે. જ્યારે આપણે બે ઋણ પૂર્ણાંક ઊમેરીએ છીએ, ત્યારે પરિણામ ઋણ પૂર્ણાંક છે.

(iii) ધારો કે, આપણે સંખ્યારેખા પર 5 અને  $-3$ નો સરવાળો શોધવાના છીએ.

પહેલાં આપણે સંખ્યારેખા પર 0 થી પ્રારંભ કરીને 0ની જમણી બાજુ 5 પગલાં ચાલીને 5 પર પહોંચીએ છીએ અને 5ની ડાબી બાજુ 3 પગલાં ચાલીએ છીએ અને 2 પાસે પહોંચીએ છીએ (આકૃતિ 6.6).

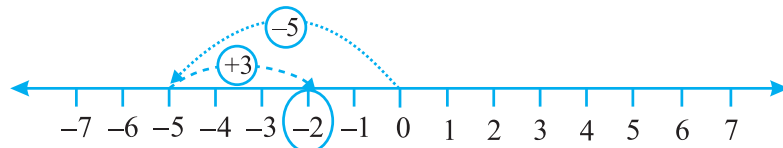


આકૃતિ 6.6

આ પ્રમાણે  $(+5) + (-3) = 2$

(iv) એ જ રીતે ચાલો સંખ્યારેખા પર  $(-5)$  અને  $(+3)$ નો સરવાળો શોધીએ.

આપણે 0 થી શરૂઆત કરીને 0ની ડાબી બાજુએ 5 પગલાં ખસેડીએ છીએ અને  $-5$  પર પહોંચીએ અને ત્યાર બાદ આપણે  $-5$  ની જમણી તરફ 3 પગલાં ખસેડીએ છીએ અને  $-2$  સુધી પહોંચીએ. આમ,  $(-5) + (+3) = (-2)$ .



આકૃતિ 6.7

**પ્રયત્ન કરો.**

- સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરીને નીચેના સરવાળાઓનો ઉકેલ શોધો :  
 (a)  $(-2) + 6$       (b)  $(-6) + 2$   
 આવા, બીજા બે પ્રશ્નો બનાવો અને સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરીને ઉકેલ શોધો.
- સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કર્યા વગર નીચેનાનો ઉકેલ શોધો :  
 (a)  $(+7) + (-11)$   
 (b)  $(-13) + (+10)$   
 (c)  $(-7) + (+9)$   
 (d)  $(+10) + (-5)$   
 આવા પાંચ પ્રશ્નો બનાવી તેમનો ઉકેલ શોધો.

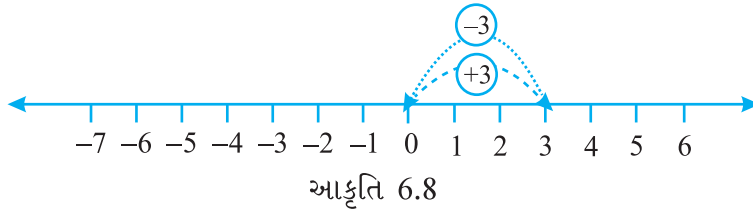
જ્યારે પૂર્ણાંકમાં ધન પૂર્ણાંક ઉમેરવામાં આવે છે ત્યારે પરિણામ આપેલ પૂર્ણાંક કરતાં વધી જશે.

જ્યારે પૂર્ણાંકમાં ઋણ પૂર્ણાંક ઉમેરવામાં આવે છે ત્યારે પરિણામ આપેલ પૂર્ણાંક કરતાં ઓછું થઈ જશે.

ચાલો, આપણે 3 માં  $-3$  ઉમેરીએ. આપણે પહેલા 0 થી  $+3$  સુધી અને પછી  $+3$ થી આપણે 3 બિંદુ ડાબી બાજુએ ખસીએ છીએ.

અંતે આપણે ક્યાં પહોંચીએ છીએ ?

આકૃતિ 6.8 માં  $3 + (-3) = 0$  એ જ રીતે જો આપણે 2 અને  $-2$  ઉમેરીએ તો આપણને શૂન્ય પ્રાપ્ત થશે. 3 અને  $-3$ , 2 અને  $-2$  જેવી

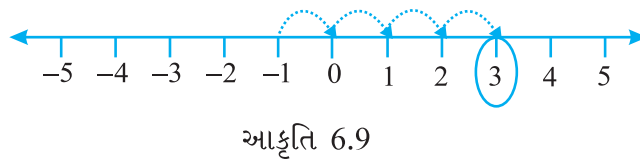


સંખ્યાઓ જ્યારે એકબીજામાં ઉમેરાય છે, ત્યારે રકમનો સરવાળો શૂન્ય આવશે. એવી સંખ્યાને એકબીજાની વિરોધી સંખ્યા (opposite numbers / additive inverse) કહેવામાં આવે છે. 6ની વિરોધી સંખ્યા કઈ છે ?  $-7$  ની વિરોધી સંખ્યા કઈ છે ?

**ઉદાહરણ 3 :** સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરીને પૂર્ણાંક લખો :

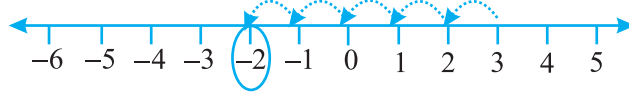
- $-1$  માં 4 ઉમેરતાં
- 3 માંથી 5 બાદ કરતાં

**ઉકેલ :** (a) આપણે પૂર્ણાંક જાણવા માંગીએ છીએ કે જે  $-1$  થી 4 વધારે છે તેથી આપણે  $-1$  થી શરૂ કરીએ. નીચે બતાવ્યા પ્રમાણે  $-1$  થી જમણી બાજુ 4 પગલાં આગળ વધીએ અને 3 સુધી પહોંચીએ છીએ :



તેથી,  $-1$  થી 4 વધુ એટલે 3 (આકૃતિ 6.9).

- (b) આપણે ત્રણમાંથી 5 બાદ કરતાં મળતા પૂર્ણાંક મેળવવા ઇચ્છીએ છીએ તેથી સંખ્યારેખા પર 3 થી શરૂ કરી 5 પગલાં ડાબી બાજુએ ખસતાં (-2) મળે છે.



આકૃતિ 6.10

તેથી 3 કરતાં 5 ઓછા એ પૂર્ણાંક (-2) છે. (આકૃતિ 6.10)

**ઉદાહરણ 4 :**  $(-9) + (+4) + (-6) + (+3)$  શોધો :

**ઉકેલ :** આપણે સંખ્યા ફરીથી ગોઠવીએ જેથી કરીને ધન પૂર્ણાંક અને ઋણ પૂર્ણાંકને એકસાથે જૂથબદ્ધ કરવામાં આવે. આપણી પાસે

$$\begin{aligned} & (-9) + (+4) + (-6) + (+3) \\ & = (-9) + (-6) + (+4) + (+3) = (-15) + (+7) = -8 \end{aligned}$$

**ઉદાહરણ 5 :**  $(30) + (-23) + (-63) + (+55)$  નું મૂલ્ય (value) શોધો :

**ઉકેલ :**

$$\begin{aligned} & (30) + (+55) + (-23) + (-63) \\ & = 85 + (-86) \\ & = -1 \end{aligned}$$

**ઉદાહરણ 6 :**  $(-10)$ ,  $(92)$ ,  $(84)$  અને  $(-15)$ નો સરવાળો શોધો :

**ઉકેલ :**

$$\begin{aligned} & = (-10) + (92) + (84) + (-15) \\ & = (-10) + (-15) + 92 + 84 \\ & = (-25) + 176 \\ & = 151 \end{aligned}$$



## સ્વાધ્યાય 6.2

- સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરીને પૂર્ણાંક લખો :
 

(a) 5 માં 3 ઉમેરતાં	(c) 2 માંથી 6 બાદ કરતાં
(b) $(-5)$ માં 5 ઉમેરતાં	(d) $-2$ માંથી 3 બાદ કરતાં
- સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરી અને નીચેના પૂર્ણાંકોનો સરવાળો કરો .
 

(a) $9 + (-6)$	(c) $(-1) + (-7)$	(e) $(-1) + (-2) + (-3)$
(b) $5 + (-11)$	(d) $(-5) + 10$	(f) $(-2) + 8 + (-4)$
- સંખ્યારેખાના ઉપયોગ વગર સરવાળો કરો :
 

(a) $11 + (-7)$	(b) $(-13) + (+18)$
(c) $(-10) + (+19)$	(d) $(-250) + (+150)$
(e) $(-380) + (-270)$	(f) $(-217) + (-100)$
- સરવાળો શોધો :
 

(a) 137 અને $-354$	(b) $-52$ અને 52
(c) $-312$ , 39 અને 192	(d) $-50$ , $-200$ અને 300
- સરવાળો શોધો :
 

(a) $(-7) + (-9) + 4 + 16$	(b) $(37) + (-2) + (-65) + (-8)$
----------------------------	----------------------------------



## 6.4 સંખ્યારેખાની મદદથી પૂર્ણાંકોની બાદબાકી

### (Subtraction of Integers with the Help of a Number Line)

આપણે સંખ્યારેખા પર ધન પૂર્ણાંક ઉમેર્યા છે. ઉદાહરણ તરીકે  $6 + 2$  પર વિચાર કરો. આપણે 6 થી શરૂ કરીએ છીએ અને જમણી બાજુએ 2 પગલાં જઈએ. આપણે 8 સુધી પહોંચીએ છીએ. તેથી,  $6 + 2 = 8$  (આકૃતિ 6.11)



આકૃતિ 6.11

આપણે જોયું કે સંખ્યારેખા પર 6 માં  $-2$  ઉમેરવા માટે આપણે 6 થી શરૂ કરી શકીએ અને પછી 6ની ડાબી બાજુએ 2 પગલાં ખસેડીએ. આપણે 4 સુધી પહોંચીએ. તેથી, આપણી પાસે  $6 + (-2) = 4$  (આકૃતિ 6.12)



આકૃતિ 6.12

આ રીતે આપણે શોધ્યું કે, ધન પૂર્ણાંક ઉમેરવા માટે આપણે સંખ્યારેખા પર જમણી તરફ વધીએ છીએ અને ઋણ પૂર્ણાંક ઉમેરવા માટે આપણે ડાબી તરફ આગળ વધીએ છીએ. આપણે એ પણ જોયું છે કે પૂર્ણ સંખ્યા માટે સંખ્યારેખા ઉપયોગ કરતી વખતે 6માંથી 2 બાદ કરતાં આપણે ડાબી બાજુ તરફ જઈશું. (આકૃતિ 6.13)



આકૃતિ 6.13

એટલે કે  $6 - 2 = 4$

આપણે  $6 - (-2)$  માટે શું કરીશું?

આપણે સંખ્યારેખા પર ડાબી બાજુ જઈશું કે જમણી બાજુ ?

જો આપણે ડાબી તરફ જઈએ તો આપણે 4 પર પહોંચીએ.

પછી આપણે કહેવું પડશે કે  $6 - (-2) = 4$  જે ખોટું છે. કારણ કે આપણે જાણીએ છીએ કે  $6 - 2 = 4$  તેથી  $6 - 2 \neq 6 - (-2)$

તેથી આપણે જમણી તરફ આગળ વધવું પડશે. (આકૃતિ 6.14)



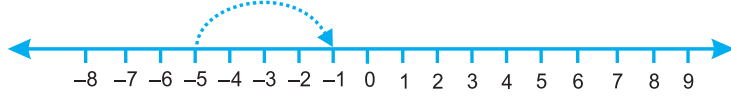
આકૃતિ 6.14

એટલે કે,  $6 - (-2) = 8$

એનો અર્થ એ પણ છે કે જ્યારે આપણે એક ઋણ પૂર્ણાંક બાદ કરીએ છીએ ત્યારે આપણને મોટો પૂર્ણાંક મળે છે. બીજી રીતે ધ્યાનમાં રાખો કે  $(-2)$  ની વિરોધી સંખ્યા 2 છે. તેથી અહીં 6માં  $(-2)$ ની વિરોધી સંખ્યા ઉમેરો કે 6માંથી  $(-2)$  બાદ કરો, બંને સરખું આવે છે.

આપણે  $6 - (-2) = 6 + 2$  લખીશું.

ચાલો, હવે સંખ્યારેખાની મદદથી  $-5 - (-4)$  ની કિંમત શોધીશું. આપણે કહી શકીએ કે આ  $-5 + (4)$  જેવું જ છે, કારણ કે  $-4$ ની વિરોધી સંખ્યા 4 છે. આપણે સંખ્યારેખા પર  $-5$  થી શરૂ કરી જમણી બાજુ 4 પગલાં ખસીએ. (આકૃતિ 6.15)



આકૃતિ 6.15

આપણે  $-1$  પર પહોંચીએ.

એટલે કે  $-5 + 4 = -1$ . આમ,  $-5 - (-4) = -1$

**ઉદાહરણ 7 :** સંખ્યારેખાની મદદથી  $-8 - (-10)$  ની કિંમત શોધો :

**ઉકેલ :**  $-8 - (-10) = -8 + 10$  કારણ કે,  $-10$  ની વિરોધી સંખ્યા 10 છે.

સંખ્યારેખા પર  $-8$  થી આપણે 10 પગલાં જમણી તરફ જઈશું. (આકૃતિ 6.16)



આકૃતિ 6.16

આપણે 2 સુધી પહોંચીએ છીએ.

આમ,  $-8 - (-10) = 2$

આ પ્રમાણે એક પૂર્ણાંકમાંથી બીજા પૂર્ણાંકની બાદબાકી કરવા તે પૂર્ણાંકની વિરોધી સંખ્યાને ઉમેરવી.

**ઉદાહરણ 8 :**  $-10$  માંથી  $-4$  બાદ કરો :

**ઉકેલ :**  $(-10) - (-4)$   
 $= (-10) + 4$  ( $-4$  ની વિરોધી સંખ્યા)  
 $= (-10) + 4 = -6$

**ઉદાહરણ 9 :**  $-3$  માંથી  $+3$  બાદ કરો :

**ઉકેલ :**  $(-3) - (+3)$   
 $= (-3) + (3$ ની વિરોધી સંખ્યા)  
 $= (-3) + (-3) = -6$



**સ્વાધ્યાય 6.3**

1. શોધો :

- |                    |                  |                     |
|--------------------|------------------|---------------------|
| (a) $35 - (20)$    | (b) $72 - (90)$  | (c) $(-15) - (-18)$ |
| (d) $(-20) - (13)$ | (e) $23 - (-12)$ | (f) $(-32) - (-40)$ |

2.  $>$ ,  $<$  અથવા  $=$  ચિહ્ન વડે ખાલી જગ્યા પૂરો :
  - (a)  $(-3) + (-6)$  \_\_\_\_\_  $(-3) - (-6)$
  - (b)  $(-21) - (-10)$  \_\_\_\_\_  $(-31) + (-11)$
  - (c)  $45 - (-11)$  \_\_\_\_\_  $57 + (-4)$
  - (d)  $(-25) - (-42)$  \_\_\_\_\_  $(-42) - (-25)$
3. ખાલી જગ્યા પૂરો :
  - (a)  $(-8) +$  \_\_\_\_\_  $= 0$     (b)  $13 +$  \_\_\_\_\_  $= 0$     (c)  $12 + (-12) +$  \_\_\_\_\_  $= 0$
  - (d)  $(-4) +$  \_\_\_\_\_  $= -12$     (e) \_\_\_\_\_  $- 15 = -10$
4. શોધો :
  - (a)  $(-7) - 8 - (-25)$                       (c)  $(-7) + (-8) + (-90)$
  - (b)  $(-13) + 32 - 8 - 1$                       (d)  $50 - (-40) - (-2)$

### આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. આપણે જોયું કે ઋણ ચિહ્નોવાળી સંખ્યાઓની આપણને જરૂર પડતી હોય છે. આ ત્યારે થાય છે કે જ્યારે આપણે સંખ્યારેખા પર શૂન્યની નીચે જઈએ છીએ. આને ઋણ સંખ્યા કહેવામાં આવે છે. તેમના ઉપયોગનાં કેટલાંક ઉદાહરણો જેમ કે તાપમાનનાં માપ, તળાવ તથા નદીમાં પાણીનું સ્તર, ટેન્કમાં તેલનું સ્તર વગેરે હોઈ શકે છે. તેઓનો ઉપયોગ ઉધાર-ખાતુ (debit account) અથવા બાકી લેણાં (dues) ને દર્શાવવા માટે થાય છે.
2. સંખ્યાઓના સમૂહ...  $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$  ને પૂર્ણાંક સંખ્યાઓનો સમૂહ કહે છે. તેથી  $-1, -2, -3, -4, \dots$  ઋણ સંખ્યાઓને આપણે ઋણ પૂર્ણાંક કહીશું.  $1, 2, 3, 4, \dots$  ધન સંખ્યાઓને ધન પૂર્ણાંક કહીશું.
3. આપણે જોયું છે કે આપેલ સંખ્યા કરતા 1 વધુ લેવાથી તેની અનુગામી સંખ્યા (successor) મળે અને આપેલ સંખ્યા કરતા 1 ઓછી લેવાથી તેની પુરોગામી (predecessor) મળે છે.
4. આપણે અવલોકનમાં જોયું કે,
  - (a) જ્યારે બે સમાન ચિહ્ન હોય ત્યારે તેમનો સરવાળો કરી તે જ ચિહ્ન મૂકો.
    1. જ્યારે બે ધન પૂર્ણાંક ઉમેરવામાં આવે છે ત્યારે આપણને ધન પૂર્ણાંક મળે છે.  
[દા.ત.,  $(+3) + (+2) = (+5)$ ]
    2. જ્યારે બે ઋણ પૂર્ણાંક ઉમેરવામાં આવે છે ત્યારે આપણને ઋણ પૂર્ણાંક મળે છે.  
[દા.ત.,  $(-2) + (-1) = -3$ ]
  - (b) જ્યારે એક ધન પૂર્ણાંકમાં એક ઋણ પૂર્ણાંક ઉમેરવામાં આવે ત્યારે ચિહ્નોને ધ્યાનમાં લીધા વગર તેમની બાદબાકી થાય છે અને મળતા પૂર્ણાંકને મોટી સંખ્યાનું ચિહ્ન મુકાય છે. પૂર્ણાંકનાં ચિહ્નને ધ્યાનમાં લીધા સિવાય મોટો પૂર્ણાંક નક્કી કરવામાં આવે છે.  
[દા.ત.,  $(+4) + (-3) = +1$  અને  $(-4) + (+3) = -1$ ]
  - (c) પૂર્ણાંકની બાદબાકી તેની વિરોધી સંખ્યાના સરવાળા જેટલી છે.
5. આપણે જોયું કે કેવી રીતે પૂર્ણાંકોનો સરવાળો અને બાદબાકી સંખ્યારેખા પર દર્શાવી શકાય.