

1

ગણિતમાં પૅટર્ન

I6F1C2

1.1 ગણિત શું છે ?

ગણિત એ આપણી આસપાસ રહેલ પૅટર્નને ઓળખવામાં અને તે પૅટર્ન કેવી રીતે રચાઈ છે, તેની સમજૂતી આપે છે.

આપણી આસપાસ બધી જગ્યાએ પૅટર્ન જોવા મળે છે. આપણા ઘર, શાળા, પ્રકૃતિ તેમજ સૂર્ય, ચંદ્ર અને તારાઓની ગતિમાં પૅટર્ન રહેલી છે. આપણે જે કંઈ જોઈએ છીએ કે પ્રવૃત્તિ કરીએ છીએ તે બધામાં પૅટર્ન રહેલી છે. જેમકે ખરીદી કરવી કે રસોઈ બનાવવી, દડો ફેંકવો કે રમત રમવી એ બધામાં પૅટર્ન રહેલી છે. હવામાનની પૅટર્નને સમજવામાં અને ટેક્નોલૉજીનો ઉપયોગ કરવામાં પણ પૅટર્ન મહત્ત્વની છે.

પૅટર્ન ઓળખવી, સમજવી અને રચવી એ એક આનંદદાયી અને સર્જનાત્મક પ્રવૃત્તિ બની શકે છે. આ જ કારણથી ગણિતશાસ્ત્રીઓ ગણિતને કલા અને વિજ્ઞાન એમ બંને રૂપમાં વિચારે છે. આ પ્રકરણમાં તમને ગાણિતીક પૅટર્નમાં રહેલ સર્જનાત્મકતા અને કલાત્મકતા જોવાની તક મળશે.

ગણિતનો ઉદ્દેશ માત્ર કઈ પૅટર્ન અસ્તિત્વમાં છે તે શોધવાનો નથી, પરંતુ તે શા માટે અસ્તિત્વમાં છે તેની સમજૂતી આપવાનો પણ છે. જે પૅટર્ન કોઈ એક ક્ષેત્રમાં જોવા મળી હોય તે જ પૅટર્નનો ઉપયોગ અન્ય ક્ષેત્ર (field)માં સારી રીતે થતો જોવા મળે છે, જે પછી માનવજાતને પ્રગતિ કરવા મદદ કરે છે.

ઉદાહરણ તરીકે, તારાઓ, ગ્રહો અને તેમના ઉપગ્રહોની ગતિની પૅટર્નને સમજવાથી માનવજાતિને ગુરુત્વાકર્ષણનો સિદ્ધાંત વિકસાવવામાં મદદ મળી, જેનાથી આપણે આપણા પોતાના ઉપગ્રહોને પ્રક્ષેપિત (લૉન્ચ-Launch) કરી શકીએ છીએ તથા ચંદ્ર અને મંગળ પર રોકેટ મોકલી શકીએ છીએ; તે જ રીતે, જનીનની પૅટર્નને સમજવાથી રોગોનું નિદાન અને ઉપચાર કરવામાં મદદ મળી છે – આવાં અન્ય હજારો ઉદાહરણો છે.

વિચારો અને શોધો

ગાણિતિક ચર્ચા

1. શું તમે એવાં અન્ય ઉદાહરણો વિશે વિચારી શકો કે, જ્યાં ગણિત આપણને આપણા રોજિંદા જીવનમાં મદદ કરે?
2. ગણિતે માનવજાતિને આગળ વધવામાં કેવી રીતે મદદ કરી છે? (તમે આ સંબંધિત ઉદાહરણો વિચારી શકો છો. જેવાં કે; વૈજ્ઞાનિક પ્રયોગો કરવા; આપણી અર્થવ્યવસ્થા અને લોકશાહી ચલાવવી; પુલ, મકાનો અથવા અન્ય જટિલ માળખાંના બાંધકામ કરવાં; ટી.વી., મોબાઇલ ફોન, કમ્પ્યૂટર, સાઇકલ, ટ્રેન, કાર, વિમાન, કૅલેન્ડર, ઘડિયાળ વગેરે બનાવવાં.)

1.2 સંખ્યાઓમાં પૅટર્ન (Patterns in Numbers)

ગણિતમાં જોવા મળતી પૂર્ણ સંખ્યાઓની પૅટર્ન એ સૌથી મૂળભૂત પૅટર્ન પૈકીની એક **સંખ્યાઓની પૅટર્ન** છે.

0, 1, 2, 3, 4, ...

ગણિતની જે શાખા પૂર્ણ સંખ્યાઓની પૅટર્નનો અભ્યાસ કરે છે, તેને **સંખ્યા સિદ્ધાંત (number theory)** કહેવામાં આવે છે.

સંખ્યા શ્રેણીઓ (number sequences) એ ગણિતશાસ્ત્રીઓ દ્વારા અભ્યાસ કરવામાં આવતી પૅટર્નના સૌથી મૂળભૂત અને રસપ્રદ પ્રકારો પૈકીની એક છે.

કોષ્ટક 1 એ કેટલીક ચાવીરૂપ સંખ્યા શ્રેણીઓ દર્શાવે છે, જેનો અભ્યાસ ગણિતમાં થાય છે.

કોષ્ટક 1 : સંખ્યા શ્રેણીના ઉદાહરણો

1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, ...	(બધા જ 1)
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...	(ગણતરીની સંખ્યાઓ – Counting numbers)
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...	[એકી (અયુગ્મ - Odd) સંખ્યાઓ)]
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...	[બેકી (યુગ્મ - Even) સંખ્યાઓ)]
1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ...	(ત્રિકોણીય સંખ્યાઓ – Triangular numbers)
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...	(ચોરસ સંખ્યાઓ – Square numbers)
1, 8, 27, 64, 125, 216, ...	(ઘન સંખ્યાઓ – Cube numbers)
1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...	(વિરહંક સંખ્યાઓ – Virahānka numbers)
1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...	(2ની ઘાત – Powers of 2)
1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, ...	(3ની ઘાત – Power of 3)

વિચારો અને શોધો

ગાણિતિક ચર્ચા

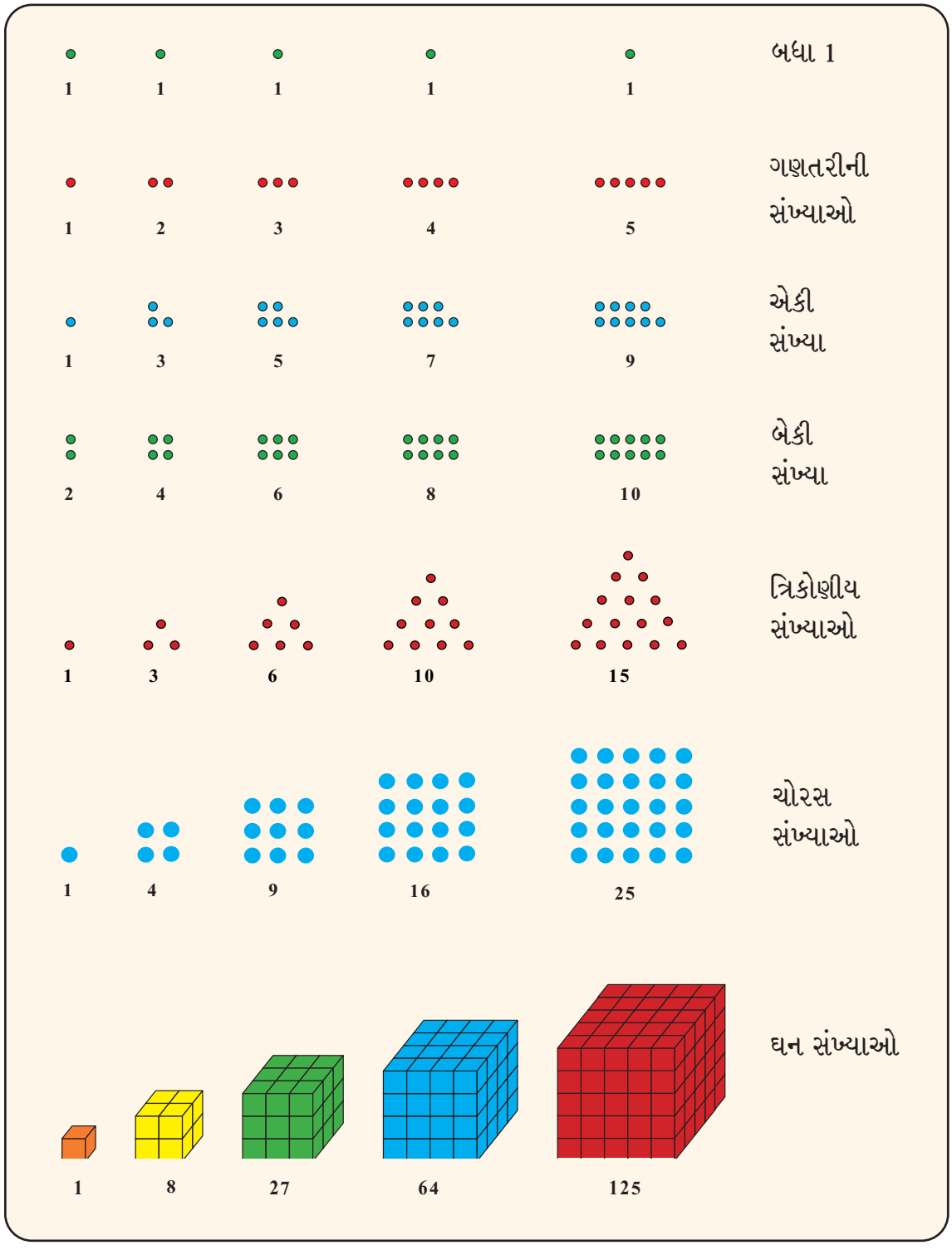
1. શું તમે કોષ્ટક 1ની દરેક શ્રેણીમાં પૅટર્ન ઓળખી શકો છો?
2. તમારી નોટબુકમાં કોષ્ટક 1ની દરેક શ્રેણીને, તે શ્રેણીમાં આવતી પછીની ત્રણ સંખ્યાઓની સાથે ફરીથી લખો. દરેક શ્રેણી પછી, તમારા પોતાના શબ્દોમાં લખો કે શ્રેણીમાં સંખ્યાઓ બનાવવા માટેનો નિયમ શું છે.

1.3 સંખ્યા શ્રેણીઓની ચિત્રાત્મક રજૂઆત (Visualising Number Sequences)

ઘણી સંખ્યા શ્રેણીઓને ચિત્રોનો ઉપયોગ કરીને દૃશ્યમાન કરી શકાય છે. ચિત્રો અથવા આકૃતિઓ દ્વારા ગાણિતિક વસ્તુઓનું દૃશ્યાંકન એ ગાણિતિક પૅટર્ન અને સંકલ્પનાઓને સમજવા માટે ખૂબ જ ફાયદાકારક માર્ગ હોઈ શકે છે.

ચાલો, આપણે કોષ્ટક 1ની પ્રથમ સાત શ્રેણીઓને નીચેનાં ચિત્રોનો ઉપયોગ કરીને રજૂ કરીએ.

કોષ્ટક 2: કેટલીક સંખ્યા શ્રેણીઓની ચિત્રાત્મક રજૂઆત

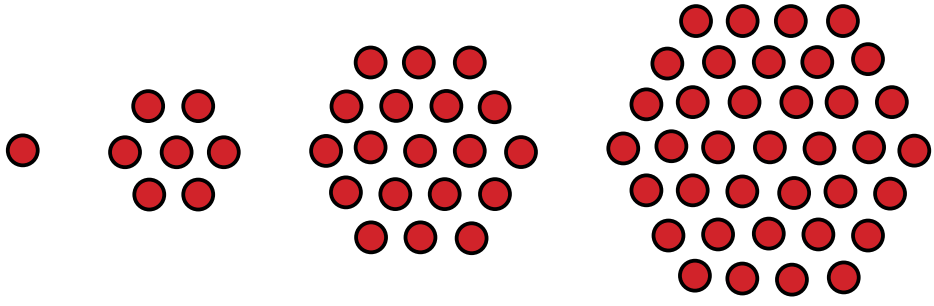


વિચારો અને શોધો

ગાણિતિક ચર્ચા

1. તમારી નોટબુકમાં કોષ્ટક 2ની સંખ્યા શ્રેણીઓની ચિત્રાત્મક રજૂઆતોની નકલ કરો અને દરેક શ્રેણી માટે તે પછીનું ચિત્રો દોરો!
2. 1, 3, 6, 10, 15, ... ને **ત્રિકોણીય સંખ્યાઓ** શા માટે કહેવામાં આવે છે? 1, 4, 9, 16, 25, ... ને ચોરસ (વર્ગ) સંખ્યાઓ અથવા **વર્ગો (squares)** શા માટે કહેવામાં આવે છે? 1, 8, 27, 64, 125, ... ને **ઘન સંખ્યાઓ** શા માટે કહેવામાં આવે છે?
3. તમે નોંધ્યું હશે કે 36 એ ત્રિકોણીય સંખ્યા અને વર્ગસંખ્યા (square numbers) બંને છે! એટલે કે, 36 ટપકાંને ત્રિકોણ (triangle) અને ચોરસ (square) બંનેમાં સંપૂર્ણ રીતે ગોઠવી શકાય છે. તમારી નોટબુકમાં આને દર્શાવતાં ચિત્રો બનાવો!

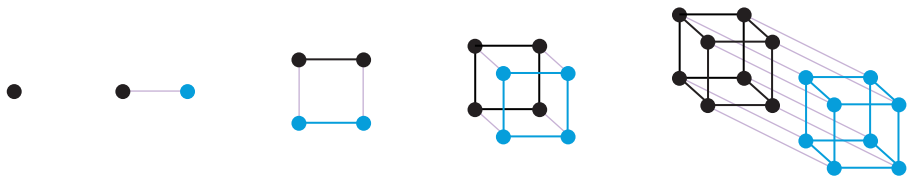
   આ દર્શાવે છે કે, એક જ સંખ્યાને જુદી જુદી રીતે રજૂ કરી શકાય છે, અને સંદર્ભના આધારે તે જુદી જુદી ભૂમિકાઓ ભજવી શકે છે. કેટલીક અન્ય સંખ્યાઓને જુદી જુદી ચિત્રાત્મક રીતે રજૂ કરવાનો પ્રયાસ કરો!
4. નીચે આપેલી સંખ્યા શ્રેણીને તમે શું કહેશો?



1 7 19 37

   તે સાચું છે, તેમને ષટ્કોણીય સંખ્યાઓ (hexagonal numbers) કહેવામાં આવે છે! આને તમારી નોટબુકમાં દોરો. શ્રેણીમાં તે પછીની સંખ્યા કઈ છે?
5. શું તમે 2ની ઘાત (power of 2), 3ની ઘાત (power of 3)ની શ્રેણીને ચિત્રાત્મક રજૂઆત કરવા માટે ચિત્રાત્મક રીતો વિશે વિચારી શકો છો?

અહીં 2ની ઘાત વિશે વિચારવાની એક સંભવિત રીત નીચે પ્રમાણે છે :



1.4 સંખ્યા શ્રેણીઓ વચ્ચેના સંબંધો (Relations Among Number Sequences)

કેટલીકવાર, સંખ્યા શ્રેણીઓ એકબીજા સાથે આશ્ચર્યજનક રીતે સંબંધિત હોઈ શકે છે.

ઉદાહરણ: જ્યારે આપણે એકી (Odd) સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવાનું શરૂ કરીએ છીએ ત્યારે શું થાય છે?

$1 = 1$

$1 + 3 = 4$

$1 + 3 + 5 = 9$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$

⋮

આ એક ખરેખર સુંદર પૅટર્ન છે !

આવું કેમ થાય છે? શું તમને લાગે છે કે આવું હંમેશાં થતું રહેશે?

જવાબ એ છે કે પૅટર્ન હંમેશાં થાય છે. પરંતુ શા માટે? અગાઉ જણાવ્યા મુજબ, પૅટર્ન શા માટે બને છે તેનું કારણ એ પૅટર્ન જેટલું જ મહત્ત્વપૂર્ણ અને રોમાંચક છે.

એક ચિત્ર તેને સમજાવી શકે છે.

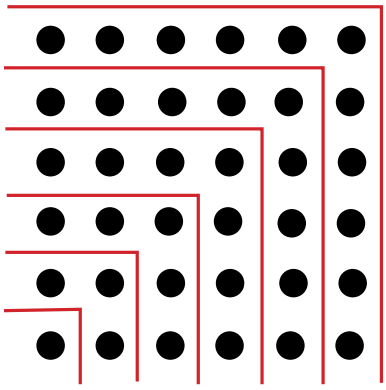
ચિત્રાત્મક રજૂઆત, ઘટનાને સમજાવવામાં મદદ કરી શકે છે. યાદ રાખો કે વર્ગ સંખ્યાઓ ચોરસ ગ્રીડ(જાળી)માં ટપકાંની ગણતરી કરીને બને છે.

આપણે ચોરસ ગ્રીડમાં ટપકાંને એકી સંખ્યાઓ 1, 3, 5, 7,...માં કેવી રીતે વિભાજિત કરી શકીએ ?

ગાણિતિક ચર્ચા

આગળ વાંચતાં પહેલાં થોડીવાર તેના વિશે વિચારો!

તે આ રીતે કરી શકાય છે:



આ ચિત્ર સ્પષ્ટ કરે છે કે,

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36.$$

કારણ કે, આવા ચિત્રને કોઈ પણ વર્ગસંખ્યા માટે બનાવી શકાય છે, આ સમજાવે છે કે શા માટે એકી સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવાથી વર્ગ સંખ્યાઓ મળે છે.

- આવાં જ ચિત્ર દોરીને, તમે કહી શકો છો કે પ્રથમ 10 એકી સંખ્યાઓનો સરવાળો શું છે?
- હવે આવા જ ચિત્રની કલ્પના કરીને, અથવા જરૂરિયાત મુજબ તેને આંશિક રીતે દોરીને, તમે કહી શકો છો કે પ્રથમ 100 એકી સંખ્યાઓનો સરવાળો શું છે?

શ્રેણીઓ વચ્ચેના આવા સંબંધનું બીજું ઉદાહરણ:

ઉપરના અને નીચેના ક્રમમાં ઉમેરવા :

ચાલો, નીચેની પૅટર્નને જોઈએ :

$1 = 1$

$1 + 2 + 1 = 4$

$1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 9$

$1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 16$

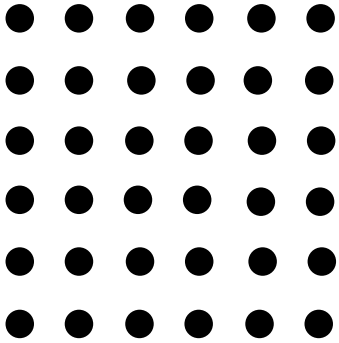
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 25$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$

⋮

આ પૅટર્ન જોતાં એવું લાગે છે કે, ગણતરીની સંખ્યાઓને ઉપર અને પછી નીચેના ક્રમમાં ઉમેરતાં, આ વર્ગ સંખ્યાઓ મેળવવાનો બીજો રસ્તો છે.

શું તમે આવીજ ચિત્રાત્મક સમજૂતી શોધી શકો છો?



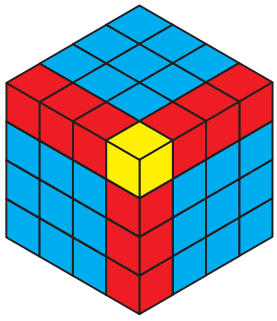
વિચારો અને શોધો

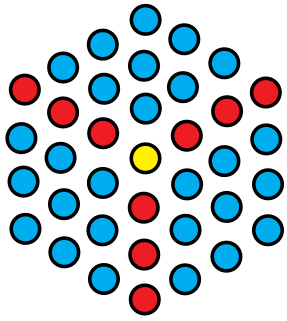
પ્રયત્ન કરો

1. ગણતરીની સંખ્યાઓને 1, 1 + 2 + 1, 1 + 2 + 3 + 2 + 1, ..., પ્રમાણે ઉમેરતાં (ઉપરના અને પછી નીચેના ક્રમમાં ઉમેરવાથી) વર્ગ સંખ્યાઓ મળે છે, તેના માટે શું તમે સમાન ચિત્રાત્મક સમજૂતી શોધી શકો છો?
2. તમારા ચિત્રના મોટા સ્વરૂપની કલ્પના કરીને, અથવા જરૂરિયાત મુજબ તેને આંશિક રીતે દોરીને, તમે જાણી શકો છો કે 1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100 + 99 + ... + 3 + 2 + 1નું મૂલ્ય શું હશે?
3. જ્યારે તમે બધા 1ની શ્રેણીમાં ઉપરના ક્રમમાં ઉમેરવાનું શરૂ કરો છો ત્યારે તમને કઈ શ્રેણી મળે છે? જ્યારે તમે બધા 1ની શ્રેણીને ઉપરના અને પછી નીચેના ક્રમમાં ઉમેરો છો ત્યારે તમને કઈ શ્રેણી મળે છે?
4. જ્યારે તમે ગણતરીની સંખ્યાઓને ઉમેરવાનું શરૂ કરો છો ત્યારે તમને કઈ શ્રેણી મળે છે? શું તમે તેની એક નાની ચિત્રાત્મક સમજૂતી આપી શકો છો?
5. જ્યારે તમે બે ક્રમિક ત્રિકોણીય સંખ્યાઓ (triangular numbers)ની જોડ ઉમેરો છો ત્યારે શું થાય છે? એટલે કે, 1 + 3, 3 + 6, 6 + 10, 10 + 15, ... લો. તમને કઈ શ્રેણી (sequence) મળે છે? શા માટે? શું તમે તેને ચિત્ર સાથે સમજાવી શકો છો?
6. જ્યારે તમે 1થી શરૂ કરીને 2ની ઘાતવાળી સંખ્યા ઉમેરવાનું શરૂ કરો છો, એટલે કે, 1, 1 + 2, 1 + 2 + 4, 1 + 2 + 4 + 8, ... લો ત્યારે શું થાય છે? હવે આ દરેક સંખ્યાઓમાં 1 ઉમેરો, તમને કઈ સંખ્યા મળે છે? આવું કેમ થાય છે?

7. જ્યારે તમે ત્રિકોણીય સંખ્યાઓને 6 વડે ગુણાકાર કરીને 1 ઉમેરો છો ત્યારે શું થાય છે? તમને કઈ શ્રેણી મળે છે? શું તમે તેને ચિત્ર સાથે સમજાવી શકો છો?

8. જ્યારે તમે ષટ્કોણીય સંખ્યાઓ ઉમેરવાનું શરૂ કરો છો, એટલે કે, 1, 1 + 7, 1 + 7 + 19, 1 + 7 + 19 + 37, ... લઈએ ત્યારે શું થાય છે? તમને કઈ શ્રેણી મળે છે? શું તમે તેને સમઘનના ચિત્રનો ઉપયોગ કરીને સમજાવી શકો છો?





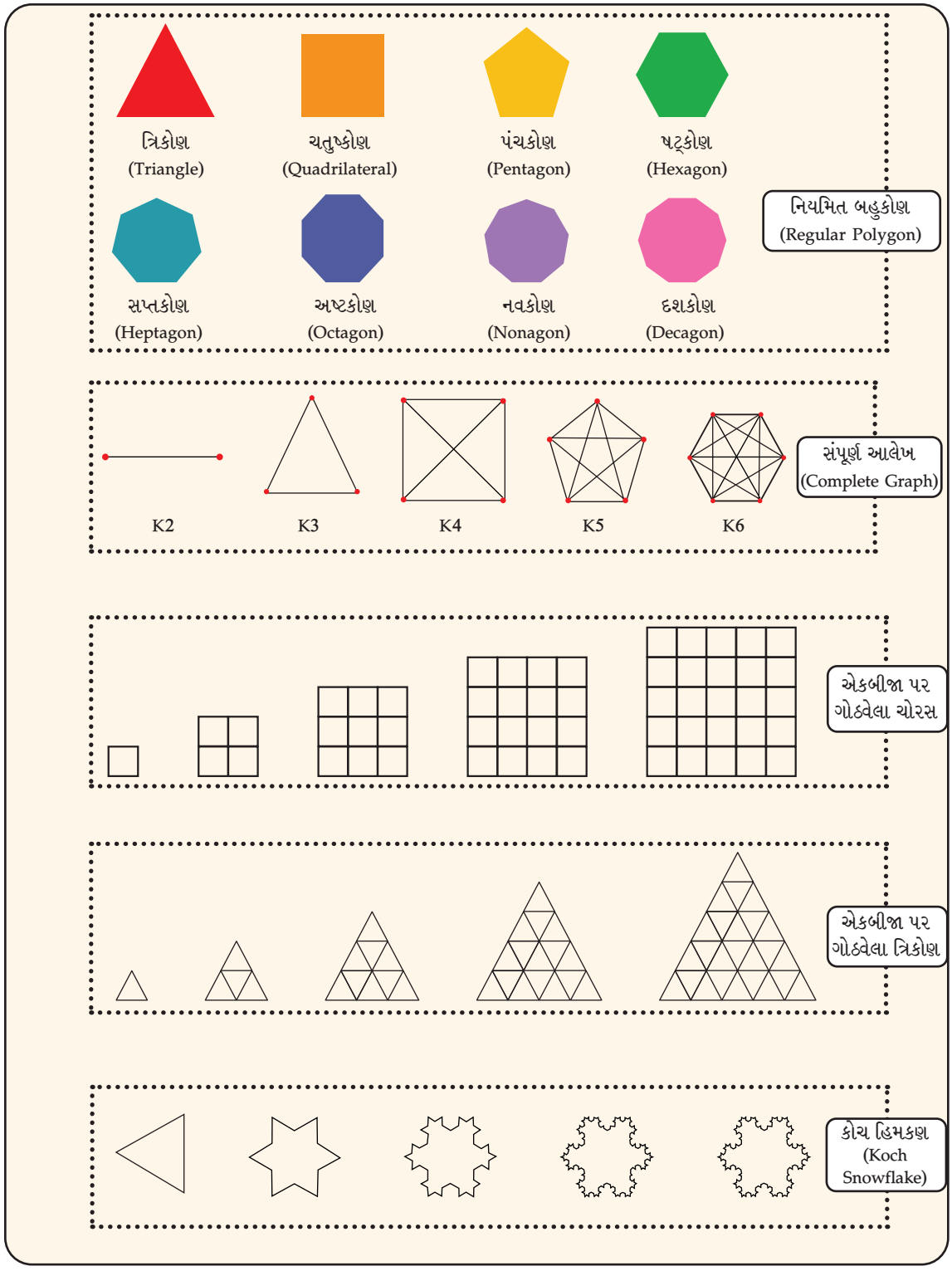
9 . કોષ્ટક 1માં આપેલ શ્રેણીઓ માટે તમારી પોતાની પૅટર્ન અથવા સંબંધો શોધો. તમે ચિત્ર અથવા અન્ય માધ્યમ દ્વારા તે શા માટે બને છે તે સમજાવી શકો છો?

1.5 આકારોમાં પૅટર્ન (Patterns in Shapes)

ગણિતમાં જોવા મળતી અન્ય મહત્ત્વપૂર્ણ અને મૂળભૂત પૅટર્ન એ આકારોની પૅટર્ન છે. આ આકારો એક, બે અથવા ત્રણ પરિમાણો (dimensions)માં (1D, 2D, અથવા 3D) - અથવા તો વધુ પરિમાણોમાં હોઈ શકે છે. ગણિતની જે શાખા આકારોમાં પૅટર્નનો અભ્યાસ કરે છે તેને ભૂમિતિ (geometry) કહેવામાં આવે છે.

આકાર શ્રેણીઓ (shape sequences) એ ગણિતશાસ્ત્રીઓ દ્વારા અભ્યાસ કરાતી આકાર પૅટર્નનો એક મહત્ત્વપૂર્ણ પ્રકાર છે. ગણિતમાં અભ્યાસ કરવામાં આવેલી કેટલીક ચાવીરૂપ આકાર શ્રેણીઓ કોષ્ટક 3માં દર્શાવેલ છે.

કોષ્ટક 3: આકાર શ્રેણીનાં ઉદાહરણો



વિચારો અને શોધો

1. શું તમે કોષ્ટક 3ની દરેક શ્રેણીમાં પૅટર્ન ઓળખી શકો છો?
2. તમારી નોટબુકમાં કોષ્ટક 3ની દરેક શ્રેણીને ફરીથી દોરવાનો પ્રયાસ કરો. શું તમે દરેક શ્રેણીમાં પછીનો આકાર દોરી શકો છો? શા માટે અથવા શા માટે નહીં? દરેક શ્રેણી પછી, તમારા પોતાના શબ્દોમાં વર્ણવો કે શ્રેણીમાં આકારો બનાવવા માટેનો નિયમ અથવા પૅટર્ન શું છે.



1.6 સંખ્યા શ્રેણીઓ સાથે સંબંધ (Relation to Number Sequences)

ઘણીવાર, આકાર શ્રેણીઓ રસપ્રદ રીતે સંખ્યા શ્રેણીઓ સાથે સંબંધિત હોય છે. આવા સંબંધો આકાર શ્રેણી અને સંબંધિત સંખ્યા શ્રેણી બંનેનો અભ્યાસ કરવામાં અને સમજવામાં મદદરૂપ થઈ શકે છે.

ઉદાહરણ : નિયમિત બહુકોણની આકાર શ્રેણીમાં બાજુઓની સંખ્યા 3થી શરૂ થતી ગણતરીની સંખ્યાઓ દ્વારા આપવામાં આવે છે. એટલે કે, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. તેથી જ આ આકારોને અનુક્રમે નિયમિત ત્રિકોણ, ચતુષ્કોણ (એટલે કે, ચોરસ), પંચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ, નવકોણ, દશકોણ વગેરે કહેવામાં આવે છે.

'નિયમિત' શબ્દ એ હકીકતનો ઉલ્લેખ કરે છે કે, આ આકારોમાં સમાન લંબાઈની બાજુઓ (sides) અને સમાન 'ખૂણા' (angles) (એટલે કે, બાજુઓ સરખી દેખાય છે અને ખૂણા પણ સરખા દેખાય છે) હોય છે. આપણે પછીના પ્રકરણમાં ખૂણાઓ વિશે વધુ ઊંડાણપૂર્વક ચર્ચા કરીશું.

કોષ્ટક 3માં અન્ય આકાર શ્રેણીઓ પણ સંખ્યા શ્રેણીઓ સાથે સુંદર સંબંધો ધરાવે છે.

વિચારો અને શોધો

1. નિયમિત બહુકોણની શ્રેણીમાં દરેક આકારમાં બાજુઓની સંખ્યા ગણો. તમને કઈ સંખ્યા શ્રેણી મળે છે? નિયમિત બહુકોણની શ્રેણીમાં દરેક આકારમાં ખૂણાઓની સંખ્યા વિશે શું કહી શકાય? તમને સમાન સંખ્યા શ્રેણી મળે છે? શું તમે સમજાવી શકો છો કે આવું કેમ થાય છે?
2. સંપૂર્ણ આલેખની શ્રેણીમાં દરેક આકારમાં લીટીઓની સંખ્યા ગણો. તમને કઈ સંખ્યા શ્રેણી મળે છે? શું તમે સમજાવી શકો છો કે આવું કેમ થાય છે?



3. એકબીજા પર ગોઠવેલા ચોરસની શ્રેણીના દરેક આકારમાં કેટલા નાના ચોરસ છે? આનાથી કઈ સંખ્યા શ્રેણી મળે છે? શું તમે સમજાવી શકો છો કે આવું કેમ થાય છે?

પ્રયત્ન કરો

4. એકબીજા પર ગોઠવેલા ત્રિકોણની શ્રેણીના દરેક આકારમાં કેટલા નાના ત્રિકોણ છે? આનાથી કઈ સંખ્યા શ્રેણી મળે છે? શું તમે સમજાવી શકો છો કે આવું કેમ થાય છે? (સૂચનઃ શ્રેણીના દરેક આકારમાં, દરેક હરોળમાં કેટલા ત્રિકોણ છે?)

5. કોચ હિમકણ (સ્નોફ્લેક)ની શ્રેણીમાં એક આકારમાંથી બીજા આકારમાં જવા માટે, દરેક રેખાખંડ '—' ને 'ગતિ અવરોધક' (સ્પીડ બમ્પ) _/_ વડે બદલવામાં આવે છે. જેમ જેમ આ વધુ ને વધુ વખત કરવામાં આવે છે, તેમ તેમ ખૂબ જ નાના રેખાખંડો સાથેના ફેરફારો નાના ને નાના થતા જાય છે. કોચ હિમકણના દરેક આકારમાં કુલ કેટલા રેખાખંડ (line segment) છે? અનુરૂપ સંખ્યા શ્રેણી કઈ છે? (જવાબ 3, 12, 48, ... છે, એટલે કે, 4ની ઘાતના 3 ગણા; આ શ્રેણી કોષ્ટક 1માં દર્શાવેલ નથી.)

સારાંશ

- ગણિતને પૅટર્ન અને તે પૅટર્ન શા માટે અસ્તિત્વમાં છે, તેની સમજૂતીની શોધ તરીકે જોઈ શકાય છે.
- ગણિતમાં જોવા મળતી સૌથી મૂળભૂત પૅટર્નમાં **સંખ્યા શ્રેણીઓ** છે.
- સંખ્યા શ્રેણીઓનાં કેટલાંક મહત્ત્વપૂર્ણ ઉદાહરણોમાં ગણતરીની સંખ્યાઓ, એકી સંખ્યાઓ, બેકી સંખ્યાઓ, વર્ગ સંખ્યાઓ, ત્રિકોણીય સંખ્યાઓ, ઘન સંખ્યાઓ, વિરહંક સંખ્યાઓ અને 2ની ઘાતનો સમાવેશ થાય છે.
- કેટલીક વાર સંખ્યા શ્રેણીઓ એકબીજા સાથે સુંદર અને નોંધપાત્ર રીતે સંબંધિત હોઈ શકે છે. ઉદાહરણ તરીકે, 1થી શરૂ થતી એકી સંખ્યાઓની શ્રેણીનો સરવાળો કરવાથી વર્ગ સંખ્યાઓ મળે છે.
- સંખ્યા શ્રેણીઓને ચિત્રોનો ઉપયોગ કરીને દૃશ્યમાન કરવાથી શ્રેણીઓ અને તેમની વચ્ચેના સંબંધોને સમજવામાં મદદ મળી શકે છે.
- આકાર શ્રેણીઓ એ ગણિતમાં પૅટર્નનો બીજો મૂળભૂત પ્રકાર છે. આકાર શ્રેણીઓનાં કેટલાંક મહત્ત્વપૂર્ણ ઉદાહરણોમાં નિયમિત બહુકોણ, સંપૂર્ણ આલેખ, એકબીજા પર ગોઠવેલા ત્રિકોણ અને ચોરસ તથા કોચ હિમકણનો સમાવેશ થાય છે. આકાર શ્રેણીઓ પણ સંખ્યા શ્રેણીઓ સાથે ઘણા રસપ્રદ સંબંધો દર્શાવે છે.