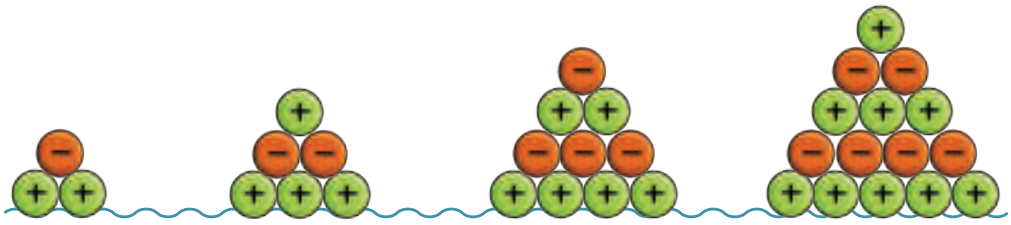
10



શૂન્યની બીજી બાજુ

M2G4X7

પૂર્ણાંકો (Integers)

વધુ અને વધુ સંખ્યાઓ! (More and More Numbers)

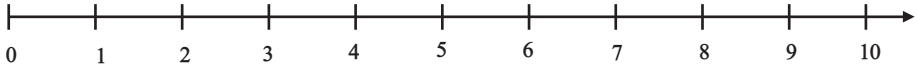
યાદ કરો કે, આપણે ગણિતના અભ્યાસમાં સૌથી પહેલાં જે સંખ્યાઓ વિશે શીખ્યા તે ગણતરીની (પ્રાકૃતિક – Natural numbers) સંખ્યાઓ હતી : 1, 2, 3, 4, ...

પછી આપણે શીખ્યા કે તેનાથી પણ વધુ સંખ્યાઓ છે! ઉદાહરણ તરીકે, શૂન્ય (0) એક સંખ્યા છે, જે 'કશું જ નહીં' દર્શાવે છે અને તે 1 પહેલાં આવે છે. શૂન્ય સંખ્યાનો ઇતિહાસ ભારતમાં અને હવે વિશ્વમાં પણ ખૂબ જ મહત્ત્વનો છે. ઉદાહરણ તરીકે, વિશ્વભરમાં આપણે ભારતીય સંખ્યા પદ્ધતિમાં 0થી 9 અંકોનો ઉપયોગ કરીને સંખ્યાઓ લખવાનું શીખીએ છીએ, જે આપણને આ 10 અંકોનો ઉપયોગ કરીને મોટામાં મોટી કે નાનામાં નાની સંખ્યાઓ લખવાની મંજૂરી આપે છે.

ત્યારબાદ આપણે 0, 1, 2, 3, 4, ... વચ્ચેની વધુ સંખ્યાઓ વિશે શીખ્યા, જેમ કે $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$ અને $\frac{13}{6}$. તેમને અપૂર્ણાંકો કહેવામાં આવે છે.

પરંતુ શું હજુ પણ વધુ સંખ્યાઓ છે? સારું, 0 એ એક વધારાની સંખ્યા છે. જે આપણે અગાઉ જાણતા ન હતા, તે 1 પહેલાં આવે છે અને 1 કરતાં નાની છે. શું કદાચ 0થી પહેલાં અને 0 કરતાં નાની બીજી સંખ્યાઓ હોઈ શકે?

બીજી રીતે કહીએ તો, આપણે સંખ્યારેખા (Number line) જોઈ છે :



જો કે, આ ખરેખર ફક્ત એક સંખ્યા 'કિરણ' (ray) છે, જેને આપણે અગાઉ ભૂમિતિમાં શીખ્યા હતા; આ કિરણ 0થી શરૂ થાય છે અને જમણી બાજુએ અનંત સુધી જાય છે. શું 0ની ડાબી બાજુએ પણ સંખ્યાઓ અસ્તિત્વ ધરાવે છે, જેથી આ સંખ્યાકિરણને ખરેખર સંખ્યારેખામાં પૂર્ણ કરી શકાય?

આપણે આ પ્રકરણમાં તેના વિશે જાણીશું!

શું 0 કરતાં નાની સંખ્યા પણ હોઈ શકે? શું તમે વિચારી શકો છો કે કોઈ વસ્તુ 0 કરતાં ઓછી હોય?

10.1 બેલાનું મનોરંજન ભવન (Bela's Building of Fun)



બાળકો બેલાની આઈસ્ક્રીમ ફેક્ટરી જોવા અને તેના સ્વાદિષ્ટ આઈસ્ક્રીમ ચાખવા માટે ઉમટી પડે છે.

બાળકો માટે તેને વધુ મનોરંજક બનાવવા, બેલાએ એક બહુમાળી ઇમારત ખરીદી અને તેને આકર્ષણોથી ભરી દીધી. તેણે તેનું નામ 'બેલાનું મનોરંજન ભવન' રાખ્યું.

પરંતુ આ કોઈ સામાન્ય ઇમારત ન હતી!

જુઓ કે, આ મનોરંજન ભવનના કેટલાક માળ જમીનની નીચે છે. આ માળ પર તમને કઈ દુકાનો જોવા મળે છે? ભોંયતળિયા (ground floor) પર શું જોવા મળે છે?

ઉપર-નીચે જવા માટે લિફ્ટનો (lift) ઉપયોગ થાય છે. તેમાં બે બટનો છે : '+' ઉપર જવા માટે અને '–' નીચે જવા માટે. શું તમે લિફ્ટ શોધી શકો છો?

'સ્વાગત કક્ષ' (wellcome hall)થી કલાકેન્દ્ર (art centre) જવા માટે, તમારે '+' બટન બે વખત દબાવવું પડશે.

એટલે કે, બટન + + અથવા + 2 દબાવવું પડશે.

બે માળ નીચે જવા માટે, તમારે '–' બટન બે વખત દબાવવું પડશે, જેને આપણે – – અથવા – 2 તરીકે લખીએ છીએ.

તેથી, જો તમે + 1 દબાવો (એટલે કે, જો તમે '+' બટન એક વખત દબાવો), તો તમે એક માળ ઉપર જશો અને જો તમે –1 દબાવો (એટલે કે, જો તમે '–' બટન એક વખત દબાવો), તો તમે એક માળ નીચે જશો.



લિફ્ટ બટન દબાવતા મળતી સંખ્યાઓ :

+ + + ને + 3

- - - - ને - 4 તરીકે લખાય છે.

ચાર માળ ઉપર જવા માટે તમે શું દબાવશો ? ત્રણ માળ નીચે જવા માટે તમે શું દબાવશો ?

મનોરંજન ભવનમાં માળને ક્રમ આપવો (Numbering the floors in the building of fun)

મનોરંજન ભવનનું પ્રવેશદ્વાર ભોંયતળિયે છે અને તેને 'સ્વાગત કક્ષ' કહેવામાં આવે છે. ભોંયતળિયેથી શરૂ કરીને તમે + 1 દબાવીને ભોજન કક્ષ (food court) પર પહોંચી શકો છો અને + 2 દબાવીને કલાકેન્દ્ર (art centre) પર પહોંચી શકો છો. તેથી, આપણે કહી શકીએ કે + 1 માળ પર ભોજન કક્ષ છે અને + 2 માળ પર કલાકેન્દ્ર છે.

ભોંયતળિયેથી શરૂ કરીને, તમારે રમકડાંની દુકાન પર પહોંચવા માટે – 1 દબાવવું પડશે. તેથી, રમકડાની દુકાન (toy shop) – 1 માળ પર છે. એ જ રીતે, ભોંયતળિયેથી શરૂ કરીને, વીડિયો ગેમ્સની (video games) દુકાન પર પહોંચવા માટે – 2 દબાવવું પડશે. તેથી, વીડિયો ગેમ્સની દુકાન – 2 માળ પર છે.

ભોંયતળિયું 0 માળ કહેવાય છે. શું તમે કહી શકો છો કે શા માટે?

મનોરંજન ભવનના બધા માળનો ક્રમ નક્કી કરો.



શું તમે નોંધ્યું કે એ બુક સ્ટોર (book store)ના માળનો ક્રમ + 3 છે, પરંતુ તે, જ્યારે તમે + 3 દબાવો ત્યારે જેટલા માળ ખસો છો તેની સંખ્યા પણ છે. એ જ રીતે – 3 એ માળનો ક્રમ છે, પરંતુ જ્યારે તમે – 3 દબાવો એટલે કે, જ્યારે તમે – – – દબાવો ત્યારે તમે કેટલા માળ નીચે જાઓ છો તે સંખ્યા પણ છે.

'+' ચિહ્ન સાથેની સંખ્યાને **ધન સંખ્યા (positive number)** કહેવામાં આવે છે. '–' ચિહ્ન સાથેની સંખ્યાને **ઋણ સંખ્યા (negative number)** કહેવામાં આવે છે.

મનોરંજન ભવનમાં, માળની સંખ્યા ભોંયતળિયાને 0 માળનો સંદર્ભ અથવા શરૂઆતના બિંદુ તરીકે લઈને નક્કી કરવામાં આવે છે. ભોંયતળિયાની ઉપરના માળના નંબર ધન સંખ્યાઓથી આપવામાં આવે છે. તેમના પર પહોંચવા માટે, ભોંયતળિયાથી '+' બટન કેટલીક વખત (માળની સંખ્યા મુજબ) દબાવવું પડે છે. ભોંયતળિયાની નીચેના માળોને ક્રમ આપવા માટે ઋણ સંખ્યાઓનો ઉપયોગ થાય છે. તેમના પર પહોંચવા માટે, ભોંયતળિયાથી '–' બટન કેટલીક વખત (માળની સંખ્યા મુજબ) દબાવવું પડે છે.

શૂન્ય એ ન તો ધન છે કે ન તો ઋણ સંખ્યા છે. આપણે તેની આગળ '+' કે '–' ચિહ્ન મૂકતાં નથી.

અવરજવરનો હિસાબ રાખવા માટે સરવાળા (Addition to keep track of movement)

ભોજનકક્ષથી શરૂ કરીને લિફ્ટમાં + 2 દબાવો. તમે ક્યાં પહોંચશો?

આપણે તેને એક અભિવ્યક્તિ સ્વરૂપે દર્શાવીશું.

શરૂઆતનો માળ + થયેલી અવરજવર = લક્ષ્ય માળ (target floor)

અહીં શરૂઆતનો માળ, + 1 (ભોજન કક્ષ) છે અને દબાવેલ બટન + 2 છે. તેથી, તમે લક્ષ્ય (પહોંચવાનો) માળ (+ 1) + (+ 2) = + 3 (બુક સ્ટોર) પર પહોંચશો.

વિચારો અને શોધો

1. તમે + 2 માળથી શરૂ કરો અને લિફ્ટમાં – 3 દબાવો. તમે ક્યાં પહોંચશો? આ માટે એક અભિવ્યક્તિ લખો.
2. આ અભિવ્યક્તિઓનું મૂલ્યાંકન કરો (તમે તેને મનોરંજન ભવનનો સંદર્ભ લઈને શરૂઆતનો માળ + થયેલી અવરજવર તરીકે વિચારી શકો છો.)

   a. (+1) + (+4) = _____ b. (+4) + (+1) = _____

   c. (+4) + (−3) = _____ d. (−1) + (+2) = _____

   e. (−1) + (+1) = _____ f. 0 + (+2) = _____

   g. 0 + (−2) = _____
3. વિવિધ માળથી શરૂ કરીને, માળ – 5 પર પહોંચવા માટે જરૂરી અવરજવર શોધો. ઉદાહરણ તરીકે, જો હું માળ + 2થી શરૂ કરું, તો મારે – 7 દબાવવું પડશે. અભિવ્યક્તિ (+2) + (−7) = − 5 થશે.

   માળ −5 પર પહોંચવા માટે આવી વધુ શરૂઆતની સ્થિતિઓ અને જરૂરી અવરજવર શોધો તથા અભિવ્યક્તિઓ લખો.

બટન દબાવવાનું સંયોજન પણ સરવાળા છે. (Combining button presses is also addition)

ગુરમિત રમકડાંની દુકાનમાં હતો અને તે બે માળ નીચે જવા માંગતો હતો. પરંતુ ભૂલથી તેણે '+' બટન બે વખત દબાવ્યું. તેને પોતાની ભૂલ સમજાઈ અને ઝડપથી '–' બટન ત્રણ વખત દબાવ્યું. ગુરમિત રમકડાંની દુકાનથી કેટલા માળ નીચે કે ઉપર પહોંચશે?

ગુરમિત એક માળ નીચે જશે. આપણે બટન દબાવવાના સંયોજનથી થતી અવરજવર એક અભિવ્યક્તિ તરીકે બતાવી શકીએ: (+ 2) + (− 3) = − 1.

વિચારો અને શોધો

આ અભિવ્યક્તિઓનું મૂલ્યાંકન કરો, તેને બટન દબાવવાના સંયોજનથી થતી અવરજવર તરીકે વિચારીને લખો.

a. (+1) + (+4) = _____ b. (+4) + (+1) = _____

c. (+4) + (−3) + (−2) = _____ d. (−1) + (+2) + (−3) = _____

પાછા શૂન્ય પર ! (Back to zero !)

ભોંયતળિયા પર બસંત ખૂબ જ ઉતાવળમાં છે અને ભૂલથી તે +3 દબાવે છે. તે તેને રદ કરવા અને ભોંયતળિયે જ રહેવા માટે હવે તે શું કરશે? તે −3 દબાવીને રદ કરી શકશે. એટલે કે, (+3) + (−3) = 0

આપણે −3 ને +3નો વિરોધી કહીએ છીએ. એ જ રીતે, −3 નો વિરોધી +3 છે.

જો બસંત હવે +4 દબાવે અને પછી −4 દબાવે, તો તે ક્યાં પહોંચશે?

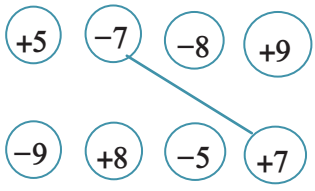
વિરોધીનો ખ્યાલ મેળવવાની બીજી રીત પણ છે. જો તમે +4 માળ પર છો અને તેનો વિરોધી −4 દબાવો તો તમે શૂન્ય, એટલે કે ભોંયતળિયા પર પાછા આવો! જો તમે −2 માળ પર છો અને તેનો વિરોધી +2 દબાવો તો તમે (−2) + (+2) = 0, ફરીથી ભોંયતળિયા પર જશો !



- આ સંખ્યાઓની વિરોધી સંખ્યા લખો :

  +4, −4, −3, 0, +2, −1

- લીટીઓ દોરી વિરોધી સંખ્યાને જોડો.



માળના ઉપયોગ વડે સંખ્યાઓની તુલના

- સૌથી નીચેના માળ પર કોણ છે?

1. જય કલાકેન્દ્રમાં છે. તેથી, તે +2 માળ પર છે.
2. આસિન રમતગમત કેન્દ્રમાં (sport centre) છે. તેથી, તે ___ માળ પર છે.
3. બિન્નુ છબિઘરમાં છે. તેથી, તે ___ માળ પર છે.
4. અમન રમકડાંની દુકાનમાં છે. તેથી, તે ___ માળ પર છે.

+3 માળ એ +4 માળ કરતાં નીચે છે. તેથી, આપણે +3 < +4 (+3 less than +4) લખીએ છીએ. આપણે +4 > +3 (+4 greater than +3) પણ લખી શકીએ.

આપણે −3 < − 4 અથવા −4 < −3 લખી શકીએ?

−4 માળ એ −3 માળ કરતાં નીચે છે. તેથી, −4 < −3. −3 > −4 લખવું પણ સાચું છે.

વિચારો અને શોધો

1. મનોરંજન ભવનનો ઉપયોગ કરીને નીચેની સંખ્યાઓની તુલના કરો અને < અથવા > સાથે ખાનાં ભરો.

   a. −2 ☐ +5 b. −5 ☐ +4 c. −5 ☐ −3

   d. +6 ☐ −6 e. 0 ☐ −4 f. 0 ☐ +4

> ઋણ સંખ્યાઓ દર્શાવતા બધા જ માળ 0 માળ (Floor 0)ની નીચે હોય છે. તેથી, બધી ઋણ સંખ્યાઓ 0 કરતાં નાની છે. ધન સંખ્યાઓ દર્શાવતા બધા જ માળ, 0 માળ (Floor 0)ની ઉપર હોય છે. તેથી, બધી ધન સંખ્યાઓ 0 કરતાં મોટી છે.

2. મનોરંજન ભવનમાં વધુ માળની કલ્પના કરો. સંખ્યાઓની તુલના કરો અને < અથવા > સાથે ખાનાં ભરો

   a. −10 ☐ −12 b. +17 ☐ −10

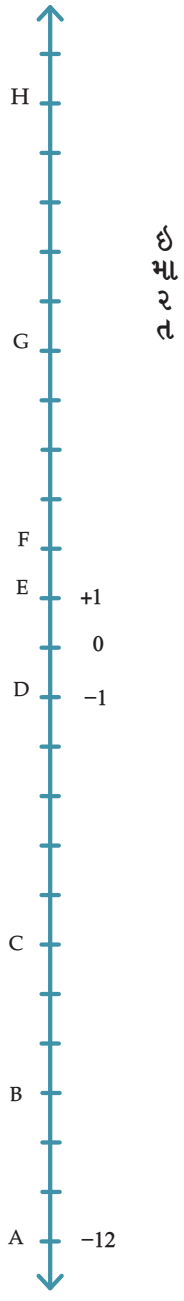
   c. 0 ☐ −20 d. +9 ☐ −9

   e. −25 ☐ −7 f. +15 ☐ −17

3. જો માળ A = −12, માળ D = −1 અને માળ E = +1 હોય, તો જમણી બાજુએ બતાવેલી ઇમારતમાં માળ B, C, F, G, અને H માટેની સંખ્યાઓ શોધો.

4. જમણી બાજુએ બતાવેલી ઇમારતમાં નીચેના માળોને ચિહ્નિત કરો :

   a. −7 b. −4 c. +3 d. −10



કયું બટન દબાવવું તે શોધવા માટે બાદબાકી (Subtraction to find which button to press)

અગાઉનાં ધોરણોમાં, આપણે બાદબાકીનો અર્થ 'દૂર કરવું' તરીકે સમજ્યા હતા. ઉદાહરણ તરીકે, છાજલી પર 10 પુસ્તકો છે. હું 4 પુસ્તકો લઈ લઉં છું. છાજલી પર કેટલાં પુસ્તકો બાકી રહેશે?

આપણે બાદબાકીનો ઉપયોગ કરીને જવાબ શોધી શકીએ છીએ : 10 − 4 = 6 અથવા 'દસમાંથી ચાર લઈ લેવું એટલે છ.'

તમે બાદબાકીના બીજા અર્થથી પણ પરિચિત હોઈ શકો છો, જે સરખામણી અથવા જથ્થાને સમાન બનાવવા સાથે સંબંધિત છે. ઉદાહરણ તરીકે, આ પરિસ્થિતિનો વિચાર કરો : મારી પાસે ₹ 10 છે અને મારી બહેન પાસે ₹ 6 છે.

હવે, હું પ્રશ્ન પૂછી શકું છું : 'મારી પાસે જેટલી રકમ છે, તેટલી જ રકમ મેળવવા માટે મારી બહેનને કેટલા વધુ પૈસા મળવા જોઈએ?'

આપણે આને બે રીતે લખી શકીએ છીએ : $6 + ? = 10$ અથવા $10 - 6 = ?$

અહીં, આપણે 'ઉમેરવા માટે ખૂટતી સંખ્યા શોધવી' અને બાદબાકી વચ્ચેનો સંબંધ જોઈએ છીએ. ધન અને ઋણ સંખ્યાઓની બાદબાકી માટે, આપણે બાદબાકીનો અર્થ 'સરખા બનાવવા' અથવા 'ઉમેરવા માટે ખૂટતી સંખ્યા શોધવી' તરીકે કરીશું.

આ જ પ્રમાણે $15 - 5$, $100 - 10$ અને $74 - 34$નું મુલ્ય શોધો.

શિક્ષક માટે

સામાન્ય રીતે જ્યારે બે અસમાન જથ્થા હોય છે, ત્યારે જથ્થાને સમાન બનાવવા માટે, બાદબાકી જરૂરી ફેરફાર સૂચવી શકે છે. બાદબાકી દર્શાવે છે કે, લક્ષ્ય જથ્થો બનવા માટે પ્રારંભિક જથ્થામાં કેટલો ફેરફાર થવો જોઈએ. જુદા જુદા માળના સંદર્ભમાં પ્રારંભિક માળથી લક્ષ્ય માળ સુધી પહોંચવા માટે કયા ફેરફારની જરૂર છે?

ધ્યાન આપો કે, જરૂરી ફેરફાર ધન (વધારા માટે) અથવા ઋણ (ઘટાડા માટે) હોઈ શકે છે.

તમારો પ્રારંભિક માળ કલાકેન્દ્ર છે અને તમારો લક્ષ્ય માળ રમતગમત કેન્દ્ર છે. તમારે કયું બટન દબાવવું જોઈએ? તમારે ત્રણ માળ ઉપર જવું પડશે, તેથી તમારે +3 દબાવવું જોઈએ. આપણે બાદબાકીનો ઉપયોગ કરીને આને એક અભિવ્યક્તિ તરીકે લખી શકીએ છીએ :

લક્ષ્ય માળ – પ્રારંભિક માળ = જરૂરી ફેરફાર (અવરજવર).

ઉપરનાં ઉદાહરણમાં, પ્રારંભિક માળ +2 (કલાકેન્દ્ર) છે અને લક્ષ્ય માળ +5 છે. +2થી +5 પર જવા માટેનું બટન દબાવવું +3 છે. તેથી, $(+5) - (+2) = +3$.

સમજૂતી (Explanation)

સરવાળા અને બાદબાકી વચ્ચેનો સંબંધ યાદ કરો. 3 + ? = 5 માટે, આપણે બાદબાકીનો ઉપયોગ કરીને ખૂટતી સંખ્યા શોધી શકીએ છીએ : 5 – 3 = 2. એટલે કે, બાદબાકી એ ઉમેરવા માટે ખૂટતી સંખ્યા શોધવા જેવું જ છે. આપણે જાણીએ છીએ કે –

પ્રારંભિક માળ + જરૂરી ફેરફાર = લક્ષ્ય માળ.

જો જરૂરી ફેરફાર શોધવાનો હોય તો,

પ્રારંભિક માળ + ? = લક્ષ્ય માળ.

લક્ષ્ય માળ – પ્રારંભિક માળ = ? = જરૂરી ફેરફાર

વધુ ઉદાહરણો :

a. જો લક્ષ્ય માળ –1 હોય અને પ્રારંભિક માળ –2 હોય તો તમારે કયું બટન દબાવવું જોઈએ? તમારે એક માળ ઉપર જવું પડશે, તેથી તમારે +1 દબાવવું જોઈએ.

અભિવ્યક્તિ : **(– 1) – (– 2) = (+1)**

b. જો લક્ષ્ય માળ –1 હોય અને પ્રારંભિક માળ +3 હોય તો તમારે કયું બટન દબાવવું જોઈએ? તમારે ચાર માળ નીચે જવું પડશે, તેથી તમારે –4 દબાવવું જોઈએ.

અભિવ્યક્તિ : **(– 1) – (+ 3) = (– 4)**

c. જો લક્ષ્ય માળ +2 હોય અને પ્રારંભિક માળ –2 હોય તો તમારે કયું બટન દબાવવું જોઈએ? તમારે ચાર માળ ઉપર જવું પડશે, તેથી તમારે +4 દબાવવું જોઈએ.

અભિવ્યક્તિ : **(+ 2) – (– 2) = (+ 4)**

વિચારો અને શોધો

આ અભિવ્યક્તિઓ પૂર્ણ કરો. તમે તેમને પ્રારંભિક માળથી લક્ષ્ય માળ સુધી પહોંચવા માટે જરૂરી ફેરફાર શોધવા તરીકે વિચારી શકો છો.

a. (+1) – (+4) = _____

b. (0) – (+2) = _____

c. (+4) – (+1) = _____

d. (0) – (–2) = _____

e. (+4) – (–3) = _____

f. (–4) – (–3) = _____

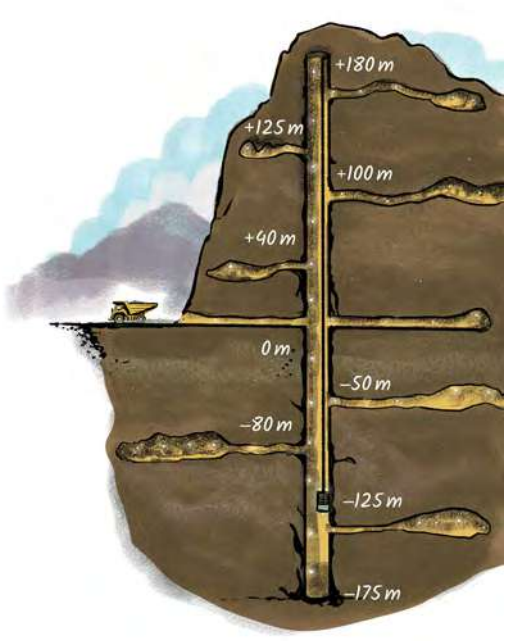
g. (–1) – (+2) = _____

h. (–2) – (–2) = _____

i. (–1) – (+1) = _____

j. (+3) – (–3) = _____

મોટી સંખ્યાઓનો સરવાળો અને બાદબાકી (Adding and Subtracting Larger Numbers)



ચિત્રમાં એક ખાણ દર્શાવવામાં આવી છે. એક એવી જગ્યા જ્યાં ખડક ખોદીને ખનીજો કાઢવામાં આવે છે. ટ્રક જમીનના સ્તર પર છે, પરંતુ ખનીજો જમીનના સ્તરની ઉપર અને નીચે બંને જગ્યાએ મળે છે. ત્યાં એક ઝડપી ગતિ કરતી લિફ્ટ છે જે ખાણના શાફ્ટ (mine shaft)માં (બાકોરામાં) લોકોને અને અયસ્ક (કાચી ખનીજ)ને ઉપર અને નીચે લઈ જાય છે.

ચિત્રમાં કેટલાક સ્તરો ચિહ્નિત છે. જમીનનું સ્તર 0 તરીકે ચિહ્નિત થયેલ છે. જમીનની ઉપરના સ્તરો ધન સંખ્યાઓ દ્વારા ચિહ્નિત થયેલ છે અને જમીનની નીચેના સ્તરો ઋણ સંખ્યાઓ દ્વારા ચિહ્નિત થયેલ છે. સંખ્યા દર્શાવે છે કે તે જમીનના સ્તરથી કેટલા મીટર ઉપર કે નીચે છે.

પ્રારંભિક સ્તર + જરૂરી ફેરફાર = લક્ષ્ય સ્તર

ઉદાહરણ તરીકે,

$(+40) + (+60) = +100$ $(-90) + (-55) = -145$

લક્ષ્ય સ્તર – પ્રારંભિક સ્તર = જરૂરી ફેરફાર

ઉદાહરણ તરીકે

$(+40) - (-50) = +90$ $(-90) - (+40) = -130$

કેટલી ઋણ સંખ્યાઓ છે?

બેલાના મનોરંજન ભવનમાં ફક્ત છ માળ ઉપર અને પાંચ માળ નીચે હતા. એટલે કે સંખ્યાઓ –5 થી +6 સુધીની હતી. ઉપરની ખાણમાં, આપણી પાસે –200 થી +180 સુધીની સંખ્યાઓ છે. પરંતુ આપણે મોટી ઇમારતો અથવા ખાણના શાફ્ટની કલ્પના કરી શકીએ છીએ. જેમ ધન સંખ્યાઓ +1, +2, +3, ... અનંત સુધી ઉપર જાય છે, તેવી જ રીતે ઋણ સંખ્યાઓ –1, –2, –3, ... અનંત સુધી નીચે જાય છે. શૂન્ય સાથેની ધન અને ઋણ સંખ્યાઓને પૂર્ણાંકો (integers) કહેવામાં આવે છે. તેઓ 0 થી બંને દિશામાં જાય છે :

..., –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, ...



વિચારો અને શોધો

આ અભિવ્યક્તિઓને પૂર્ણ કરો.

a. (+40) + _____ = +200
b. (+40) + _____ = −200
c. (−50) + _____ = +200
d. (−50) + _____ = −200
e. (−200) − (−40) = _____
f. (+200) − (+40) = _____
g. (−200) − (+40) = _____

ખાણના શાફ્ટમાં ફેરફાર વિશે વિચારીને તમારા જવાબ ચકાસો.

કોઈ પણ સંખ્યાઓના સરવાળા, બાદબાકી અને સરખામણી

(Adding, Subtracting and Comparing any Numbers)

વધુ મોટા પૂર્ણાંકોનો સરવાળો અને બાદબાકી કરવા માટે, આપણે વધુ મોટી લિફ્ટની કલ્પના કરી શકીએ છીએ! હકીકતમાં, આપણે એક એવી લિફ્ટની કલ્પના કરી શકીએ છીએ જે સ્તર 0 થી શરૂ કરીને અનંત સુધી ઉપર અને નીચે વિસ્તરી શકે છે. તેની આસપાસ કોઈ ઇમારત કે ખાણ પણ હોવી જરૂરી નથી - ફક્ત એક 'અનંત (infinite) લિફ્ટ'!

આપણે કોઈ પણ પૂર્ણાંકોનો સરવાળો અને બાદબાકી કરવા માટે આ કલ્પનાનો ઉપયોગ કરી શકીએ છીએ.

ઉદાહરણ તરીકે, ધારો કે આપણે બાદબાકી +2000 − (−200) કરવી છે. આપણે જમીનની ઉપર 2000 સ્તરો અને જમીનની નીચે 200 સ્તરો સાથેની લિફ્ટની કલ્પના કરી શકીએ છીએ. યાદ કરો કે,

લક્ષ્ય સ્તર − પ્રારંભિક સ્તર = જરૂરી ફેરફાર

પ્રારંભિક માળ −200થી લક્ષ્ય માળ +2000 સુધી જવા માટે આપણે +2200 દબાવવું જ પડશે (+200 દબાવતાં શૂન્ય પર પહોંચે અને હવે +2000 દબાવવા પડે.)

તેથી, (+2000) − (−200) = +2200. નોંધ લો કે (+2000) + (+200) પણ +2200 છે.

તેવી જ રીતે યોગ્ય લિફ્ટ દોરીને અથવા કલ્પના કરીને નીચેની અભિવ્યક્તિઓનું મૂલ્યાંકન કરવાનો પ્રયાસ કરો :

a. −125 + (−30)
b. +105 − (−55)
c. +105 + (+55)
d. +80 − (−150)
e. +80 + (+150)
f. −99 − (−200)
g. −99 + (+200)
h. +1500 − (−1500)

ઉપરોક્ત ઉદાહરણમાં, આપણે જોયું કે +2000 − (−200) = +2000 + (+200) = +2200. બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો, ઋણ સંખ્યાને બાદ કરવી એ અનુરૂપ ધન સંખ્યા ઉમેરવા જેવું જ છે. એટલે કે, આપણે ઋણ સંખ્યાની બાદબાકીને ધન સંખ્યાના સરવાળા દ્વારા બદલી શકીએ છીએ!

ગાણિતિક ચર્ચા

- તમે ઉપર કરેલા અન્ય અભ્યાસમાં, શું તમે નોંધ્યું છે કે ઋણ સંખ્યાને બાદ કરવી એ અનુરૂપ ધન સંખ્યા ઉમેરવા જેવું જ હતું?

ઉપરની 'અનંત લિફ્ટ' પર એક નજર નાખો. શું તે તમને સંખ્યારેખાની યાદ અપાવે છે? કઈ રીતે?

ફરીથી સંખ્યારેખા પર (Back to the Number Line)

આપણે ઉપર જે 'અનંત લિફ્ટ' જોઈ, તે મોટે ભાગે સંખ્યારેખા જેવી લાગતી હતી, ખરું ને? હકીકતમાં, જો આપણે તેને 90° ફેરવીએ, તો તે મૂળભૂત રીતે સંખ્યારેખા બની જાય છે. તે આપણને એ પણ જણાવે છે કે સંખ્યા કિરણને પૂર્ણ સંખ્યારેખા કેવી રીતે કરવી, જે પ્રશ્ન આપણે પ્રકરણની શરૂઆતમાં પૂછ્યો હતો તેનો જવાબ આપે છે. 0ની ડાબી બાજુએ ઋણ સંખ્યાઓ છે −1, −2, −3, ...

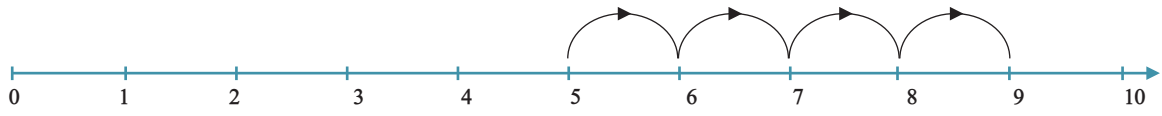
સામાન્ય રીતે આપણે ધન સંખ્યાઓ પર '+' નિશાની છોડી દઈએ છીએ અને તેમને ફક્ત 1, 2, 3, ... તરીકે લખીએ છીએ.



સંખ્યારેખા પર લિફ્ટનો ઉપયોગ કરીને મુસાફરી કરવાને બદલે આપણે તેના પર ચાલવાની કલ્પના કરી શકીએ છીએ. જમણી બાજુએ ધન (આગળની) દિશા છે અને ડાબી બાજુએ ઋણ (પાછળની) દિશા છે.

હવે નાની સંખ્યાઓ મોટી સંખ્યાઓની ડાબી બાજુએ છે અને મોટી સંખ્યાઓ નાની સંખ્યાઓની જમણી બાજુએ છે. તેથી $2 < 5$; $-3 < 2$; અને $-5 < -3$

- જો, 5થી તમે 9 પર જવા માંગો છો, તો તમારે સંખ્યારેખા પર કેટલી દૂર મુસાફરી કરવી પડશે?



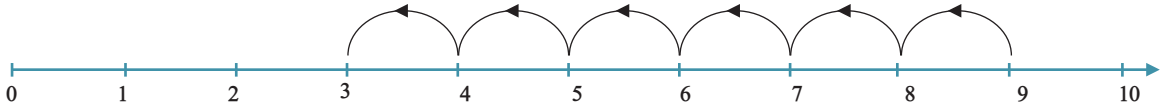
તમારે 4 પગલાં મુસાફરી કરવી જ પડશે. તેથી જ 5 + 4 = 9

(યાદ રાખો : પ્રારંભિક સંખ્યા + જરૂરી ફેરફાર = લક્ષ્ય સંખ્યા)

અનુરૂપ બાદબાકીનું વિધાન 9 − 5 = 4 છે.

(યાદ રાખો : લક્ષ્ય સંખ્યા - પ્રારંભિક સંખ્યા = જરૂરી ફેરફાર)

- હવે 9થી જો તમે 3 પર જવા માંગો છો, તો તમારે સંખ્યારેખા પર કેટલી મુસાફરી કરવી પડશે?



તમારે 6 પગલાં પાછળ જવું જ પડશે, એટલે કે તમારે −6 જેટલું ખસવું પડશે. તેથી,

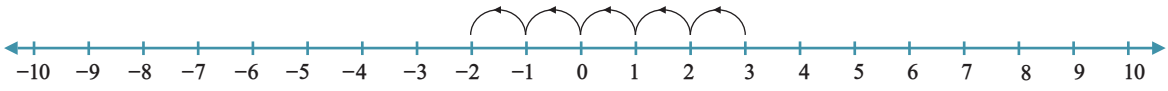
આપણે 9 + (−6) = 3 લખીએ છીએ.

(ફરી યાદ રાખો : પ્રારંભિક સંખ્યા + જરૂરી ફેરફાર = લક્ષ્ય સંખ્યા)

અનુરૂપ બાદબાકીનું નિવેદન 3 − 9 = −6 છે.

(ફરી યાદ રાખો : લક્ષ્ય સંખ્યા − પ્રારંભિક સંખ્યા = જરૂરી ફેરફાર)

- હવે 3થી જો તમે −2 પર જવા માંગો છો, તો તમારે કેટલી મુસાફરી કરવી પડશે?



તમારે −5 પગલાં મુસાફરી કરવી પડશે, એટલે કે 5 પગલાં પાછળ. આમ, 3 + (−5) = −2.

અનુરૂપ બાદબાકીનું વિધાન : −2 − 3 = −5

વિચારો અને શોધો



1. ઉપરની સંખ્યારેખા પર 3 ધન સંખ્યાઓ અને 3 ઋણ સંખ્યાઓને ચિહ્નિત કરો.
2. નીચેનાં ખાનામાં ઉપર ચિહ્નિત 3 ઋણ સંખ્યાઓ લખો. ☐ ☐ ☐

3. શું $2 > -3$ છે? શા માટે ? શું $-2 < 3$ છે? શા માટે ?
4. શોધો :

A. $-5 + 0$ B. $7 + (-7)$ C. $-10 + 20$ D. $10 - 20$

E. $7 - (-7)$ F. $-8 - (-10)$

ઉમેરવા અને બાદ કરવા માટે અચિહ્નિત સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ
(Using the Unmarked Number Line to Add and Subtract)

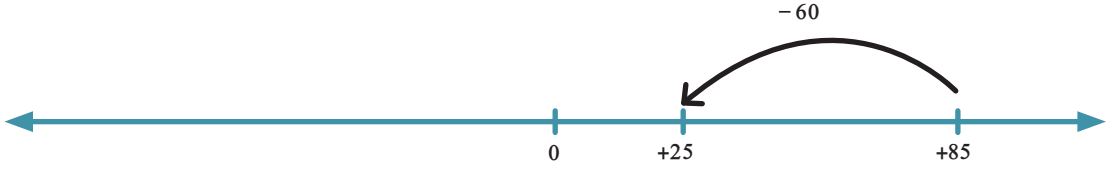
જેમ તમે ઉપરની સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરીને નાની સંખ્યાઓ સાથે સરવાળો, બાદબાકી અને સરખામણી કરી શકો છો, તેવી જ રીતે તમે 'અનંત સંખ્યારેખા'ની કલ્પના કરીને અથવા નીચે મુજબ 'અચિહ્નિત સંખ્યારેખા' દોરીને મોટી સંખ્યાઓ સાથે પણ કરી શકો છો :



આ સંખ્યારેખા ફક્ત શૂન્ય (0)ની સ્થિતિ દર્શાવે છે. અન્ય સંખ્યાઓ ચિહ્નિત નથી. પૂર્ણાંકોનો સરવાળો અને બાદબાકી કરવા માટે આ અચિહ્નિત સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરવો અનુકૂળ હોઈ શકે છે. તમે સંખ્યારેખા પર પ્રમાણમાપ અને તેના પરની સંખ્યાઓનું સ્થાન દર્શાવી શકો છો અથવા તેની કલ્પના કરી શકો છો.

ઉદાહરણ તરીકે, આ અચિહ્નિત સંખ્યારેખા સરવાળાની સમસ્યા દર્શાવે છે :

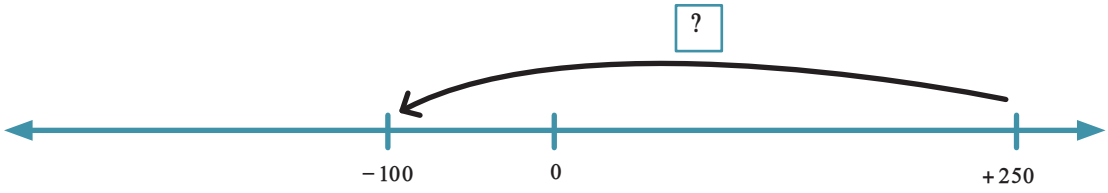
$85 + (-60) = ?$



પછી આપણે કલ્પના કરી શકીએ છીએ કે $85 + (-60) = 25$

નીચેની અચિહ્નિત સંખ્યારેખા બાદબાકીની સમસ્યા દર્શાવે છે, જેને ખૂટતી સંખ્યાની સમસ્યા તરીકે પણ લખી શકાય :

$(-100) - (+250) = ?$ અથવા $250 + ? = -100$



પછી આપણે કલ્પના કરી શકીએ છીએ કે આ સમસ્યામાં $? = -350$

આ રીતે, તમે કાગળ પર અથવા તમારા મનમાં અચિહ્નિત સંખ્યા રેખાનો ઉપયોગ કરીને, ધન અને ઋણ સંખ્યાઓ સાથે સરવાળા અને બાદબાકીની સમસ્યાઓનો ઉકેલ મેળવી શકો છો.

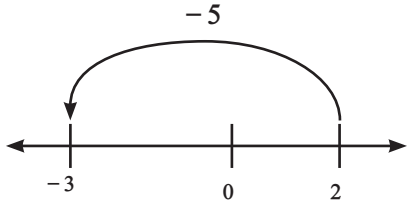
આપેલી અભિવ્યક્તિઓના ઉકેલ માટે અચિહ્નિત સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરો.:

a. −125 + (−30) = _____

b. +105 − (−55) = _____

c. +80 − (−150) = _____

d. −99 − (−200) = _____



બાદબાકીને સરવાળામાં અને સરવાળાને બાદબાકીમાં રૂપાંતરિત કરવું
(Converting Subtraction to Addition and Addition to Subtraction)

યાદ રાખો કે, **લક્ષ્ય માળ − પ્રારંભિક માળ = જરૂરી ફેરફાર** અથવા

લક્ષ્ય માળ = પ્રારંભિક માળ + જરૂરી ફેરફાર

જો આપણે 2થી શરૂ કરીએ અને −3 પર જવા માંગીએ તો જરૂરી ફેરફાર શું છે?

પ્રથમ પદ્ધતિ : સંખ્યારેખા પર જોતાં, આપણે જોઈએ છીએ કે આપણે −5 ખસવાની જરૂર છે. (એટલે કે, પાછળની દિશામાં 5) તેથી, −3 − 2 = −5 જરૂરી ફેરફાર −5 છે.

બીજી પદ્ધતિ : 2થી −3 સુધીની મુસાફરીને બે ભાગમાં વહેંચો.

a. 2થી 0 સુધી, જરૂરી ફેરફાર 0 − 2 = −2 છે.

b. 0થી −3 સુધી, જરૂરી ફેરફાર −3 − 0 = −3 છે.

કુલ જરૂરી ફેરફાર એ બે જરૂરી ફેરફારનો સરવાળો છે : −3 + (−2) = −5.

બે રંગીન અભિવ્યક્તિઓ જુઓ. બીજીમાં કોઈ બાદબાકી નથી!

આ રીતે, આપણે હંમેશાં બાદબાકીને સરવાળામાં રૂપાંતરિત કરી શકીએ છીએ. જે સંખ્યાની બાદબાકી કરવામાં આવી રહી છે, તેને તેના વિરોધી દ્વારા બદલી શકાય છે અને પછી તેને ઉમેરી શકાય છે.

તેવી જ રીતે, જે સંખ્યાને ઉમેરવામાં આવી રહી છે, તેને તેના વિરોધી દ્વારા બદલી શકાય છે અને પછી તેને બાદ કરી શકાય છે. આ રીતે, આપણે હંમેશાં સરવાળાને બાદબાકીમાં પણ રૂપાંતરિત કરી શકીએ છીએ.

ઉદાહરણો :

a. (+7) − (+5) = (+7) + (−5)

b. (−3) − (+8) = (−3) + (−8)

c. (+8) − (−2) = (+8) + (+2)

d. (+6) − (−9) = (+6) + (+9)

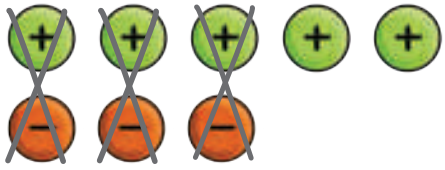
10.2 ટોકન મોડેલ (The Token Model)

સરવાળા માટે ટોકનનો ઉપયોગ (Using Tokens for Addition)

બેલાના મનોરંજન ભવનમાં લિફ્ટ ચાલક (એટેન્ડન્ટ) કંટાળી ગયો છે. પોતાનું મનોરંજન કરવા માટે તે એક ખોખું રાખે છે, જેમાં ઘણા બધા ધન (લીલા) અને ઋણ (લાલ) ટોકન છે. દરેક વખતે જ્યારે તે '+' બટન દબાવે છે ત્યારે તે બોક્સમાંથી એક ધન ટોકન લે છે અને તેને તેના ખિસ્સામાં મૂકે છે. તેવી જ રીતે, દરેક વખતે જ્યારે તે '–' બટન દબાવે છે ત્યારે તે એક ઋણ ટોકન લે છે અને તેને તેના ખિસ્સામાં મૂકે છે.

તે ખાલી ખિસ્સા સાથે ભોંયતળિયેથી (ફ્લોર 0) શરૂઆત કરે છે. એક કલાક પછી, તે તેનાં ખિસ્સાં તપાસે છે અને તેને 5 ધન અને 3 ઋણ ટોકન મળે છે. તે હવે કયા માળ પર છે? તેણે '+' બટન પાંચ વખત અને '–' બટન ત્રણ વખત દબાવ્યું હશે અને (+5) + (–3) = +2. તેથી, તે હવે માળ +2 પર છે.

ગણતરી કરવાની અહીં બીજી રીત છે.



એક ધન ટોકન અને એક ઋણ ટોકન એકબીજાને રદ કરે છે, કારણ કે આ જોડીના ટોકનનું મૂલ્ય શૂન્ય છે. તેના ખિસ્સામાં આ બે ટોકનનો અર્થ એ હતો કે, તેણે અનુક્રમે '+' એકવાર અને '–' એકવાર દબાવ્યું, અને આ એકબીજાને રદ કરે છે. આપણે કહીએ છીએ કે, એક ધન અને એક ઋણ ટોકન 'શૂન્ય જોડી' બનાવે છે. જ્યારે તમે બધી શૂન્ય જોડીઓ દૂર કરો છો, ત્યારે તમારી પાસે બે ધન ટોકન બાકી રહે છે, તેથી (+5) + (–3) = +2

આપણે ટોકનનો ઉપયોગ કરીને આવી કોઈ પણ ગણતરી કરી શકીએ છીએ!

ઉદાહરણ : + 5 અને – 8 ઉમેરો.



ચિત્રમાં આપણે જોઈએ છીએ કે આપણે પાંચ શૂન્ય જોડીઓ દૂર કરી શકીએ છીએ અને પછી આપણી પાસે −3 બાકી રહે છે. તેથી (+5) + (−8) = −3

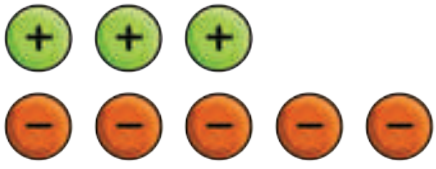
વિચારો અને શોધો

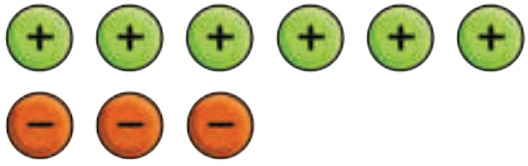
1. ટોકનનો ઉપયોગ કરીને સરવાળા પૂર્ણ કરો.

   a. (+6) + (+4) b. (−3) + (−2)

   c. (+5) + (−7) d. (−2) + (+6)

2. નીચેનાં ટોકનયુગ્મમાં શૂન્ય જોડને રદ કરો. દરેક કિસ્સામાં લિફ્ટ કયા માળ પર છે? દરેક કિસ્સામાં અનુરૂપ સરવાળાનું વિધાન શું છે?

a. 

b. 

બાદબાકી માટે ટોકનનો ઉપયોગ (Using Tokens for Subtraction)

આપણે ધન અને ઋણ ટોકન સાથે પૂર્ણાંકોનો સરવાળો કેવી રીતે કરવો તે જોયું છે. આપણે ટોકનનો ઉપયોગ કરીને બાદબાકી પણ કરી શકીએ છીએ!

ઉદાહરણ : ચાલો, બાદબાકી કરીએ :

(+5) − (+4)



(+5) − (+4) = +1

આ કરવું સરળ છે. પરિણામ જોવા માટે 5 ધનમાંથી 4 ધન લઈ લો.

ઉદાહરણ : ચાલો, બાદબાકી કરીએ :

(−7) − (−5)



(−7) − (−5) = −2

(−7) − (−5) એ (−7) + (+5) જેવું જ છે?

ઉદાહરણ : ચાલો, બાદબાકી કરીએ :

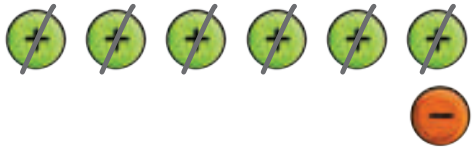
(+5) − (+6).



5 ધન મૂકો.પરંતુ 6 ધન બહાર કાઢવા માટે પૂરતા ટોકન નથી!

આ સમસ્યાના ઉકેલ માટે આપણે એક વધારાની શૂન્ય જોડી (એક ધન અને એક ઋણ) મૂકી શકીએ છીએ. જાણો કે, આનાથી ટોકનયુગ્મનું મૂલ્ય બદલાતું નથી.

હવે, આપણે 6 ધન બહાર કાઢી શકીએ છીએ! જુઓ શું બાકી છે : આપણે નિષ્કર્ષ પર આવીએ છીએ કે



$(+5) - (+6) = -1$

વિચારો અને શોધો

1. ટોકનનો ઉપયોગ કરીને નીચેના તફાવતોનું મૂલ્ય શોધો. ચકાસો કે, તમે જાણો છો તેવી અન્ય પદ્ધતિઓ જેવું જ પરિણામ તમને મળે છે :

   a. $(+10) - (+7)$ b. $(-8) - (-4)$ c. $(-9) - (-4)$

   d. $(+9) - (+12)$ e. $(-5) - (-7)$ f. $(-2) - (-6)$

2. બાદબાકી કરો :

   a. $(-5) - (-7)$ b. $(+10) - (+13)$ c. $(-7) - (-9)$

   d. $(+3) - (+8)$ e. $(-2) - (-7)$ f. $(+3) - (+15)$

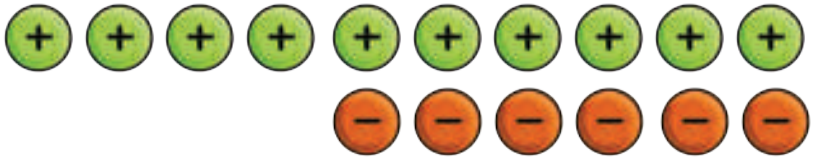
ઉદાહરણ : $+4 - (-6)$

4 ધનથી શરૂઆત કરો.

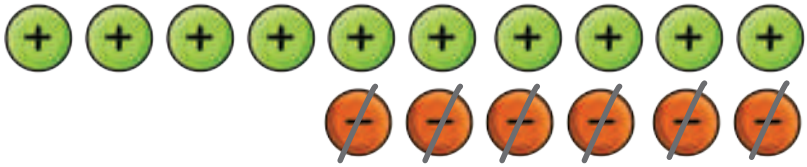


આપણે આમાંથી 6 ઋણ બહાર કાઢવા પડશે. પરંતુ પૂરતા ઋણ નથી.

આ કોઈ સમસ્યા નથી. આપણે કેટલીક શૂન્ય જોડીઓ ઉમેરીએ છીએ, કારણ કે આનાથી ટોકનના સમૂહનું મૂલ્ય બદલાતું નથી. પણ કેટલી શૂન્ય જોડીઓ? આપણે 6 ઋણ દૂર કરવા પડશે તેથી આપણે 6 શૂન્ય જોડીઓ મૂકીએ છીએ :



હવે આપણે 6 ઋણ લઈ શકીએ છીએ.



તેથી, $(+4) - (-6) = +10$

વિચારો અને શોધો

1. બાદબાકી કરવાનો પ્રયાસ કરો : $-3 - (+5)$.
   તમારે કેટલી શૂન્ય જોડી મૂકવી પડશે? પરિણામ શું હશે?
2. ટોકનનો ઉપયોગ કરીને નીચેનાનું મૂલ્ય શોધો.
   a. $(-3) - (+10)$ b. $(+8) - (-7)$ c. $(-5) - (+9)$
   d. $(-9) - (+10)$ e. $(+6) - (-4)$ f. $(-2) - (+7)$

10.3 અન્ય જગ્યાએ પૂર્ણાંકો (Integers in Other Places)

જમા અને ઉધાર (Credit and Debit)

ધારો કે, તમે તમારી છેલ્લા મહિનાની ₹ 100ની બચતથી સ્થાનિક બેન્કમાં ખાતું ખોલાવો છો. તેથી તમારી બેન્ક સિલક ₹ 100થી શરૂ થાય છે.

પછી, તમે બીજા દિવસે તમારી નોકરી પર ₹ 60 કમાઓ છો અને તેને તમારા ખાતામાં જમા કરો છો. આ તમારી બેન્ક પાસબુકમાં 'જમા' તરીકે દર્શાવવામાં આવે છે.

- તમારી નવી બેન્ક સિલક _____ છે.

બીજા દિવસે તમે તમારા બેન્ક ખાતાનો ઉપયોગ કરીને તમારું ₹ 30નું વીજળી બિલ ચૂકવો છો. આ તમારી બેન્ક પાસબુકમાં 'ઉધાર' તરીકે દર્શાવવામાં આવે છે.

- તમારી બેન્ક સિલક હવે _____ છે.

બીજા દિવસે તમે તમારા વ્યવસાય માટે ₹ 150ની મોટી ખરીદી કરો છો. ફરીથી આને ઉધાર તરીકે દર્શાવવામાં આવે છે.

- તમારી બેન્ક સિલક હવે શું છે? _____

શું આ શક્ય છે?

(હા, કેટલીક બેન્ક તમારા ખાતાની સિલકને અસ્થાયી રૂપે ઋણ થવા દે છે! જો તમારી સિલક ઋણ બને તો કેટલીક બેન્કો તમારી પાસેથી 'વ્યાજ' અથવા 'ફી'ના રૂપમાં વધારાની રકમ પણ લે છે.)

આગળના દિવસની તમારી વ્યૂહાત્મક મોટી ખરીદીના લીધે તમે બીજા દિવસે તમારા વ્યવસાયમાં ₹ 200ની કમાણી કરો છો.

સિલક હવે શું છે?

તમે 'જમા'ને ધન સંખ્યાઓ અને 'ઉધાર'ને ઋણ સંખ્યાઓ તરીકે વિચારી શકો છો. તમારા બધા જમા (ધન સંખ્યાઓ) અને ઉધાર(ઋણ સંખ્યાઓ)નો સરવાળો એ તમારી બેન્ક ખાતાની કુલ સિલક છે. આ ધન કે ઋણ હોઈ શકે છે!

સામાન્ય રીતે, તમારા બેન્ક ખાતામાં ધન સિલક રાખવાનો પ્રયાસ કરવો વધુ સારું છે!

વિચારો અને શોધો

1. ધારો કે તમે તમારા બેન્ક ખાતામાં ₹ 0 સિલકથી શરૂઆત કરો છો અને પછી તમારા ખાતામાં ₹ 30, ₹ 40 અને ₹ 50 જમા (credit) થાય છે અને ₹ 40, ₹ 50, અને ₹ 60 ઉધાર (Debit) થાય છે. તમારા બેન્ક ખાતાની સિલક હવે શું છે?
2. ધારો કે તમે તમારા બેન્ક ખાતામાં ₹ 0 સિલકથી શરૂઆત કરો છો અને પછી તમારા ખાતામાં ₹ 1, ₹ 2, ₹ 4, ₹ 8, ₹ 16, ₹ 32, ₹ 64 અને ₹ 128 ઉધાર થાય છે અને પછી ₹ 256 જમા થાય છે. તમારા બેન્ક ખાતાની સિલક હવે શું છે?
3. તમારા બેન્ક ખાતામાં ધન સિલક જાળવવાનો પ્રયાસ કરવો એ શા માટે સામાન્ય રીતે વધુ જરૂરી છે? કયા સંજોગોમાં અસ્થાયી રૂપે ઋણ સિલક રાખવું યોગ્ય હોઈ શકે છે?

જેમ તમે જોઈ શકો છો, શૂન્ય સાથે ધન અને ઋણ સંખ્યાઓ બેન્કિંગ (Banking) અને એકાઉન્ટિંગ (accounting) (હિસાબી ક્ષેત્ર)ની દુનિયામાં અત્યંત ઉપયોગી છે.

ભૌગોલિક આડછેદ (Geographical Cross Sections)

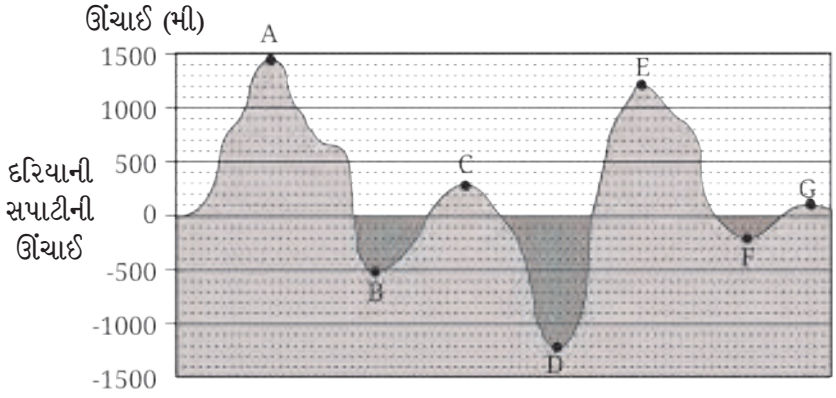
આપણે પર્વતો, ઉચ્ચપ્રદેશો અને રણ જેવી ભૌગોલિક સ્થાનોની ઊંચાઈને 'સમુદ્ર સપાટી'થી માપીએ છીએ. સમુદ્ર સપાટી પરની ઊંચાઈ 0 મીટર છે. સમુદ્ર સપાટીથી ઉપરની ઊંચાઈને ધન સંખ્યાઓનો ઉપયોગ કરીને દર્શાવવામાં આવે છે અને સમુદ્ર સપાટીથી નીચેની ઊંચાઈને ઋણ સંખ્યાઓનો ઉપયોગ કરીને દર્શાવવામાં આવે છે.

વિચારો અને શોધો

1. ભૌગોલિક આડછેદને જોઈને, સંબંધિત ઊંચાઈઓ ભરો :

A. ☐ B. ☐ C. ☐ D. ☐

E. ☐ F. ☐ G. ☐



શિક્ષક માટે નોંધ

આ પાના પર દર્શાવેલી આકૃતિ બતાવીને ભૌગોલિક આડછેદ (geographical cross-section) શું છે તે પૂછો. એ પૃથ્વીની સપાટીના કોઈ એક સ્થાન પરથી લીધેલો એક કાલ્પનિક ઊભો કાપ (imaginary vertical slice) છે. એક બાજુએથી જોવામાં તે ઉપર જેવું દેખાશે. ભૂગોળમાં ઊંચાઈ અને ઊંડાઈ માપવા માટે 'દરિયાઈ સપાટી' (sea level) એ એક મૂળભૂત અને મહત્ત્વપૂર્ણ ખ્યાલ છે.

2. આ ભૌગોલિક આડાછેદમાં સૌથી ઊંચું બિંદુ કયું છે? સૌથી નીચું બિંદુ કયું છે?
3. શું તમે બિંદુઓ A, B, ..., G ને ઊંચાઈના ઘટતા ક્રમમાં લખી શકો છો? શું તમે બિંદુઓને ઊંચાઈના વધતા ક્રમમાં લખી શકો છો?
4. પૃથ્વી પર સમુદ્રની સપાટીથી ઉપર સૌથી ઊંચું બિંદુ કયું છે? તેની ઊંચાઈ કેટલી છે?
5. જમીન પર કે સમુદ્રતળ પર સમુદ્ર સપાટીની સાપેક્ષે સૌથી નીચું બિંદુ કયું છે? તેની ઊંચાઈ કેટલી છે? (આ ઊંચાઈ ઋણ હોવી જોઈએ.)

તાપમાન (Temperature)

ઉનાળા દરમિયાન તમે સમાચારમાં 'હીટ વેવ' (hit wave) વિશે સાંભળ્યું હશે. ઉનાળા દરમિયાન જ્યારે તમને ખૂબ ગરમી લાગે ત્યારે તમે વિચારી શકો છો કે તાપમાન કેટલું હશે ? શિયાળામાં આપણે ત્યાં તાપમાન ઠંડુ હોય છે.

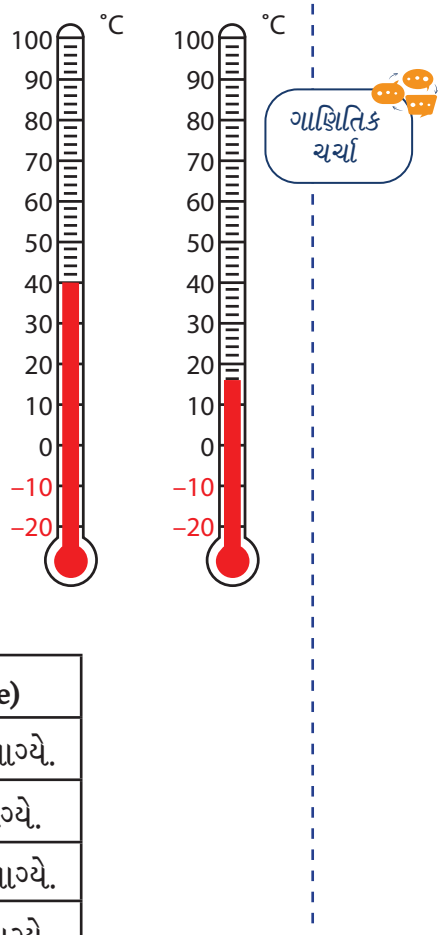
ગયા વર્ષે તમારા વિસ્તારમાં ઉનાળા દરમિયાન મહત્તમ તાપમાન અને શિયાળા દરમિયાન લઘુત્તમ તાપમાન કેટલું હતું? મેળવો.

જ્યારે આપણે તાપમાન માપીએ છીએ ત્યારે આપણે માપના એકમ તરીકે સેલ્સિયસ (celsious) (°C) નો ઉપયોગ કરીએ છીએ. નીચેનાં આપેલા થર્મોમીટર (thermometre) 40°C અને 15°C તાપમાન દર્શાવે છે.

વિચારો અને શોધો

1. શું તમે જાણો છો કે, ભારતમાં કેટલાંક સ્થળો એવાં છે જ્યાં તાપમાન 0°Cથી નીચે જઈ શકે છે? ભારતમાં એવાં સ્થળો શોધો જ્યાં તાપમાન ક્યારેક 0°Cથી નીચે જાય છે. આ સ્થળોમાં શું સામાન્ય છે? ત્યાં શા માટે ઠંડી હોય છે અને અન્ય સ્થળોએ શા માટે નહીં?

2. શિયાળા દરમિયાન લદાખમાં લેહ ખૂબ ઠંડુ થઈ જાય છે. નીચે આપેલ કોષ્ટક, નવેમ્બર માસમાં લેહનું કોઈ એક દિવસનું દિવસ અને રાત્રિના જુદા જુદા સમયે લેવાયેલા તાપમાનની નોંધ દર્શાવે છે. તાપમાનને દિવસ અને રાત્રિના યોગ્ય સમય સાથે જોડો.



તાપમાન (Temperature)
14 °C
8 °C
−2 °C
−4 °C

સમય (Time)
સવારે 02:00 વાગ્યે.
રાત્રે 11:00 વાગ્યે.
બપોરે 02:00 વાગ્યે.
સવારે 11:00 વાગ્યે.

શિક્ષક માટે

થર્મોમીટર વિશે અને તેનો ઉપયોગ કરી તાપમાન કેવી રીતે મપાય છે, તે વિશે (વિદ્યાર્થીઓ સાથે) વાત કરો. પ્રયોગશાળામાંથી એક થર્મોમીટર વર્ગમાં લાવો અને ગરમ તથા ઠંડા પાણીનું તાપમાન માપો. બાળકોનું ધ્યાન દોરો કે થર્મોમીટરમાં 0° Cની નીચે પણ નિશાનો હોય છે. 0° C શું દર્શાવે છે, તેની ચર્ચા કરો. જે, પાણીનું ઠારણ બિંદુ (Freezing Point) છે.

10.4 પૂર્ણાંકો સાથેની શોધખોળ (Explorations with Integers)

એક પોલો પૂર્ણાંક ગ્રીડ (A Hollow Integer Grid)

4	−1	−3
−3		1
−1	−1	2

5	−3	−5
0		−5
−8	−2	7

આ બે ગ્રીડમાંની સંખ્યાઓમાં કંઈક ખાસ છે. ચાલો આપણે શું છે તે શોધીએ.

ટોચની હાર :	4 + (−1) + (−3) = 0	5 + (−3) + (−5) = ____
સૌથી નીચેની હાર :	(−1) + (−1) + 2 = 0	(−8) + (−2) + 7 = ____
ડાબો સ્તંભ :	4 + (−3) + (−1) = 0	5 + 0 + (−8) = ____
જમણો સ્તંભ :	(−3) + 1 + 2 = 0	(−5) + (−5) + 7 = ____

દરેક ગ્રીડમાં, બે હાર (ટોચની હાર અને નીચેની હાર)માંની સંખ્યાઓ અને બે સ્તંભ (સૌથી ડાબો સ્તંભ અને સૌથી જમણો સ્તંભ)માંની સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવાથી સમાન સંખ્યા મળે છે. આપણે આ સરવાળાને 'સીમાવર્તી સરવાળો' (Border sum કહીશું. પ્રથમ ગ્રીડનો સીમાવર્તી સરવાળો '0' છે.

વિચારો અને શોધો

1. ઉપરના બીજા ગ્રીડ માટે ગણતરી કરો અને સીમાવર્તી સરવાળો શોધો.

2. ગ્રીડ પૂર્ણ કરો જેથી જરૂરી સીમાવર્તી સરવાળો (border sum) મળે :

−10		
		−5
9		

સીમાવર્તી સરવાળો = +4

6	8	
		−5
	−2	

સીમાવર્તી સરવાળો = −2

7		
		−5

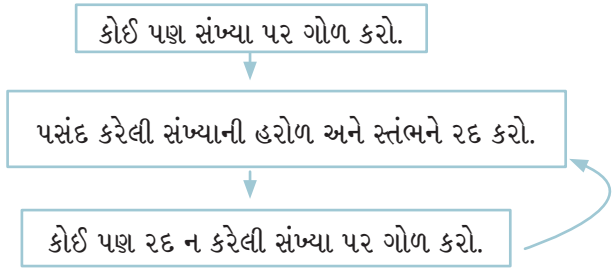
સીમાવર્તી સરવાળો = −4

3. ઉપરના છેલ્લા ગ્રીડ માટે, સીમાવર્તી સરવાળો −4 મળે તે રીતે સંખ્યાઓ ભરવાની એક કરતાં વધુ રીતો શોધો.
4. અન્ય કયા ગ્રીડને બહુવિધ રીતે ભરી શકાય છે? તેનું કારણ શું હોઈ શકે છે?
5. સીમાવર્તી પૂર્ણાંકનો ચોરસ કોયડો બનાવો અને તમારા સહપાઠીઓને પડકાર આપો.

સંખ્યાઓનો એક અદ્‌ભુત ગ્રીડ! (An Amazing Grid of Numbers!)

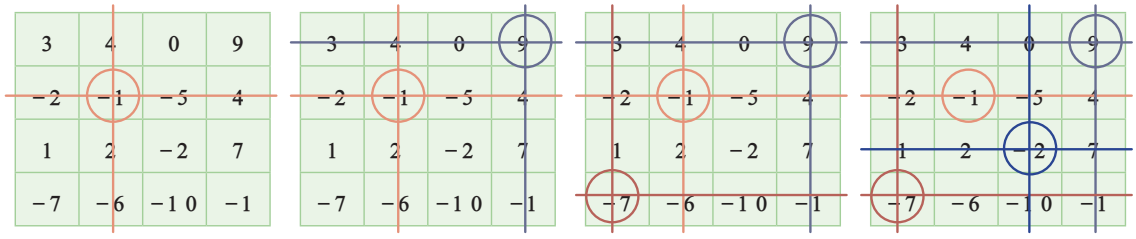
નીચે સંખ્યાઓ ધરાવતો એક ગ્રીડ છે. જ્યાં સુધી કોઈ સંખ્યા બાકી ન રહે ત્યાં સુધી દર્શાવેલાં પગલાં અનુસરો.

3	4	0	9
−2	−1	−5	4
1	2	−2	7
−7	−6	−10	−1



જ્યારે કોઈ રદ ન કરેલી સંખ્યા બાકી ન રહે, ત્યારે અટકી જાઓ. ગોળ કરેલી સંખ્યાઓનો સરવાળો કરો.

નીચેના ઉદાહરણમાં, ગોળ કરેલી સંખ્યાઓ −1, 9, −7, −2 છે. જો તમે તેમનો સરવાળો કરો તો તમને −1 મળશે.



વિચારો અને શોધો

1. ફરીથી પ્રયાસ કરો, આ વખતે અલગ સંખ્યાઓ પસંદ કરો. તમને કયો સરવાળો મળ્યો? શું તે પહેલી વાર કરતાં અલગ હતો? થોડો વધુ વખત પ્રયાસ કરો!
2. નીચેના ગ્રીડ સાથે તે જ રમત રમો. તમને કયો જવાબ મળ્યો?

7	10	13	16
−2	1	4	7
−11	−8	−5	−2
−20	−7	−14	−11

−11	−10	−9	−8
−7	−6	−5	−4
−3	−2	−1	0
1	2	3	4

3. આ ગ્રીડમાં એવું શું ખાસ છે? શું સંખ્યાઓમાં કે તેઓની ગોઠવણીમાં કે બંનેમાં જાદુ છે? તમે આવા વધુ ગ્રીડ બનાવી શકો છો?



વિચારો અને શોધો

1. આપેલી જોડીઓ વચ્ચેની તમામ પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ ચડતા ક્રમમાં લખો.
   a. 0 અને −7
   b. −4 અને 4
   c. −8 અને −15
   d. −30 અને −23
2. એવી ત્રણ સંખ્યાઓ આપો કે જેમનો સરવાળો −8 આવે.
3. બે પાસા છે, તેમની બાજુઓ પર −1, 2, −3, 4, −5, 6 સંખ્યાઓ લખેલી છે : આ બે પાસા ફેંકવાથી મળતો સૌથી નાનો સંભવિત સરવાળો −10 = (−5) + (−5) છે, અને સૌથી મોટો સંભવિત સરવાળો 12 = (6) + (6) છે. (−10) થી (+12) વચ્ચે કેટલીક સંખ્યાઓ એવી છે જે આ બે પાસાના આંકડાઓ ઉમેરવાથી મળી શકે તેવી નથી. એવી સંખ્યાઓ શોધો.
4. **ઉકેલો :**

8 − 13	(−8) − (13)	(−13) − (−8)	(−13) + (−8)
8 + (−13)	(−8) − (−13)	(13) − 8	13 − (−8)

5. નીચેનાં વર્ષ શોધો.
   a. વર્તમાન વર્ષથી 150 વર્ષ પહેલાં કયું વર્ષ હતું? _____
   b. વર્તમાન વર્ષથી 2200 વર્ષ પહેલાં કયું વર્ષ હતું? _____
   (સૂચન : યાદ રાખો કે "0" વર્ષ હોતું નથી.)
   c. ઈ.સ. પૂર્વે 680 પછીના 320 વર્ષે કયું વર્ષ આવશે?

6. નીચેની શ્રેણીઓને (sequences) પૂર્ણ કરો :

   a. (−40), (−34), (−28), (−22), _____, _____, _____

   b. 3, 4, 2, 5, 1, 6, 0, 7, _____, _____, _____

   c. _____, _____, 12, 6, 1, (−3), (−6), _____, _____, _____

7. અહીં છ પૂર્ણાંક કાર્ડ છે : (+1), (+7), (+18), (−5), (−2), (−9)

   તમે આમાંથી કોઈ પણ કાર્ડ પસંદ કરી શકો અને સરવાળા (Addition) અથવા બાદબાકી (Subtraction) કરીને એક અભિવ્યક્તિ બનાવી શકો.

   ઉદાહરણ તરીકે : (+18) + (+1) − (+7) − (−2) જેનું મૂલ્ય (+14) આપે છે. હવે, કાર્ડ પસંદ કરો અને એવી અભિવ્યક્તિ બનાવો કે તેનું મૂલ્ય (−30)ની નજીક હોય.

8. બે ધન પૂર્ણાંક સંખ્યાઓનો સરવાળો હંમેશાં ધન આવે છે. પરંતુ, (ધન પૂર્ણાંક) − (ધન પૂર્ણાંક) ધન પણ હોઈ શકે અને ઋણ પણ હોઈ શકે. તો હવે આ વિશે વિચારો :

   a. (ધન) − (ઋણ) b. (ધન) + (ઋણ)

   c. (ઋણ) + (ઋણ) d. (ઋણ) − (ઋણ)

   e. (ઋણ) − (ધન) f. (ઋણ) + (ધન)

9 . આ એક શ્રેણીમાં કુલ 100 ટોકન એક ચોક્કસ પેટર્નમાં ગોઠવાયેલા છે.
   આ શ્રેણીનું કુલ મૂલ્ય શું છે?



10.5 ઇતિહાસની એક ઝલક (A Pinch of History)

સામાન્ય અપૂર્ણાંકોની જેમ, સામાન્ય પૂર્ણાંકો (શૂન્ય અને ઋણ સંખ્યાઓ સહિત) આધુનિક સમયમાં ધીમે ધીમે સમગ્ર વિશ્વમાં ફેલાયા તે પહેલાં તેઓની કલ્પના તથા ઉપયોગ હજારો વર્ષ પહેલાં સૌપ્રથમ એશિયામાં કરવામાં આવ્યો હતો.

ઋણ સંખ્યાઓના ઉપયોગના પ્રથમ જાણીતાં ઉદાહરણો નામા પદ્ધતિના સંદર્ભમાં જોવા મળ્યાં. ચીનના સૌથી મહત્ત્વપૂર્ણ ગાણિતિક કાર્યોમાંના એક, 'ધ નાઇન ચેપ્ટર્સ ઓન મેથેમેટિકલ આર્ટ' (જીઉઝાંગ સુઆન્શુ) જે પ્રથમ અથવા બીજી સદી ઈ.સ. સુધીમાં પૂર્ણ થયું હતું. આ પ્રકરણમાં ધન અને ઋણ સંખ્યાઓને લાલ અને કાળા સળિયાઓનો ઉપયોગ કરીને દર્શાવવામાં આવી હતી, જે રીતે આપણે તેમને લીલા અને લાલ ટોકન્સનો ઉપયોગ કરીને દર્શાવ્યા હતા.

પ્રાચીન સમયમાં ભારતમાં પણ નામાની મજબૂત સંસ્કૃતિ હતી. કૌટિલ્યે તેમના અર્થશાસ્ત્ર (ઈ.સ. પૂર્વે 300)માં જમા અને ઉધારના ખ્યાલ વિશે વિસ્તૃત રીતે લખ્યું હતું, જેમાં ખાતાની સિલક ઋણ હોઈ શકે છે તે પણ માન્ય રાખવામાં આવ્યું હતું. નામાના સંદર્ભમાં ઋણ સંખ્યાઓનો સ્પષ્ટ ઉપયોગ સંખ્યાબંધ પ્રાચીન ભારતીય કૃતિઓમાં જોવા મળે છે, જેમાં લગભગ ઈ.સ. 300ના બખ્શાલી હસ્તપ્રતમાં પણ તેનો સમાવેશ થાય છે, જ્યાં ઋણ સંખ્યાને લખવા માટે સંખ્યાની પાછળ એક ખાસ પ્રતીકનો ઉપયોગ કરીને લખવામાં આવી હતી. (આપણે આજે કરીએ છીએ તેમ સંખ્યા પહેલાં નહીં)

બ્રહ્મગુપ્ત દ્વારા ઈ.સ. 628માં તેમના બ્રહ્મ-સ્ફુટ-સિદ્ધાંતમાં ધન સંખ્યાઓ, ઋણ સંખ્યાઓ અને શૂન્યની પ્રથમ સામાન્ય રજૂઆત કરવામાં આવી હતી - જેમાં તમામ સંખ્યાઓને સમાન આધાર પર સમાન માન્ય સંખ્યાઓ તરીકે રજૂ કરવામાં આવી હતી; જેના પર સરવાળો, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર જેવી મૂળભૂત ગણતરીઓ કરી શકાય છે. બ્રહ્મગુપ્તે તમામ સંખ્યાઓ : ધન, ઋણ અને શૂન્ય પરની ક્રિયાઓ માટે સ્પષ્ટ અને સચોટ નિયમો આપ્યા. જેણે આ સંખ્યાઓને સમજવાની આધુનિક રીતની રચના કરી, જેનો આપણે આજે પણ ઉપયોગ કરીએ છીએ. ધન સંખ્યાઓ, ઋણ સંખ્યાઓ અને શૂન્યના સરવાળા અને બાદબાકી માટે બ્રહ્મગુપ્તના કેટલાક મુખ્ય નિયમો નીચે મુજબ છે :

સરવાળા માટે બ્રહ્મગુપ્તના નિયમો (બ્રહ્મ-સ્ફુટ-સિદ્ધાંત 18.30, 628 CE)

1. બે ધન સંખ્યાઓનો સરવાળો ધન હોય છે. (દા.ત., 2 + 3 = 5)
2. બે ઋણ સંખ્યાઓનો સરવાળો ઋણ હોય છે. બે ઋણ સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવા માટે સંખ્યાઓનો (ચિહ્નો વિના) સરવાળો કરો અને પછી પરિણામ મેળવવા માટે ઋણનું ચિહ્ન મૂકો. (દા.ત. (–2) + (–3) = –5)
3. ધન સંખ્યા અને ઋણ સંખ્યાનો સરવાળો કરવા માટે, મોટી સંખ્યા (ચિહ્ન વિના)માંથી નાની સંખ્યા (ચિહ્ન વિના) બાદ કરો અને પરિણામ મેળવવા માટે મોટી સંખ્યાનું ચિહ્ન મૂકો. (દા.ત. –5 + 3 = –2, 2 + (–3) = –1 અને –3 + 5 = 2)
4. કોઈ સંખ્યાનો તેની વિરોધી સંખ્યા સાથે સરવાળો કરવાથી શૂન્ય મળે છે. (દા.ત. 2 + (–2) = 0, –2 + (+2) = 0)
5. કોઈ પણ સંખ્યા અને શૂન્યનો સરવાળો એ જ સંખ્યા છે. (દા.ત., – 2 + 0 = – 2 અને 0 + 0 = 0).

બાદબાકી માટે બ્રહ્મગુપ્તના નિયમો : (બ્રહ્મ-સ્ફુટ-સિદ્ધાંત 18.31-18.32)

1. જો મોટી ધન સંખ્યામાંથી નાની ધન સંખ્યા બાદ કરવામાં આવે, તો પરિણામ ધન હોય છે. (દા.ત. $3 - 2 = 1$)
2. જો નાની ધન સંખ્યામાંથી મોટી ધન સંખ્યા બાદ કરવામાં આવે, તો પરિણામ ઋણ હોય છે. (દા.ત. $2 - 3 = -1$)
3. ઋણ સંખ્યાને બાદ કરવી એ તેને અનુરૂપ ધન સંખ્યા ઉમેરવા જેવું જ છે. (દા.ત. $2 - (-3) = 2 + 3$)
4. કોઈ સંખ્યાને તેમાંથી જ બાદ કરવાથી શૂન્ય મળે છે. (દા.ત. $2 - 2 = 0$ અને $-2 - (-2) = 0$)
5. કોઈ સંખ્યામાંથી શૂન્ય બાદ કરવાથી એ જ સંખ્યા મળે છે. (દા.ત. $-2 - 0 = -2$ અને $0 - 0 = 0$) કોઈ સંખ્યાને શૂન્યમાંથી બાદ કરવાથી સંખ્યાની વિરોધી સંખ્યા મળે છે. (દા.ત. $0 - (-2) = 2$)

એકવાર તમે બ્રહ્મગુપ્તના નિયમો સમજી લો, પછી તમે કોઈ પણ સંખ્યાઓ : ધન, ઋણ અને શૂન્ય સાથે સરવાળા અને બાદબાકી કરી શકો છો!

વિચારો અને શોધો

1. તમે બેલાના મનોરંજન ભવનના સંદર્ભમાં, અથવા સંખ્યારેખાના સંદર્ભમાં બ્રહ્મગુપ્તના દરેક નિયમો સમજાવી શકો છો?
2. દરેક નિયમ માટે તમારા પોતાનાં ઉદાહરણો આપો.

બ્રહ્મગુપ્ત શૂન્યને ધન સંખ્યાઓ અને ઋણ સંખ્યાઓ સાથે સમાન સ્તરે એક સંખ્યા તરીકે વર્ણવનાર પ્રથમ વ્યક્તિ હતા અને આ તમામ સંખ્યાઓ ધન, ઋણ અને શૂન્ય પર અંકગણિતની ક્રિયાઓ કરવા માટે સ્પષ્ટ નિયમો આપનાર પ્રથમ વ્યક્તિ હતા - જે હવે 'રિંગ' તરીકે ઓળખાય છે. જેનાથી વિશ્વમાં ગણિતને સમજાવવાની રીત બદલાઈ જશે.

જોકે, શૂન્ય અને ઋણ સંખ્યાઓને સંખ્યાઓ તરીકે અપનાવવામાં બાકીના વિશ્વને ઘણી સદીઓ લાગી. આ સંખ્યાઓ 13મી સદી સુધીમાં યુરોપમાં પહોંચી તે પહેલાં તે 9મી સદી સુધીમાં આરબ વિશ્વમાં પહોંચી, સ્વીકારાઈ અને તેનો વધુ અભ્યાસ કરવામાં આવ્યો.

આશ્ચર્યજનક રીતે, 18મી સદીમાં પણ ઘણા યુરોપીયન ગણિતશાસ્ત્રીઓ ઋણ સંખ્યાઓને સ્વીકારતા નહોતા. 18મી સદીના ફ્રેન્ચ ગણિતશાસ્ત્રી લાઝારે કાર્નોટે ઋણ સંખ્યાઓને 'અર્થહીન' કહી. પરંતુ સમય જતાં શૂન્ય તેમજ ઋણ સંખ્યાઓ વૈશ્વિક ગણિત અને વિજ્ઞાનમાં અનિવાર્ય સાબિત થઈ અને હવે તેને ધન સંખ્યાઓની જેમ જ સમાન સ્તરે અને સમાન મહત્ત્વની નિર્ણાયક સંખ્યાઓ માનવામાં આવે છે. જેની બ્રહ્મગુપ્તએ ઈ.સ. 628માં ભલામણ કરી હતી અને સ્પષ્ટ રીતે વર્ણવ્યું હતું. આંકડાકીય નિયમોના આ અમૂર્ત સ્વરૂપે આધુનિક બીજગણિતના વિકાસ માટે માર્ગ મોકળો કર્યો, જેના વિશે આપણે હવે પછીના ધોરણમાં શીખીશું.

સારાંશ

- શૂન્યથી નાની સંખ્યાઓ પણ હોય છે. તેવી સંખ્યાની આગળ '–' ચિહ્ન મૂકીને લખાય છે. (જેમ કે, –2) તેમને ઋણ સંખ્યાઓ કહેવામાં આવે છે. સંખ્યારેખા (Number Line) પર તે શૂન્યની ડાબી બાજુએ આવે છે.
- સંખ્યાઓ ..., –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, ... ને પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ (Integers) કહેવામાં આવે છે. સંખ્યાઓ 1, 2, 3, 4, ... ને ધન પૂર્ણાંક (Positive Integers) કહેવામાં આવે છે. સંખ્યાઓ ..., –4, –3, –2, –1 ને ઋણ પૂર્ણાંક (Negative Integers) કહેવામાં આવે છે. શૂન્ય (0) ધન પણ નથી અને ઋણ પણ નથી.
- દરેક સંખ્યાને સંલગ્ન એક અન્ય સંખ્યા મળે, જેને આપેલ સંખ્યામાં ઉમેરવામાં આવે ત્યારે શૂન્ય મળે. આ સંખ્યાને આપેલ સંખ્યાની વિરોધી સંખ્યા (Additive Inverse) કહે છે.
  (ઉદાહરણ : 7ની વિરોધી સંખ્યા –7 છે અને –543ની વિરોધી સંખ્યા 543 છે.)
- સરવાળાને આપણે આ રીતે સમજાવી શકીએ : **પ્રારંભિક સ્થાન + જરૂરી ફેરફાર = લક્ષ્ય સ્થાન.**
- સરવાળાને જરૂરી ફેરફારોના સંયોજન અથવા વધારા કે ઘટાડાના સંયોજન તરીકે સમજાવી શકાય : 1 + 2 = **કુલ જરૂરી ફેરફાર**

- બાદબાકીને આ રીતે સમજાવી શકાય : **લક્ષ્ય સ્થાન – પ્રારંભિક સ્થાન = જરૂરી ફેરફાર**
- સામાન્ય રીતે, બે સંખ્યાઓ ઉમેરવા માટે આપણે બ્રહ્મગુપ્તના નિયમો અનુસરીએ :
  a. જો બન્ને સંખ્યાઓ ધન હોય તો તેમનો સરવાળો ધન આવશે. (ઉદાહરણ : 2 + 3 = 5)
  b. જો બન્ને સંખ્યાઓ ઋણ હોય તો સંખ્યાઓ (ચિહ્ન વિના) નો સરવાળો કરો અને આગળ '–' મૂકો. (ઉદાહરણ : −2 + (−3) = −5)
  c. જો એક સંખ્યા ધન અને બીજી ઋણ હોય, તો મોટી સંખ્યામાંથી નાની સંખ્યા બાદ કરો. (ચિહ્ન વિના) અને મોટી સંખ્યાનું ચિહ્ન પરિણામ પર મૂકો. (ઉદાહરણ : −5 + 3 = −2)
  d. કોઈ સંખ્યા + તેની વિરોધીસંખ્યા = 0 (ઉદાહરણ : 2 + (−2) = 0)
  e. કોઈ સંખ્યા + 0 = એ જ સંખ્યા (ઉદાહરણ : −2 + 0 = −2)
- બે પૂર્ણાંક સંખ્યાઓની બાદબાકી કરવા માટે, આપણે સમસ્યાને સરવાળામાં ફેરવી શકીએ અને પછી સરવાળાના નિયમો લાગુ કરીએ.

  એટલે કે, કોઈ સંખ્યાની બાદબાકી એટલે કે એની વિરોધી સંખ્યા સાથેનો સરવાળો.
- પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ સરખાવી શકાય : ... −3 < −2 < −1 < 0 < +1 < +2 < +3 ...

  નાની સંખ્યાઓ સંખ્યારેખાની ડાબી બાજુએ હોય છે.
- આપણે ધન અને ઋણ સંખ્યાઓને જમા (Credits) અને ઉધાર (Debits) તરીકે સમજીને તેનો અર્થ આપી શકીએ છીએ.
- આપણે ધન સંખ્યાઓને એક સંદર્ભબિંદુ (જેમ કે, જમીનની સપાટી) કરતાં ઉપરના અંતર તરીકે પણ સમજાવી શકીએ છીએ.

  તે જ રીતે, ઋણ સંખ્યાઓને સંદર્ભબિંદુ જમીનની સપાટી કરતાં નીચેના અંતર તરીકે પણ સમજાવી શકાય.

  તાપમાન માપવા માટે (અંશ સેલ્સિયસમાં), ધન તાપમાન પાણીના ઠારણ બિંદુ (Freezing Point) કરતાં વધુ હોય છે અને ઋણ તાપમાન ઠારણ બિંદુ કરતાં ઓછું હોય છે.

પૂર્ણાંક : સાપ અને સીડી

નિયમો

- આ બે ખેલાડીઓ વચ્ચે રમાતી રમત છે. દરેક ખેલાડી પાસે 1 કૂકરી (Pawn) હશે. બન્ને ખેલાડીઓ 0 પરથી શરૂઆત કરે છે.
  ખેલાડીઓ –50 અથવા +50 સુધી પહોંચે તો જીતશે, પરંતુ એ નક્કી કરવું કે કઈ દિશામાં પહોંચવું છે તે રમત પહેલાં કે રમત દરમિયાન જરૂરી નથી.
- દરેક ખેલાડી એક સમયે બે પાસા (Dice) ફેંકશે. એક પાસામાં સંખ્યાઓ +1 થી +6 હશે. બીજા પાસામાં સંખ્યાઓ –1 થી –6 હશે.
- દરેક વારામાં બે પાસાના આંકડાઓ મળ્યા પછી, ખેલાડી તેમના સરવાળા ઉમેરવા કે બાદબાકી કરવા માટે કોઈ પણ ક્રમ પસંદ કરી શકે છે, અને મળેલા પરિણામ જેટલા પગલાં આગળ વધશે.જો પરિણામ ધન (Positive) આવે તો +50 તરફ આગળ વધવું. જો પરિણામ ઋણ (Negative) આવે તો –50 તરફ આગળ વધવું.

