

3 સંખ્યાની રમત

R8B6P1

આપણે સંખ્યાઓનો ઉપયોગ વિવિધ સંદર્ભોમાં અને ઘણી જુદી જુદી રીતે આપણા જીવનને વ્યવસ્થિત કરવા માટે કરીએ છીએ. આપણે સંખ્યાઓનો ઉપયોગ ગણતરી માટે કર્યો છે અને સરવાળા (addition), બાદબાકી (subtraction), ગુણાકાર (multiplication) અને ભાગાકાર (division) જેવી મૂળભૂત ગાણિતીય ક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીને આપણા દૈનિક જીવન સંબંધિત સમસ્યાઓ હલ કરી છે.

આ પ્રકરણમાં આપણે આ પ્રવાસને આગળ વધારીશું. સંખ્યાઓ સાથે રમીશું, આપણી આસપાસની સંખ્યાઓને જોઈશું, ગાણિતીય પૅટર્નને નોંધીશું અને સંખ્યાઓ તથા ગાણિતીય ક્રિયાઓનો નવી રીતોથી ઉપયોગ કરવાનું શીખીશું.

આપણે સંખ્યાઓનો ઉપયોગ થતો હોય તેવી વિવિધ પરિસ્થિતિઓ વિશે વિચારીએ. જેમાં સંખ્યાઓનો ઉપયોગ થાય છે તેવી પાંચ અલગ અલગ પરિસ્થિતિઓની યાદી બનાવો. તમારા સહપાઠીઓએ કઈ યાદી તૈયાર કરી છે તે જુઓ, તેની આપ-લે કરો અને ચર્ચા કરો.

ગાણિતિક ચર્ચા

3.1 સંખ્યાઓ આપણને ઘણી બધી વાતો કહી શકે છે. (Numbers Can Tell us Things)

આ સંખ્યાઓ આપણને શું કહી રહી છે?

બગીચામાં કેટલાંક બાળકો એક હરોળમાં ઊભાં છે. દરેક બાળક એક સંખ્યા બોલે છે.



આ સંખ્યાઓનો અર્થ શું છે તે તમે વિચાર્યું?

હવે એ બાળકો નવી રીતે ગોઠવાય છે અને નવી ગોઠવણીને આધારે દરેક બાળક એક સંખ્યા બોલે છે.



આ સંખ્યાઓ શું રજૂ કરે છે તે તમે વિચારીને શોધ્યું?

સૂચન : શું તેમની ઊંચાઈએ ભાગ ભજવ્યો હશે?

જો બાળકની બાજુમાં તેના કરતાં એક જ ઊંચું બાળક ઊભું હોય, તો તે બાળક '1' બોલે છે..

જો બાળકની બાજુમાં ઊભેલાં બંને બાળકો તેના કરતાં ઊંચા હોય, તો તે બાળક '2' બોલે છે.

જો બાળકની બાજુમાં ઊભેલાં બંનેમાંથી એક પણ બાળક તેના કરતાં ઊંચું ન હોય, તો તે બાળક '0' બોલે છે. એટલે કે, દરેક વ્યક્તિ પોતાની આસપાસ ઊભેલા પોતાનાથી ઊંચા પડોશીઓની સંખ્યા બોલે છે.

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપવાનો પ્રયાસ કરો અને તેનાં કારણોની આપ-લે કરો.

ગાણિતિક ચર્ચા

1. શું બાળકો પોતાને એવી રીતે ગોઠવી શકે કે છેડે ઊભેલાં બાળકો '2' બોલી શકે?
2. શું આપણે બાળકોને એક હરોળમાં એવી રીતે ગોઠવી શકીએ છીએ કે દરેક બાળક ફક્ત '0' બોલે?
3. શું બે બાળકો એકબીજાની બાજુમાં ઊભાં રહીને સમાન સંખ્યા બોલી શકે?
4. પાંચ બાળકોના એક સમૂહમાં, બધાની ઊંચાઈ ભિન્ન છે. શું તેઓ એવી રીતે ઊભાં રહી શકે કે તેમાંથી ચાર બાળકો '1' બોલે અને છેલ્લો '0' બોલે? શા માટે અથવા શા માટે નહીં?
5. શું આ 5 બાળકોના સમૂહ માટે 1, 1, 1, 1, 1 ક્રમ શક્ય છે?
6. ક્રમ 0, 1, 2, 1, 0 શક્ય છે? શા માટે અથવા શા માટે નહિ?
7. તમે પાંચ બાળકોને કેવી રીતે પુનઃગોઠવશો જેથી મહત્તમ બાળકો સંખ્યા '2' બોલે?

3.2 વિશિષ્ટ ખાના (Super Cells)

નીચેના કોષ્ટકમાં આપેલી સંખ્યાઓનું અવલોકન કરો. કેટલીક સંખ્યાઓના ખાનામાં રંગ શા માટે કર્યો છે? ચર્ચા કરો.

43	79	75	63	10	29	28	34
200	577	626	345	790	694	109	198

એક ખાનું (cell - કોષ) ત્યારે રંગીન થાય છે જ્યારે તેમાં રહેલી સંખ્યા તેના પડોશી ખાનાની સંખ્યા કરતાં મોટી હોય. સંખ્યા 626 રંગીન છે કારણ કે, તે 577 અને 345 કરતાં મોટી છે, જ્યારે 200 રંગીન નથી કારણ કે, તે 577 કરતાં નાની છે. સંખ્યા 198 રંગીન છે કારણ કે, તેની બાજુમાં ફક્ત એક જ ખાનું છે, જેમાં સંખ્યા 109 છે, અને 198 એ 109 કરતાં મોટી છે.

વિચારો અને શોધો

1. નીચેના કોષ્ટકમાં વિશિષ્ટ ખાનામાં રંગ પૂરો અથવા ચિહ્નિત કરો.

6828	670	9435	3780	3708	7308	8000	5583	52

2. નીચેના કોષ્ટકને ફક્ત 4-અંક (4 digit)ની સંખ્યાઓથી ભરો, જેથી ફક્ત વિશિષ્ટ ખાનાં જ રંગીન હોય.

5346		1258					9635	

3. નીચેના કોષ્ટકને એવી રીતે ભરો કે આપણને શક્ય તેટલાં વધુ વિશિષ્ટ ખાનાં મળે. પુનરાવર્તન વગર 100થી 1000 વચ્ચેની સંખ્યાઓનો ઉપયોગ કરો.

4. ઉપરના કોષ્ટકમાંની 9 સંખ્યાઓમાંથી કેટલાં વિશિષ્ટ ખાનાં છે ?
5. વિવિધ સંખ્યાના ખાના માટે કેટલાં વિશિષ્ટ ખાનાં (supercells) શક્ય છે તે શોધો.



શું તમે કોઈ પૅટર્નની નોંધ લીધી? મહત્તમ સંખ્યામાં વિશિષ્ટ ખાનાં મેળવવા માટે આપેલ કોષ્ટક ભરવાની પદ્ધતિ શું છે ? તમારી વ્યૂહરચના શોધો અને તેની ચર્ચા કરો.

પ્રયત્ન કરો

6. શું તમે કોષ્ટકને સંખ્યાઓનું પુનરાવર્તન કર્યા વગર ભરી શકો છો, કે જેથી તેમાં કોઈ પણ વિશિષ્ટ ખાનાં ન હોય? શા માટે અથવા શા માટે નહિ?
7. શું કોષ્ટકમાં સૌથી મોટી સંખ્યા ધરાવતું ખાનું હંમેશાં વિશિષ્ટ ખાનું હશે? શું કોષ્ટકમાં સૌથી નાની સંખ્યા ધરાવતું ખાનું વિશિષ્ટ ખાનું હોઈ શકે? શા માટે અથવા શા માટે નહીં?
8. કોષ્ટકને એવી રીતે ભરો કે બીજી સૌથી મોટી સંખ્યા ધરાવતું ખાનું વિશિષ્ટ ખાનું ન હોય.
9. કોષ્ટકને એવી રીતે ભરો કે બીજી સૌથી મોટી સંખ્યા ધરાવતું ખાનું વિશિષ્ટ ખાનું ન હોય પરંતુ બીજી સૌથી નાની સંખ્યાનું ખાનું વિશિષ્ટ ખાનું હોય, શું આ શક્ય છે?
10. આ કોયડાની અન્ય વિવિધતાઓ બનાવો અને તમારા સહપાઠીઓને પડકાર આપો.

ચાલો, વધુ હરોળ સાથે વિશિષ્ટ ખાનાની પ્રવૃત્તિ કરીએ.

અહીં, પડોશી ખાનું એટલે કે ડાબી (left), જમણી (right), ઉપર (top) અને નીચે (bottom) તરત જ આવતું હોય.

નિયમ એ જ રહે છે : કોઈ ખાનું ત્યારે વિશિષ્ટ ખાનું બને છે, જો તેમાં રહેલી સંખ્યા તેનાં તમામ પડોશી ખાનાંની સંખ્યા કરતાં મોટી હોય. કોષ્ટક 1માં, 8632 તેના તમામ પડોશીઓ 4580, 8280, 4795 અને 1944 કરતાં મોટી છે.

કોષ્ટક 1

2430	7500	7350	9870
3115	4795	9124	9230
4580	8632	8280	3446
5785	1944	5805	6034

કોષ્ટક 2

	96,301	36,109	
	13,609	60,319	19,306
		60,193	
	10,963		

- કોષ્ટક 2ને 5-અંકની સંખ્યાથી પૂર્ણ કરો, જેના અંકો (digits) '1', '0', '6', '3', અને '9' કોઈ પણ ક્રમમાં હોય. ફક્ત રંગીન ખાનામાં જ તેના બધા પડોશીઓ કરતાં મોટી સંખ્યા હોવી જોઈએ. કોષ્ટકમાં સૌથી મોટી સંખ્યા _____ છે.

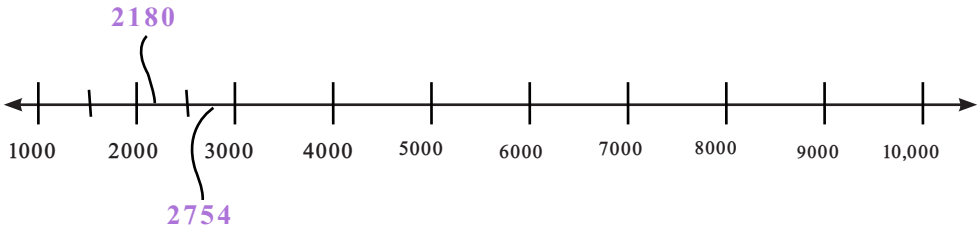
કોષ્ટકમાં સૌથી નાની બેકી(યુગ્મ) સંખ્યા _____ છે.

કોષ્ટકમાં 50,000 કરતાં મોટી સૌથી નાની સંખ્યા _____ છે.

ઉપરના કોષ્ટકને ભર્યા પછી, હજારના અંક પછી યોગ્ય રીતે અલ્પવિરામ મૂકો.

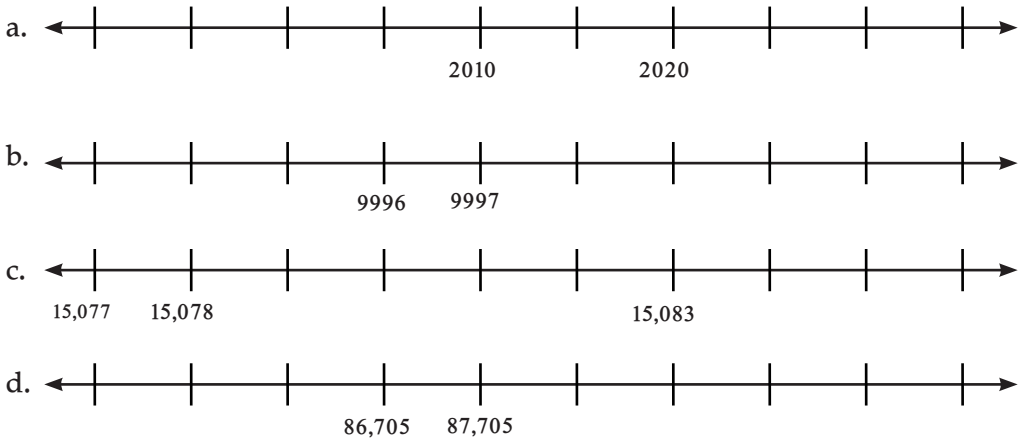
3.3 સંખ્યારેખા પર સંખ્યાઓની પેટર્ન (Patterns of Numbers on the Number Line)

હવે, આપણે સંખ્યારેખા (number lines)થી ખૂબ પરિચિત છીએ. ચાલો જોઈએ કે, શું આપણે કેટલીક સંખ્યાઓને સંખ્યારેખા પર તેમના સ્થાન પર (appropriate positions) મૂકી શકીએ છીએ. સંખ્યાઓ : 2180, 2754, 1500, 3600, 9950, 9590, 1050, 3050, 5030, 5300 અને 8400 ને સંખ્યા રેખા પર ગોઠવો.



વિચારો અને શોધો

નીચેની સંખ્યારેખાઓ પર અંકિત સંખ્યાઓ ઓળખો અને બાકીનાં સ્થાનો પર યોગ્ય સંખ્યા અંકિત કરો.



ઉપર આપેલ દરેક શ્રેણીમાં સૌથી નાની સંખ્યાની ફરતે વર્તુળ (circle) કરો અને સૌથી મોટી સંખ્યાની ફરતે ચોરસ કરો.

3.4 અંકોની રમત (Playing with Digits)

આપણે 1, 2, 3... અને એ રીતે સંખ્યાઓ લખવાનું શરૂ કરીએ છીએ. અહીં 1- અંકની નવ સંખ્યાઓ છે.

કેટલી સંખ્યાઓમાં બે અંક, ત્રણ અંક, ચાર અંક અને પાંચ અંક છે તે શોધો.

1 અંકની સંખ્યાઓ 1–9 સુધી	2 અંકની સંખ્યાઓ	3 અંકની સંખ્યાઓ	4 અંકની સંખ્યાઓ	5 અંકની સંખ્યાઓ
9				

સંખ્યાઓના અંકોના સરવાળા



કોમલ નોંધે છે કે જ્યારે તે અમુક સંખ્યાઓના અંકોનો સરવાળો કરે છે, ત્યારે સરવાળો સમાન આવે છે.

ઉદાહરણ તરીકે સંખ્યા 68ના અંકોનો સરવાળો, 176 અથવા 545ના અંકોના સરવાળા જેટલો જ છે.

વિચારો અને શોધો

1. અંકોનો સરવાળો 14

a. જેના અંકોનો સરવાળો 14 થાય તેવી બીજી સંખ્યાઓ લખો.

b. અંકોનો સરવાળો 14 હોય તેવી સૌથી નાની સંખ્યા કઈ છે?

c. અંકોનો સરવાળો 14 હોય તેવી સૌથી મોટી 5-અંકની સંખ્યા કઈ છે?

d. એવી મોટામાં મોટી કઈ સંખ્યા બનાવી શકાય કે જેના અંકોનો સરવાળો 14 હોય? શું તમે તેનાથી પણ મોટી સંખ્યા બનાવી શકો છો?

ગાણિતિક ચર્ચા

2. 40થી 70 સુધીની તમામ સંખ્યાઓના અંકોના સરવાળા શોધો. તમારાં અવલોકનોની વર્ગમાં ચર્ચા કરો.

3. જેના અંકો ક્રમિક (consecutive) હોય, તેવી ત્રણ-અંકની (3-digit) સંખ્યાઓના અંકોના સરવાળાની ગણતરી કરો. (ઉદાહરણ તરીકે, 345) શું તમને કોઈ પૅટર્ન (pattern) દેખાય છે? શું આ પૅટર્ન ચાલુ રહેશે?

અંક શોધક

1થી 100 સુધીની સંખ્યા લખ્યા પછી, દિનેશને આશ્ચર્ય થયું કે તેણે અંક '7' કેટલી વાર લખ્યો હશે!



- 1થી 100 સુધીની સંખ્યાઓમાં અંક '7' કેટલી વાર આવે છે? 1થી 1000 સુધીની સંખ્યાઓમાં અંક '7' કેટલી વાર આવે છે?

3.5 આકર્ષક પેલિન્ડ્રોમિક પૅટર્ન (Pretty Palindromic Patterns)

તમને આ સંખ્યાઓમાં કઈ પૅટર્ન દેખાય છે : 66, 848, 575, 797, 1111?
આ સંખ્યાઓ ડાબેથી જમણે અને જમણેથી ડાબે વાંચતાં સમાન જ રહે છે. પ્રયત્ન કરીને જુઓ. આવી સંખ્યાઓને પેલિન્ડ્રોમ્સ અથવા પેલિન્ડ્રોમિક સંખ્યાઓ કહેવામાં આવે છે.

1, 2, 3નો ઉપયોગ કરીને બનતા તમામ પેલિન્ડ્રોમ (Palindromes)

121, 313, 222 એ અંકો '1', '2', '3'નો ઉપયોગ કરીને બનાવેલા પેલિન્ડ્રોમના કેટલાંક ઉદાહરણો છે.

- આ અંકોનો ઉપયોગ કરીને તમામ શક્ય 3-અંકના પેલિન્ડ્રોમ લખો.

પેલિન્ડ્રોમને ઊલટાવો અને સરવાળો કરો.

હવે, આ સરવાળાઓ જુઓ. શું થઈ રહ્યું છે તે સમજવાનો પ્રયાસ કરો.

અનુસરવાનાં પગલાં :

બે-અંકની સંખ્યાથી શરૂઆત કરો. આ સંખ્યાને તેની ઊલટી સંખ્યામાં ઉમેરો. જો તમને પેલિન્ડ્રોમ મળે, તો અટકી જાઓ, નહીં તો અંકોને ઊલટાવવાની અને ઉમેરવાની પ્રક્રિયાનું પુનરાવર્તન કરો.

તે જ પ્રક્રિયા અન્ય કેટલીક સંખ્યાઓ માટે અજમાવો, અને તે જ પગલાં અનુસરો.

34	29	48	76
43	92	84	67
77	121	132	143
		231	341
		363	484

જો તમને પેલિન્ડ્રોમ (palindrome) મળે, તો ત્યાં અટકી જાઓ. કેટલીક સંખ્યાઓ માટે તમારે આ પ્રક્રિયા ઘણી બધી વખત પુનરાવર્તિત કરવી પડશે.

શું એવી સંખ્યાઓ છે કે જેના માટે તમે ક્યારેય પેલિન્ડ્રોમ સુધી પહોંચી શકશો નહીં?

શોધો

ગાણિતિક ચર્ચા

2-અંકની સંખ્યાથી શરૂ કરીને, સંખ્યાઓને વારંવાર ઊલટાવવાથી અને ઉમેરવાથી, હંમેશાં પેલિન્ડ્રોમ (palindrome) મળશે? ચકાસો અને શોધો.*

કોયડાનો સમય

દસ હજાર	હજાર	સો	દશક	એકમ

સંખ્યાને શબ્દોમાં લખો :

હું 5-અંકનો પેલિન્ડ્રોમ છું.
હું એક એકી સંખ્યા છું.
મારો 'દશક'નો અંક મારા 'એકમ'ના અંક કરતાં બમણો છે.
મારો 'સો'નો અંક મારા 'દશક'ના અંક કરતાં બમણો છે. હું કોણ છું?

3.6 કાપરેકરની જાદુઈ સંખ્યા (The Magic Number of Kaprekar)



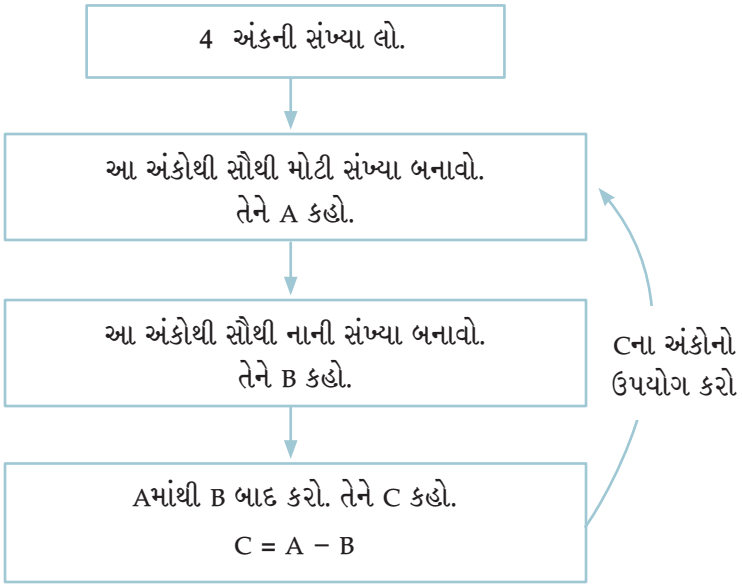
ડી.આર.કાપરેકર દેવલાલી, મહારાષ્ટ્રમાં એક સરકારી શાળાના ગણિતના શિક્ષક હતા. તેમને સંખ્યાઓ સાથે રમવું ખૂબ ગમતું હતું અને તેમણે સંખ્યાઓમાં ઘણી સુંદર પૅટર્ન શોધી કાઢી હતી, જે અગાઉ અજ્ઞાત (unknown) હતી.

1949 માં તેમણે 4-અંકની સંખ્યાઓ સાથે રમતી વખતે એક રસપ્રદ અને જાદુઈ (Magical) ઘટના (phenomenon) શોધી.

* જવાબ હા છે! 3-અંકની સંખ્યાઓ માટે જવાબ અજ્ઞાત છે. એવી શંકા છે કે 196થી શરૂ થવાથી ક્યારેય પેલિન્ડ્રોમ મળતો નથી!

નીચેનાં પગલાં અનુસરો અને તમારી જાતે જાદુનો અનુભવ કરો :

કોઈ પણ 4-અંકની સંખ્યા લો, જેમાં ઓછામાં ઓછા બે ભિન્ન અંકો (શૂન્ય સિવાય) હોય, જેમ કે 6382.



આ પ્રમાણે કરવાનું ચાલુ રાખીએ તો શું થશે?

A = 8632
B = 2368
C = 8632 − 2368
= 6264

A = 6642
B = 2466
C = 6642 − 2466
= 4176

A = 7641
B = 1467
C = 7641 − 1467
= 6174

A =
B =
C =

શોધો

ચાલો, જુદી જુદી 4-અંકની સંખ્યા લઈને આ પગલાં અનુસરીએ. શોધી કાઢો કે શું થાય છે. તમારા મિત્રોને પૂછી જુઓ કે તેમને શું મળ્યું.

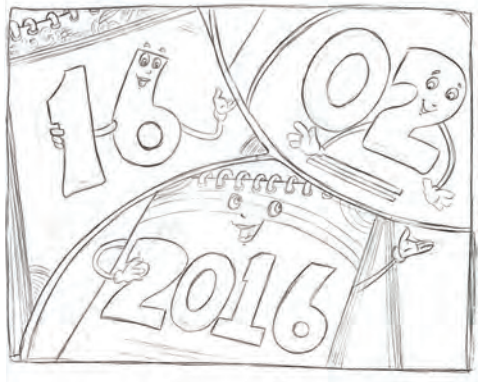
તમે હંમેશાં જાદુઈ સંખ્યા '6174' પર પહોંચશો. સંખ્યા '6174' એ હવે 'કાપરેકર અચળાંક' (Kaprekar constant) તરીકે ઓળખાય છે.

ચાલો આ જ પગલાં 3-અંકની થોડીક સંખ્યા સાથે કરીએ. કઈ સંખ્યાના પુનરાવર્તનની શરૂઆત થાય છે?

3.7 ઘડિયાળ અને કેલેન્ડરની સંખ્યાઓ (Clock and Calendar Numbers)

12 કલાકની સામાન્ય ઘડિયાળમાં, સમયની જુદી જુદી પૅટર્ન જોવા મળે છે. ઉદાહરણ તરીકે, 4:44, 10:10, 12:21.

- ચાલો, આ પ્રકારના 12-કલાકની ઘડિયાળમાં શક્ય હોય તેટલા તમામ સમય શોધી કાઢવાનો પ્રયાસ કરીએ.



મનીષનો જન્મદિવસ 20/12/2012ના રોજ છે, જ્યાં અંકો '2', '0', '1', અને '2' તે જ ક્રમમાં પુનરાવર્તિત (repeat) થાય છે.

- ભૂતકાળની આ પ્રકારની અન્ય કેટલીક તારીખો શોધો.

  તેની બહેન, મેઘનાનો જન્મદિવસ 11/02/2011 ના રોજ છે, જ્યાં અંકો ડાબેથી જમણે અને જમણેથી ડાબે વાંચવામાં સમાન જ રહે છે.

- આ પ્રકારની ભૂતકાળની તમામ સંભવિત તારીખો શોધો.

જીવણ આ વર્ષનું કેલેન્ડર જોઈ રહ્યો હતો. તેને આશ્ચર્ય થયું કે, "શા માટે આપણે દર વર્ષે કેલેન્ડર બદલવું જોઈએ? શું આપણે કેલેન્ડરનો ફરીથી ઉપયોગ ન કરી શકીએ?" તમે શું વિચારો છો?

તમે કદાચ નોંધ્યું હશે કે, ગયા વર્ષનું કેલેન્ડર (last year's calendar) આ વર્ષના કેલેન્ડર કરતાં અલગ હતું. વળી, આવતા વર્ષનું કેલેન્ડર (next year's calendar) પણ પાછલાં વર્ષોના કેલેન્ડર કરતાં અલગ હશે.

- પરંતુ, શું કોઈ પણ વર્ષનું કેલેન્ડર અમુક વર્ષો પછી ફરીથી પુનરાવર્તિત થશે? શું કોઈ વર્ષની બધી તારીખો અને દિવસોનો બીજા કોઈ વર્ષ સાથે બરાબર મેળ ખાશે?

પ્રયત્ન કરો

વિચારો અને શોધો

1. પ્રતિભા '4', '7', '3' અને '2' અંકોનો ઉપયોગ કરીને 4-અંકની સૌથી નાની 2347 અને સૌથી મોટી 7432 સંખ્યાઓ બનાવે છે. આ બે સંખ્યાઓ વચ્ચેનો તફાવત 7432 − 2347 = 5085 છે. આ બે સંખ્યાઓનો સરવાળો 9779 છે. નીચેનાં વિધાનો સંતોષાય તે રીતે, 4-અંક પસંદ કરો.

   a. સૌથી મોટી અને સૌથી નાની સંખ્યાઓ વચ્ચેનો તફાવત 5085 કરતાં વધારે હોય.

b. સૌથી મોટી અને સૌથી નાની સંખ્યા વચ્ચેનો તફાવત 5085થી નાનો હોય.

c. મોટામાં મોટી અને નાનામાં નાની સંખ્યાનો સરવાળો 9779થી મોટો હોય.

d. મોટામાં મોટી અને નાનામાં નાની સંખ્યાનો સરવાળો 9779થી નાનો હોય.

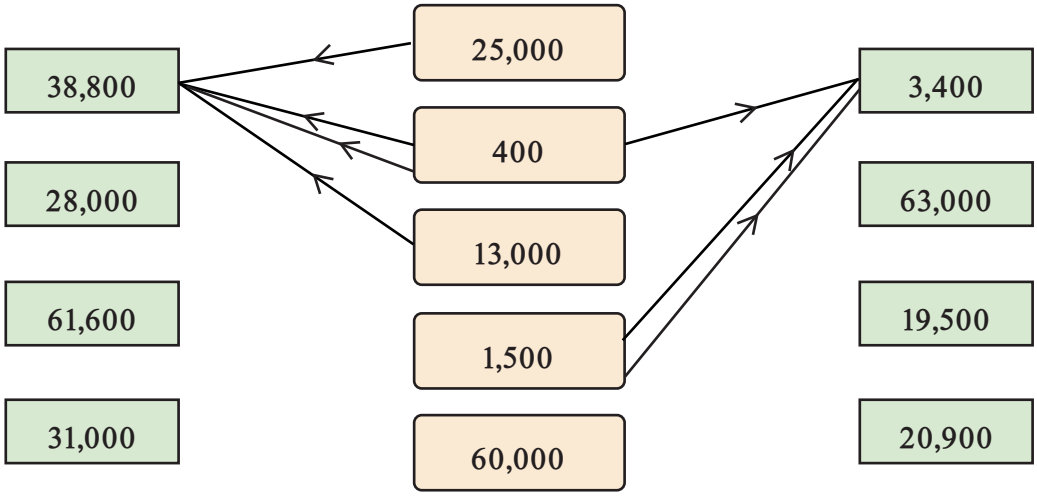
2. સૌથી નાની અને સૌથી મોટી 5-અંકની પેલિન્ડ્રોમિક સંખ્યાનો સરવાળો શું છે? તેમનો તફાવત શું છે?

3. અત્યારે સમય 10:01 છે. હવે પછીનો પેલિન્ડ્રોમિક સમય કેટલી મિનિટ પછી ઘડિયાળ બતાવશે? તે પછી ક્યારે આવશે?

4. સંખ્યા 5683ને કાપરેકર અચળાંક સુધી પહોંચતા કેટલી વખત ક્રિયા (પાના નં. 63) કરવી પડશે?

3.8 મૌખિક ગણિત (Mental Math)

નીચે આપેલી આકૃતિનું અવલોકન કરો. સંખ્યાઓ અને દોરેલી રેખાઓ વિશે તમે શું કહી શકશો?



વચ્ચેના સ્તંભમાં (Column) આપેલી સંખ્યાઓનો સરવાળો જુદી જુદી રીતે કરતાં બાજુ પરના સ્તંભની સંખ્યાઓ મળે છે. (1500 + 1500 + 400 = 3400). ઇચ્છિત સરવાળો મેળવવા માટે વચ્ચેના સ્તંભની સંખ્યાઓનો જરૂરિયાત મુજબ ગમે તેટલી વખત ઉપયોગ કરી શકાય છે. ઇચ્છિત સરવાળો મેળવવા માટે વચ્ચેના સ્તંભની સંખ્યાઓને બાજુના સ્તંભની સંખ્યા સાથે તીરના નિશાનથી જોડો.

નીચે બે ઉદાહરણો આપ્યાં છે. આ ગણતરી મૌખિક કરવી વધુ સરળ છે.

38,800 = 25,000 + 400 × 2 + 13,000

3400 = 1500 + 1500 + 400

વચ્ચેના સ્તંભની સંખ્યાઓના ઉપયોગથી શું આપણે 1,000 બનાવી શકીએ? શા માટે નહીં? શું 14,000, 15,000 અને 16,000 બનાવી શકીશું? હા, તે શક્ય છે કેવી રીતે તે સમજાવો. હજારવાળી કઈ-કઈ સંખ્યાઓ બનાવી શકાતી નથી?



ઉમેરો અને બાદ કરો

અહીં, ખાનામાં આપેલી સંખ્યાનો ઉપયોગ કરીને, જરૂરી સંખ્યા મેળવવા માટે આપણને સરવાળા અને બાદબાકી બંનેનો ઉપયોગ કરવાની છૂટ છે. એક ઉદાહરણ બતાવેલ છે.

40,000	7,000
300	1,500
12,000	800

39,800 = 40,000 − 800 + 300 + 300

45,000 =

5,900 =

17,500 =

21,400 =

અંકો અને ગાણિતિક ક્રિયાઓ

બે પાંચ-અંકની સંખ્યાઓનો સરવાળો કરીને પાંચ-અંકની બીજી સંખ્યા મેળવવાનું એક ઉદાહરણ 12,350 + 24,545 = 36,895 છે.

પાંચ-અંકની બે સંખ્યાઓની બાદબાકી કરીને બીજી પાંચ-અંકની સંખ્યા મેળવવાનું એક ઉદાહરણ 48,952 − 24,547 = 24,405 છે.

વિચારો અને શોધો

1. નીચે આપેલી દરેક પરિસ્થિતિ માટે શક્ય હોય તો એક ઉદાહરણ લખો..

5 અંકની સંખ્યા + 5 અંકની સંખ્યાનો સરવાળો 90,250 કરતાં મોટો હોય તેવી 5 અંકની સંખ્યા	5 અંક + 3 અંકનો સરવાળો 6 અંકની સંખ્યા બને	4 અંક + 4 અંકનો સરવાળો 6 અંકની સંખ્યા બને	5 અંક + 5 અંકનો સરવાળો એ 6 અંકની સંખ્યા બને	5 અંક + 5 અંકનો સરવાળો 18,500 થાય
5 અંકની સંખ્યા − 5 અંકની સંખ્યાની બાદબાકી 56,503 કરતાં ઓછી હોય.	5 અંકની સંખ્યા − 3 અંકની સંખ્યાની બાદબાકી 4 અંકની સંખ્યા મળે	5 અંકની સંખ્યા − 4 અંકની સંખ્યાની બાદબાકી 4 અંકની સંખ્યા મળે	5 અંકની સંખ્યા − 5 અંકની સંખ્યાની બાદબાકી 3 અંકની સંખ્યા મળે	5 અંકની સંખ્યા − 5 અંકની સંખ્યાની બાદબાકી 91,500 મળે.

શું તમે બધા કિસ્સાઓ (cases) માટે ઉદાહરણો શોધી શકો છો? જો નહીં, તો વિચારો અને ચર્ચા કરો કે તેનું કારણ શું હોઈ શકે છે. આવા બીજા પ્રશ્નો રચો અને તમારા સહપાઠીઓને પડકાર આપો.

ગાણિતિક ચર્ચા

2. *હંમેશાં, ક્યારેક, ક્યારેય નહીં?*

નીચે કેટલાંક વિધાન આપેલાં છે. વિચારો અને શોધો કે શું દરેક વિધાન 'હંમેશાં સાચું', 'માત્ર ક્યારેક સાચું' કે 'ક્યારેય સાચું નહીં' છે. તમને આવું કેમ લાગે છે? તમારા તર્ક લખો અને વર્ગમાં તેની ચર્ચા કરો.

a. 5 અંકની સંખ્યા + 5 અંકની સંખ્યા = 5 અંકની સંખ્યા

b. 4 અંકની સંખ્યા + 2 અંકની સંખ્યા = 4 અંકની સંખ્યા

c. 4 અંકની સંખ્યા + 2 અંકની સંખ્યા = 6 અંકની સંખ્યા

d. 5 અંકની સંખ્યા – 5 અંકની સંખ્યા = 5 અંકની સંખ્યા

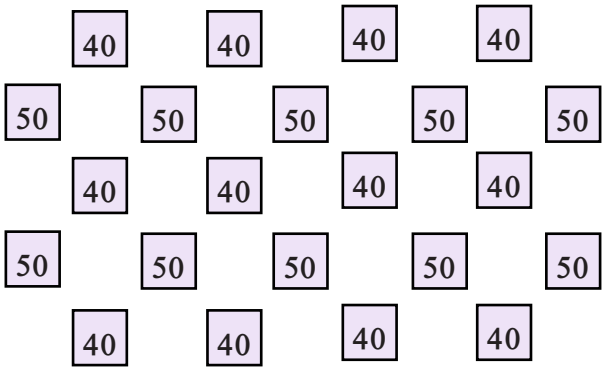
e. 5 અંકની સંખ્યા – 2 અંકની સંખ્યા = 3 અંકની સંખ્યા

3.9 સંખ્યાઓની પૅટર્ન સાથે રમત (Playing with Number Patterns)

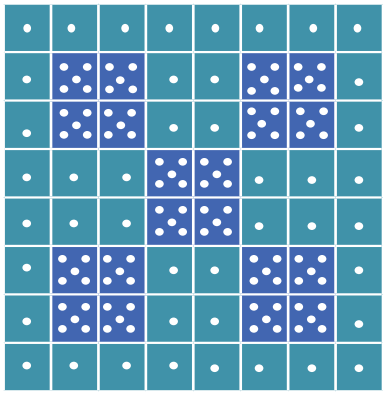
અહીં કેટલીક સંખ્યાઓ અમુક પૅટર્નમાં ગોઠવાયેલી છે. નીચે આપેલી દરેક આકૃતિમાંની સંખ્યાઓનો સરવાળો શોધો. શું આપણે તેમને એક પછી એક ઉમેરવી જોઈએ, કે પછી આપણે ઝડપી રીતે કરી શકીએ?

આ પ્રશ્નોના ઉકેલ માટે તમે દરેકે જે જુદી જુદી રીતનો ઉપયોગ કર્યો છે તેની વર્ગમાં ચર્ચા કરો.

a.



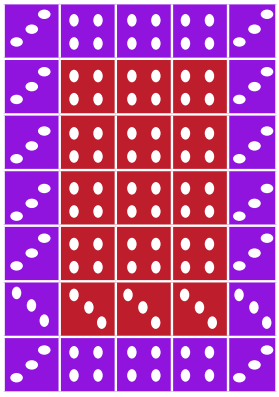
b.



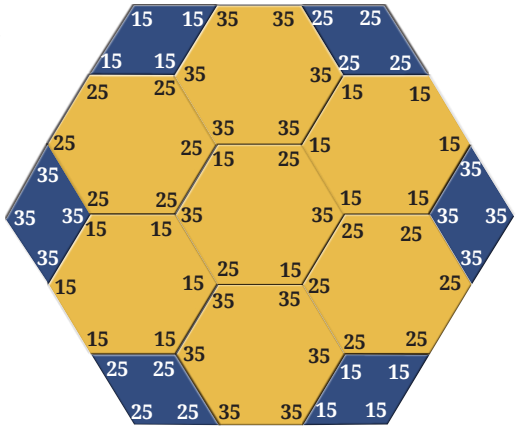
c.

32	32	32	32	32	32	32	32
32	32	32	32	32	32	32	32
32	32	32	32	32	32	32	32
32	32	32	32	32	32	32	32
64	64	64					64
64	64	64					64
64	64	64					64
64	64	64					64

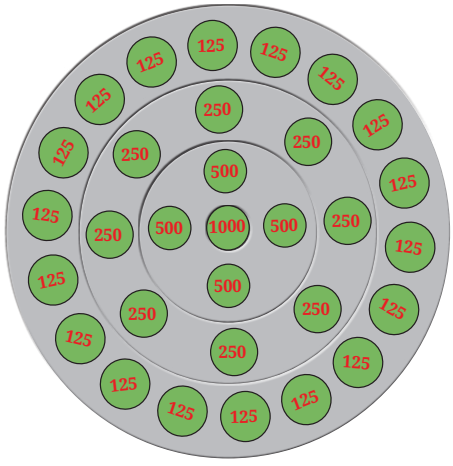
d.



e.



f.



3.10 એક વણઉકેલાયેલું રહસ્ય - કોલાત્ઝનું અનુમાન!
(An Unsolved Mystery – Collatz Conjucture!)

નીચેની શ્રેણી જુઓ – બધી શ્રેણીમાં તમામ અનુક્રમોમાં સમાન નિયમ લાગુ પાડવામાં આવ્યો છે:

a. 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

b. 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

c. 21, 64, 32, 16 , 8, 4, 2, 1

d. 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

આ શ્રેણીઓ કેવી રીતે રચાઈ હતી. શું તે તમે જોઈ શકો છો?

નિયમ :

કોઈ પણ સંખ્યાથી શરૂ કરો; જો સંખ્યા બેકી (even) હોય, તો તેને અડધી (half) કરો; જો સંખ્યા એકી (odd) હોય, તો તેને 3 વડે ગુણીને 1 ઉમેરો; આ પ્રક્રિયાનું પુનરાવર્તન કરો.

ધ્યાન આપો કે, ઉપરની સંખ્યાઓની ચારેય શ્રેણી છેવટે સંખ્યા 1 પર પહોંચી છે. 1937માં, જર્મન ગણિતશાસ્ત્રી લોથાર કોલાત્ઝે (Lothar Collatz) એવી ધારણા કરી હતી કે તમે ગમે તે પૂર્ણાંક સંખ્યાથી શરૂઆત કરો, આ શ્રેણી હંમેશાં 1 પર પહોંચશે. આજે પણ, ઘણા ગણિતશાસ્ત્રીઓ આના પર કામ કરી રહ્યા હોવા છતાં, કોલાત્ઝની ધારણા સાચી છે, કેમ કે તે એક વણઉકેલાયેલી સમસ્યા છે! કોલાત્ઝનું અનુમાન એ ગણિતશાસ્ત્રમાં સૌથી પ્રખ્યાત વણઉકેલાયેલી સમસ્યાઓમાંની એક છે.

- તમારી મનપસંદ પૂર્ણ સંખ્યાથી શરૂ કરીને ઉપર આપી છે તેવી કેટલીક વધુ કોલાત્ઝની શ્રેણી બનાવો. શું તમે હંમેશાં 1 સુધી પહોંચો છો?

શું તમે કોલાત્ઝના અનુમાન પર વિશ્વાસ કરો છો કે, આવી બધી શ્રેણી આખરે 1 સુધી પહોંચશે? શા માટે અથવા શા માટે નહીં?

3.11 સરળ અંદાજ (Simple Estimation)

કેટલીક વાર, આપણને વસ્તુઓની ચોક્કસ ગણતરી ખબર ન હોય અથવા તેની જરૂર ન હોય અને તે હેતુ માટે અંદાજ પૂરતો હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે, તમારા શાળાના આચાર્યને તમારી શાળામાં નોંધાયેલા વિદ્યાર્થીઓની ચોક્કસ સંખ્યા ખબર હશે, પરંતુ તમને ફક્ત અંદાજિત સંખ્યા જ ખબર હોય. તમારી શાળામાં કેટલા વિદ્યાર્થીઓ છે? લગભગ 150? 400? એક હજાર?

પારોમિતાના વર્ગમાં 32 બાળકો છે. તે જ ધોરણના અન્ય 2 વર્ગમાં અનુક્રમે 29 અને 35 બાળકો છે. તેથી, તેણે તેના ધોરણમાં બાળકોની સંખ્યાનો અંદાજ લગભગ 100 લગાવ્યો. ધોરણ 6ની સાથે, તેની શાળામાં ધોરણ 7થી 10 પણ છે અને દરેક ધોરણમાં 3 વર્ગો છે. તેણે દરેક ધોરણમાં સમાન સંખ્યા ધારી અને તેની શાળામાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા લગભગ 500 હોવાનો અંદાજ લગાવ્યો.

વિચારો અને શોધો

આપણે કેટલાક સરળ અંદાજ (estimates) લગાવીશું. આ એક મનોરંજક પ્રવૃત્તિ છે, અને તમને આપણી આસપાસની વિવિધ સંખ્યાઓ જાણવામાં મજા પડી શકે છે.

યાદ રાખો કે, નીચેના પ્રશ્નો માટે આપણને ચોક્કસ સંખ્યાઓમાં રસ નથી.
વર્ગમાં તમારી અંદાજ પદ્ધતિઓની આપ-લે કરો.

1. ચાલવા માટે તમે ભરેલાં ડગલાં :
   a. તમે જ્યાં બેઠા છો ત્યાંથી વર્ગખંડના દરવાજા સુધી
   b. શાળાના મેદાનમાં શરૂઆતથી અંત સુધી
   c. તમારા વર્ગખંડના દરવાજાથી શાળાના મુખ્ય દરવાજા સુધી
   d. તમારી શાળાથી તમારા ઘર સુધી
2. તમે તમારી આંખો કેટલીવાર પટપટાવો છો અથવા તમે કેટલી વખત શ્વાસ લો છો :
   a. એક મિનિટમાં
   b. એક કલાકમાં
   c. એક દિવસમાં
3. તમારી આસપાસમાં આવેલી વસ્તુઓના ઉદાહરણ આપો :
   a. જેની સંખ્યા હજારમાં હોય
   b. જેની સંખ્યા દસ હજારથી વધુ

અંદાજિત જવાબ

30 સેકન્ડની અંદર અનુમાન લગાવવાનો પ્રયત્ન કરો. તમારા મિત્રો સાથે તમારું અનુમાન ચકાસો.

1. તમારા ગણિતના પાઠ્યપુસ્તકમાં શબ્દોની સંખ્યા :
   a. 5000 કરતાં વધારે
   b. 5000 કરતાં ઓછી
2. બસ દ્વારા તમારી શાળાએ આવતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા :
   a. 200 કરતાં વધારે
   b. 200 કરતાં ઓછી
3. રોશન 5 વ્યક્તિઓ માટે ફ્રૂટસલાડ બનાવવા માટે દૂધ અને 3 પ્રકારનાં ફળ ખરીદવા માંગે છે. તેનો અંદાજ છે કે તેની કિંમત ₹100 હશે. શું તમે તેની સાથે સહમત છો? શા માટે અથવા શા માટે નહીં?
4. ગાંધીનગર (ગુજરાત)થી કોહિમા (નાગાલેન્ડ) વચ્ચેનું અંતર અંદાજો.
   સૂચન : આ શહેરો શોધવા માટે ભારતના નકશા પર નજર નાખો.

5. શીતલ છઠ્ઠા ધોરણમાં છે અને કહે છે કે તેણે આજ સુધી લગભગ 13,000 કલાક શાળામાં વિતાવ્યા છે. શું તમે તેની સાથે સહમત છો? શા માટે અથવા શા માટે નહીં?
6. પહેલાં, લોકો લાંબા અંતર સુધી ચાલતા હતા, કારણ કે તેમની પાસે પરિવહનનું બીજું કોઈ સાધન નહોતું. ધારો કે તમે તમારી સામાન્ય ગતિએ ચાલો છો. તમને નીચેના સ્થળોએ જવા માટે આશરે કેટલો સમય લાગશે ?
   a. તમારા વર્તમાન સ્થાનથી નજીકના તમારા મનપસંદ સ્થળોમાંથી એક સુધી.
   b. તમારા વર્તમાન સ્થાનથી કોઈ પણ પડોશી રાજ્યની રાજધાનીના શહેર સુધી.
   c. ભારતમાં સૌથી દક્ષિણના બિંદુથી ભારતના સૌથી ઉત્તરના બિંદુ સુધી.
7. કેટલાક અંદાજ કરવાના પ્રશ્નો બનાવો અને તમારા સહપાઠીઓને પડકાર આપો!

3.12 રમતો અને જીતવાની વ્યૂહરચના (Games and Winning Strategies)

સંખ્યાઓનો ઉપયોગ રમતો રમવા અને જીતવાની વ્યૂહરચનાઓ વિકસાવવા માટે પણ થઈ શકે છે. અહીં એક પ્રખ્યાત રમત છે જેનું નામ 21 છે. આ રમત તમારા સહપાઠી (વર્ગના મિત્રો) સાથે રમો. પછી ઘરે તમારા પરિવાર સાથે પણ પ્રયત્ન કરો!

- **રમત 1ના નિયમો :** પ્રથમ ખેલાડી 1, 2 અથવા 3 કહે છે. પછી બંને ખેલાડીઓ વારાફરતી બોલાયેલા અગાઉના અંક (number) માં 1, 2 અથવા 3 ઉમેરે છે. જે ખેલાડી પહેલાં 21 સુધી પહોંચે છે તે જીતી જાય છે!

  તમારા સહપાઠી સાથે આ રમત ઘણી વખત રમો. શું તમને જીતવાની વ્યૂહરચના (winning strategy) દેખાવા લાગી છે?

  જો તેઓ યોગ્ય રીતે રમે તો કયો ખેલાડી હંમેશાં જીતી શકે છે? વિજેતા ખેલાડીએ સંખ્યાઓની કઈ પૅટર્ન કહેવી જોઈએ?

  આ રમતમાં ઘણી વિવિધતાઓ છે. અહીં બીજી એક સામાન્ય વિવિધતા છે.

- **રમત 2ના નિયમ :** પ્રથમ ખેલાડી 1થી 10 વચ્ચેની કોઈ પણ સંખ્યા બોલે છે. પછી બંને ખેલાડી વારાફરતી, પહેલાં બોલેલી સંખ્યામાં 1થી 10 વચ્ચેની કોઈ પણ સંખ્યા ઉમેરે છે. જે ખેલાડી પહેલાં 99 સુધી પહોંચે છે તે જીતે છે!

  તમારા સહપાઠી સાથે આ રમત ઘણી વખત રમો. જુઓ કે તમે આ કિસ્સાને અનુરૂપ જીતવાની વ્યૂહરચના શોધી શકો છો!

કયો ખેલાડી હંમેશાં જીતી શકે છે? આ વખતે જીતનાર ખેલાડીએ કઈ સંખ્યાઓની પૅટર્ન કહેવી જોઈએ?

આ રમતમાં તમારી પોતાની વિવિધતાઓ બનાવો - દરેક વખતે તમે કેટલું ઉમેરી શકો અને વિજેતા અંક કયો છે તે નક્કી કરો. પછી તમારી બનાવેલી રમત ઘણી વખત રમો અને જીતવાની વ્યૂહરચના અને કયો ખેલાડી હંમેશાં જીતી શકે છે તે શોધો.

વિચારો અને શોધો

1. અહીં ફક્ત એક જ વિશિષ્ટ ખાનું (જેની આસપાસની સંખ્યાઓ તેના કરતા નાની હોય) છે. જો તમે કોઈ એક સંખ્યાના બે અંકોની અદલાબદલી કરશો, તો ત્યાં 4 વિશિષ્ટ ખાનાં હશે. તમારે એ શોધવાનું છે કે કયા અંકોની અદલાબદલી કરવી જોઈએ.

16,200	39,344	29,765
23,609	62,871	45,306
19,381	50,319	38,408

પ્રયત્ન કરો

2. તમારા જન્મવર્ષને કાપરેકર અચળાંક સુધી પહોંચવામાં કેટલા વખત સંખ્યાઓની પ્રક્રિયા કરવી પડશે?
3. અમે 35,000થી 75,000ની વચ્ચે 5-અંકની સંખ્યાઓનો સમૂહ છીએ જેના બધા અંકો એકી (અયુગ્મ) છે. અમારા સમૂહમાં સૌથી મોટી સંખ્યા કોણ છે? અમારા સમૂહમાં સૌથી નાની સંખ્યા કોણ છે? અમારામાંથી 50,000ની સૌથી નજીક કોણ છે?
4. સપ્તાહનો અંતિમ દિવસ, તહેવારો અને રજા સહિત એક વર્ષમાં તમને કેટલી રજાઓ મળે છે તેનો અંદાજ લગાવો. પછી, ચોક્કસ સંખ્યા મેળવવાનો પ્રયત્ન કરો અને જુઓ કે તમારો અંદાજ કેટલો નજીક છે.
5. એક મગ, એક ડોલ અને એક ટાંકીની કેટલા લિટર સુધીની ક્ષમતા છે તેનો અંદાજ લગાવો.
6. એક 5-અંકની સંખ્યા અને બે 3-અંકની સંખ્યાઓ એવી રીતે લખો કે તેમનો સરવાળો 18670 થાય.
7. 210 અને 390 વચ્ચેની એક સંખ્યા પસંદ કરો. વિભાગ 3.9માં બતાવેલ પૅટર્ન જેવી જ એક સંખ્યા પેટર્ન બનાવો કે જેમનો સરવાળો પસંદ કરેલ સંખ્યા હોય.

8. પ્રકરણ 1, કોષ્ટક 1માંથી 2ની ઘાતની શ્રેણી યાદ કરો. આ શ્રેણીની શરૂઆતની બધી સંખ્યાઓ માટે કોલાત્ઝનું અનુમાન કેમ સાચું છે?
9. તપાસો કે કોલાત્ઝનું અનુમાન શરૂઆતની સંખ્યા 100 માટે યોગ્ય છે કે નહીં.
10. બે ખેલાડીઓ 0થી શરૂ કરીને વારાફરતી 1થી 3 સુધીની સંખ્યાઓ ઉમેરે છે. પ્રથમ 22 પર પહોંચનાર વ્યક્તિ જીતે છે. હવે જીતવાની વ્યૂહરચના શું છે?

સારાંશ

- સંખ્યાઓનો ઉપયોગ અનેક જુદા જુદા હેતુઓ માટે થઈ શકે છે, જેમાં માહિતી પહોંચાડવી, પૅટર્ન બનાવવી અને શોધવી, જથ્થાનો અંદાજ લગાવવો, કોયડાઓ રજૂ કરવા અને ઉકેલવા, રમતો રમવી અને જીતવી વગેરેનો સમાવેશ થાય છે.
- આ હેતુઓ માટે સંખ્યાઓનો ઉપયોગ કરવા માટે ચોક્કસ પ્રક્રિયાઓ વિશે વિચારવું અને તેનું સૂત્ર બનાવવું એ એક ઉપયોગી કૌશલ્ય અને ક્ષમતા છે. (જેને Computational thinking - 'કમ્પ્યૂટેશનલ થિંકિંગ – ગાણિતિક વિચારસરણી' કહેવાય છે)
- સંખ્યાઓ વિશેના ઘણા પ્રશ્નો રજૂ કરવા ખૂબ જ સરળ હોઈ શકે છે, પરંતુ તેને ઉકેલવા ખૂબ જ મુશ્કેલ હોય છે. હકીકતમાં આવા અસંખ્ય પ્રશ્નો હજુ પણ વણઉકેલાયેલા છે. (ઉદાહરણ તરીકે, કોલાત્ઝનું અનુમાન)