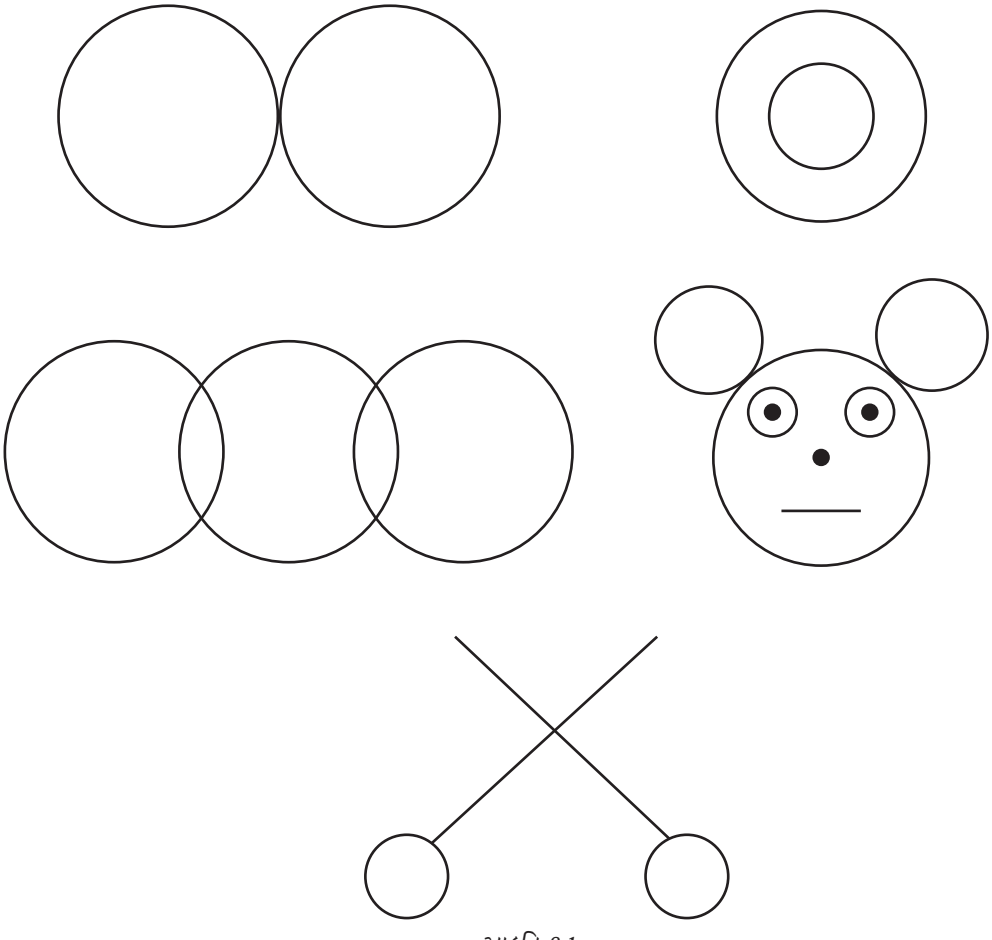
8 રચનાઓ સાથે રમત

U5W3K4

8.1 કલાકૃતિ (Art Work)

નીચેની આકૃતિઓનું અવલોકન કરો અને તેમને મુક્ત હાથે (Free hand) દોરવાનો પ્રયાસ (પ્રયત્ન) કરો.

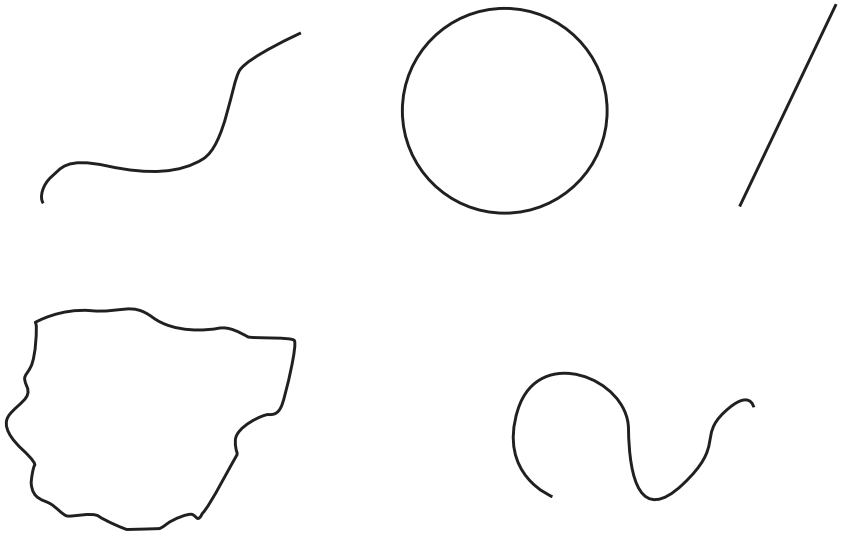


આકૃતિ 8.1

હવે, તમે એક ફૂટપટ્ટી અને પરિકર (compass) લો. ચાલો આપણે આ સાધનો વડે આ આકૃતિઓ દોરી શકીએ છીએ કે કેમ તે જોઈએ અને પરિકરથી પરિચિત થઈએ.

પરિકર કેવી રીતે બનેલું છે તેનું અવલોકન કરો. પરિકર વડે શું દોરી શકાય? શોધી કાઢો!

તમે જાણો છો કે વક્ર (curve) શું છે? તે એવો આકાર છે જેને પેન્સિલ વડે કાગળ પર દોરી શકાય છે અને તેમાં સીધી રેખાઓ (lines), વર્તુળો (circles) અને નીચે બતાવેલી અન્ય આકૃતિઓ સામેલ છે :

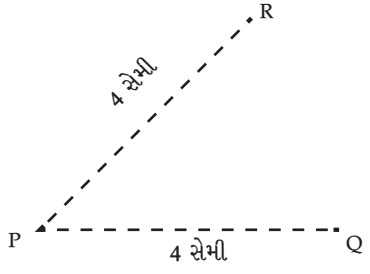


તમારી નોટબુકમાં એક બિંદુ 'P'ને ચિહ્નિત કરો. પછી, Pથી 4 સેમી દૂર હોય તેવાં શક્ય તેટલાં બિંદુઓને જુદી જુદી દિશામાં ચિહ્નિત કરો.

વિચારો : બિંદુ Pથી 4 સેમીના અંતરે આવેલા તમામ બિંદુઓને ચિહ્નિત કરવાની કલ્પના કરો. તે કેવાં દેખાશે?

તેમને જોડવાનો પ્રયાસ કરો અને વક્ર પર કેટલાંક બિંદુઓ લઈને Pથી તેમનું અંતર ખરેખર 4 સેમી છે કે નહીં તે ચકાસીને તે સાચું છે કે કેમ તે તપાસો.

જો તમે પહેલાંથી આવું ન કર્યું હોય તો જુઓ કે આ હેતુ માટે પરિકરનો ઉપયોગ કરી શકાય છે કે કેમ?



તમે પરિકરનો ઉપયોગ કરીને Pથી 4 સેમી અંતરના થોડાં બિંદુઓને ચિહ્નિત કરીને શરૂઆત કરી શકો છો. આ કેવી રીતે કરી શકાય?

આકૃતિ 8.2 પ્રમાણે ફૂટપટ્ટી અને પરિકરને એવી રીતે ગોઠવો કે, જેથી પરિકરની અણી અને પેન્સિલ વચ્ચેનું અંતર 4 સેમી થાય.

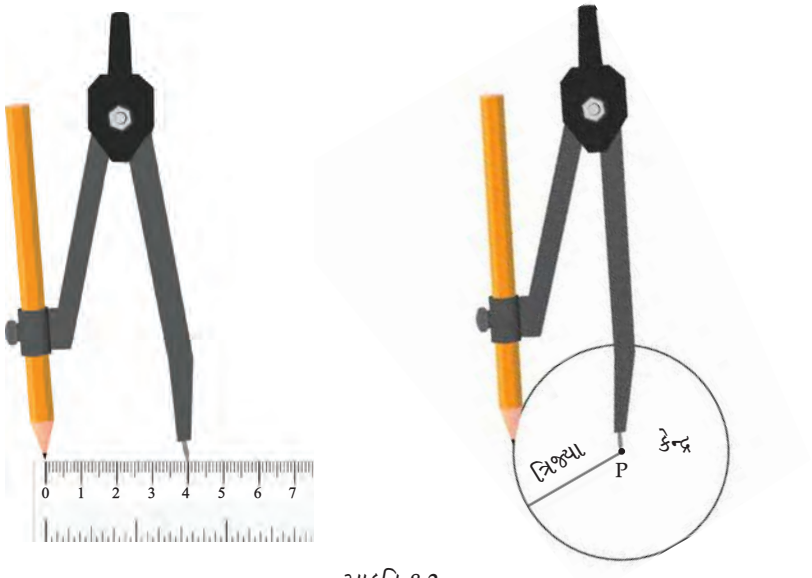
હવે, સંપૂર્ણ વક્ર મેળવવાનો પ્રયાસ કરો.

સૂચન : પરિકર (compass)ની અણી સ્થિર રાખીને ફક્ત પેન્સિલને ફેરવો.

આ વક્રનો આકાર કેવો છે? તે એક વર્તુળ છે!

વર્તુળ પર એક બિંદુ લો. તેનું Pથી અંતર કેટલું હશે – બરાબર 4 સેમી, 4 સેમી કરતાં ઓછું કે 4 સેમી કરતાં વધારે? તેવી જ રીતે, P અને વર્તુળ પરનાં બીજાં બિંદુ વચ્ચેનું અંતર કેટલું હશે?

આકૃતિમાં બતાવ્યા મુજબ, બિંદુ Pને વર્તુળનું **કેન્દ્ર (centre)** કહેવાય છે તથા કેન્દ્ર અને વર્તુળ પરના કોઈ પણ બિંદુ વચ્ચેના અંતરને વર્તુળની **ત્રિજ્યા (radius)** કહેવાય છે.



આકૃતિ 8.2

પરિકરના ઉપયોગ વિશે જાણ્યા પછી, હવે આકૃતિ 8.1માંની આકૃતિઓ ફરીથી બનાવો.

શું તમે આ આકૃતિઓને ત્યાં બતાવેલી આકૃતિઓ જેટલી જ સારી બનાવી શકો છો?

જો તમે ઇચ્છો તો ફરી પ્રયાસ કરો!

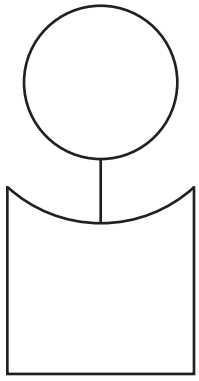
વળી, શું આ સાધનોના ઉપયોગથી રચના કરવી સરળ બની છે?

હવે નીચેની આકૃતિઓ બનાવવાનો પ્રયાસ કરો.

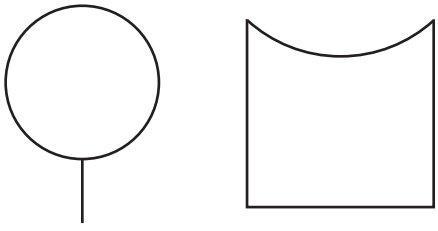
રચના કરો

1 . એક વ્યક્તિ

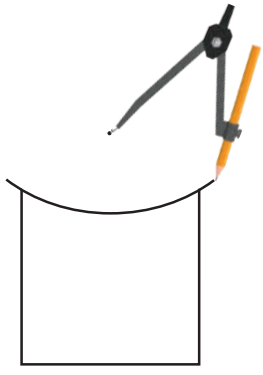
તમે આ કેવી રીતે દોરશો?



આ આકૃતિના બે ભાગ છે.



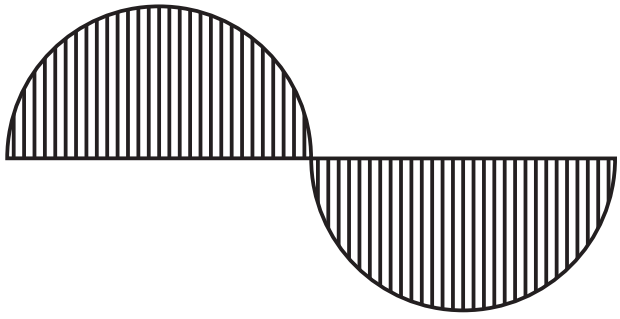
તમને કદાચ પ્રથમ ભાગ દોરવાની રીત મળી ગઈ હશે. બીજા ભાગને દોરવા માટે આ જુઓ.



અહીં પરિકરની અણી ક્યાં મૂકવી અને આ વક્ર દોરવા માટે કેટલી ત્રિજ્યા લેવી તે એક પડકાર (challenge) છે. તમે પરિકરમાં એક ત્રિજ્યા નક્કી કરી શકો છો અને વક્ર મેળવવા માટે પરિકરની અણીને અલગ અલગ જગ્યાએ રાખો અને જુઓ કે, કયું બિંદુ વક્ર મેળવવા માટે કામ લાગશે? તમારા અંદાજનો ઉપયોગ કરી અણી ક્યાં રાખવી તે નક્કી કરો.

2. વળાંકવાળો તરંગ (Wavy Wave)

આની રચના કરો.

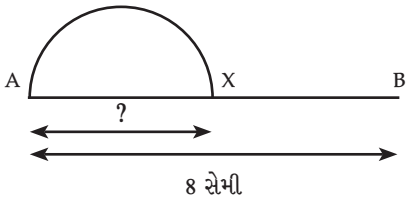


મધ્યલીટી (central line)ની લંબાઈ સ્પષ્ટ ન હોવાથી, આપણે તેને કોઈ પણ લંબાઈની લઈ શકીએ છીએ.

હવે, 8 સેમી લંબાઈની રેખા ABને મધ્યરેખા તરીકે લઈએ. આપણે તેને AB = 8 સેમી તરીકે લખીશું.

અહીં પ્રથમ અર્ધતરંગ અર્ધવર્તુળ તરીકે દોરવામાં આવ્યું છે.





વિચારો અને શોધો

1. આ અર્ધવર્તુળ મેળવવા માટે પરિકરમાં કેટલી ત્રિજ્યા લેવી જોઈએ? AXની લંબાઈ કેટલી હોવી જોઈએ?
2. જુદી જુદી લંબાઈની મધ્યરેખા લો અને તેના પર તરંગ દોરવાનો પ્રયાસ કરો.
3. આકૃતિ ફરીથી બનાવવાનો પ્રયાસ કરો જ્યાં તરંગો અડધા વર્તુળ કરતાં નાના હોય. (જેમ કે 'વ્યક્તિ'ની આકૃતિની ગરદનમાં જોઈ શકાય છે) અહીં બંને તરંગો સમાન બને તે એક પડકાર છે. આ યુક્તિપૂર્ણ પણ હોઈ શકે છે.



3. આંખો (Eyes)

પરિકરનો ઉપયોગ કરીને આ આંખો કેવી રીતે દોરશો?

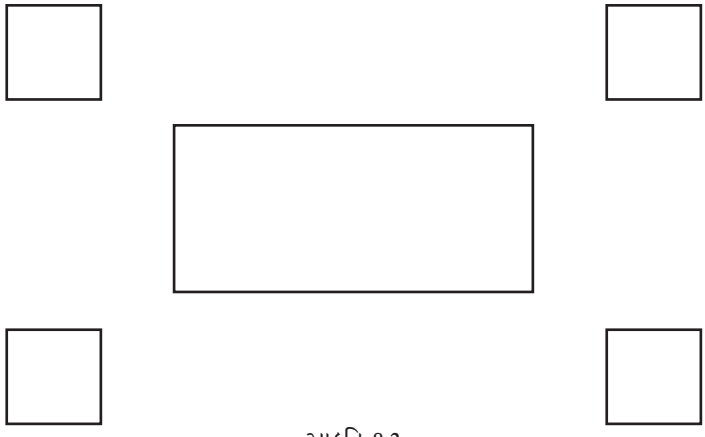


સૂચન : પ્રકરણના અંતમાં જુઓ.

તમારી પસંદગીની અન્ય કલાકૃતિઓ માપપટ્ટી અને પરિકરનો ઉપયોગ કરીને બનાવો.

8.2 ચોરસ અને લંબચોરસ (Square and Rectangle)

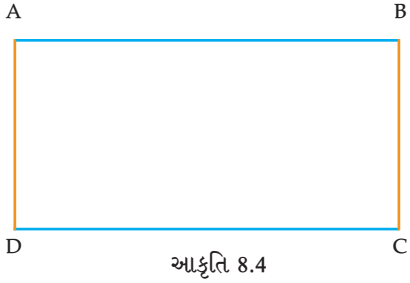
હવે, ચાલો આપણે કેટલીક મૂળભૂત આકૃતિઓ જોઈએ જેની સીમારેખા સીધી હોય.



આકૃતિ 8.3

આ કયા આકારો છે? હા, આ આપણા પરિચિત ચોરસ અને લંબચોરસ છે. પણ તેમને ચોરસ અને લંબચોરસ કોણ બનાવે છે?

લંબચોરસ ABCDનો વિચાર કરો.



આકૃતિ 8.4

બિંદુઓ A, B, C અને D લંબચોરસનાં શિરોબિંદુઓ (Vertices) છે. રેખાઓ AB, BC, CD અને DA તેની બાજુઓ છે. તેના ખૂણા $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ અને $\angle D$ છે.

વાદળી બાજુઓ AB અને CDને **સામસામેની બાજુઓ** (Opposite side) કહેવાય છે. કારણ કે, તે એકબીજાની સામે આવેલી છે. તેવી જ રીતે, AD અને BC એ સામસામેની બાજુઓની બીજી જોડ છે.

યાદ કરો કે લંબચોરસમાં :

R1) સામસામેની બાજુઓ લંબાઈમાં સમાન હોય છે અને

R2) બધા ખૂણાનું માપ 90° હોય છે.

લંબચોરસની જેમ જ, ચોરસ માટે પણ ખૂણા અને બાજુઓને સમાન રીતે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.

એક ચોરસ નીચેના બે ગુણધર્મોને સંતોષે છે :

S1) બધી બાજુઓ સમાન હોય છે અને

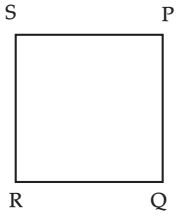
S2) બધા ખૂણા 90°ના હોય છે.

આકૃતિ 8.4માં લંબચોરસ જુઓ અને તેને આપેલું નામ ABCD છે. આ લંબચોરસને અન્ય રીતે પણ નામ આપી શકાય છે — BCDA, CDAB, DABC, ADCB, DCBA, CBAD અને BADC. તો, શું લંબચોરસને તેના ખૂણાઓના મૂળાક્ષરોના કોઈ પણ સંયોજનનો ઉપયોગ કરીને નામ આપી શકાય છે? ના! ઉદાહરણ તરીકે, તેને ABDC અથવા ACBD નામ આપી શકાતું નથી. શું તમે સમજી શકો છો કે કયાં નામો માન્ય છે અને કયાં નામો માન્ય નથી?

માન્ય નામમાં, લંબચોરસના શિરોબિંદુઓનો ક્રમ કોઈ પણ શિરોબિંદુથી શરૂ કરીને કોઈ પણ એક દિશામાં મુસાફરીના ક્રમમાં આવે છે.

આ ચોરસ માટે નીચેનામાંથી કયું નામ માન્ય નથી?

1. PQSR
2. SPQR
3. RSPQ
4. QRSP



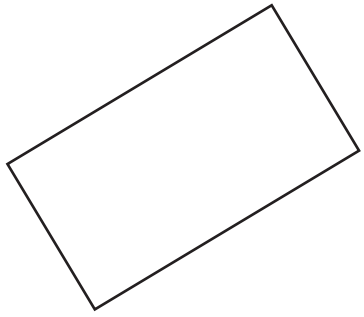
પરિભ્રમિત ચોરસ અને લંબચોરસ (Rotated Square and Rectangle)

અહીં કાગળનો એક ચોરસ ટુકડો છે, જેની બધી બાજુઓ લંબાઈમાં સમાન છે અને બધા ખૂણાનું માપ 90° છે. તેને આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે ફેરવવામાં આવે છે. શું તે હજી પણ ચોરસ છે?

ચાલો તપાસીએ કે શું ફેરવાયેલો (પરિભ્રમિત) કાગળ હજી પણ ચોરસના ગુણધર્મોને સંતોષે છે?

- શું બધી બાજુઓ હજી પણ સમાન છે? હા.
- શું બધા ખૂણા હજી પણ 90°ના છે? હા.

ચોરસને ફેરવવા(પરિભ્રમિત)થી તેની લંબાઈ અને ખૂણાનાં માપ બદલાતાં નથી.

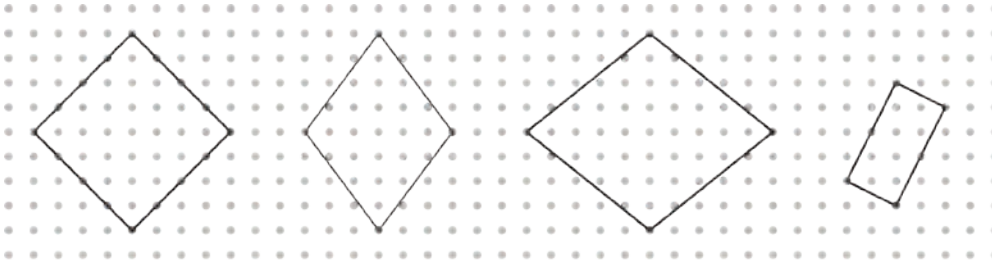


તેથી, આ ફેરવાયેલી આકૃતિ ચોરસના બંને ગુણધર્મોને સંતોષે છે અને તેથી, તે ચોરસ છે.

એ જ તર્કથી, ફેરવાયેલો લંબચોરસ પણ લંબચોરસ જ રહે છે.

વિચારો અને શોધો

1. લંબચોરસ અને ચાર ચોરસની ગોઠવણી (આકૃતિ 8.3માં બતાવેલ) ટપકાંવાળા કાગળ (ડોટ ગ્રીડ) પર દોરો. લંબચોરસની આસપાસ સપ્રમાણ રીતે ચાર ચોરસ મૂકાયેલા હોય તે રીતે આ આકૃતિ ફરીથી બનાવવા માટે તમે શું કર્યું? તમારા સહપાઠીઓ સાથે ચર્ચા કરો.
2. નીચે આપેલી આકૃતિઓમાં કોઈ ચોરસ છે કે નહીં તે ઓળખો. જો જરૂર હોય તો માપનો ઉપયોગ કરો.



A B C D

વિચારો : ઉપરોક્ત આકૃતિઓમાં માપવાનાં કોઈ પણ સાધનોનો ઉપયોગ કર્યા વિના બાજુઓ સમાન છે કે નહીં, અને ખૂણા કાટખૂણા છે કે નહીં તે નક્કી કરવું શક્ય છે? શું આપણે ફક્ત ડોટ ગ્રીડમાં ખૂણાઓની સ્થિતિ જોઈને આ કરી શકીએ?

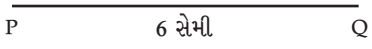
3. ડોટ ગ્રીડ પર ઓછામાં ઓછા 3 પરિભ્રમિત ચોરસ અને લંબચોરસ દોરો. તેમને એવી રીતે દોરો કે તેમના ખૂણા ટપકાંઓ (ડોટ) પર હોય. તમે દોરેલા ચોરસ અને લંબચોરસ તેમના સંબંધિત ગુણધર્મોને સંતોષે છે કે નહીં તે ચકાસો.

8.3 ચોરસ અને લંબચોરસની રચના (Constructing Square and Rectangle)

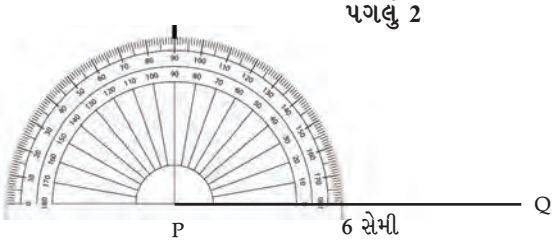
ચાલો, હવે આપણે ચોરસ અને લંબચોરસ બનાવવાનું શરૂ કરીએ. તમે 6 સેમી બાજુવાળો ચોરસ કેવી રીતે બનાવશો?

મદદ માટે, તમે નીચેની આકૃતિઓ જોઈ શકો છો. 6 સેમી લંબાઈની બાજુવાળો ચોરસ PQRS બનાવવામાં આવ્યો છે.

પગલું 1

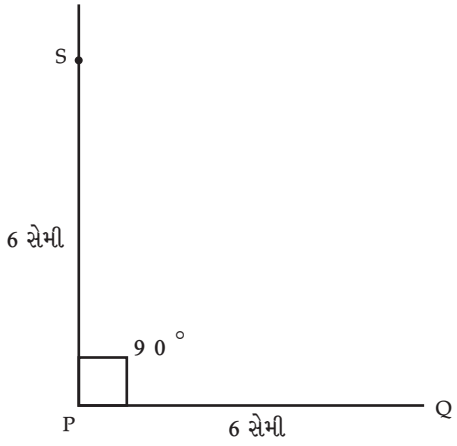


પગલું 2



Pમાંથી PQ પર લંબ દોરવા માટે એક બિંદુને ચિહ્નિત કરો.

પગલું 3
પદ્ધતિ 1

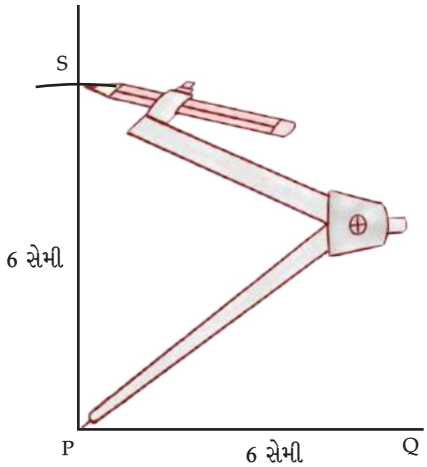


માપપટ્ટીનો ઉપયોગ કરીને લંબ પર Sને ચિહ્નિત કરો જેથી PS = 6 સેમી થાય.

પદ્ધતિ 2

પરિકરનો ઉપયોગ કરીને પણ આ કરી શકાય છે.

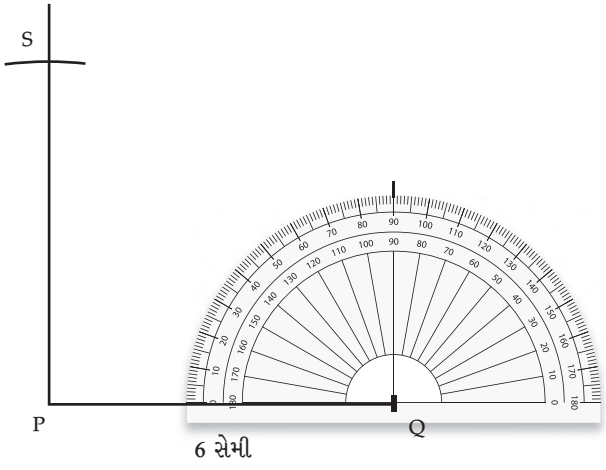




તમે જોઈ શકો છો કે શા માટે
PS 6 સેમી લાંબું હોવું જોઈએ?

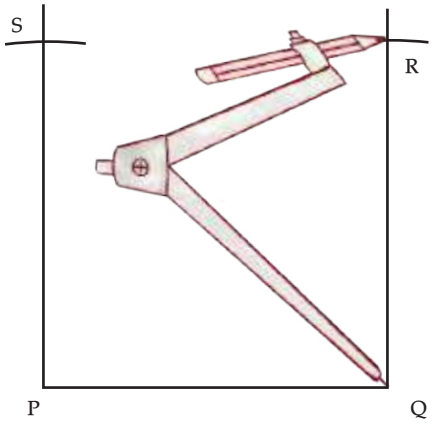
પગલું 4

રેખાખંડ (line segment) PQ પર Q બિંદુએ લંબ દોરો.

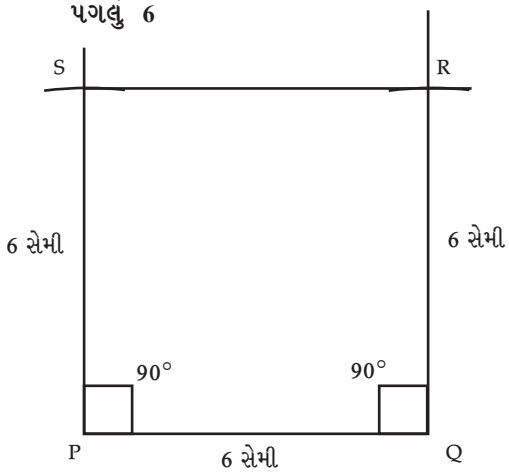


પગલું 5

જો આપણે પરિકરનો ઉપયોગ કર્યો હોત, તો તે પછીનું બિંદુ તેનો ઉપયોગ કરીને સરળતાથી ચિહ્નિત કરી શકાય !



પગલું 6



બાજુ RS કેટલી લાંબી છે અને ∠R અને ∠Sનાં માપ શું છે?

રચના કરો

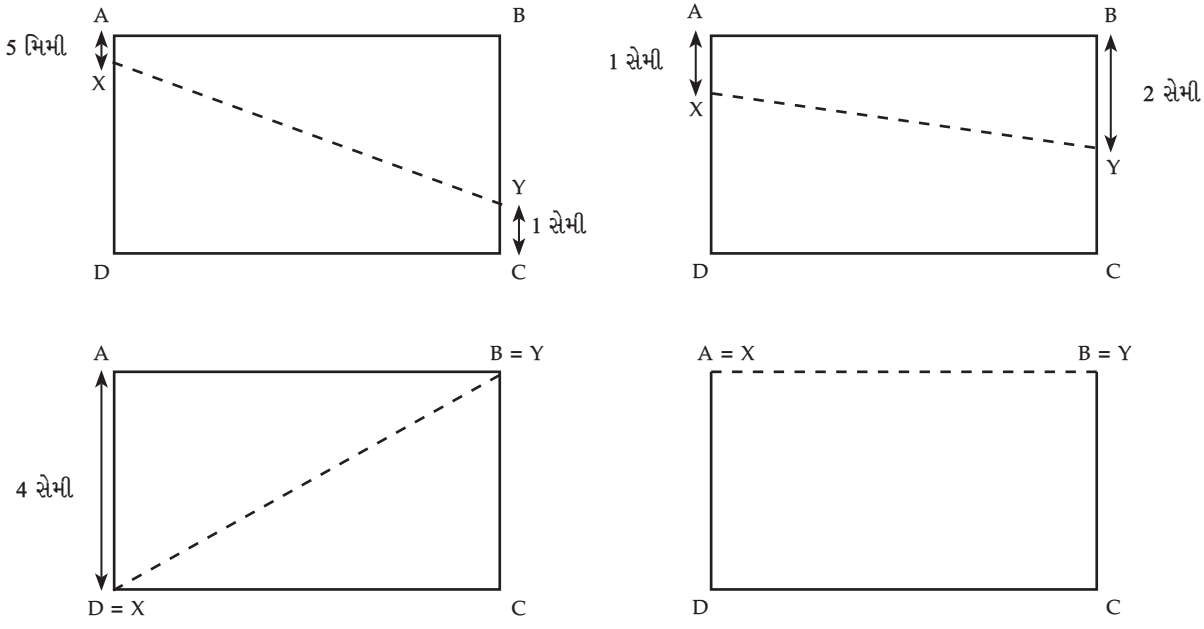
1. 4 સેમી અને 6 સેમી લંબાઈની બાજુઓવાળો એક લંબચોરસ દોરો. તે લંબચોરસના બંને ગુણધર્મોને સંતોષે છે કે કેમ તે તપાસો.
2. 2 સેમી અને 10 સેમી બાજુઓવાળો એક લંબચોરસ દોરો. તે લંબચોરસના બંને ગુણધર્મોને સંતોષે છે કે કેમ તે તપાસો.
3. શું ચાર બાજુવાળી એવી આકૃતિ બનાવવી શક્ય છે જેમાં —
   - બધા ખૂણાનું માપ 90° હોય પરંતુ
   - સામસામેની બાજુઓ સમાન ન હોય?



8.4 લંબચોરસમાં એક સંશોધન (An Exploration in Rectangle)

AB = 7 સેમી અને BC = 4 સેમી હોય તેવો લંબચોરસ ABCD દોરો.

કલ્પના કરો કે X એક એવું બિંદુ છે જેને બાજુ AD પર કોઈ પણ સ્થાને ખસેડી શકાય છે. તેવી જ રીતે, Y એક એવું બિંદુ છે જેને બાજુ BC પર કોઈ પણ સ્થાને ખસેડી શકાય છે. નોંધો કે Xને અંતિમ બિંદુ A અથવા D પર પણ મૂકી શકાય છે. તેવી જ રીતે, Yને અંતિમ બિંદુ B અથવા C પર પણ મૂકી શકાય છે.



બિંદુઓ X અને Y કઈ સ્થિતિમાં એકબીજાની સૌથી નજીક હશે? તમને શું લાગે છે કે તેઓ ક્યારે સૌથી દૂર હશે? તમારું મન શું કહે છે? તમારા સહપાઠીઓ સાથે ચર્ચા કરો.



હવે, બિંદુઓ X અને Yને લંબચોરસની બાજુઓ પર મૂકીને તેઓ કેટલા નજીક કે દૂર છે તે માપીને તમારી ધારણાઓને ચકાસો.

X અને Y વચ્ચેનું અંતર રેખાખંડ XYની લંબાઈ માપીને મેળવી શકાય છે.

X અને Y બિંદુઓ વચ્ચેનું લઘુત્તમ અંતર ABની લંબાઈ સાથે કેવી રીતે સરખાવવામાં આવે છે?

X અને Yની સ્થિતિ બદલીને તપાસો કે શું અન્ય કોઈ એવી સ્થિતિ છે જ્યાં તેઓ સૌથી નજીક કે સૌથી દૂર હોય. તમે લંબચોરસની અનેક નકલો બનાવી શકો છો અને X અને Yની વિવિધ સ્થિતિઓ અજમાવી શકો છો.

X અને Yની જુદી જુદી સ્થિતિઓ માટે તમે XYની લંબાઈની નોંધ કેવી રીતે રાખશો?

અહીં તે માટેની એક રીત આપેલી છે. ધારો કે અહીં X અને Yની કેટલીક સ્થિતિઓ છે જેનો આપણે વિચાર કર્યો છે :

- જ્યારે X એ Aથી 5 મિમી દૂર હોય અને Y એ Bથી 3 સેમી દૂર હોય,
  ત્યારે XY = ___ સેમી __ મિમી
- જ્યારે X એ Aથી 1 સેમી દૂર હોય અને Y એ Bથી 1 સેમી દૂર હોય,
  ત્યારે XY = ___ સેમી __ મિમી
- જ્યારે X એ Aથી 2 સેમી દૂર હોય અને Y એ Bથી 4 સેમી દૂર હોય,
  ત્યારે XY = ___ સેમી __ મિમી અને એ રીતે આગળ વધી શકાય...

શું તેને લખવાની કોઈ ટૂંકી રીત છે? બધાં વાક્યોમાં, ફક્ત X, Yની સ્થિતિ અને XYની લંબાઈ બદલાય છે. તેથી આપણે આને આ રીતે લખી શકીએ :

A થી Xનું અંતર	B થી Yનું અંતર	XYની લંબાઇ

- જ્યારે X અને Yને A અને Bથી સમાન અંતરે મૂકવામાં આવે છે, ત્યારે XYની લંબાઈનું શું થાય છે તે તમે તપાસ્યું છે? ઉદાહરણ તરીકે, આવા કિસ્સાઓમાં:

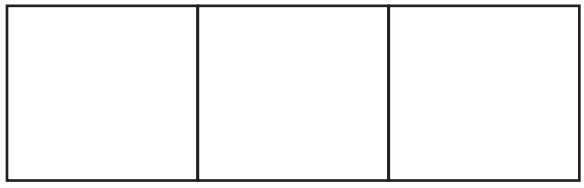
Aથી Xનું અંતર	Bથી Yનું અંતર	XYની લંબાઇ
5 મિમી	5 મિમી	
1 સેમી	1 સેમી	
1 સેમી 5 મિમી	1 સેમી 5 મિમી	

એ જ રીતે આગળ...

- આ દરેક કિસ્સામાં અવલોકન કરો
  i. ABની સરખામણીમાં XYની લંબાઈ કેટલી છે, સરખામણી કરો.
  ii. 4-બાજુવાળી આકૃતિ ABYXનો આકાર.
- X અને Y વચ્ચેનું સૌથી વધુ અંતર ACની લંબાઈ સાથે કેવી રીતે સરખાવી શકાય? BD સાથે કેવી રીતે?
- **રચના કરો**

લંબચોરસને વિભાજિત કરવો

આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે 3 સમાન ચોરસમાં વિભાજિત કરી શકાય તેવો લંબચોરસ બનાવો.



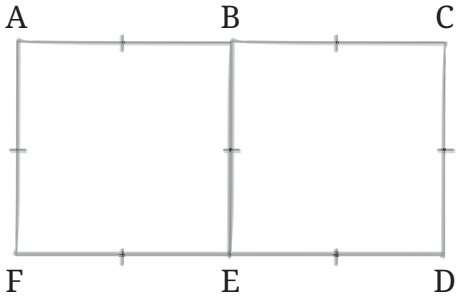
ઉકેલ

જો આ મુશ્કેલ લાગે તો ચાલો સમસ્યાને સરળ બનાવીએ.

- **અન્વેષણ કરો (Explore)**

બે સમાન ચોરસમાં વિભાજિત કરી શકાય તેવા લંબચોરસની રચના કેવી રહેશે? શું તમે પ્રયાસ કરી શકો છો? પહેલાં આયોજન કરવું અને પછી રચના કરવી સમજદારીભર્યું છે. પણ આપણે આયોજન કેવી રીતે કરીએ? શું તમે કોઈ રીત વિચારી શકો છો?

કોઈ પણ આકૃતિને દૃશ્યમાન (visualise) કરવાની એક રીત એ છે કે તેની કાચી આકૃતિ દોરવી.



આ આકૃતિ પરથી આપણે શું અનુમાન કરી શકીએ?

શું તમે સમાન બાજુઓ ઓળખી શકો છો?

અહીં બંને ચોરસ સમાન છે,

તેથી, AB = BC અને FE = ED

ABEF અને BCDE ચોરસ છે તથા દરેક ચોરસની બધી બાજુઓ સમાન હોય છે. આને આ રીતે લખી શકાય છે —

AF = AB = BE = FE

BE = BC = CD = ED

તેથી, બધી ટૂંકી રેખાઓ સમાન છે!

સમાન બાજુઓને રજૂ કરવા માટે એક પ્રણાલી અનુસરવામાં આવે છે. તે બાજુ પર 'I' મૂકીને કરવામાં આવે છે. કાચી આકૃતિનો સંદર્ભ લો.

આ વિશ્લેષણનો ઉપયોગ કરીને, શું તમે તે રચી શકો છો? યાદ રાખો, જે પૂછવામાં આવ્યું હતું તે ફક્ત એક લંબચોરસ છે, જેને બે સમાન ચોરસમાં વિભાજિત કરી શકાય છે અને તેના પર કોઈ માપ દર્શાવવામાં આવ્યું નથી.

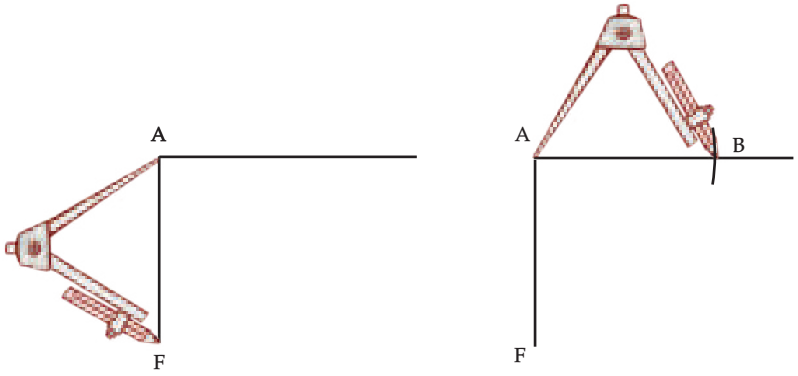
લંબચોરસ ACDF દોરવા માટે, AFની કોઈ પણ લંબાઈ લઈ શકાય છે. ઉદાહરણ તરીકે, જો આપણે AF = 4 સેમી લઈએ, તો ACની લંબાઈ કેટલી હોવી જોઈએ?

અન્વેષણ કરો : શું હવે લંબચોરસ પૂર્ણ કરી શકાય છે?

હકીકતમાં, કોઈ માપપટ્ટીથી AFની લંબાઈ માપ્યા વગર પણ AF દોરીને આગળ વધી શકાય છે. પછી આપણે AFને લંબ એવી રેખા દોરી શકીએ જે બીજી બાજુને સમાવવા માટે પૂરતી લંબાઈની હોય. AB = AF છે, માટે આપણે કોઈક રીતે AFની લંબાઈને બિંદુ B મેળવવા માટે સ્થાનાંતરિત

કરવાની જરૂર છે. આપણે તે માપપટ્ટી વગર કેવી રીતે કરી શકીએ? શું તે પરિકરનો ઉપયોગ કરીને કરી શકાય છે?

જુઓ, પરિકરનો ઉપયોગ કરીને AFની લંબાઈ કેવી રીતે માપવામાં આવે છે.



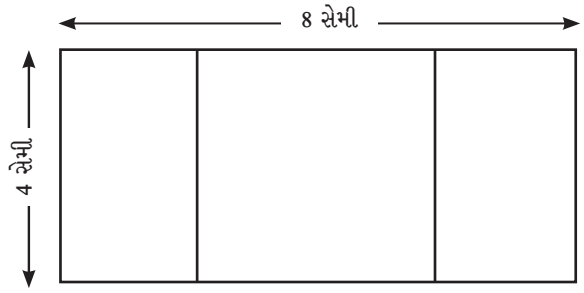
તેનો ઉપયોગ કરીને બિંદુઓ B અને Cને ચિહ્નિત કરો અને લંબચોરસ પૂર્ણ કરો.

- આ વિચારનો ઉપયોગ કરીને, એક લંબચોરસ બનાવવાનો પ્રયાસ કરો જેને ત્રણ સમાન ચોરસમાં વિભાજિત કરી શકાય.
- એક એવા લંબચોરસની બાજુઓની લંબાઈ આપો જેને નીચેનામાં વિભાજિત કરી શકાતું નથી —
  - બે સમાન ચોરસ;
  - ત્રણ સમાન ચોરસ.

- **રચના કરો**

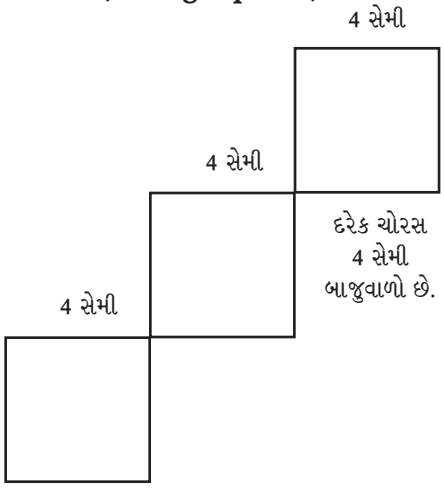
1. લંબચોરસની અંદર ચોરસ

8 સેમી અને 4 સેમી બાજુઓવાળા એક લંબચોરસની રચના કરો. તમે તેની અંદર એક ચોરસ કેવી રીતે બનાવશો, જેથી આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે ચોરસનું કેન્દ્ર અને લંબચોરસનું કેન્દ્ર સમાન હોય?



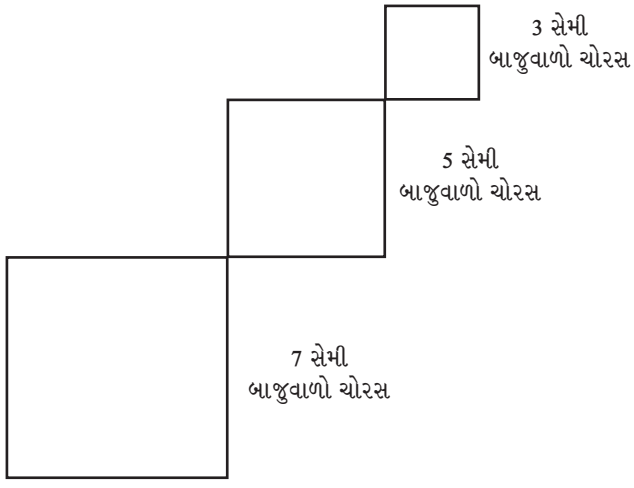
સૂચન (Hint) : એક કાચી આકૃતિ દોરો. ચોરસની બાજુની લંબાઈ કેટલી હશે? ચોરસના ખૂણાઓ પરના બિંદુ અને બહારના લંબચોરસ વચ્ચેનું અંતર (distance) કેટલું હશે?

2. ચોરસની નિસરણી (Falling Squares)



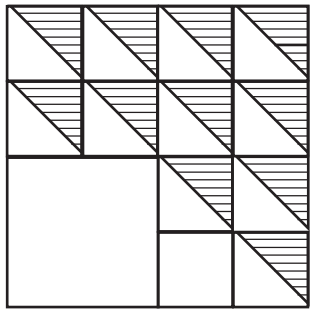
ખાતરી કરો કે ચોરસ બતાવ્યા પ્રમાણે જ ગોઠવાયેલા છે.

હવે, આ પ્રયાસ કરો.

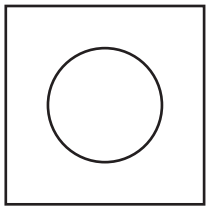


3. છાયાંકન (Shadings)

રચના કરો : તમારી પસંદગીનાં માપ પસંદ કરો. નોંધો કે 4-બાજુવાળી મોટી આકૃતિ એક ચોરસ છે અને નાની આકૃતિઓ પણ ચોરસ છે.



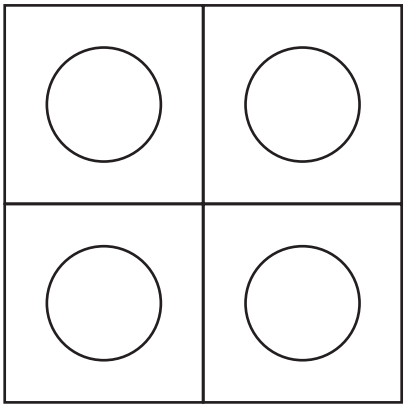
4. છિદ્ર ધરાવતો ચોરસ (Square with a Hole)



જુઓ કે વર્તુળાકાર છિદ્ર ચોરસની મધ્યમાં છે.

સૂચન : વિચારો કે વર્તુળનું કેન્દ્ર ક્યાં હોવું જોઈએ.

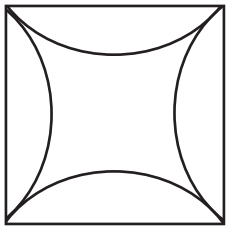
5. વધુ છિદ્રો ધરાવતો ચોરસ (Square with more Holes)

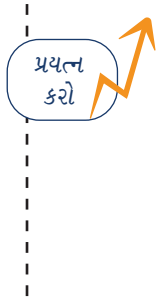


6. વક્ર સાથેનો ચોરસ (Square with Curves)

આ 8 સેમી લંબાઈની બાજુવાળો ચોરસ છે.

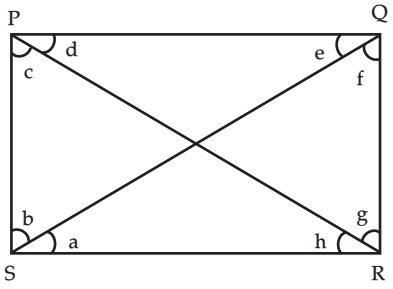
સૂચન : વિચારો કે પરિકરની અણી ક્યાં મૂકી શકાય, જેથી ચારેય ચાપ (arcs) દરેક બાજુથી સમાન રીતે ઉપસે. પ્રયત્ન કરી જુઓ!





8.5 લંબચોરસ અને ચોરસના વિકર્ણોનું અન્વેષણ (Exploring Diagonals of Rectangles and Squares)

લંબચોરસ PQRS લો. PR અને QSને જોડો. આ બે લીટીઓને લંબચોરસના વિકર્ણ (Diagonal) કહેવામાં આવે છે.



વિકર્ણની લંબાઈની સરખામણી કરો. પહેલા જવાબનું અનુમાન કરો અને ત્યારબાદ બતાવ્યા પ્રમાણે બિંદુઓને ચિહ્નિત કરીને એક લંબચોરસની રચના કરો અને તેના વિકર્ણ (diagonal) માપો.

લંબચોરસ PQRSમાં, P અને R પરના કાટખૂણાઓને (right angles) સામસામેના ખૂણા (opposite angles) તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. સામસામેના ખૂણાઓની બીજી જોડ Q અને S પરના કાટખૂણા છે.

નોંધો કે વિકર્ણ સામસામેના ખૂણાઓની દરેક જોડને બે નાના ખૂણાઓમાં વિભાજિત કરે છે. આકૃતિમાં, વિકર્ણ PR ખૂણા Rને બે નાના ખૂણાઓમાં વિભાજિત કરે છે, જેને આપણે સરળતા માટે g અને h કહીએ છીએ. ખૂણા Pને પણ વિકર્ણ c અને dમાં વિભાજિત કરે છે. શું g અને h સમાન છે? શું c અને d સમાન છે?

પહેલાં જવાબોનું અનુમાન કરો અને પછી ખૂણાઓને માપો. તમે શું અવલોકન કર્યું? સમાન હોય તેવી ખૂણાઓની જોડ ઓળખો.

અન્વેષણ કરો (Explore)

વિકર્ણ સામસામેના ખૂણાઓને સમાન ભાગોમાં વિભાજિત કરે તેવો લંબચોરસ કેવી રીતે બનાવવો જોઈએ?

તમે તમારાં અવલોકનોની નોંધ કેવી રીતે કરશો? સૌપ્રથમ, કયાં પરિમાણોને (parameters) તપાસવાની જરૂર છે તે ઓળખો. તે લંબચોરસની બાજુઓ અને બે વિકર્ણ દ્વારા બનેલા 8 ખૂણા છે. શું અન્ય કોઈ માપ છે જેને તમે તપાસવા માંગો છો?

બાજુઓ	A	B	C	D	E	F	G	H

તમારા પ્રયોગમાં, શું તમે લંબચોરસની ચારેય બાજુઓ સમાન હોય તેવા કિસ્સાને ધ્યાનમાં લીધો હતો? એટલે કે, શું તમે ચોરસના કિસ્સાને ધ્યાનમાં લીધો હતો? આ ખાસ કિસ્સામાં શું થાય છે તે જુઓ!

ગાણિતિક ચર્ચા

ખૂણાઓ અને બાજુઓના સંદર્ભમાં તમે કયા સામાન્ય નિયમો જોયા? આ નિયમો બનાવવાનો પ્રયાસ કરો અને તમારા સહપાઠીઓ સાથે તેની ચર્ચા કરો.

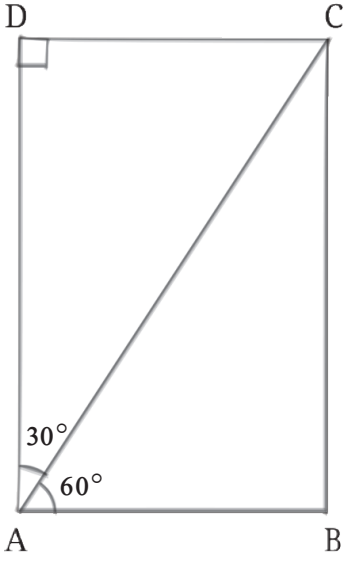
તમે જે નિયમોનું અવલોકન કર્યું છે તે હંમેશાં સાચા રહેશે તેની ખાતરી કેવી રીતે કરી શકાય?

રચના કરો (Construct)

1. એક લંબચોરસની રચના કરો, જેમાં એક વિકર્ણ સામસામેના ખૂણાઓને $60°$ અને $30°$ માં વિભાજિત કરે છે.

ઉકેલ :

ચાલો, આપણે કાચી આકૃતિથી શરૂઆત કરીએ.



તેના ભાગ કયા ક્રમમાં દોરવા જોઈએ?

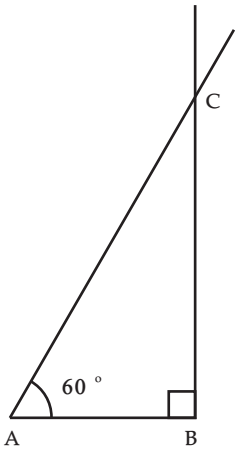
આપણે સંભવિત રચના ક્રમની સંક્ષિપ્ત રૂપરેખા બનાવીશું.

પગલું 1 :



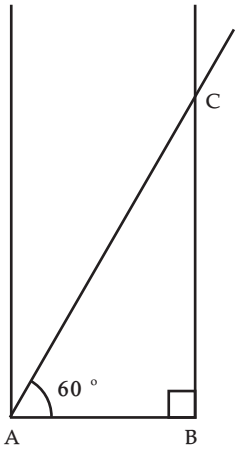
ABને યાદચ્છિક લંબાઈ સાથે દોરવામાં આવે છે. હવે પછી કયું બિંદુ મૂકી શકાય?

પગલું 2 :



પગલું 3 :

આપણને ખબર છે કે D કઈ રેખા પર આવેલું છે. Aમાંથી ABને લંબરેખા (perpendicular line) દોરો.



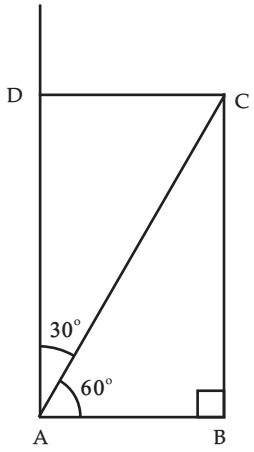
હવે $\angle A$ બે ખૂણામાં વિભાજિત થાય છે. એક ખૂણાનું માપ $60°$ છે. તપાસો કે બીજા ખૂણાનું માપ કેટલું છે.

બિંદુ D શોધવાની ઓછામાં ઓછી બે રીતો છે —

- એક રીત એ હકીકતનો ઉપયોગ કરે છે કે લંબચોરસના બધા ખૂણા કાટખૂણા હોય છે.
- બીજી રીત એ હકીકતનો ઉપયોગ કરે છે કે સામ-સામેની બાજુઓ સમાન હોય છે.

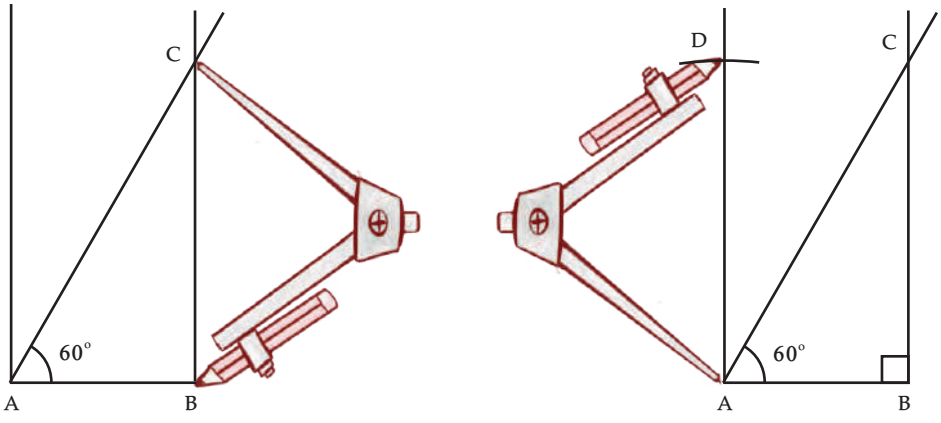
પગલું 4 :

પદ્ધતિ 1 :



બિંદુ D મેળવવા માટે C પર BCને લંબરેખા દોરો.

પદ્ધતિ 2 :



પરિકરનો ઉપયોગ કરીને, બિંદુ Dને એવી રીતે અંકિત કરો કે AD = BC થાય. માંગેલો લંબચોરસ મેળવવા માટે CDને જોડો.

આપણે જોયું કે જ્યારે બાજુઓ આપેલી હોય ત્યારે લંબચોરસની રચના કેવી રીતે કરવી. પરંતુ જો એક બાજુ અને એક વિકર્ણ આપેલો હોય તો શું કરવું?

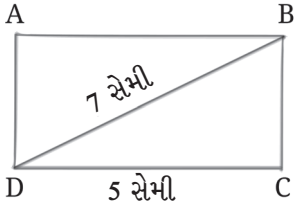
2. એક લંબચોરસની રચના કરો જ્યાં તેની એક બાજુ 5 સેમી હોય અને વિકર્ણની લંબાઈ 7 સેમી હોય.

ઉકેલ :

ચાલો આપણે એક કાચી આકૃતિ (rough diagram) દોરીએ.

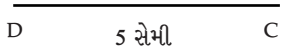
હવે આપણે રચનાનાં પગલાં નક્કી કરીએ.

પહેલાં કઈ રેખા દોરી શકાય?



પગલું 1 :

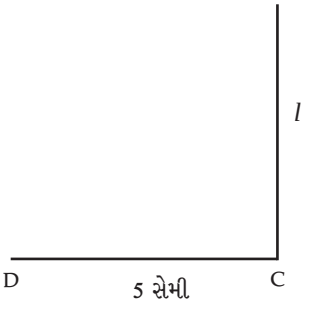
5 સેમી લંબાઈ ધરાવતો આધાર (પાયો) CD સરળતાથી રચી શકાય છે.



હવે આગળ?

પગલું 2 :

બિંદુ C પર રેખા DCને લંબરેખા દોરો. ચાલો આપણે આ રેખાને *l* કહીએ.



આ સરળ છે. કારણ કે આપણે જાણીએ છીએ કે આ રેખા આધાર(પાયા)ને લંબ છે. બિંદુ B આ રેખા *l* પર ક્યાંક હોવું જોઈએ.

આપણે તેનું સ્થાન કેવી રીતે નક્કી કરીશું? Bના સ્થાન વિશે આપણે બીજું શું જાણીએ છીએ? આપણે જાણીએ છીએ કે તે બિંદુ Dથી 7 સેમીના અંતરે છે.

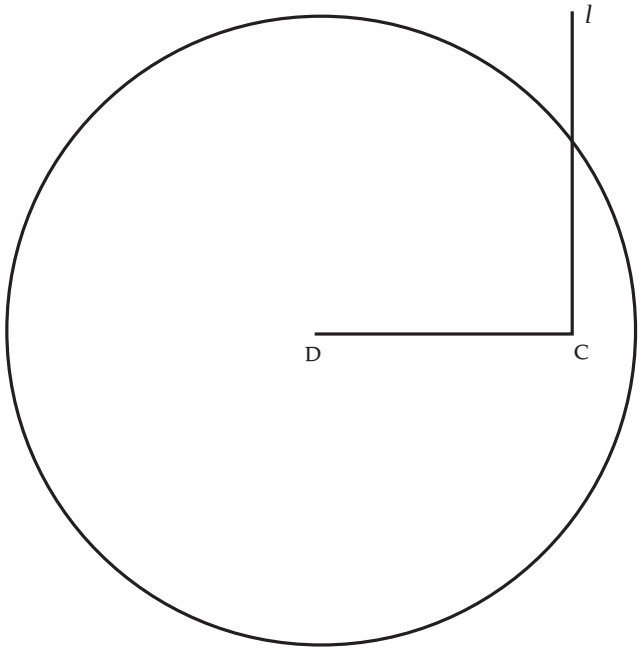
બિંદુ Bને ચિહ્નિત કરવાની એક રીત એ છે કે ફૂટપટ્ટી લઈને તેને ખસેડીને રેખા *l* પર એક એવું બિંદુ મેળવવું જે બિંદુ Dથી 7 સેમી દૂર હોય. જોકે, આમાં પ્રયત્ન અને ભૂલ (trial and error)ની રીતની જરૂર પડે છે. એક બીજી અસરકારક પદ્ધતિ છે, જેમાં પ્રયત્ન અને ભૂલનો સમાવેશ થતો નથી.

આ માટે, Dથી 7 સેમીના અંતરે એક જ જરૂરી બિંદુ મેળવવાનો પ્રયાસ કરવાને બદલે, ચાલો Dથી 7 સેમીના અંતરે આવેલાં તમામ બિંદુઓ મેળવવાનો માર્ગ શોધીએ.

આ આકાર શું છે તે આપણે જાણીએ છીએ!

પગલું 3 :

પદ્ધતિ 1 :



બિંદુ Dને કેન્દ્ર તરીકે લઈને 7 સેમી ત્રિજ્યાનું વર્તુળ દોરો.

શું તમે અહીં બિંદુ B શોધી શકો છો? યાદ રાખો કે તે બિંદુ Dથી 7 સેમી દૂર છે અને રેખા *l* પર છે.

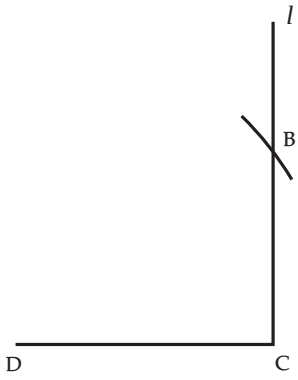
જે બિંદુએ વર્તુળ અને રેખા છેદે છે તેને ધ્યાનમાં લો. બિંદુ Dથી તેનું અંતર કેટલું છે? જો જરૂર હોય તો તમારી આકૃતિ તપાસો.

તમે શું અવલોકન કર્યું?

જે બિંદુએ વર્તુળ રેખા *l* ને છેદે છે તે માંગેલ બિંદુ B છે.

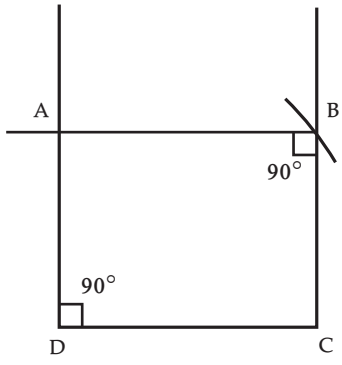
પદ્ધતિ 2 :

બિંદુ Bને શોધવા માટે, શું આખું વર્તુળ દોરવું જરૂરી હતું? આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે રેખા *l*ની નજીકનો ચાપ જ જરૂરી છે. તેથી, ત્રીજું પગલું નીચેની આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે પણ કરી શકાય છે.



લંબચોરસનાં ત્રણ બિંદુઓ અંકિત કર્યા પછી, આપણે તેને ફક્ત પૂર્ણ કરવાની જરૂર છે. યાદ કરો કે આપણે અગાઉની સમસ્યામાં પણ આવી જ પરિસ્થિતિમાં હતા. આપણે ત્યાંથી લંબચોરસને પૂર્ણ કરવાની બે પદ્ધતિઓ જોઈ હતી. આપણે તેમાંથી કોઈ પણ એક પદ્ધતિને અનુસરી શકીએ છીએ.

પગલું 4 :



DC અને BCને અનુક્રમે D અને Bમાંથી પસાર થતી લંબ રેખાઓ દોરો. જ્યાં આ રેખાઓ છેદે તે ચોથું બિંદુ A છે.

ABCD ખરેખર R1 અને R2 ગુણધર્મોને સંતોષતો લંબચોરસ છે કે નહીં તે ચકાસો.

રચના કરો

1. એક લંબચોરસની રચના કરો, જેમાં એક વિકર્ણ સામસામેના ખૂણાઓને 50° અને 40° માં વિભાજિત કરે છે.
2. એક લંબચોરસની રચના કરો, જેમાં એક વિકર્ણ સામસામેના ખૂણાઓને 45° અને 45° માં વિભાજિત કરે છે. તમે બાજુઓ વિશે શું અવલોકન કરી શકો છો?
3. એક લંબચોરસની રચના કરો, જેની એક બાજુ 4 સેમી છે અને વિકર્ણની લંબાઈ 8 સેમી છે.
4. એક લંબચોરસની રચના કરો, જેની એક બાજુ 3 સેમી છે અને વિકર્ણની લંબાઈ 7 સેમી છે.

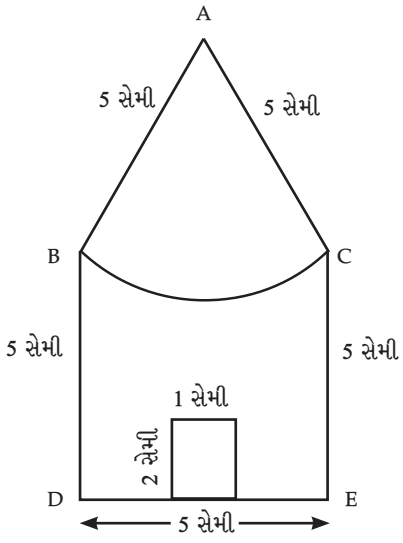
8.6 આપેલાં બે બિંદુઓથી સમાન અંતરે આવેલાં બિંદુઓ (Points Equidistant from Two Given Points)

રચના કરો

ઘર

આ આકૃતિ ફરીથી બનાવો.

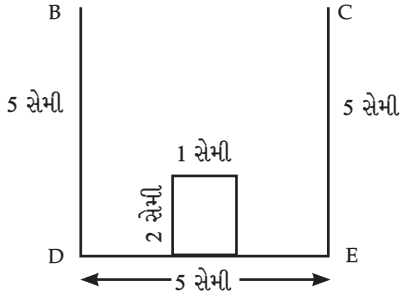
નોંધો કે ઘરની સીમા બનાવતી બધી રેખાઓ 5 સેમી લંબાઈની છે.



ઉકેલ :

પ્રથમ કાર્ય એ ઓળખવાનું છે કે રેખાઓ અને વક્રને કયા ક્રમમાં દોરવા પડશે.

પગલું 1 :



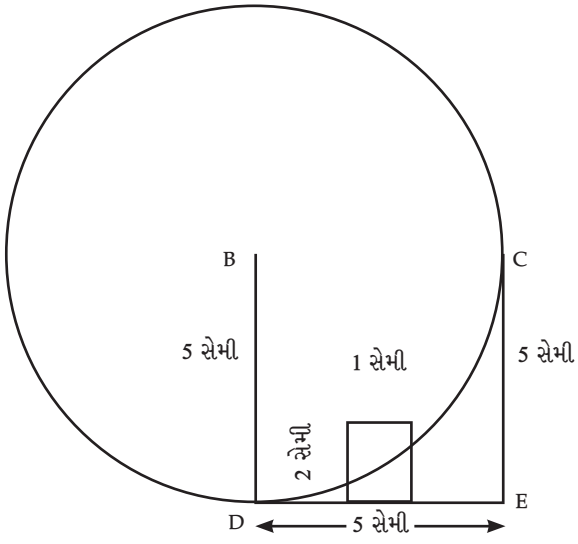
શું તમે આકૃતિ પૂર્ણ કરી શકો છો? પ્રયાસ કરો!

બિંદુઓ B અને Cથી 5 સેમીના અંતરે બિંદુ A ચિહ્નિત કરો. તમને કદાચ ખ્યાલ આવ્યો હશે કે આ કામ ફૂટપટ્ટીનો ઉપયોગ કરીને કરી શકાય છે. જોકે, આનાથી ઘણી ભૂલ થવાની શક્યતા રહે છે. આ રચનાને વધુ સરળ બનાવી શકાય. કેવી રીતે?

જો તમે અનુમાન લગાવ્યું હોય કે આ કામ પરિકરનો ઉપયોગ કરીને કરી શકાય છે, તો તમે સાચા છો! આગળ વધો અને ભૂલ વગર બિંદુ A કેવી રીતે મેળવી શકાય તે શોધો.

આ સમસ્યામાં બિંદુ A શોધવામાં અને અગાઉના વિભાગના બીજા ઉદાહરણનાં પગલાં 3માં બિંદુ B શોધવા વચ્ચે સમાનતા છે. (પાના નંબર 209 જુઓ)

પગલું 2 :



બિંદુ Bથી 5 સેમીના અંતરે આવેલાં બધા બિંદુઓનું વક્ર (curve) દોરો, એટલે કે બિંદુ Bને કેન્દ્ર તરીકે લઈ 5 સેમી ત્રિજ્યાનું વર્તુળ દોરો.

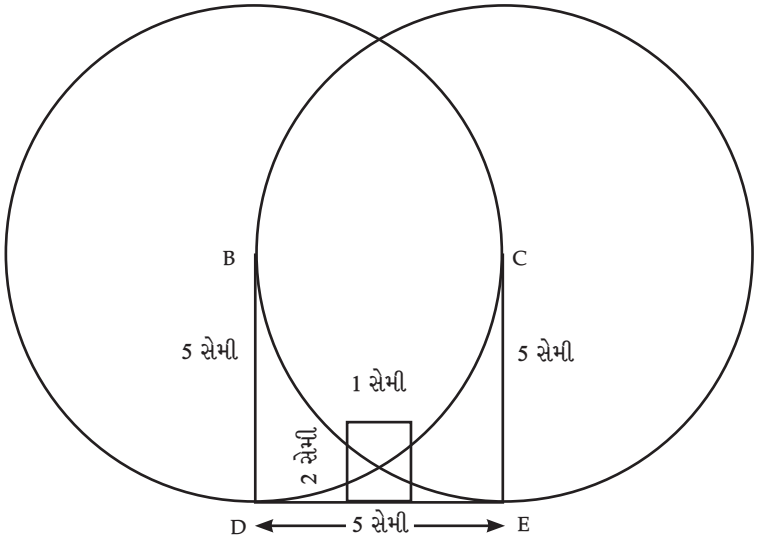
શું આનાથી બિંદુ A શોધવામાં મદદ મળે છે? આકૃતિની રચના કરો અને શોધો.

બિંદુ Cથી 5 સેમીના અંતરે આવેલા વર્તુળ પર યોગ્ય બિંદુ શોધીને તેને બિંદુ A તરીકે ચિહ્નિત કરો. ફરીથી, આ કામ ફૂટપટ્ટીનો ઉપયોગ કરીને કરી શકાય છે. પરંતુ શું આપણે આ માટે પરિકરનો ઉપયોગ કરી શકીએ?

પગલું 3 :

પદ્ધતિ 1 :

પરિકરમાં 5 સેમીની ત્રિજ્યા લો અને Cને કેન્દ્ર તરીકે લઈ એક વર્તુળ દોરો.



શું તમે બિંદુ A શોધી શક્યા? તમારી નોટબુકમાં આકૃતિ તપાસો. તમે શું અવલોકન કરો છો?

જુઓ કે બંને વર્તુળો કયા બિંદુએ છેદે (intersect) છે. તે બિંદુ Bથી કેટલું દૂર છે?

તે Cથી કેટલું દૂર છે?

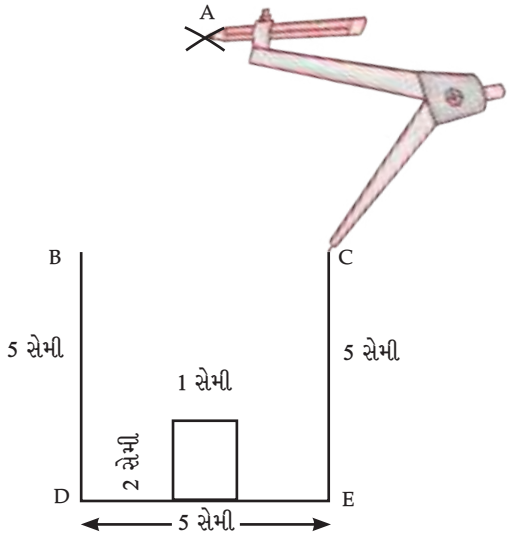
આમ, આ જ બિંદુ A છે!

વિચારો

બિંદુ A મેળવવા માટે બે પૂર્ણ વર્તુળ દોરવાં જરૂરી હતાં? અહીં ફક્ત બંને વર્તુળના ભાગની જ જરૂર હતી.

પદ્ધતિ 2 :

બિંદુ Aને ફક્ત B અને C બિંદુઓથી 5 સેમી ત્રિજ્યાના ચાપ દોરીને પણ મેળવી શકાય છે.



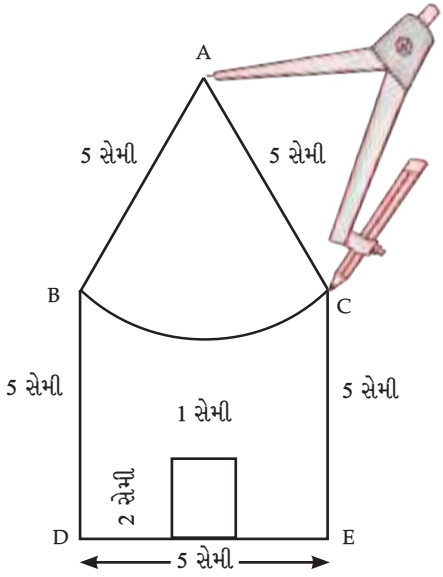
Aને B સાથે તથા Aને C સાથે સીધી રેખાઓ દ્વારા જોડો.

બિંદુ A મેળવ્યા પછી, હવે બાકી રહેલો ચાપ (arc) કેવી રીતે દોરશો?

શું આપણે એ હકીકતનો ઉપયોગ કરી શકીએ કે A એ B અને C બંનેથી 5 સેમીના અંતરે છે?

પગલું 4 :

પરિકરમાં 5 સેમીની ત્રિજ્યા લો અને Aને કેન્દ્ર તરીકે લઈને આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે B અને Cને સ્પર્શતો ચાપ દોરો.



ઘર તૈયાર છે!

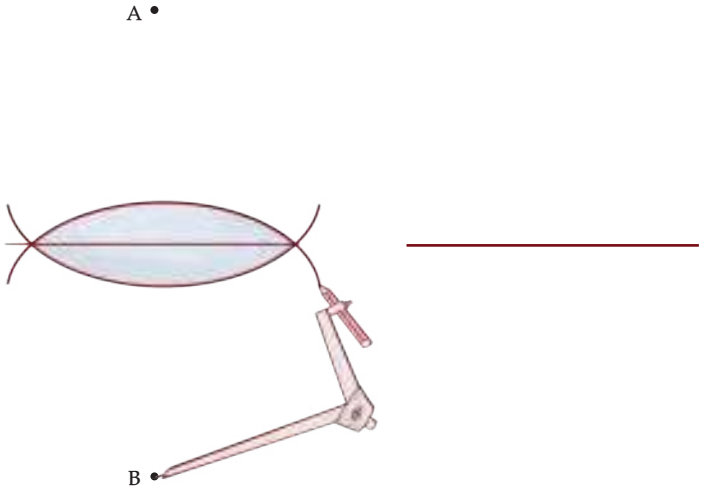
રચના કરો :

1. એક મોટું ઘર બનાવો, જેમાં બધી બાજુઓની લંબાઈ 7 સેમી હોય.
2. ઘરની રચનામાં ઉપયોગમાં લેવાયેલાં પગલાંઓનો ઉપયોગ કરીને 'કલાકૃતિ' વિભાગમાંથી 'વ્યક્તિ', 'વળાંકવાળો તરંગ' અને 'આંખો'ને ફરીથી બનાવવાનો પ્રયાસ કરો.
3. શું કોઈ એવી 4-બાજુવાળી આકૃતિ છે, જેમાં બધી બાજુઓની લંબાઈ સમાન હોય પણ તે ચોરસ ન હોય? જો આવી કોઈ આકૃતિ અસ્તિત્વમાં હોય, તો શું તમે તેની રચના કરી શકો છો?

સૂચન :

A) **આંખો** (8.1 કલાકૃતિ અને ઉપરની રચનામાંથી (પૃષ્ઠ નંબર 215))

રચનાનો અમુક ભાગ પહેલાં બતાવવામાં આવ્યો છે. તેને ધ્યાનપૂર્વક જુઓ. તમને બે આડી રેખાઓ આછી દોરેલી જોવા મળશે. ભૌમિતિક રચનાઓમાં, ઘણીવાર સહાયક વક્ર (ચાપ) અથવા આકૃતિઓની રચના કરવામાં આવે છે, જે આપેલ આકૃતિનો ભાગ હોતો નથી પણ તેની રચના કરવામાં મદદ કરે છે.



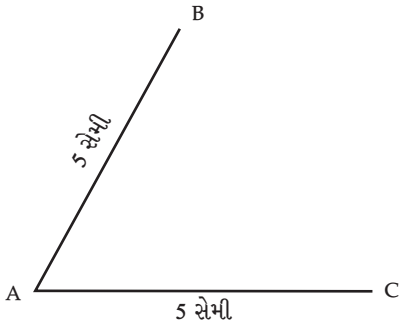
આંખના ઉપરના અને નીચેના વક્રો દોરવાની તકનીક (Technique) 'વ્યક્તિ' આકૃતિમાં ઉપયોગમાં લેવાતી તકનીક જેવી જ છે. બિંદુઓ A અને B એ એવાં સ્થાનો છે, જ્યાં આંખના વક્ર દોરતી વખતે પરિકરની અણી મૂકવામાં આવે છે. નોંધો કે ઉપરના વક્ર અને નીચેના વક્ર સાથે મળીને એક સમપ્રમાણ (symmetrical) આકૃતિ બનાવવી જોઈએ. આમ કરવા માટે, આ બિંદુઓ A અને B ક્યાં મૂકવાં જોઈએ? એક સચોટ અંદાજ લગાવો.

આંખોને શક્ય તેટલી સમપ્રમાણ અને એકસરખી બનાવવાનો પ્રયાસ કરો. આમાં ઘણા પ્રયત્નો કરવાની જરૂર પડી શકે છે.

B) (પાના નંબર 211, રચના 3)

રચનાના હેતુ માટે, ચાલો બાજુઓની લંબાઈ 5 સેમી લઈએ.

આ આકૃતિનો વિચાર કરો.



આ આકૃતિને 4-બાજુવાળી બનાવવા માટે, આપણે ફક્ત એક વધુ બિંદુ શોધવાની જરૂર છે. તે બિંદુ જેને આપણે D કહીશું, તે B અને C બંનેથી 5 સેમીના અંતરે હોવું જોઈએ.

આવું બિંદુ કેવી રીતે શોધી શકાય?

શું અહીં 'ઘર'ની સમસ્યામાં ઉપયોગમાં લેવાયેલા કોઈ વિચારનો ઉપયોગ કરી શકાય છે?

સારાંશ

- વર્તુળનાં બધા બિંદુઓ તેના કેન્દ્રથી સમાન અંતરે હોય છે. આ અંતરને વર્તુળની ત્રિજ્યા કહેવામાં આવે છે.
- વર્તુળ અને તેના ભાગોની રચના કરવા માટે પરિકરનો ઉપયોગ કરી શકાય છે.
- આપેલી આકૃતિની રચના કેવી રીતે કરવી તેની યોજના બનાવવા માટે કાચી આકૃતિ (rough diagram) ઉપયોગી થઈ શકે છે.
- એક લંબચોરસની રચના તેની બાજુઓની લંબાઈ અથવા તેની એક બાજુ અને વિકર્ણની લંબાઈ આપીને કરી શકાય છે.