પ્રકરણ 10

બીજગણિતીય પદાવલિ

FL99KM

10.1 પ્રાસ્તાવિક (Introduction)

આપણે ધોરણ-6માં કેટલીક બીજગણિતીય અભિવ્યક્તિ (algebric expression) શીખી ગયાં છીએ. જેવી કે $x + 3$, $y - 5$, $4x + 5$, $10y - 5$ વગેરે. આપણે જોયું કે અભિવ્યક્તિ આપણને કોયડાની રચના અને પ્રશ્નના ઉકેલ માટે કેટલી ઉપયોગી છે. કેટલીક અભિવ્યક્તિનાં ઉદાહરણ સાદા સમીકરણના પ્રકરણમાં આપણે જોઈ ગયાં છીએ.

અભિવ્યક્તિ એ બીજગણિતના પાયાનો ખ્યાલ છે. આ પ્રકરણમાં તેને આપણે બીજગણિતીય પદાવલિ તરીકે ઓળખીશું. તમે જ્યારે આ પ્રકરણનો અભ્યાસ કરશો ત્યારે તમે શીખશો કે બીજગણિતીય પદાવલિની રચના કેવી રીતે થાય છે, અને કેવી રીતે તેની કિંમત શોધી શકાય છે.

10.2 પદાવલિની રચના કેવી રીતે થાય છે ? (How are Expressions Formed ?)

આપણે સારી રીતે જાણીએ છીએ કે ચલ શું છે ? આપણે x, y, l, m જેવા અક્ષરોનો ઉપયોગ ચલને દર્શાવવા માટે કરીએ છીએ. **ચલ (variable)** જુદી-જુદી કિંમતો ધારણ કરી શકે છે. તેની કિંમત ચોક્કસ હોતી નથી. બીજી બાજુ **અચલ (constant)**ને ચોક્કસ કિંમત હોય છે. 4, 100, (–17) વગેરે અચલનાં ઉદાહરણ છે.

ચલ અને અચલના જોડાણથી બીજગણિતીય પદાવલિ (algebric expression) રચાય છે. આ માટે આપણે સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર જેવી ક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. ખરેખર તો આપણે $4x + 5$, $10y - 20$ જેવી બીજગણિતીય પદાવલિ શીખી ગયાં છીએ. પદાવલિ $4x + 5$ આપણને ચલ x નો અચલ 4 સાથે ગુણાકાર કરી તેમાં 5 ઉમેરવાથી મળે છે. તે જ રીતે $10y - 20$ એ પહેલાં y નો 10 વડે ગુણાકાર કરી તેમાંથી 20 બાદ કરતાં મળે છે.

ઉપરની પદાવલિ ચલ અને અચલના જોડાણથી મેળવી શક્યા છીએ. આપણે એવી પદાવલિ મેળવીશું કે જેમાં ચલનું પોતાની સાથે અથવા બીજા ચલ સાથે જોડાણ થયેલું હોય. નીચેની પદાવલિ કેવી રીતે મેળવી છે તે જુઓ :

$$x^2,\ 2y^2,\ 3x^2 - 5,\ xy,\ 4xy + 7$$

(i) પદાવલિ x^2 એ ચલ xના તેની સાથેના ગુણાકાર વડે મળે છે.

$$x \times x = x^2$$

જેમ $4 \times 4 = 4^2$ લખીએ છીએ તેમ $x \times x = x^2$ લખાય. તેને સામાન્ય રીતે xનો વર્ગ એમ વંચાય છે.

(આગળ આપણે ઘાત અને ઘાતાંકના પ્રકરણમાં જોઈશું કે x^2 ને x ની બે ઘાત એમ વંચાય.)

તે જ રીતે આપણે $x \times x \times x = x^3$ લખીએ છીએ.

સામાન્ય રીતે x^3 ને ''xનો ઘન'' એમ વંચાય છે. x^3ને x ની ત્રણ ઘાત એમ પણ વંચાય.

$x, x^2, x^3, ...$ એ તમામ xમાંથી મળતી બીજગણિતીય પદાવલિ છે.

(ii) પદાવલિ $2y^2$ એ y વડે મેળવાય છે : $2y^2 = 2 \times y \times y$

અહીં yનો y સાથે ગુણાકાર કરવાથી y^2 મળે છે અને પછી y^2 નો અચલ 2 સાથે ગુણાકાર કરવામાં આવે છે.

આ પ્રયત્ન કરો

નીચેનાં પદ કેવી રીતે મેળવવામાં આવે છે તે વર્ણવો.

$7xy + 5, x^2y, 4x^2 - 5x$

(iii) $3x^2 - 5$ માં પહેલાં x^2 લઈ તેને 3 વડે ગુણાકાર કરી $3x^2$ મેળવવામાં આવે છે. $3x^2$ માંથી 5 બાદ કરી છેવટે $3x^2 - 5$ મળે છે.

(iv) xy માં આપણે ચલ x નો બીજા ચલ y સાથે ગુણાકાર કરીએ છીએ. આમ, $x \times y = xy$.

(v) $4xy + 7$માં પહેલા xy લઈ તેનો 4 સાથે ગુણાકાર કરી $4xy$ મેળવી તેમાં 7 ઉમેરી $4xy + 7$ પદાવલિ મેળવવામાં આવે છે.

10.3 પદાવલિના પદ (Terms of an Expression) :

CLBE9Q

આગળ આપણે જે પદાવલિની રચના શીખી ગયાં તેની પદ્ધતિસરની રચના આપણે જોઈએ. આ માટે આપણને પદાવલિના **પદ** અને તેના **અવયવ**ની સમજણ હોવી જરૂરી છે.

$(4x + 5)$ અભિવ્યક્તિ લઈએ. આ પદાવલિની રચના માટે પહેલાં આપણે 4 અને x નો ગુણાકાર કરી તેમાં 5 ઉમેરીએ છીએ તે જ રીતે પદાવલિ $(3x^2 + 7y)$માં પહેલાં 3, x અને xનો ગુણાકાર કરી $3x^2$ મેળવીએ છીએ તે જ રીતે 7 અને y નો ગુણાકાર કરી $7y$ મેળવીએ છીએ. $3x^2$ અને $7y$ નો સરવાળો કરી આપેલ પદાવલિ મેળવીએ છીએ.

તમે જોયું હશે કે આપણે આ જ રીતે પદાવલિ બનાવી છે. તેમાંના ભાગોને અલગ રીતે મેળવી અને પછી સરવાળો કરવામાં આવ્યો. પદાવલિના આ ભાગો કે જેને અલગ રીતે મેળવીને સરવાળો કરવામાં આવ્યો તે ભાગોને **પદ** તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. પદાવલિ $(4x^2 - 3xy)$ જુઓ. આપણે કહી શકીશું કે તેમાં બે પદ $4x^2$ અને $-3xy$ છે. $4x^2$ એ 4, x અને x નો ગુણાકાર જ્યારે પદ $(-3xy)$ એ (-3), x અને y નો ગુણાકાર છે.

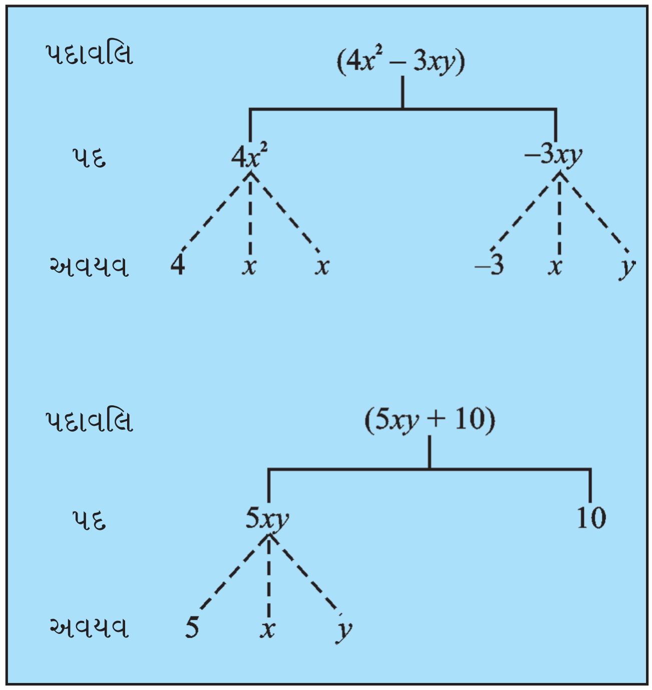
પદાવલિની રચના માટે પદોનો સરવાળો કરવામાં આવે છે. પદાવલિ $4x + 5$ એ પદ $4x$ અને 5નો સરવાળો કરી મેળવવામાં આવે છે. $4x^2$ અને $(-3xy)$નો સરવાળો કરી $(4x^2 - 3xy)$ મેળવવામાં આવે છે. કારણ કે $4x^2 + (-3xy) = 4x^2 - 3xy$.

નોંધો કે ઋણ ચિહ્ન(–)નો પદમાં સમાવેશ કરેલ છે. પદાવલિ $4x^2 - 3xy$ માં આપણે પદ $(-3xy)$ લીધું છે $3xy$ નહીં અને તેથી જ આપણે પદ ઉમેરવું કે બાદ કરવું તે કહેવાની જરૂર નથી. પદાવલિની રચનામાં ઉમેરવું એમ કહેવું પૂરતું છે.

પદના અવયવ (Factors of a term)

આપણે જોઈ ગયાં કે પદાવલિ $(4x^2 - 3xy)$ એ બે પદ $4x^2$ અને $-3xy$ની બનેલી છે. પદ $4x^2$ એ 4, x અને x નો ગુણાકાર છે. આપણે કહીશું કે, 4, x અને x એ $4x^2$ ના અવયવ છે. આપેલું પદ એ તેના અવયવોનો ગુણાકાર છે. પદ $-3xy$ એ અવયવ -3, x અને y નો ગુણાકાર છે.

આપણે પદાવલિ અને તેના પદ તથા તે પદોના અવયવને ‘‘ટ્રી ચાર્ટ’’ (વૃક્ષ જેવી રચના) વડે સરળ અને સુંદર રીતે દર્શાવી શકીએ. $(4x^2 - 3xy)$ પદાવલિનો ટ્રી ચાર્ટ બાજુની આકૃતિમાં બતાવેલ છે.



નોંધો કે, ટ્રી ચાર્ટમાં અવયવ અને પદને જુદા પાડવા માટે આપણે તૂટક રેખાનો ઉપયોગ અવયવ અને રેખાનો ઉપયોગ પદ માટે કરીએ છીએ.

પદાવલિ $5xy + 10$ માટે રેખાકૃતિ જુઓ.

અવયવ એ છે કે જેમનું આગળ અવયવીકરણ થઈ શકતું નથી. તેથી આપણે $5xy$ ને $5 \times xy$ લખી શકતાં નથી. કારણ કે xy નું અવયવીકરણ થઈ શકે છે. તે જ રીતે, x^3 એ પદ હોય તો તેને $x \times x \times x$ લખાશે, નહિ કે $x^2 \times x$. એ યાદ રાખો કે 1 ને અલગ અવયવ તરીકે લેવામાં આવતો નથી.

સહગુણક (Coefficient)

આપણે શીખી ગયાં કે પદને અવયવના ગુણાકાર વડે કેવી રીતે લખી શકાય. તેમાંનો એક અવયવ સંખ્યાત્મક (numerical) અને બીજો બીજગણિતીય હશે (એટલે કે ચલને સમાવતા હશે). સંખ્યાત્મક અવયવને સંખ્યાત્મક સહગુણક અથવા પદના **સહગુણક** તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. તેને બાકીના પદ માટેનો સહગુણક કહે છે (જે દેખીતી રીતે પદના બીજગણિતીય અવયવો (algebric factors)ના ગુણાકારથી મળે છે). આમ, $5xy$ માં 5 એ પદનો સહગુણક છે. તે xy નો પણ સહગુણક છે. $10xyz$ પદમાં 10 એ xyz નો સહગુણક છે. પદ $-7x^2y^2$ માં -7 એ x^2y^2 નો સહગુણક છે.

આ પ્રયત્ન કરો

1. નીચેની પદાવલિઓમાં કયાં પદો છે ? પદો કેવી રીતે બન્યા છે તે દર્શાવો. દરેક પદાવલિ માટે ટ્રી ચાર્ટ બનાવો :

   $8y + 3x^2$, $7mn - 4$, $2x^2y$
2. 4 પદો વાળી ત્રણ પદાવલિઓ લખો.

જ્યારે પદનો સહગુણક +1 હોય ત્યારે તેને સામાન્ય રીતે અવગણવામાં આવે છે. દાખલા તરીકે $1x$ ને x લખવામાં આવે છે. $1x^2y^2$ ને x^2y^2 લખવામાં આવે છે. સહગુણક (-1) એ માત્ર ઋણ ચિહ્ન જ સૂચવે છે. આમ $(-1)x$ ને $-x$ લખવામાં આવે છે. $(-1)x^2y^2$ ને $-x^2y^2$ લખવામાં આવે છે.

આ પ્રયત્ન કરો

નીચેની પદાવલિઓમાં પદોના સહગુણકો ઓળખો :

$4x - 3y$, $a + b + 5$, $2y + 5$, $2xy$

કેટલીક વખતે સહગુણક શબ્દનો ઉપયોગ ઘણો વ્યાપક રીતે કરવામાં આવે છે. આમ આપણે કહી શકીએ કે $5xy$ પદમાં 5 એ xy નો સહગુણક છે. x એ $5y$ નો સહગુણક છે અને y એ $5x$નો સહગુણક છે. $10xy^2$ માં 10 એ xy^2 નો સહગુણક છે. x એ $10y^2$ નો અને y^2 એ $10x$ નો સહગુણક છે. આમ વધુ વ્યાપક રીતે સહગુણક એ સંખ્યાત્મક અવયવ અથવા બીજગણિતીય અવયવ અથવા બે કે વધુ અવયવનો ગુણાકાર છે. તેને બાકીના અવયવોના ગુણાકારનો સહગુણક કહે છે.

ઉદાહરણ 1 : નીચેની પદાવલિઓમાં અચળ સિવાયના પદો દર્શાવો. તેમના સંખ્યાત્મક સહગુણકો લખો.

$$xy + 4,\ 13 - y^2,\ 13 - y + 5y^2,\ 4p^2q - 3pq^2 + 5$$

ઉકેલ

ક્રમ	પદાવલિ	પદ (જે અચળ નથી)	સંખ્યાત્મક સહગુણક
(i)	$xy + 4$	xy	1
(ii)	$13 - y^2$	$-y^2$	-1
(iii)	$13 - y + 5y^2$	$-y$ $5y^2$	-1 5
(iv)	$4p^2q - 3pq^2 + 5$	$4p^2q$ $-3pq^2$	4 -3

ઉદાહરણ 2

(a) નીચેની પદાવલિમાં xના સહગુણક કયા છે તે લખો.

$4x - 3y$, $8 - x + y$, $y^2x - y$, $2z - 5xz$

(b) નીચેની પદાવલિમાં y ના સહગુણક કયા છે તે લખો.

$4x - 3y$, $8 + yz$, $yz^2 + 5$, $my + m$

ઉકેલ

(a) દરેક પદાવલિમાં આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે x એક અવયવ છે. પદનો બાકીનો ભાગ એ x નો સહગુણક છે.

ક્રમ	પદાવલિ	અવયવ x સાથેનું પદ	x નો સહગુણક
(i)	$4x - 3y$	$4x$	4
(ii)	$8 - x + y$	$-x$	-1
(iii)	$y^2x - y$	y^2x	y^2
(iv)	$2z - 5xz$	$-5xz$	$-5z$

(b) ઉપર પ્રમાણેની સમાન પદ્ધતિથી.

ક્રમ	પદાવલિ	અવયવ y સાથેનું પદ	y નો સહગુણક
(i)	$4x - 3y$	$-3y$	-3
(ii)	$8 + yz$	yz	z
(iii)	$yz^2 + 5$	yz^2	z^2
(iv)	$my + m$	my	m

10.4 સજાતીય અને વિજાતીય પદ (Like and Unlike Terms) :

જે પદમાં સમાન બીજગણિતીય અવયવો હોય, તે પદોને **સજાતીય પદો** કહે છે. જ્યારે પદમાં અસમાન બીજગણિતીય અવયવો હોય તો તેને **વિજાતીય પદ** કહે છે. દાખલા તરીકે પદાવલિ $2xy - 3x + 5xy - 4$ના પદ $2xy$ અને $5xy$ જુઓ. $2xy$ના અવયવ 2, x અને y છે. $5xy$ના અવયવ 5, x અને y છે. આમ

CLKABD

તેમના બીજગણિતીય (એટલે કે તે ચલના બનેલા) અવયવ સરખા છે તેથી તે સજાતીય પદ છે. બીજી બાજુ $2xy$ અને $-3x$માં બીજગણિતીય અવયવ જુદા જુદા છે. તેથી તેઓ વિજાતીય પદ છે. તે જ રીતે પદ $2xy$ અને 4 એ વિજાતીય પદ છે. $-3x$ અને 4 પણ વિજાતીય પદ છે.

પ્રયત્ન કરો

નીચે આપેલામાંથી સજાતીય પદોનું જૂથ બનાવો.

$12x, 12, -25x, -25, -25y, 1, x, 12y, y$

10.5 (એકપદી) (Monomials), (દ્વિપદી) (Binomials), (ત્રિપદી) (Trinomials) અને (બહુપદી) (Polynomials)

એવી પદાવલિ કે જેમાં માત્ર એક જ પદ હોય તો તેને એકપદી કહેવાય.

દા.ત. $7xy$, $-5m$, $3z^2$, 4 વગેરે

એવી પદાવલિ કે જેમાં બે વિજાતીય પદો હોય તો તેને **દ્વિપદી** કહે છે. $x + y$, $m - 5$, $mn + 4m$, $a^2 - b^2$ વગેરે. પદાવલિ $10pq$ એ દ્વિપદી નથી. તે એકપદી છે. પદાવલિ $(a + b + 5)$ એ દ્વિપદી નથી કારણ કે તેમાં ત્રણ પદ છે.

એવી પદાવલિ કે જેમાં ત્રણ પદ હોય, તેને **ત્રિપદી** કહે છે. પદાવલિ $x + y + 7$, $ab + a + b$, $3x^2 - 5x + 2$, $m + n + 10$ એ ત્રિપદી છે. પદાવલિ $ab + a + b + 5$ એ **ત્રિપદી** નથી કારણ કે તેમાં ત્રણ નહિ પણ 4 પદ છે. પદાવલિ $x + y + 5x$ એ ત્રિપદી નથી, કારણ કે x અને $5x$ એ સજાતીય પદ છે.

પ્રયત્ન કરો

નીચે આપેલ પદાવલિઓને એકપદી, દ્વિપદી અને ત્રિપદીમાં વર્ગીકૃત કરો.

$a + b$, $ab + a + b$, $ab + a + b - 5$, xy, $xy + 5$, $5x^2 - x + 2$, $4pq - 3q + 5p$, 7, $4m - 7n + 10$, $4mn + 7$.

ટૂંકમાં, આપેલ પદાવલિમાં એક અથવા વધુ પદો હોય તો તેને **બહુપદી** કહે છે. આમ એકપદી, દ્વિપદી અને ત્રિપદી એ બહુપદી છે.

ઉદાહરણ 3 કારણ સહિત કહો કે નીચે આપેલાં પદની જોડમાંથી કયાં પદ સજાતીય અને ક્યા પદ વિજાતીય છે.

(i) $7x, 12y$ (ii) $15x, -21x$ (iii) $-4ab, 7ba$ (iv) $3xy, 3x$

(v) $6xy^2, 9x^2y$ (vi) $pq^2, -4pq^2$ (vii) $mn^2, 10\,mm$

ઉકેલ

ક્રમ	જોડ	અવયવો	બીજગણિતીય અવયવો સરખા છે કે જુદા	સજાતીય કે વિજાતીય	નોંધ
(i)	$7x$ $12y$	$7, x$ $12, y$	જુદા	વિજાતીય	પદોમાં ચલ જુદા જુદા છે.
(ii)	$15x$ $-21x$	$15, x$ $-21, x$	સરખા	સજાતીય	
(iii)	$-4ab$ $7ba$	$-4, a, b$ $7, a, b$	સરખા	સજાતીય	યાદ રાખો કે $ab = ba$

(iv)	$3xy$ $3x$	$\left.\begin{array}{l}3, x, y\\3, x\end{array}\right\}$	જુદા	વિજાતીય	ચલ y માત્ર એક જ પદમાં છે.
(v)	$6xy^2$ $9x^2y$	$\left.\begin{array}{l}6, x, y, y\\9, x, x, y\end{array}\right\}$	જુદા	વિજાતીય	બે પદોમાં ચલ સરખા છે પરંતુ ઘાત સમાન નથી.
(vi)	pq^2 $-4pq^2$	$\left.\begin{array}{l}1, p, q, q\\-4, p, q, q\end{array}\right\}$	સરખા	સજાતીય	નોંધો કે સંખ્યાત્મક અવયવ 1 દેખાતો નથી.
(vii)	mn^2 $10mn$	$\left.\begin{array}{l}m, n, n\\10, m, n\end{array}\right\}$	જુદા	વિજાતીય	n ના ઘાત સરખા નથી.

નીચેનાં પગથિયાં તમને આપેલાં પદ **સજાતીય** છે કે **વિજાતીય** તે નક્કી કરવામાં ઉપયોગી થશે.

(i) સંખ્યાત્મક સહગુણકને અવગણો. પદના બીજગણિતીય ભાગ પર ધ્યાન આપો.

(ii) પદમાંના ચલને તપાસો. તે સરખા જ હોવા જોઈએ.

(iii) હવે, પદમાંના દરેક ચલના ઘાતાંક (power/index/exponent) તપાસો. તે પણ સરખા જ હોવા જોઈએ.

ધ્યાને લો કે સજાતીય પદ નક્કી કરવા માટે બે બાબતોનો કોઈ જ વાંધો નથી : (1) પદના સહગુણક (2) પદમાં ગુણાકાર સ્વરૂપે ગોઠવાયેલા ચલનો ક્રમ.

સ્વાધ્યાય 10.1

1. નીચે આપેલી બાબતોમાં ચલ, અચલ અને ગાણિતિક પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરી બીજગણિતીય પદાવલિઓ બનાવો.
   (i) yમાંથી z બાદ કરો.
   (ii) x અને yના સરવાળાના અડધા.
   (iii) સંખ્યા zનો તે જ સંખ્યા સાથેનો ગુણાકાર
   (iv) p અને qના ગુણાકારનો ચતુર્થ ભાગ
   (v) x અને y બંને સંખ્યાનો વર્ગ અને તેમનો સરવાળો
   (vi) m અને n સંખ્યાના ગુણાકારના ત્રણ ગણામાં 5 ઉમેરતાં
   (vii) y અને zના ગુણાકારને 10માંથી બાદ કરતાં
   (viii) a અને bના ગુણાકારમાંથી તેમનો સરવાળો બાદ કરતાં
2. (i) નીચે આપેલ પદાવલિમાંથી પદ અને તેમના અવયવ ઓળખી કાઢો.
   આ પદ અને અવયવને ટ્રી ચાર્ટ વડે દર્શાવો.
   (a) $x - 3$ (b) $1 + x + x^2$ (c) $y - y^3$
   (d) $5xy^2 + 7x^2y$ (e) $- ab + 2b^2 - 3a^2$
   (ii) નીચે આપેલી પદાવલિમાંથી પદ અને અવયવ ઓળખી કાઢો.
   (a) $-4x + 5$ (b) $-4x + 5y$ (c) $5y + 3y^2$
   (d) $xy + 2x^2y^2$ (e) $pq + q$ (f) $1.2ab - 2.4\,b + 3.6\,a$
   (g) $\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$ (h) $0.1\,p^2 + 0.2\,q^2$

3. નીચે આપેલી પદાવલિમાં (અચલ સિવાયના) પદનો સંખ્યાત્મક સહગુણક શોધીને લખો.

(i) $5 - 3t^2$ (ii) $1 + t + t^2 + t^3$ (iii) $x + 2xy + 3y$

(iv) $100m + 1000n$ (v) $-p^2q^2 + 7pq$ (vi) $1.2\,a + 0.8\,b$

(vii) $3.14\,r^2$ (viii) $2\,(l + b)$ (ix) $0.1\,y + 0.01\,y^2$

4. (a) x વાળાં પદો શોધો અને તેમાં xના સહગુણક લખો.

(i) $y^2x + y$ (ii) $13y^2 - 8yx$ (iii) $x + y + 2$

(iv) $5 + z + zx$ (v) $1 + x + xy$ (vi) $12xy^2 + 25$ (vii) $7x + xy^2$

(b) y^2 વાળું પદ શોધી તેમાં y^2નો સહગુણક લખો.

(i) $8 - xy^2$ (ii) $5y^2 + 7x$ (iii) $2x^2y - 15\,xy^2 + 7y^2$

5. નીચેનાનું એકપદી, દ્વિપદી અને ત્રિપદીમાં વર્ગીકરણ કરો.

(i) $4y - 7z$ (ii) y^2 (iii) $x + y - xy$ (iv) 100

(v) $ab - a - b$ (vi) $5 - 3t$ (vii) $4p^2q - 4pq^2$ (viii) $7mn$

(ix) $z^2 - 3z + 8$ (x) $a^2 + b^2$ (xi) $z^2 + z$ (xii) $1 + x + x^2$

6. નીચે આપેલી જોડ સજાતીય કે વિજાતીય પદોની છે તે કહો.

(i) 1, 100 (ii) $-7x, \frac{5}{2}x$ (iii) $-29x, -29y$

(iv) $14xy, 42yx$ (v) $4m^2p, 4mp^2$ (vi) $12xz, 12x^2z^2$

7. નીચેનામાંથી સજાતીય પદ શોધી કાઢો.

(a) $-xy^2, -4yx^2, 8x^2, 2xy^2, 7y, -11x^2, -100x, -11yx, 20x^2y, -6x^2, y, 2xy, 3x$

(b) $10pq, 7p, 8q, -p^2q^2, -7qp, -100q, -23, 12q^2p^2, -5p^2, 41, 2405p,$
$78qp, 13p^2q, qp^2, 701p^2$

10.6 આપેલી પદાવલિની કિંમત શોધવી (Finding the Value of an Expression)

D1U9B2

આપણે જાણીએ છીએ કે બીજગણિતીય પદાવલિની કિંમત તે પદાવલિની રચના કરતાં ચલની કિંમત પર આધારિત હોય છે. ઘણી એવી પરિસ્થિતિ હોય છે કે જેમાં આપણને પદાવલિની કિંમત શોધવાની જરૂર પડે છે. જેમ કે જ્યારે આપણને એમ થાય કે આપેલ ચલની ચોક્કસ કિંમત સમીકરણનું સમાધાન કરે છે કે નહિ તે ચકાસવા માટે.

ભૂમિતિના સૂત્રના ઉપયોગમાં અને રોજિંદા ગણિતમાં આપણે પદાવલિની કિંમત શોધી તેનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. દા.ત. ચોરસનું ક્ષેત્રફળ l^2 છે. જ્યાં l એ ચોરસની એક બાજુની લંબાઈ છે. જો $l = 5$ સેમી તો ક્ષેત્રફળ 5^2 સેમી^{2} અથવા 25 સેમી^{2} છે. જો બાજુ 10 સેમી હોય તો ક્ષેત્રફળ 10^2 સેમી^{2} અથવા 100 સેમી^{2} થાય. હવે પછીના ભાગમાં આપણે આ પ્રકારનાં વધુ ઉદાહરણો જોઈશું.

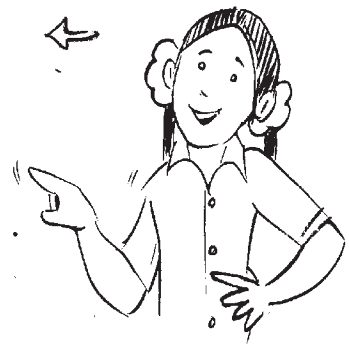
ઉદાહરણ 4 $x = 2$ માટે નીચે આપેલી પદાવલિની કિંમત શોધો.

(i) $x + 4$ (ii) $4x - 3$ (iii) $19 - 5x^2$ (iv) $100 - 10x^3$

ઉકેલ $x = 2$ મૂકતાં,

(i) આપણે $x + 4$ની કિંમત શોધીએ.

એટલે કે $x + 4 = 2 + 4 = 6$



(ii) $4x - 3$ માં આપણે

$4x - 3 = (4 \times 2) - 3 = 8 - 3 = 5$ મેળવીશું.

(iii) $19 - 5x^2$ માં આપણે

$19 - 5x^2 = 19 - (5 \times 2^2) = 19 - (5 \times 4) = 19 - 20 = (-1)$ મેળવીશું.

(iv) $100 - 10x^3$ માં આપણે

$100 - (10 \times 2^3) = 100 - (10 \times 8)$ (નોંધ : $2^3 = 8$ થાય.)

$= 100 - 80 = 20$

ઉદાહરણ 5 $n = -2$ માટે નીચેની પદાવલિઓની કિંમત શોધો.

(i) $5n - 2$ (ii) $5n^2 + 5n - 2$ (iii) $n^3 + 5n^2 + 5n - 2$

ઉકેલ

(i) $n = -2$ કિંમત $5n - 2$ માં મૂકતાં

$5(-2) - 2 = - 10 - 2 = - 12$

(ii) $5n^2 + 5n - 2$ માં

$n = -2$, માટે $5n - 2 = - 12$

અને $5n^2 = 5 \times (-2)^2 = 5 \times 4 = 20$ [જ્યાં $(-2)^2 = 4$]

સાથે લખતાં,

$5n^2 + 5n - 2 = 20 - 12 = 8$

(iii) હવે $n = - 2$ માટે

$5n^2 + 5n - 2 = 8$ અને

$n^3 = (-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = (-8)$

હવે, સાથે લખતાં,

$n^3 + 5n^2 + 5n - 2 = - 8 + 8 = 0$

હવે, આપણે બે ચલની પદાવલિ જોઈશું. ઉદારણ તરીકે, $x + y$ અને xy બે ચલ ધરાવતી પદાવલિની સંખ્યાત્મક કિંમત શોધીએ. અહીં આપણને બંને ચલની કિંમતની જરૂર પડશે. જેમ કે, $x = 3$ અને $y = 5$ માટે $(x + y)$ ની કિંમત $3 + 5 = 8$ થશે.

ઉદાહરણ 6 $a = 3$ અને $b = 2$ માટે નીચેની પદાવલિની કિંમત શોધો.

(i) $a + b$ (ii) $7a - 4b$ (iii) $a^2 + 2ab + b^2$ (iv) $a^3 - b^3$

ઉકેલ $a = 3$ અને $b = 2$ મૂકતાં

(i) $a + b = 3 + 2 = 5$

(ii) $7a - 4b$ માટે

$7a - 4b = 7 \times 3 - 4 \times 2 = 21 - 8 = 13$

(iii) $a^2 + 2ab + b^2$ માટે

$a^2 + 2ab + b^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 2 + 2^2 = 9 + 2 \times 6 + 4 = 9 + 12 + 4 = 25$

(iv) $a^3 - b^3$ માટે

$a^3 - b^3 = 3^3 - 2^3 = 3 \times 3 \times 3 - 2 \times 2 \times 2 = 9 \times 3 - 4 \times 2 = 27 - 8 = 19$

સ્વાધ્યાય 10.2

1. જો $m = 2$ હોય તો નીચેનાં પદોની કિંમત શોધો :

   (i) $m - 2$ (ii) $3m - 5$ (iii) $9 - 5m$

   (iv) $3m^2 - 2m - 7$ (v) $\frac{5m}{2} - 4$
2. જો $p = -2$ હોય, તો નીચેનાની કિંમત શોધો :

   (i) $4p + 7$ (ii) $-3p^2 + 4p + 7$ (iii) $-2p^3 - 3p^2 + 4p + 7$
3. $x = -1$ માટે નીચેની પદાવલિની કિંમત શોધો.

   (i) $2x - 7$ (ii) $-x + 2$ (iii) $x^2 + 2x + 1$

   (iv) $2x^2 - x - 2$
4. જો $a = 2$ અને $b = -2$ હોય તો નીચેનાંની કિંમત શોધો :

   (i) $a^2 + b^2$ (ii) $a^2 + ab + b^2$ (iii) $a^2 - b^2$
5. $a = 0$, $b = -1$ માટે આપેલ પદાવલિની કિંમત શોધો.

   (i) $2a + 2b$ (ii) $2a^2 + b^2 + 1$ (iii) $2a^2b + 2ab^2 + ab$

   (iv) $a^2 + ab + 2$
6. આપેલી પદાવલિઓનું સાદું રૂપ આપી $x = 2$ માટે કિંમત શોધો.

   (i) $x + 7 + 4 (x - 5)$ (ii) $3 (x + 2) + 5x - 7$

   (iii) $6x + 5 (x - 2)$ (iv) $4 (2x - 1) + 3x + 11$
7. આપેલી પદાવલિઓનું સાદું રૂપ આપો અને $x = 3$, $a = -1$ અને $b = -2$ લઈ કિંમત શોધો.

   (i) $3x - 5 - x + 9$ (ii) $2 - 8x + 4x + 4$

   (iii) $3a + 5 - 8a + 1$ (iv) $10 - 3b - 4 - 5b$

   (v) $2a - 2b - 4 - 5 + a$
8. (i) જો $z = 10$ હોય તો, $z^3 - 3 (z - 10)$ની કિંમત શોધો.

   (ii) $p = -10$ હોય તો, $p^2 - 2p - 100$ની કિંમત શોધો.
9. $x = 0$ માટે $2x^2 + x - a$ ની કિંમત 5 હોય તો aની કિંમત શોધો.
10. આપેલી પદાવલિનું સાદુંરૂપ આપી $a = 5$ અને $b = -3$ માટે કિંમત શોધો.

    $2 (a^2 + ab) + 3 - ab$

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. બીજગણિતીય પદાવલિ ચલ અને અચલની બનેલી હોય છે. આપણે પદાવલિની રચના કરવામાં **સરવાળા, બાદબાકી**, **ગુણાકાર** અને **ભાગાકાર** જેવી ક્રિયાઓ પદાવલિના ચલ અને અચલ પર કરીએ છીએ. ઉદાહરણ તરીકે પદાવલિ $4xy + 7$ એ ચલ x અને y તથા અચલ પદ 4 અને અચલ 4 અને ચલ x અને yનો ગુણાકાર કરી $4xy$ મેળવવામાં આવે છે. જેમાં 7 ઉમેરી આ પદાવલિ 7ની બનેલી છે. બનાવવામાં આવે છે.
2. પદાવલિ **પદ**ની બનેલી હોય છે. પદોના **સરવાળા**થી પદાવલિ બને છે. દાખલા તરીકે પદો $4xy$ અને 7નો સરવાળો પદાવલિ $4xy + 7$ બનાવે છે.
3. પદ એ **અવયવોનો ગુણાકાર** છે. પદાવલિ $4xy + 7$ માં $4xy$ એ અવયવ x, y અને 4નો ગુણાકાર છે. અવયવ જો ચલ હોય તો તેને **બીજગણિતીય અવયવ (algebric factor)** કહે છે.
4. **સહગુણક** એ પદમાં આંકડાકીય અવયવ છે. કેટલીક વખત પદમાંના કોઈ પણ અવયવને તે પદના બાકીના ભાગનો સહગુણક કહે છે.
5. પદાવલિમાં એક અથવા વધુ પદ હોય તો તેને **બહુપદી** કહે છે. ખાસ કરીને જો એક જ પદ પદાવલિમાં હોય તો તેને **એકપદી**, પદાવલિમાં બે પદ હોય તો **દ્વિપદી** અને ત્રણ પદ હોય તો તેને ત્રિપદી કહે છે.
6. પદો કે જેમાં સરખા બીજગણિતીય અવયવો હોય તો તે **સજાતીય પદો** છે. પદો કે જેમાં ભિન્ન બીજગણિતીય અવયવો હોય તો તે **વિજાતીય પદો** છે. આમ, પદો $4xy$ અને $-3xy$ સજાતીય પદો છે પરંતુ પદો $4xy$ અને$-3x$ સજાતીય પદો નથી.
7. એવી સ્થિતિં, જેમ કે સમીકરણ ઉકેલવું અને સૂત્રનો ઉપયોગ કરવામાં આપણે પદાવલિની કિંમત શોધીએ છીએ. પદાવલિની કિંમત પદાવલિની રચના કરતા ચલની કિંમત પર આધાર રાખે છે. આમ $7x - 3$ ની કિંમત $x = 5$ માટે 32 છે, જ્યાં $7(5) - 3 = 35 - 3 = 32$.