પ્રકરણ 7

રાશિઓની તુલના

FK7QE2

7.1 ટકાવારી - રાશિઓની સરખામણી કરવાની બીજી રીત (Percentage – Another way of Comparing Quantities)

C5H4Z6

અનિતાનો રિપોર્ટ (Report)
કુલ 320/400
ટકા : 80

રીટાનો રિપોર્ટ
કુલ 300/360
ટકા : 83.3

અનિતા કહે છે કે તેનું પરિણામ વધારે સારું છે કારણ કે તેણે 320 ગુણ પ્રાપ્ત કર્યા છે. જ્યારે રીટાએ માત્ર 300 ગુણ પ્રાપ્ત કર્યા છે. શું તમે અનિતા સાથે સહમત છો ? તમારા મતે કોનું પરિણામ વધારે સારું છે ?

માનસીએ તેમને કહ્યું કે માત્ર મેળવેલા ગુણોની સરખામણી (comparison) કરી કોનું પરિણામ વધારે સારું છે તે ન કહી શકાય. કારણ કે જેમાંથી તે બંનેએ ગુણ પ્રાપ્ત કર્યા છે તે કુલ ગુણ બંનેના સમાન નથી.

તે કહે છે કે તમે તમારા પરિણામ પત્રકમાં આપવામાં આવેલા ટકા કેમ નથી જોતાં ?
અનિતાના ટકા 80 અને રીટાના ટકા 83.3 હતા. જે બતાવે છે કે રીટાનું પરિણામ વધારે સારું છે. શું તમે સહમત છો ?

ટકા એ એવા અપૂર્ણાંકોનો અંશ છે જેનો છેદ 100 હોય. તેનો ઉપયોગ પરિણામોની સરખામણી કરવા માટે થાય છે. ચાલો, આપણે ટકાને વિસ્તારથી સમજવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

7.1.1 ટકાવારીનો અર્થ (Meaning of Percentage)

ટકા શબ્દ લેટિન શબ્દ ‘Per centum’ પરથી આવ્યો છે, જેનો અર્થ ‘પ્રતિ સો’ થાય છે.

ટકા દર્શાવવા માટેનો સંકેત % છે જેનો અર્થ શતાંશ (hundredths) પણ થાય છે એટલે કે 1% નો અર્થ 100માંથી એક અથવા સોમો ભાગ થાય. જેને આ પ્રમાણે લખી શકાય : $1\,\% = \frac{1}{100} = 0.01$.
આ સમજવા માટે નીચેનાં કેટલાંક ઉદાહરણો પર વિચાર કરીએ.

રીનાએ એક ટેબલનો ઉપરનો ભાગ બનાવવા માટે જુદા જુદા રંગની 100 લાદી (ટાઇલ્સ-tiles)નો ઉપયોગ કર્યો. તેણે પીળા, લીલા, લાલ અને વાદળી રંગની ટાઇલ્સ અલગ-અલગ ગણી અને કોષ્ટકમાં નીચે પ્રમાણે નોંધ કરી. શું તમે કોષ્ટક પૂર્ણ કરવામાં મદદ કરી શકો ?

રંગ	ટાઇલ્સની સંખ્યા	દર પ્રતિ સો	અપૂર્ણાંક	આ રીતે લખાય	આ રીતે વંચાય
પીળો	14	14	$\frac{14}{100}$	14%	14 ટકા
લીલો	26	26	$\frac{26}{100}$	26%	26 ટકા
લાલ	35	35	....	....	....
વાદળી	25	....	....	....	....
કુલ	**100**				

પ્રયત્ન કરો

1. નીચે આપેલી માહિતી માટે જુદી-જુદી ઊંચાઈ ધરાવતાં બાળકોની સંખ્યાના ટકા શોધો.

ઊંચાઈ	બાળકોની સંખ્યા	અપૂર્ણાંકમાં	ટકામાં
110 સેમી	22		
120 સેમી	25		
128 સેમી	32		
130 સેમી	21		
કુલ	**100**		

2. એક દુકાનમાં જુદા જુદા માપના બૂટ (shoes)ની જોડની સંખ્યા નીચે પ્રમાણે છે :

   માપ 2:20 માપ 3:30 માપ 4:28

   માપ 5:14 માપ 6:8

   આ માહિતીને કોષ્ટક સ્વરૂપે લખો અને દુકાનમાં ઉપલબ્ધ દરેક માપના બૂટની સંખ્યાના ટકા શોધો.

જ્યારે કુલ સરવાળો 100 ન હોય ત્યારે ટકા (Percentages when total is not Hundred)

ઉપરનાં બધાં જ ઉદાહરણોમાં, વસ્તુઓની સંખ્યાનો સરવાળો 100 હતો. ઉદાહરણ તરીકે, રીના પાસે 100 ટાઇલ્સ હતી, બાળકોની સંખ્યા 100 અને બૂટની સંખ્યા પણ 100 હતી. જો વસ્તુઓની કુલ સંખ્યા 100 ન હોય તો દરેક વસ્તુની સંખ્યાના ટકા કેવી રીતે ગણી શકાય ? આ સ્થિતિમાં આપણે અપૂર્ણાંકને એવા સમ-અપૂર્ણાંક (equivalent fraction)માં ફેરવવા પડે કે જેનો છેદ 100 હોય. નીચેના ઉદાહરણ પર વિચાર કરીએ. તમારી પાસે એક એવી માળા છે, જેમાં બે જુદા-જુદા રંગના વીસ મણકાઓ પરોવેલા છે.

રંગ	મણકાની સંખ્યા	અપૂર્ણાંક	છેદ 100	ટકામાં
લાલ	8	$\frac{8}{20}$	$\frac{8}{20} \times \frac{100}{100} = \frac{40}{100}$	40 %
વાદળી	12	$\frac{12}{20}$.	$\frac{12}{20} \times \frac{100}{100} = \frac{60}{100}$	60 %
કુલ	**20**			

અનવરે લાલ મણકાની સંખ્યાના ટકા આ રીતે શોધ્યા

20 મણકામાંથી લાલ મણકાની સંખ્યા 8 છે. તેથી 100 મણકામાંથી લાલ મણકાની સંખ્યા $= \frac{8}{20} \times 100$

= 40 (100 માંથી)

= 40%

આશા આ રીતે કરે છે.

$\frac{8}{20} = \frac{8 \times 5}{20 \times 5}$

$= \frac{40}{100} = 40\ \%$

આપણે જોયું કે જ્યારે સરવાળો 100 ન આપેલો હોય ત્યારે ટકાવારી ત્રણ રીતે શોધી શકાય. કોષ્ટકમાં બતાવેલ રીતમાં આપણે અપૂર્ણાંકને $\frac{100}{100}$ વડે ગુણીએ છીએ. આમ કરવાથી અપૂર્ણાંકની કિંમત બદલાતી નથી. પાછળથી, અપૂર્ણાંકના છેદમાં માત્ર 100 જ બાકી રહે છે.

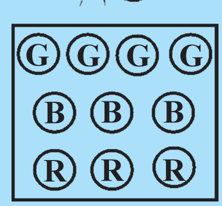
અનવરે એકમ પદ્ધતિ (unitary method) નો ઉપયોગ કર્યો. આશાએ છેદમાં 100 મેળવવા માટે અપૂર્ણાંકનો $\frac{5}{5}$ વડે ગુણાકાર કર્યો. તમને જે રીત યોગ્ય લાગે તે વાપરી શકો. કદાચ તમે જાતે પણ કોઈ રીત બનાવી શકો.

અનવરે જે રીતનો ઉપયોગ કર્યો તે રીત બધાં જ ગુણોત્તર માટે વાપરી શકાય. શું આશા દ્વારા વપરાયેલી રીત બધાં જ પ્રમાણો માટે વાપરી શકાય ? અનવર કહે છે કે આશા દ્વારા વપરાયેલી રીત ત્યારે જ ઉપયોગમાં લઈ શકાય જ્યારે તમે કોઈ પ્રાકૃતિક સંખ્યા શોધી શકો જેનો અપૂર્ણાંકના છેદ સાથેનો ગુણાકાર 100 આવે. છેદ 20 હોવાના કારણે તે 5 વડે ગુણી 100 મેળવી શકી. જો છેદ 6 હોત તો આશા આ રીત વાપરી ન શકત. શું તમે સહમત છો ?

પ્રયત્ન કરો

1. જુદા-જુદા રંગની 10 કુકરીનો સંગ્રહ આપેલો છે.

રંગ	સંખ્યા	અપૂર્ણાંક	છેદ 100	ટકામાં
લીલો				
વાદળી				
લાલ				
કુલ				



કોષ્ટક પૂર્ણ કરો અને દરેક રંગની કુકરીની સંખ્યાના ટકા શોધો.

2. માલા પાસે બંગડીઓનો સંગ્રહ છે. તેણી પાસે 20 સોનાની બંગડીઓ અને 10 ચાંદીની બંગડીઓ છે, તો આ દરેક પ્રકારની બંગડીઓની સંખ્યાના ટકા શોધો. ઉપરના ઉદાહરણ પ્રમાણે શું તમે આ માહિતી કોષ્ટકમાં દર્શાવી શકો ?

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. નીચેનાં ઉદાહરણો જુઓ અને દરેકમાં તુલના કરવા માટે કઈ પદ્ધતિ યોગ્ય ગણાય તેની ચર્ચા કરો.

   વાતાવરણની 1 ગ્રામ હવામાં :

   .78 ગ્રામ નાઈટ્રોજન
.21 ગ્રામ ઑક્સિજન
.01 ગ્રામ અન્ય વાયુઓ

   અથવા

   78% નાઈટ્રોજન
21% ઑક્સિજન
1% અન્ય વાયુઓ

2. એક શર્ટમાં :

   $\frac{3}{5}$ કૉટન
$\frac{2}{5}$ પૉલિસ્ટર

   અથવા

   60% કૉટન
40% પૉલિસ્ટર

7.1.2 અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓને ટકામાં ફેરવવી (Converting Fractional Numbers to Percentage)

અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓના છેદ જુદા-જુદા હોઈ શકે. અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓની તુલના કરવા માટે તેમના છેદ સમાન કરવા પડે અને આપણે જોયું કે જો અપૂર્ણાંકનો છેદ 100 હોય તો સરખામણી કરવી સરળ થઈ જાય છે એટલે કે આપણે અપૂર્ણાંકને ટકામાં ફેરવીએ છીએ. ચાલો, આપણે જુદા-જુદા અપૂર્ણાંકોને ટકામાં ફેરવવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

ઉદાહરણ 1 $\frac{1}{3}$ને ટકામાં ફેરવો.

ઉકેલ અહીં, $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{100}{100} = \frac{1}{3} \times 100\ \%$

$= \frac{100}{3}\ \% = 33\frac{1}{3}\ \%$

ઉદાહરણ 2 એક વર્ગમાં 25 બાળકો છે, તેમાંથી 15 છોકરીઓ છે. તો વર્ગમાં કેટલા ટકા છોકરીઓ છે ?

ઉકેલ 25 બાળકોમાંથી 15 છોકરીઓ છે, તેથી છોકરીઓની સંખ્યાના ટકા

$= \frac{15}{25} \times 100 = 60$ વર્ગમાં 60 % છોકરીઓ છે.

ઉદાહરણ 3 $\frac{5}{4}$ને ટકામાં ફેરવો.

ઉકેલ અહીં, $\frac{5}{4} = \frac{5}{4} \times 100\ \% = 125\ \%$

ઉપરનાં ઉદાહરણો પરથી આપણે શોધ્યું કે શુદ્ધ અપૂર્ણાંકો (proper fraction) સાથે સંબંધિત ટકાવારી 100 કરતાં ઓછી અને મિશ્ર અપૂર્ણાંકો (mixed fraction) સાથે સંબંધિત ટકાવારી 100 થી વધુ હોય છે.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

(i) શું તમે કેક (cake)નો 50 % ભાગ ખાઈ શકો ? શું તમે કેકનો 100 % ભાગ ખાઈ શકો ?
શું તમે કેકનો 150 % ભાગ ખાઈ શકો ?

(ii) શું વસ્તુની કિંમત 50 % થી ઉપર જઈ શકે ? શું વસ્તુની કિંમત 100 % થી ઉપર જઈ શકે ?
શું વસ્તુની કિંમત 150 % થી ઉપર જઈ શકે ?

7.1.3 દશાંશોનું ટકામાં રૂપાંતર (Converting Decimals to Percentage)

આપણે અપૂર્ણાંકોને ટકામાં કેવી રીતે ફેરવી શકાય તે જોયું. હવે આપણે દશાંશોને ટકામાં કેવી રીતે ફેરવી શકાય તે જોઈએ.

ઉદાહરણ 4 દશાંશોને ટકામાં ફેરવો.

(a) 0.75 (b) 0.09 (c) 0.2

ઉકેલ (a) $0.75 = 0.75 \times 100\ \%$

$$= \frac{75}{100} \times 100\ \% = 75\ \%$$

(b) $0.09 = \frac{9}{100} = 9\ \%$

(c) $0.2 = \frac{2}{10} \times 100\ \% = 20\ \%$

પ્રયત્ન કરો

1. નીચનાને ટકામાં ફેરવો :

(a) $\frac{12}{16}$ (b) 3.5 (c) $\frac{49}{50}$ (d) $\frac{2}{2}$ (e) 0.05

2. (i) 32 વિદ્યાર્થીઓમાંથી 8 વિદ્યાર્થીઓ ગેરહાજર (absent) છે તો કેટલા ટકા વિદ્યાર્થીઓ ગેરહાજર ગણાય ?

(ii) 25 રેડિયો છે, તેમાંના 16 રેડિયો ખરાબ છે તો કેટલા ટકા રેડિયો ખરાબ છે ?

(iii) એક દુકાનમાં 500 વસ્તુ છે. તેમાંથી 5 બગડેલી વસ્તુ છે. તો કેટલા ટકા વસ્તુ બગડેલી કહેવાય ?

(iv) 120 મતદારો (votes) છે. તેમાંથી 90 મતદારોનો મત 'હા' છે, તો 'હા' મતોની સંખ્યાના ટકા શોધો.

7.1.4 ટકાનું અપૂર્ણાંક અથવા દશાંશમાં રૂપાંતર (Converting Percentage to Fractions of Decimals)

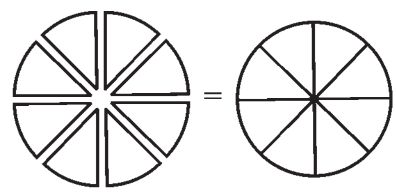
આપણે અત્યાર સુધી અપૂર્ણાંકો અને દશાંશોને ટકામાં ફેરવ્યા આપણે તેથી ઊલટું પણ કરી શકીએ. એટલે કે આપેલા ટકાને દશાંશ અથવા અપૂર્ણાંકમાં ફેરવી શકીએ.

કોષ્ટક જુઓ, અવલોકન કરો અને એને પૂર્ણ કરો :

આવાં વધુ ઉદાહરણો બનાવો અને ઉકેલો

ટકા	1 %	10 %	25 %	50 %	90 %	125 %	250 %
અપૂર્ણાંક	$\frac{1}{100}$	$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$					
દશાંશ	0.01	0.10					

તમામ ભાગ એકઠાં થઈ પૂર્ણ બનાવે (Parts always add to give whole) :

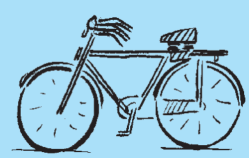


રંગીન ટાઈલ્સના ઉદાહરણમાં, વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈઓ માટે અને હવામાં રહેલા વાયુઓ માટે આપણે શોધ્યું કે, જ્યારે આપણે ટકાનો સરવાળો કરીએ છીએ ત્યારે 100 મળે છે. બધા ભાગો જો એકસાથે ઉમેરવામાં આવે તો પૂર્ણ અથવા 100 % આપે છે. તેથી જો આપણને એક ભાગ આપવામાં આવે તો બીજો ભાગ શોધી શકીએ છીએ. ધારો કે કુલ વિદ્યાર્થીઓમાંથી 30 % છોકરાઓ છે. આનો અર્થ એ થાય કે જો વર્ગમાં 100 વિદ્યાર્થીઓ હશે તો તેમાંથી 30 છોકરાઓ હશે અને બાકીની છોકરીઓ હશે.

દેખીતી રીતે છોકરીઓ (100–30) % = 70 % હશે.

પ્રયત્ન કરો

1. 35 % + ________ % = 100 %,   64 % + 20 % + ________ % = 100 %,
   45 % = 100 % – ________ %,   70 % = ________ % – 30 %
2. જો વર્ગના 65 % વિદ્યાર્થીઓ પાસે સાયકલ હોય, તો વર્ગના કેટલા ટકા વિદ્યાર્થીઓ પાસે સાયકલ નથી ?



3. આપણી પાસે સફરજન, નારંગી અને કેરીથી ભરેલી ટોપલી છે. જો 50 % સફરજન, 30 % નારંગી હોય, તો કેટલા ટકા કેરી હશે ?

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

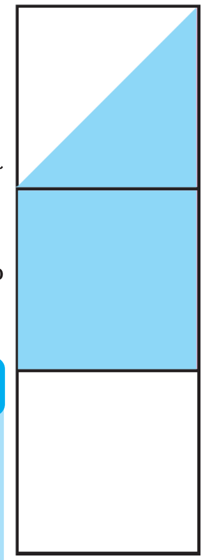
ડ્રેસ તૈયાર કરવામાં આવેલા ખર્ચને ધ્યાનમાં લો.

20 % ભરતકામ પર, 50 % કાપડ પર, 30 % સિલાઈ પર

શું તમે આવાં વધુ ઉદાહરણો વિચારી શકો ?

7.1.5 અંદાજિત કિંમત સાથે ગમ્મત (Fun with Estimation)

કોઈ પણ ક્ષેત્રફળનો અંદાજિત ભાગ શોધવા માટે ટકા મદદરૂપ થાય છે.



ઉદાહરણ 5 દર્શાવેલ આકૃતિમાં છાયાંકિત ભાગ કેટલા ટકા છે ?

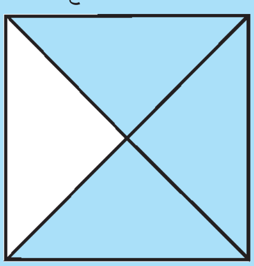
ઉકેલ સૌપ્રથમ આપણે છાયાંકિત ભાગનો અપૂર્ણાંક શોધીશું. આ અપૂર્ણાંક પરથી આપણે છાયાંકિત ભાગના ટકા શોધીશું.

તમે જોઈ શકો છો આકૃતિનો અડધો ભાગ છાયાંકિત એટલે $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 100\ \% = 50\ \%$ એટલે, 50 % આકૃતિ છાયાંકિત છે.

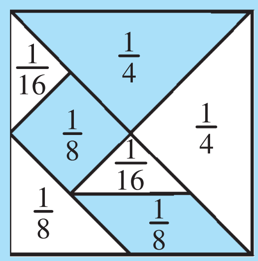
પ્રયત્ન કરો

દર્શાવેલ આકૃતિમાં કેટલા ટકા ભાગ છાયાંકિત છે ?

(i)



(ii)



તમે તમારી જાતે જ આવી અમુક આકૃતિ બનાવી જુઓ અને તમારા મિત્રને તેના છાયાંકિત ભાગનો અંદાજ લગાવવા કહો.

7.2 ટકાનો ઉપયોગ (Use of Percentages)

7.2.1 ટકાનું અર્થઘટન (Interpreting Percentages)

આપણે જોયું કે ટકા સરખામણી કરવામાં મદદરૂપ થાય. અપૂર્ણાંક અને દશાંશ અપૂર્ણાંકને ટકામાં ફેરવતાં આપણે શીખી ગયાં છીએ. હવે આપણે ટકાનો જીવનમાં ઉપયોગ જોઈશું. આ માટે આપણે પહેલાં નીચેનાં વિધાનોનો અર્થ સમજીશું.

- રવિ એની 5 % કમાણી બચાવે છે.
- મીરાંના ડ્રેસનો 20 % ભાગ વાદળી છે.
- રેખાને દરેક પુસ્તકનાં વેચાણ પર 10 % નફો મળે છે.

ઉપરના દરેક વિધાન પરથી તમે શું અનુમાન કરી શકો ?

5% મતલબ 100નો 5મો ભાગ અથવા $\frac{5}{100}$ એવું લખી શકીએ.

એનો અર્થ એવો થયો કે રવિ એની કમાણીના દરેક ₹ 100 માંથી ₹ 5 બચાવે છે. આ જ રીતે ઉપરના વિધાનોનું અર્થઘટન કરી શકાય છે.

7.2.2 ટકાનું ‘‘કેટલા’’માં રૂપાંતરણ (Converting Percentages to “How Many”)

નીચેનાં ઉદાહરણો જોઈએ.

ઉદાહરણ 6 40 બાળકોનું સર્વેક્ષણ (survey) દર્શાવે છે કે તેમાંથી 25 % બાળકોને ફૂટબૉલ રમવું ગમે છે, તો કેટલાં બાળકોને ફૂટબૉલ રમવું ગમે છે ?

ઉકેલ અહીં બાળકોની કુલ સંખ્યા 40 છે. તેમાંથી 25% બાળકોને ફૂટબૉલ રમવું ગમે છે. મીના અને અરુણે નીચેની પદ્ધતિથી સંખ્યા શોધી. તમે કોઈ પણ પદ્ધતિ અપનાવી શકો છો.

અરુણ આ પ્રમાણે કરે છે

100માંથી 25ને ફૂટબૉલ રમવું ગમે છે તો 40માંથી ફૂટબૉલ રમવું ગમતું હોય તેવા બાળકોની સંખ્યા = $\frac{25}{100} \times 40 = 10$

મીના આ પ્રમાણે કરે છે

40ના 25 % = $\frac{25}{100} \times 40$

$= 10$

તેથી, 40માંથી 10 બાળકોને ફૂટબૉલ રમવાનું ગમે છે.

પ્રયત્ન કરો

1. ઉકેલ મેળવો :

   (a) 164ના 50 % (b) 12ના 75 % (c) 64ના $12\frac{1}{2}$%

2. એક વર્ગનાં 25 બાળકોમાંથી 8 % બાળકોને વરસાદમાં ભીંજાવું ગમે છે તો કેટલાં બાળકોને વરસાદમાં ભીંજાવું ગમે છે ?

ઉદાહરણ 7 રાહુલે સ્વેટર ખરીદ્યું જેમાં 25 % ડિસ્કાઉન્ટ (discount) મળતાં તેણે 200 રૂપિયાની બચત કરી. તો ડિસ્કાઉન્ટ મળતાં પહેલાં સ્વેટરની કિંમત કેટલી હશે ?

ઉકેલ સ્વેટરની કિંમત 25 % ઘટાડતાં રાહુલે 200 રૂપિયાની બચત કરી. એનો અર્થ એ થયો કે રાહુલે બચાવેલી કિંમત એટલે કિંમતમાં કરેલો 25 % નો ઘટાડો. ચાલો, આપણે એ જોઈએ કે મોહન અને અબ્દુલે સ્વેટરની મૂળ કિંમત (original price) કેવી રીતે શોધી?

મોહનનો ઉકેલ

મૂળ કિંમતના 25% = ₹ 200

ધારેલી કિંમત (રૂપિયામાં) = P

તેથી, Pના 25 % = 200 અથવા

$\frac{25}{100} \times P = 200$ અથવા $\frac{P}{4} = 200$

P = 200 × 4 તેથી P = 800

અબ્દુલનો ઉકેલ

25 રૂપિયાની બચત હોય તો મૂળકિંમત 100 રૂપિયા છે તો 200 રૂપિયાની બચત હોય તો

મૂળકિંમત = $\frac{100}{25} \times 200 = 800$ રૂપિયા થાય.

બંને દ્વારા શોધાયેલી સ્વેટરની મૂળ કિંમત 800 રૂપિયા છે.

પ્રયત્ન કરો

1. કઈ સંખ્યાના 25 % એટલે 9 ?
2. કઈ સંખ્યાના 75 % એટલે 15 ?

સ્વાધ્યાય 7.1

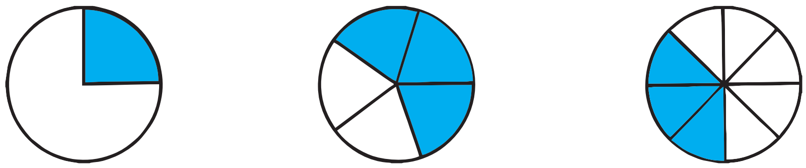
1. આપેલા અપૂર્ણાંકોને ટકામાં ફેરવો.

   (a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{5}{4}$ (c) $\frac{3}{40}$ (d) $\frac{2}{7}$

2. આપેલા દશાંશ અપૂર્ણાંકોને ટકામાં ફેરવો.

   (a) 0.65 (b) 2.1 (c) 0.02 (d) 12.35

3. આપેલ આકૃતિનો કેટલો ભાગ રંગીન છે તે નક્કી કરી રંગીન ભાગના ટકા શોધો.



(i) (ii) (iii)

4. શોધો :

   (a) 250ના 15 % (b) 1 કલાકના 1 %

   (c) 2500ના 20 % (d) 1 કિલોના 75 %

5. કુલ રાશિ શોધો કે જેના

   (a) 5 % = 600 થાય (b) 12 % = ₹1080 થાય

   (c) 40 % = 500 કિમી થાય (d) 70 % = 14 મિનિટ થાય

   (e) 8 % = 40 લિટર થાય

6. ટકાને દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં ફેરવો અને અપૂર્ણાંકમાં ફેરવી તેનું અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ લખો.

   (a) 25 % (b) 150 % (c) 20 % (d) 5 %

7. એક શહેરમાં 30% સ્ત્રી, 40% પુરુષ અને બાકીનાં બાળકો છે, તો કેટલા ટકા બાળકો છે ?
8. એક મતદાન ક્ષેત્રમાં 15,000 મતદાર છે. જેમાં 60% એ મતદાન કર્યું. તો મતદાન ન કરનારની ટકાવારી શોધો. તમે શોધી શકશો કે કેટલા મતદારોએ મતદાન નથી કર્યું ?
9. મિતા તેના પગારમાંથી ₹ 4000 બચાવે (save) છે, જો તે તેના પગારના 10 % હોય તો તેનો પગાર કેટલો હશે ?
10. એક લોકલ ક્રિકેટ ટીમ એક સિઝનમાં 20 મેચ રમે છે. તેમાંથી 25% મેચ જીતે છે તો તેઓ કેટલી મૅચ જીત્યા હશે ?

7.2.3 ગુણોત્તરમાંથી ટકા (Ratios to Percents)

કેટલીક વાર અમુક ભાગ આપણને ગુણોત્તર સ્વરૂપે આપવામાં આવે છે અને આપણને તે ટકામાં ફેરવવાની જરૂરિયાત ઊભી થાય છે. નીચેના ઉદાહરણ જોઈએ.

ઉદાહરણ 8 રીનાની મમ્મીએ એને ઈડલી બનાવવા માટે કહ્યું અને કહ્યું કે તેના માટે બે ભાગ ચોખા અને એક ભાગ અડદની દાળ લેવી. તે મિશ્રણના કેટલા ટકા ચોખા અને અડદની દાળ હશે ?

ઉકેલ ગુણોત્તરના સ્વરૂપે આ રીતે લખી શકાય. ચોખા : અડદની દાળ = 2:1.

હવે, 2 + 1 = 3 એ ભાગ કુલ છે. તેનો અર્થ એ થયો કે $\frac{2}{3}$ ભાગ ચોખા અને $\frac{1}{3}$ ભાગ અડદની દાળ છે.

તેથી, ચોખાના ટકા $\frac{2}{3} \times 100\ \% = \frac{200}{3} = 66\frac{2}{3}\ \%$

અડદની દાળના ટકા $\frac{1}{3} \times 100\ \% = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}\ \%$

ઉદાહરણ 9 રવિ, રાજુ અને રૉયને ₹ 250 એવી રીતે વહેંચવામાં આવ્યા કે રવિને બે ભાગ, રાજુને ત્રણ ભાગ અને રૉયને પાંચ ભાગ મળ્યા, તો આ વહેંચણીમાં દરેકને કેટલા રૂપિયા મળ્યા અને એની ટકાવારી કેટલી હશે ?

ઉકેલ ત્રણ છોકરાઓ માટે જે ભાગો મેળવે છે તે ગુણોત્તર 2 : 3 : 5

કુલ ભાગ = 2 + 3 + 5 = 10 છે.

દરેકને મળેલ રકમ	દરેકને મળેલ રકમના ટકા
$\frac{2}{10} \times$ ₹ 250 = ₹ 50	રવિને $\frac{2}{10} \times 100\ \% = 20\ \%$ મળ્યા
$\frac{3}{10} \times$ ₹ 250 = ₹ 75	રાજુને $\frac{3}{10} \times 100\ \% = 30\ \%$ મળ્યા
$\frac{5}{10} \times$ ₹ 250 = ₹ 125	રૉયને $\frac{5}{10} \times 100\ \% = 50\ \%$ મળ્યા

પ્રયત્ન કરો

1. 15 મીઠાઈઓને એવી રીતે વહેંચવામાં આવે કે મનુ અને સોનુને અનુક્રમે 20 % અને 80 % મીઠાઈ મળે.
2. ત્રિકોણના ખૂણાનો ગુણોત્તર 2:3:4 હોય, તો દરેક ખૂણાનું માપ શોધો.

7.2.4 ટકામાં વધારો અથવા ઘટાડો (Increase or Decrease as Per Cent) :

અમુક વખત આપણને ચોક્કસ રાશિ કે જથ્થામાં થતો વધારો અથવા ઘટાડો ટકાવારીમાં જાણવાની જરૂર હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે, રાજ્યની વસ્તી 5,50,000 થી વધીને 6,05,000 થાય છે. જ્યારે આપણે કહીએ કે વસ્તીમાં 10% નો વધારો થયો છે, ત્યારે આપણે તે સારી રીતે સમજી શકીએ છીએ.

મૂળ રાશિમાં વધારો અથવા ઘટાડો કેવી રીતે ટકામાં રૂપાંતરિત કરી શકીએ ? નીચેના ઉદાહરણ દ્વારા સમજીએ.

ઉદાહરણ 10 એક શાળાની ટીમ આ વર્ષે 6 રમતોમાં જીતી હતી, જ્યારે ગયા વર્ષે 4 રમતોમાં જીતી હતી, તો ગયા વર્ષની તુલનામાં જીતમાં કેટલા ટકા વધારો થયો ?

ઉકેલ જીતવાની સંખ્યામાં વધારો (રાશિનો તફાવત) = 6 – 4 = 2

$$\text{ટકાવારીમાં વધારો} = \frac{\text{રાશિનો તફાવત}}{\text{મૂળ (આધાર) રાશિ}} \times 100$$

$$= \frac{\text{જીતની સંખ્યામાં વધારો}}{\text{ગયા વર્ષમાં થયેલી જીતની સંખ્યા}} \times 100 = \frac{2}{4} \times 100 = 50$$

ઉદાહરણ 11 એક દેશમાં છેલ્લાં 10 વર્ષમાં અભણ લોકોની સંખ્યા 150 લાખથી ઘટીને 100 લાખ થઈ ગઈ છે, તો કેટલા ટકા ઘટાડો થયો ?

ઉકેલ મૂળ રાશિ (original amount) = શરૂઆતમાં અભણ (illiterate) વ્યક્તિની સંખ્યા

= 150 લાખ

મૂળ રાશિનો તફાવત = અભણ વ્યક્તિઓની સંખ્યામાં ઘટાડો = 150 – 100 = 50 લાખ.

આથી, ઘટાડો ટકામાં = $\frac{\text{મૂળ રાશિનો તફાવત}}{\text{મૂળ (આધાર) રાશિ}} \times 100 = \frac{50}{150} \times 100 = 33\frac{1}{3}$

આથી, $33\frac{1}{3}\%$ નો ઘટાડો થયો.

પ્રયત્ન કરો

1. વધારા અથવા ઘટાડાની ટકાવારી શોધો :
   – શર્ટની કિંમત ₹ 280થી ઘટીને ₹ 210 થઈ છે.
   – કોઈ એક પરીક્ષામાં મળેલ ગુણ 20થી વધીને 30 થાય છે.
2. મારી મમ્મી કહે છે કે તેમના બાળપણમાં પેટ્રોલ ₹ 10 પ્રતિ લિટર હતું. આજે એનો ભાવ ₹ 70 પ્રતિ લિટર છે. તો કિંમતમાં કેટલા ટકા વધારો થયો ?

7.3 વસ્તુના ભાવ સાથે સંબંધ અથવા ખરીદ અને વેચાણ (Prices Related to an Item or Buying and Selling)

કોઈ પણ વસ્તુની ખરીદ કિંમતને **પડતર કિંમત (cost price)** તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. ટૂંકમાં તેને પ.કિં. કહે છે. વસ્તુને જે કિંમતે વેચવામાં આવે છે તેને તેની વેચાણકિંમત (selling price) તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. ટૂંકમાં તેને વે.કિં. કહે છે.

આપણે ખરીદ કિંમત કરતા ઓછી કિંમતમાં કે પછી સરખી અથવા વધારે કિંમતમાં વસ્તુ વેચીએ, આમા કયું વધારે સારું કહેવાય એ આપણે નક્કી કરવાનું છે.

જો પ.કિં. < વે.કિં. હોય, તો નફો (profit) મળે છે. નફો = વે.કિં. – પ.કિં.

જો પ.કિં. = વે.કિં. હોય, તો નફો કે ખોટ (loss) થતું નથી.

જો પ.કિં. > વે.કિં. હોય, તો આપણને ખોટ થાય છે ખોટ = પ.કિં. – વે.કિં.

હવે આપણે નીચેની વસ્તુઓ અને તેમની કિંમત દ્વારા વધુ સમજવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

- મેં એક રમકડું ₹ 72 માં ખરીદ્યું અને ₹ 80 માં વેચ્યું.
- મેં એક ટીશર્ટ ₹ 120 માં ખરીદ્યું અને ₹ 100 માં વેચ્યું.
- મેં એક સાઈકલ ₹ 800 માં ખરીદી અને ₹ 940 માં વેચી.

હવે આપણે પહેલા વાક્યને ધ્યાનમાં લઈએ. પહેલા વાક્યમાં રમકડાની પ.કિં. ₹ 72 છે અને વે.કિં. ₹ 80 છે. તેથી જણાય છે કે વે.કિં એ પ.કિં. કરતાં વધુ છે. તેથી થયેલ નફો વે.કિં – પ.કિં. = 80 – 72 = ₹ 8 હવે બાકીના બંને વાક્યને પણ એ જ રીતે સમજવાનો પ્રયત્ન કરો.

7.3.1 નફો કે ખોટ ટકા સ્વરૂપે (Profit or Loss as a Percentage)

નફો અને ખોટને ટકાવારીમાં બદલવામાં આવે છે. તે હંમેશાં પડતર કિંમત ઉપર ગણાય છે. ઉપરના ઉદાહરણમાં આપણે નફો અને ખોટ ટકામાં શોધી શકીએ.

હવે આપણે રમકડાના ઉદાહરણમાં જોઈએ તો આપણી પાસે પ.કિં = ₹ 72, વે.કિં ₹ 80 તેમજ નફો = ₹ 8 તો નફાનું ટકાવાર પ્રમાણ આપણે નેહા અને શેખરની રીતો પ્રમાણે જોઈશું.

નેહા આ રીતે કરે છે

ટકામાં નફો = $\frac{\text{નફો}}{\text{પ.કિં}} \times 100 = \frac{8}{72} \times 100$

$= \frac{1}{9} \times 100 = 11\frac{1}{9}$

શેખર આ રીતે કરે છે.

₹ 72 પર નફો ₹ 8 છે.

₹ 100 પર નફો = $\frac{8}{72} \times 100$

$= 11\frac{1}{9}$ આ રીતે ટકામાં નફો = $11\frac{1}{9}$

આ રીતે નફો ₹ 8 છે અને

નફાની ટકાવારી $11\frac{1}{9}$.

તેવી જ રીતે, તમે ખોટ પણ ટકામાં શોધી શકો છો.

પડતર કિંમત = ₹120, વેચાણ કિંમત = ₹ 100

આથી ખોટ = ₹ 120 – ₹ 100 = ₹ 20

ખોટ ટકામાં = $\frac{\text{ખોટ}}{\text{પ.કિં}} \times 100$

$= \frac{20}{120} \times 100$

$= \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$

₹ 120 પર ખોટ ₹ 20 છે. તેથી,

ટકા = $\frac{20}{120} \times 100 = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$

આમ, ખોટ ટકામાં = $16\frac{2}{3}$

છેલ્લા પ્રશ્ન માટે પ્રયત્ન કરો.

અહીં, પ.કિં., વે.કિં. અને નફો કે ખોટ આ ત્રણમાંથી કોઈ પણ બેની કિંમત આપેલી હોય ત્યારે આપણે બાકીના એકનું મૂલ્ય શોધી શકીએ છીએ.

ઉદાહરણ 12 ફૂલદાનીની કિંમત ₹ 120 છે, જો દુકાનદાર તેને 10% ખોટ સાથે વેચે છે તો તેની વેચાણ કિંમત શોધો.

ઉકેલ અહીં આપેલું છે કે પ.કિં. = ₹ 120 અને નુકસાન ટકામાં = 10. આપણે વે.કિં. શોધવાની છે.

સોહન આ રીતે કરે છે

10 % ની ખોટનો અર્થ એ થયો કે પ.કિં = ₹ 100

નુકસાન = ₹ 10

તેથી વે.કિં. = ₹ (100 – 10) = 90

જ્યારે પ.કિં. ₹ 100 હોય, તો વે.કિં. ₹ 90 થાય.

∴ જો પ.કિં. 120 હોય, તો વે.કિં.

વે.કિં. = $\frac{90}{100} \times 120$ = ₹ 108

આનંદી આ રીતે કરે છે

પ.કિંના 10 % ખોટ છે.

ખોટ = 120 ના 10% = $\frac{10}{100} \times 120$ = ₹ 12

પરિણામે

વે.કિં. = પ.કિં. – ખોટ

= ₹ 120 – ₹ 12 = ₹ 108

આ બંને પદ્ધતિ દ્વારા વેચાણકિંમત ₹ 108 મળે છે.

ઉદાહરણ 13 એક રમકડાની કારની વે.કિં ₹ 540 છે. જો તેના પર દુકાનદાર 20 % નો **નફો** મેળવતો હોય તો તે કારની પ.કિં. કેટલી થાય ?

ઉકેલ આપણને આપેલ વે.કિં = ₹ 540 અને નફો = 20 % તો પ.કિં. = ?

અમીના આ રીતે કરે છે.

20% નફો એટલે કે પ.કિં. ₹ 100 અને નફો ₹ 20.
તેથી વે.કિં. = 100 + 20 = 120
હવે, જ્યારે વે.કિ. ₹ 120 થઈ તો પ.કિં. 100 થાય.
તેથી જો વે.કિ 540 હોય તો પ.કિ

$= \frac{100}{120} \times 540 = ₹\ 450$

અરુણ આ રીતે કરે છે.

નફો = પ.કિં. ના 20% અને
વે.કિં. = પ.કિં. + નફો
તેથી 540 = પ.કિં. + પ.કિં.નાં

$20\ \% = \text{પ.કિં.} + \frac{20}{100} \times \text{પ.કિં.}$

$= \left[1 + \frac{1}{5}\right] \text{પ.કિં.} = \frac{6}{5} \text{ પ.કિં.}$

તેથી, $540 \times \frac{5}{6} = \text{પ.કિં.}$

અથવા ₹ 450 = પ.કિ.

બંને ઉકેલમાં પ.કિ. ₹ 450 મળે છે.

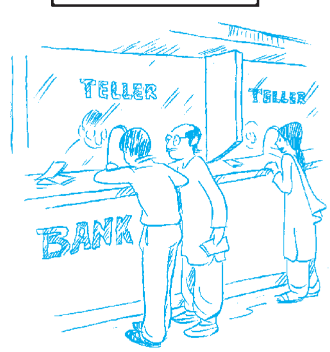
પ્રયત્ન કરો

1. એક દુકાનદાર એક ખુરશી ₹ 375 માં ખરીદે છે અને ₹ 400 માં તેને વેચે છે. હવે દુકાનદારે મેળવેલ નફાની ટકાવારી શોધો.
2. ₹ 50 માં એક વસ્તુ ખરીદાય છે અને તેને 12 % ના નફા સાથે વેચવામાં આવે છે તો વે.કિં. શોધો.
3. ₹ 250 માં વેચવામાં આવતી વસ્તુ પર 5% નફો મેળવાય છે તો તેની પ.કિં. કેટલી હશે ?
4. એક વસ્તુ 5% ખોટ સાથે ₹ 540 માં વેચવામાં આવે છે. તેની પ.કિં. શુ હશે ?

7.4 સાદું વ્યાજ અથવા ઉછીના પૈસા પરનો ચાર્જ (Charge Given on Borrowed Money or Simple Interest)

સોહિની કહે છે કે તેઓ નવું સ્કૂટર ખરીદવા જાય છે. મોહન સોહિનીને પૂછે છે કે તે ખરીદવા માટે તારી પાસે પૂરતા પૈસા છે કે કેમ ? સોહિની કહે છે મારા પપ્પા એક બૅંકમાંથી લોન લેવાના છે. અહીં જે પૈસા ઉછીનાં લેવાની વાત થાય છે તે રકમ **મુદ્દલ (principal)** તરીકે ઓળખાય છે.

આ ઉછીનાં નાણાં લેનાર તે ભરપાઈ કરે તે પહેલાં થોડો સમય માટે ઉપયોગમાં લેશે આ નાણાંને અમુક સમય માટે રાખવા માટે ઉછીનાં નાણાં લેનારે વધારાના પૈસા બૅંકને ચૂકવવા પડે છે. આ ચૂકવેલ વધારાના પૈસા **વ્યાજ (interest)** તરીકે ઓળખાય છે.



વર્ષના અંતે જે કિંમત ચૂકવવાની હોય એ શોધવા માટે ઉછીનાં લીધેલાં નાણાંમાં વ્યાજનો ઉમેરો કરવો. એટલે કે **વ્યાજમુદ્દલ (amount) = મુદ્દલ + વ્યાજ**

વ્યાજ સામાન્ય રીતે એક વર્ષના સમય માટે ટકામાં દર્શાવાય છે. આપણે વાર્ષિક 10% વ્યાજ એવું કહી શકીએ. 10% વ્યાજનો અર્થ દરેક 100 રૂપિયા પર એક વર્ષ માટે 10 રૂપિયા વ્યાજ. એના માટે ઉદાહરણ જોઈએ.

ઉદાહરણ 14 અનીતા વાર્ષિક 15% ના વ્યાજ ઉપર ₹ 5,000 ની લોન લે છે, તો તે વર્ષના અંતે કેટલું વ્યાજ ચૂકવશે ?

ઉકેલ ઉછીના લીધેલ ₹ 5,000, એક વર્ષ (per year / per annum) માટે વ્યાજનો દર = 15 %. એનો અર્થ એ થયો કે જો ₹ 100 એક વર્ષ માટે વ્યાજે લીધા હોય તો ₹ 15 વ્યાજ ચૂકવવું પડે તો જો તેણે ₹ 5000 લીધા હોય તો એક વર્ષ માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ

$$= ₹\ \frac{15}{100} \times 5000 = ₹\ 750$$

તેથી, વર્ષના અંતે તેણે ચૂકવવી પડતી રકમ = ₹ 5,000 + ₹ 750 = ₹ 5750.

તેથી એક વર્ષનું વ્યાજ શોધવા આ પ્રમાણે સામાન્ય તારણ લખી શકાય. મુદ્દલ માટે P અને વ્યાજના દર (rate of interest) માટે R. હવે, ₹ 100 માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ ₹ R તેથી જો ₹ P વ્યાજે લીધા હોય તો એક વર્ષ માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ = $\frac{R \times P}{100} = \frac{P \times R}{100}$.

7.4.1 એકથી વધુ વર્ષ માટે વ્યાજ (Interest for Multiple Years)

જો અનીતા બે વર્ષના અંતે પૈસા પરત કરશે અને વ્યાજનો દર સમાન હશે તો તેણે બે વાર વ્યાજ ચૂકવવું પડશે. પહેલા વર્ષ માટે 750 રૂપિયા; બીજા વર્ષ માટે 750 રૂપિયા. આ રીતે થતી વ્યાજની ગણતરી જ્યાં મુદ્દલ બદલાતું નથી તેને સાદું વ્યાજ કહે છે. જેમ વર્ષ વધતાં જાય છે તેમ વ્યાજ પણ વધતું જાય છે. જો ત્રણ વર્ષ માટે 18 ટકા વ્યાજના દરે 100 રૂપિયા લીધા હોય તો ત્રણ વર્ષના અંતે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ $18 + 18 + 18 = 3 \times 18 =$ ₹ 54. આપણે એક વર્ષથી વધારે વર્ષ માટે સાદું વ્યાજ આ માટે સામાન્ય તારણ આ રીતે શોધી શકાય.

આપણે જાણીએ છીએ કે મુદ્દલ રૂપિયા ₹ P એક વર્ષ માટે વ્યાજ દર R ટકા તો વર્ષના માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ $\frac{R \times P}{100}$.

તેથી T વર્ષ માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ $I = \frac{T \times R \times P}{100} = \frac{P \times R \times T}{100}$ અથવા $\frac{PRT}{100}$

ચૂકવવી પડતી કુલ રકમ = વ્યાજ મુદ્દલ = $A = P + I$

પ્રયત્ન કરો

1. 5 ટકા વાર્ષિક વ્યાજના દરે ₹ 10,000 જમા કરાવવામાં આવે છે તો એક વર્ષના અંતે મળતું વ્યાજ શોધો.
2. 7 ટકા વાર્ષિક વ્યાજના દરે ₹ 3,500 આપવામાં આવે છે તો 2 વર્ષના અંતે મળતું વ્યાજ શોધો.
3. 6.5 ટકા વાર્ષિક વ્યાજના દરે ₹ 6,050 લેવામાં આવે છે તો 3 વર્ષના અંતે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ અને વ્યાજમુદ્દલ શોધો.
4. જો 2 વર્ષ માટે 3.5 ટકા વાર્ષિક વ્યાજના દરે ₹ 7,000 લેવામાં આવે તો બે વર્ષના અંતે ચૂકવવું પડતું વ્યાજમુદ્દલ શોધો.

જો કોઈ પણ ચાર મૂલ્યમાંથી ત્રણનાં મૂલ્ય આપવામાં આવ્યાં હોય તો તેમની વચ્ચેનો સંબંધ $I = \frac{P \times T \times R}{100}$ છે, જેના દ્વારા તમે બાકીનાનું મૂલ્ય શોધી શકો છો.

ઉદાહરણ 15 જો મનોહર ₹ 4500 નું બે વર્ષ માટેનું વ્યાજ ₹ 750 ચૂકવે છે, તો વ્યાજનો દર શોધો.

ઉકેલ 1

$$I = \frac{P \times T \times R}{100}$$

તેથી, $750 = \frac{4500 \times 2 \times R}{100}$

અથવા $\frac{750}{45 \times 2} = R$

તેથી, વ્યાજનો દર $= 8\frac{1}{3}\%$

ઉકેલ 2

બે વર્ષ માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ ₹ 750.

તેથી એક વર્ષ માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ $= \frac{750}{2}$ = ₹ 375

તેથી ₹ 4500 માટે વ્યાજ ₹ 375

તેથી ₹ 100 માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ

$$= \frac{375 \times 100}{4500} = 8\frac{1}{3}\%$$

પ્રયત્ન કરો

1. તમારા બૅંક ખાતામાં ₹ 2,400 જમા છે અને વ્યાજનો વાર્ષિક દર 5 ટકા છે. કેટલાં વર્ષો બાદ વ્યાજની કિંમત ₹ 240 થશે ?
2. કોઈ રકમનું વાર્ષિક 5 ટકા લેખે 3 વર્ષનું વ્યાજ ₹ 450 થાય છે તો તે રકમ શોધો ?

સ્વાધ્યાય 7.2

1. નીચેનાં વાક્યો પરથી નફો-ખોટ શોધો. આ ઉપરાંત નફાની ટકાવારી અને ખોટની ટકાવારી પણ શોધો.
   (a) બગીચામાં વપરાતી કાતર ₹ 250 માં ખરીદી અને તેને ₹ 325માં વેચી.
   (b) એક ફ્રીજ ₹ 12000માં ખરીદ્યું અને ₹ 13500માં વેચ્યું.
   (c) એક કબાટ ₹ 2500માં ખરીદ્યો અને ₹ 3000માં વેચ્યો.
   (d) એક સ્કર્ટની પડતર કિંમત ₹ 250 છે અને ₹ 150માં વેચ્યું.
2. નીચે આપેલા ગુણોત્તરનાં પદોને ટકાવારીમાં બદલો.
   (a) 3:1 (b) 2:3:5 (c) 1:4 (d) 1:2:5
3. એક શહેરની વસ્તી 25,000માંથી ઘટીને 24,500 થઈ, તો ઘટાડાની ટકાવારી શોધો.
4. અરૂણે એક કાર ₹ 3,50,000 માં ખરીદી અને પછીના વર્ષે તેની કિંમત વધીને ₹ 3,70,000 થઈ, તો કારની કિંમતમાં થયેલ વધારાની ટકાવારી શોધો.
5. મેં એક ટીવી ₹ 10,000માં ખરીદ્યું અને 20% નફો મેળવી તે વેચી દીધું. તો મને ટીવી વેચવાથી કેટલા રૂપિયા મળશે ?
6. જુહીએ એક વૉશિંગમશીન ₹ 13,500માં વેચ્યું. તેને 20% ખોટ ગઈ તો જૂહીએ વૉશિંગમશીન કેટલા રૂપિયામાં ખરીદ્યું હશે ?
7. (i) ચૉકમાં કેલ્શિયમ, કાર્બન અને ઑક્સિજનનો ગુણોત્તર 10:3:12 છે. તો ચોકમાં કાર્બનની ટકાવારી શોધો.
   (ii) જો ચૉકમાં કાર્બનનું વજન 3 ગ્રામ હોય તો ચોકનું વજન શોધો.

8. અમીના ₹ 275 માં એક પુસ્તક ખરીદે છે અને 15% નુકસાન વેઠી વેચે છે. તો તેણે તે પુસ્તક કેટલા રૂપિયામાં વેચ્યું હશે ?
9. નીચેની રકમનું 3 વર્ષનું વ્યાજમુદ્દલ શોધો.
   (a) મુદ્દલ = ₹ 1200, વાર્ષિક વ્યાજનો દર 12% (b) મુદ્દલ = રૂા. 7,500, વાર્ષિક વ્યાજનો દર 5%
10. ₹ 56,000 નું કેટલા ટકા વ્યાજ દરે 2 વર્ષનું વ્યાજ ₹ 280 થાય ?
11. જો મીના તેણે વ્યાજે લીધેલ અમુક રકમનું વાર્ષિક 9% ના દરે એક વર્ષનું વ્યાજ ₹ 45 ચૂકવતી હોય તો તેણે વ્યાજે લીધેલ રકમ શોધો.

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

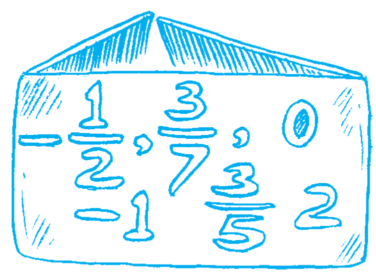
1. સરખામણી કરવા માટેની બીજી રીત ટકા છે. ટકા એ જેનો છેદ 100 હોય તેવા અપૂર્ણાંકનો અંશ છે. અર્થાત્, પ્રતિ સો એટલે ટકા. દા.ત., 82 % ગુણ એટલે 100માંથી 82 ગુણ.
2. અપૂર્ણાંકોને ટકામાં ફેરવી શકાય અને તેથી ઊલટું પણ શક્ય છે. જેમ કે, $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 100\%$ અને $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$.
3. દશાંશોને પણ ટકામાં ફેરવી શકાય અને ઊલટું પણ શક્ય છે. ઉદાહરણ તરીકે $0.25 = 0.25 \times 100\% = 25\%$.
4. આપણે રોજિંદા જીવનમાં ટકાનો બહોળો ઉપયોગ કરીએ છીએ.
   (a) જ્યારે કુલ રાશિના અમુક ટકા આપેલા હોય ત્યારે તે ચોક્કસ સંખ્યા શોધવાનું આપણે શીખ્યાં.
   (b) જ્યારે રાશિનો કોઈ ભાગ ગુણોત્તરમાં આપેલ હોય ત્યારે તેને ટકામાં ફેરવી શકાય તે શીખ્યાં.
   (c) કોઈ રાશિના વધવા અથવા ઘટવાને પણ ટકા રૂપે દર્શાવી શકાય.
   (d) કોઈ વસ્તુના ખરીદ-વેચાણમાં થયેલા નફો કે ખોટને પણ ટકા રૂપે દર્શાવી શકાય.
   (e) ઉધાર લીધેલી કિંમતની વ્યાજની ગણતરી માટે વ્યાજનો દર ટકામાં જ આપવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, ₹ 800, 3 વર્ષ માટે વાર્ષિક 12% વ્યાજના દરે ઉધાર લીધા.

પ્રકરણ 8

FKGLFP

સંમેય સંખ્યાઓ

8.1 પ્રાસ્તાવિક (Introduction)



તમારી આસપાસની વસ્તુઓની ગણતરી કરીને તમે સંખ્યાઓ શીખવાનું શરૂ કર્યું. આ અભ્યાસ માટે ઉપયોગમાં લેવાતી સંખ્યાઓ ગણતરીની સંખ્યાઓ અથવા પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ કહેવાય છે. તેઓ 1, 2, 3, 4, ... છે. આ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓમાં આપણે 0 નો સમાવેશ કરીને પૂર્ણ સંખ્યાઓ મેળવી. દા.ત. 0, 1, 2, 3, ... ત્યાર પછી ઋણ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સમાવેશ પૂર્ણ સંખ્યામાં કરી પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ મેળવી. જેમકે,..., –3, –2 ,–1, 0, 1, 2, 3,... સંખ્યાઓ. આમ, આપણે સંખ્યા પદ્ધતિને પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓથી પૂર્ણ સંખ્યાઓ સુધી અને પૂર્ણ સંખ્યાઓથી પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ સુધી વિસ્તારી.

તમે અપૂર્ણાંકોથી પણ માહિતગાર છો. આ સંખ્યાઓ $\frac{\text{અંશ}}{\text{છેદ}}$ ના સ્વરૂપમાં હોય છે. જ્યાં અંશ 0 અથવા ધન પૂર્ણાંક સંખ્યા છે અને છેદ ફક્ત ધન પૂર્ણાંક સંખ્યા છે. તમે બે અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓની સમતુલ્ય સંખ્યાઓ મેળવી અને પાયાની ચાર ક્રિયાઓ સરવાળો, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકારનો અભ્યાસ કર્યો.

આ પ્રકરણમાં આપણે સંખ્યા પદ્ધતિને વધારે વિસ્તૃત કરીશું. આપણે સંમેય સંખ્યાઓની સંકલ્પના કરીશું અને તેની સાથે સંમેય સંખ્યાઓના સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકારની ક્રિયાઓનો અભ્યાસ કરીશું.

8.2 સંમેય સંખ્યાઓ (Rational Numbers)ની આવશ્યકતા

C6IN6R

આપણે જોઈ ગયાં છીએ કે કેવી રીતે સંખ્યાઓ માટેની વિરુદ્ધ પરિસ્થિતિ દર્શાવવા પૂર્ણાંકોનો ઉપયોગ કરી શકાય છે. ઉદાહરણ તરીકે, એક સ્થળની જમણી બાજુ 3 કિમીના અંતરને 3 થી દર્શાવવામાં આવે તો તે જ સ્થળની ડાબી બાજુ 5 કિમીના અંતરને –5 દ્વારા દર્શાવી શકાય છે. તેવી રીતે જો ₹ 150નો નફો 150 તરીકે દર્શાવવામાં આવે તો ₹100ની ખોટને –100 તરીકે લખી શકાય છે.

આવી પરિસ્થિતિઓ જેવી અનેક પરિસ્થિતિઓ છે કે જેમાં અપૂર્ણાંક સંખ્યાનો સમાવેશ થાય છે. તમે દરિયાની સપાટીથી ઉપર 750 મી અંતરને $\frac{3}{4}$ કિમી તરીકે વ્યક્ત કરી શકો છો. શું આપણે દરિયાની સપાટીથી નીચે 750 મી અંતરને કિમી દ્વારા દર્શાવી શકીએ ? શું આપણે દરિયાની સપાટીથી નીચે $\frac{3}{4}$ કિમીની ઊંડાઈને $\frac{-3}{4}$ વડે દર્શાવી શકીએ ? આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે $\frac{-3}{4}$ એ પૂર્ણાંક નથી કે અપૂર્ણાંક સંખ્યા નથી. આવી સંખ્યાઓને સમાવિષ્ટ કરવા માટે સંખ્યા પદ્ધતિને વિસ્તારિત કરવાની આપણને જરૂર પડે.

8.3 સંમેય સંખ્યા એટલે શું ? (What are Rational Numbers ?)

સંકલ્પના 'સંમેય' સંખ્યાનો ઉદ્ભવ 'ગુણોત્તર' શબ્દ પરથી થાય છે. તમે જાણો છો કે ગુણોત્તર 3:2ને $\frac{3}{2}$ની રીતે પણ લખી શકીએ. અહીં, 3 અને 2 પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ છે.

એવી જ રીતે બે પૂર્ણાંકો p અને q ($q \neq o$)નો ગુણોત્તર એટલે કે p:q ને $\frac{p}{q}$ તરીકે લખી શકાય છે. આ રીતે અહીંયા સંમેય સંખ્યાઓ દર્શાવવામાં આવે છે.

સંમેય સંખ્યાને એવી સંખ્યાના રૂપમાં વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે કે જે $\frac{p}{q}$ ના રૂપમાં દર્શાવી શકાય, જ્યાં p અને q પૂર્ણાંક છે અને $q \neq 0$.

આમ, $\frac{4}{5}$ એક સંમેય સંખ્યા છે. અહીં $p = 4$ અને $q = 5$.

શું $\frac{-3}{4}$ પણ એક સંમેય સંખ્યા છે ? હા, કારણ કે $p = -3$ અને $q = 4$ એ પૂર્ણાંક છે.

- તમે $\frac{3}{8}, \frac{4}{8}, 1\frac{2}{3}$ વગેરે જેવાં અનેક અપૂર્ણાંક જોયા હશે. બધા અપૂર્ણાંકો સંમેય સંખ્યાઓ હોય છે. શું તમે એનું કારણ જણાવી શકો ?

દશાંશ સંખ્યાઓ 0.5, 2.3 વગેરે માટે શું કહી શકાય ? આવા પ્રકારની સંખ્યાઓને સામાન્ય રીતે અપૂર્ણાંક તરીકે લખી શકાય અને આથી તેઓ સંમેય સંખ્યાઓ છે. ઉદાહરણ તરીકે, $0.5 = \frac{5}{10}$, $0.333 = \frac{333}{1000}$ વગેરે.

પ્રયત્ન કરો

1. શું સંખ્યા $\frac{2}{-3}$ એ સંમેય સંખ્યા છે ? એના વિશે વિચાર કરો.
2. દસ સંમેય સંખ્યાઓની યાદી બનાવો.

અંશ અને છેદ (Numerator and Denominator) :

$\frac{p}{q}$માં પૂર્ણાંક p એ અંશ છે અને પૂર્ણાંક $q (\neq 0)$ એ છેદ છે.

આમ, $\frac{-3}{7}$ માં અંશ -3 અને છેદ 7 છે.

આવી પાંચ સંમેય સંખ્યાઓ જણાવો કે જેમાં,

(a) અંશ એક ઋણ પૂર્ણાંક અને છેદ એક ધન પૂર્ણાંક છે.

(b) અંશ એક ધન પૂર્ણાંક અને છેદ એક ઋણ પૂર્ણાંક છે.

(c) અંશ અને છેદ બંને ઋણ પૂર્ણાંક છે.

(d) અંશ અને છેદ બંને ધન પૂર્ણાંક છે.

- શું પૂર્ણાંકો એ સંમેય સંખ્યાઓ છે ?

કોઈ પણ પૂર્ણાંકને સંમેય સંખ્યા કહી શકાય છે. ઉદાહરણ તરીકે, અંશ -5 એ સંમેય સંખ્યા છે. કારણ કે, તમે એને $\frac{-5}{1}$ લખી શકો છો. પૂર્ણાંક 0ને પણ $0 = \frac{0}{2}$ અથવા $\frac{0}{7}$ વગેરે સ્વરૂપમાં લખી શકીએ છીએ. આથી, એ પણ એક સંમેય સંખ્યા છે. આમ, *સંમેય સંખ્યાઓમાં પૂર્ણાંકો અને અપૂર્ણાંકો સમાવિષ્ટ છે.*

સમાન સંમેય સંખ્યાઓ (Equivalent Rational Numbers):

સંમેય સંખ્યાને વિવિધ અંશ અને છેદ વડે લખી શકાય છે, ઉદાહરણ તરીકે સંમેય સંખ્યા $\frac{-2}{3}$ છે.

$\frac{-2}{3}=\frac{-2\times 2}{3\times 2}=\frac{-4}{6}$. આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે $\frac{-2}{3}$ અને $\frac{-4}{6}$ સમાન છે.

એવી જ રીતે, $\frac{-2}{3}=\frac{(-2)\times(-5)}{3\times(-5)}=\frac{10}{-15}$. આથી $\frac{-2}{3}$ અને $\frac{10}{-15}$ પણ સમાન છે.

આમ, $\frac{-2}{3}=\frac{-4}{6}=\frac{10}{-15}$ આવી રીતે જે સંમેય સંખ્યાઓ એકબીજા સાથે સરખી હોય તેને સમાન સંમેય સંખ્યાઓ કહેવાય.

ફરીથી, $\frac{10}{-15}=\frac{-10}{15}$ (કેવી રીતે ?)

સંમેય સંખ્યાના અંશ અને છેદને સમાન શૂન્યેતર (non-zero) પૂર્ણાંક સાથે ગુણવાથી, આપણને આપેલી સંમેય સંખ્યા જેવી જ બીજી સંમેય સંખ્યા મળે છે. એ પણ સમાન અપૂર્ણાંક પ્રાપ્ત કરવા જેવું જ છે.

પ્રયત્ન કરો

ખાલી જગ્યા પૂરો :

(i) $\frac{5}{4}=\frac{\square}{16}=\frac{25}{\square}=\frac{-15}{\square}$

(ii) $\frac{-3}{7}=\frac{\square}{14}=\frac{9}{\square}=\frac{-6}{\square}$

ગુણાકારની જેમ, અંશ અને છેદને સમાન શૂન્યેતર પૂર્ણાંક વડે ભાગવાથી પણ આપણને સમાન સંમેય સંખ્યા મળે છે.

ઉદાહરણ તરીકે,

$$\frac{10}{-15}=\frac{10\div(-5)}{-15\div(-5)}=\frac{-2}{3}, \qquad \frac{-12}{24}=\frac{-12\div 12}{24\div 12}=\frac{-1}{2}$$

$\frac{-2}{3}$ ને આપણે $-\frac{2}{3}$, $\frac{-10}{15}$ ને $-\frac{10}{15}$ વગેરે તરીકે લખી શકીએ.

8.4 ધન અને ઋણ સંમેય સંખ્યાઓ (Positive and Negative Rational Numbers)

સંમેય સંખ્યા $\frac{2}{3}$ વિચારો. જેમાં અંશ અને છેદ બન્ને સંખ્યાઓ ધન પૂર્ણાંક છે. આવી સંમેય સંખ્યાને **ધન સંમેય સંખ્યા** કહેવાય. તો, $\frac{3}{8}, \frac{5}{7}, \frac{2}{9}$ વગેરે ધન સંમેય સંખ્યાઓ છે.

$\frac{-3}{5}$ માં અંશ ઋણ પૂર્ણાંક અને તેનો છેદ ધન પૂર્ણાંક છે. આવી સંમેય સંખ્યાને **ઋણ સંમેય સંખ્યા** કહેવાય.

આમ, $\frac{-5}{7}, \frac{-3}{8}, \frac{-9}{5}$ વગેરે ઋણ સંમેય સંખ્યાઓ છે.

પ્રયત્ન કરો

1. શું 5 એ એક ધન સંમેય સંખ્યા છે ?
2. ધન સંમેય સંખ્યાની પાંચ યાદી બનાવો.

પ્રયત્ન કરો

1. શું –8 એ એક ઋણ સંમેય સંખ્યા છે ?
2. પાંચ ઋણ સંમેય સંખ્યાની યાદી બનાવો.

- શું $\frac{8}{-3}$ એ ઋણ સંમેય સંખ્યા છે ? આપણે જાણીએ છીએ કે $\frac{8}{-3}=\frac{8\times-1}{-3\times-1}=\frac{-8}{3}$

  અને $\frac{-8}{3}$ એ ઋણ સંમેય સંખ્યા છે, તો $\frac{8}{-3}$ એ પણ ઋણ સંમેય સંખ્યા જ છે.

  એવી જ રીતે, $\frac{5}{-7},\frac{6}{-5},\frac{2}{-9}$ વગેરે. ઋણ સંમેય સંખ્યાઓ છે. નોંધો કે એમના અંશ ધન છે અને છેદ ઋણ છે.
- સંખ્યા 0 એ ધન કે ઋણ સંમેય સંખ્યા નથી.
- $\frac{-3}{-5}$ માટે શું કહી શકાય ?

  તમે જોશો કે $\frac{-3}{-5}=\frac{-3\times(-1)}{-5\times(-1)}=\frac{3}{5}$ થાય. તો, $\frac{-3}{-5}$ એ ધન સંમેય સંખ્યા છે.

  આમ, $\frac{-2}{-5},\frac{-5}{-3}$ વગેરે ધન સંમેય સંખ્યાઓ છે.

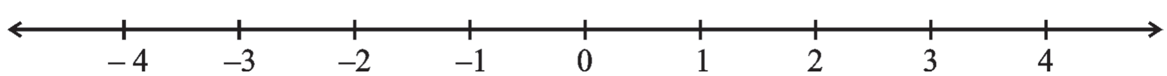
પ્રયત્ન કરો

1. નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યાઓ ઋણ સંમેય સંખ્યાઓ છે ?

   (i) $\frac{-2}{3}$ (ii) $\frac{5}{7}$ (iii) $\frac{3}{-5}$ (iv) 0 (v) $\frac{6}{11}$ (vi) $\frac{-2}{-9}$

8.5 સંમેય સંખ્યાનું સંખ્યારેખા પર નિરૂપણ (Rational Numbers on a Number Line)

તમે પૂર્ણાંક સંખ્યાનું સંખ્યારેખા પર નિરૂપણ કરતાં શીખી ગયાં છો. ચાલો એવી એક સંખ્યારેખા દોરીએ.



શૂન્યની જમણી બાજુનાં બિંદુઓને + ચિહ્ન વડે દર્શાવાય છે અને તેઓ ધન પૂર્ણાંક છે. શૂન્યની ડાબી બાજુનાં બિંદુઓને – ચિહ્ન વડે દર્શાવાય છે. અને તેઓ ઋણ પૂર્ણાંક છે.

તમે અપૂર્ણાંકોનું સંખ્યારેખા પર નિરૂપણ કરતાં શીખી ગયાં છો.

ચાલો આપણે જોઈએ કે સંમેય સંખ્યાઓ કેવી રીતે સંખ્યારેખા પર નિરૂપિત કરી શકાય છે.

ચાલો, આપણે સંખ્યારેખા પર $-\frac{1}{2}$નું નિરૂપણ કરીએ.

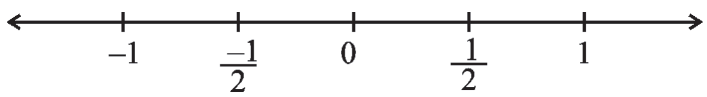
ધન પૂર્ણાંકોની જેમ ધન સંમેય સંખ્યાઓને 0ની જમણી બાજુએ દર્શાવાશે અને ઋણ સંમેય સંખ્યાઓને 0ની ડાબી બાજુએ દર્શાવાશે.

$-\frac{1}{2}$ને તમે 0 ની કઈ બાજુએ દર્શાવશો ? ઋણ સંમેય સંખ્યા હોવાથી તેને શૂન્યની ડાબી બાજુએ દર્શાવી શકાય છે.

તમે જાણો છો કે સંખ્યારેખા પર પૂર્ણાંકોને દર્શાવવા માટે બધા ક્રમિક પૂર્ણાંકોને સમાન અંતરે દર્શાવવામાં આવે છે. તેમ જ, 1 અને –1 બંને 0 થી સમાન અંતરે આવેલા છે. એવી જ રીતે, 2 અને –2, 3 અને –3 બંને 0 થી સમાન અંતરે આવેલા હોય છે.

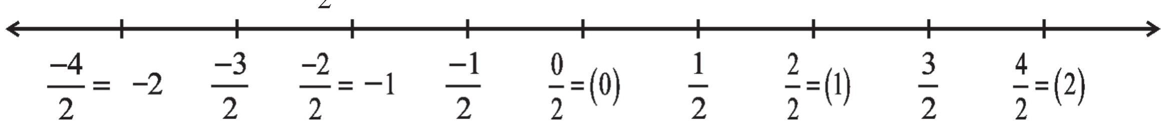
એવી જ રીતે, સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{1}{2}$ અને $-\frac{1}{2}$ પણ 0 થી સમાન અંતરે આવેલી હશે.

આપણે જાણીએ છીએ કે સંમેય સંખ્યા $\frac{1}{2}$ને કેવી રીતે દર્શાવી શકાય છે. તેને 0 અને 1 બિંદુની વચ્ચે અડધા અંતરે દર્શાવી શકાય છે. આથી $-\frac{1}{2}$ને 0 અને –1 બિંદુની વચ્ચે અડધા અંતરે આવેલા બિંદુએ દર્શાવી શકાય.



$\frac{3}{2}$ ને સંખ્યારેખા પર કેવી રીતે દર્શાવી શકાય તે આપણે જાણીએ છીએ. એને 0ની જમણી બાજુ 1 અને 2ની વચ્ચે અડધા અંતરે દર્શાવી શકાય છે. ચાલો, હવે સંખ્યા રેખા પર $-\frac{3}{2}$ને દર્શાવીએ. એ 0ની ડાબી બાજુ એટલા જ અંતરે દર્શાવી શકાય કે જેટલું અંતર 0 થી $\frac{3}{2}$ વચ્ચેનું અંતર હોય.

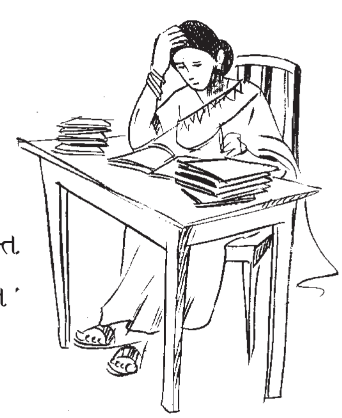
ઘટતાં જતાં ક્રમમાં $\frac{-1}{2}, \frac{-2}{2} (= -1), \frac{-3}{2}, \frac{-4}{2} (= -2)$. આથી, આ દર્શાવે છે કે, $\frac{-3}{2}$ સંખ્યા –1 અને –2ની વચ્ચે છે. આમ, $\frac{-3}{2}$ સંખ્યા –1 અને –2 ની વચ્ચે અડધા અંતરે આવે છે.



એવી રીતે $\frac{-5}{2}$ અને $\frac{-7}{2}$ ને દર્શાવો.

એવી જ રીતે, $-\frac{1}{3}$ એ શૂન્યથી ડાબી બાજુ એટલા જ અંતરે હશે કે જેટલા અંતરે $\frac{1}{3}$ શૂન્યથી જમણી બાજુ હશે. સંખ્યારેખા પર $-\frac{1}{3}$ને ઉપર જણાવ્યા પ્રમાણે દર્શાવી શકાય. એક વખત આપણને સંખ્યારેખા પર $-\frac{1}{3}$ને દર્શાવતાં આવડી જાય, તો આપણે $-\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}, -\frac{5}{3}$ અને એવી ઘણી સંખ્યાઓને સંખ્યારેખા પર નિરૂપિત કરી શકીએ. જુદા જુદા છેદવાળી બાકી બધી સંમેય સંખ્યાઓને પણ આવી જ રીતે નિરૂપિત કરી શકાય છે.

8.6 પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં સંમેય સંખ્યા (Rational Numbers in Standard Form)



સંમેય સંખ્યાઓ જુઓ $\frac{3}{5}, \frac{-5}{8}, \frac{2}{7}, \frac{-7}{11}$

આ બધી સંમેય સંખ્યાઓમાં છેદ ધન પૂર્ણાંક છે અને અંશ અને છેદમાં ફક્ત 1 એ એક જ સામાન્ય અવયવ છે. વધુમાં, કેટલીક સંમેય સંખ્યામાં ફક્ત અંશમાં જ ઋણ ચિહ્ન છે.

આવી સંમેય સંખ્યાઓ **પ્રમાણિત સ્વરૂપ**માં કહેવાય છે.

કોઈ સંમેય સંખ્યા ત્યારે પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં કહેવાય જ્યારે તેનો છેદ એ ધન પૂર્ણાંક હોય અને અંશ અને છેદમાં 1 સિવાય બીજા સામાન્ય અવયવ ન હોય.

જો કોઈ સંમેય સંખ્યા પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ન હોય તો તેને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવી શકાય છે.

યાદ કરો કે અપૂર્ણાંકને તેના અતિ સંક્ષિપ્ત સ્વરૂપમાં ફેરવવા, આપણે તેના અંશ અને છેદને સમાન શૂન્યેતર ધન પૂર્ણાંકથી ભાગી દેતા હતા. આપણે આ રીતનો ઉપયોગ સંમેય સંખ્યાઓને તેના પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં દર્શાવવા માટે કરીશું.

ઉદાહરણ 1 $\frac{-45}{30}$ ને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવો.

ઉકેલ $$\frac{-45}{30} = \frac{-45 \div 3}{30 \div 3} = \frac{-15}{10} = \frac{-15 \div 5}{10 \div 5} = \frac{-3}{2}$$

આપણે બે વાર ભાગાકાર કર્યો પહેલી વખત 3 વડે અને બીજી વખત 5 વડે, એને આ પ્રમાણે પણ કરી શકાય.

$$\frac{-45}{30} = \frac{-45 \div 15}{30 \div 15} = \frac{-3}{2}$$

આ ઉદાહરણમાં જુઓ કે 15 એ 45 અને 30 નો ગુ.સા.અ. છે.

આમ, સંમેય સંખ્યાને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવવા માટે આપણે અંશ અને છેદને ઋણ ચિહ્ન જો હોય તો ધ્યાનમાં લીધા વગર તેના ગુ.સા.અ. વડે ભાગાકાર કરીએ. (શા માટે ઋણ ચિહ્નને ધ્યાનમાં ન લઈએ તેનું કારણ આગલા ધોરણમાં શીખીશું.)

છેદમાં ઋણ ચિહ્ન હોય તો તેને '- ગુ.સા.અ.' વડે ભાગવું.

ઉદાહરણ 2 પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવો :

(i) $\frac{36}{-24}$ (ii) $\frac{-3}{-15}$

ઉકેલ

(i) 36 અને 24નો ગુ.સા.અ. 12 છે.

આમ, –12 વડે ભાગવામાં આવે તો પ્રમાણિત સ્વરૂપ મળે છે.

$$\frac{36}{-24} = \frac{36 \div (-12)}{(-24) \div (-12)} = \frac{-3}{2}$$

(ii) 3 અને 15નો ગુ.સા.અ. 3 છે.

આમ, $\frac{-3}{-15} = \frac{-3 \div (-3)}{-15 \div (-3)} = \frac{1}{5}$

પ્રયત્ન કરો

(i) $\frac{-18}{45}$ (ii) $\frac{-12}{18}$ ના પ્રમાણિત રૂપ મેળવો.

8.7 સંમેય સંખ્યાની સરખામણી (Comparison of Rational Numbers)

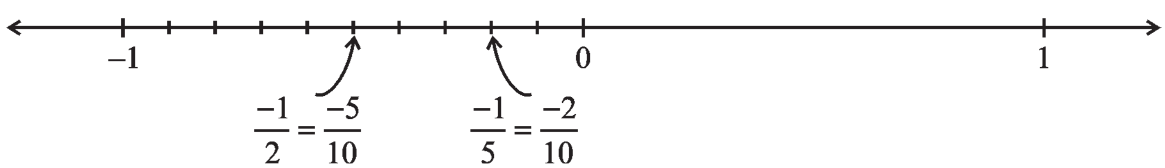
C6SJ8E

બે પૂર્ણાંક અથવા બે અપૂર્ણાંકની સરખામણી કેવી રીતે કરી શકાયએ આપણે જાણીએ છીએ અને તે પૈકીનો કયો નાનો અને કયો મોટો છે તે પણ જાણીએ છીએ. હવે આપણે જોઈએ કે સંમેય સંખ્યાની સરખામણી કેવી રીતે કરી શકાય.

- $\frac{2}{3}$ અને $\frac{5}{7}$ આ બે ધન સંમેય સંખ્યાની સરખામણી એવી જ રીતે કરી શકાય જે રીતે આપણે પહેલાં અપૂર્ણાંક માટે કર્યું.
- મેરીએ બે ઋણ સંમેય સંખ્યાઓ $-\frac{1}{2}$ અને $-\frac{1}{5}$ની સરખામણી સંખ્યારેખા દ્વારા કરી. તે જાણતી હતી કે જે પૂર્ણાંક જમણી બાજુ આવે તે મોટો પૂર્ણાંક છે.

ઉદાહરણ તરીકે, સંખ્યારેખા પર પૂર્ણાંક 5 પૂર્ણાંક 2ની જમણી બાજુ છે અને $5 > 2$. સંખ્યારેખા પર પૂર્ણાંક –2 પૂર્ણાંક –5ની જમણી બાજુ છે અને $-2 > -5$.

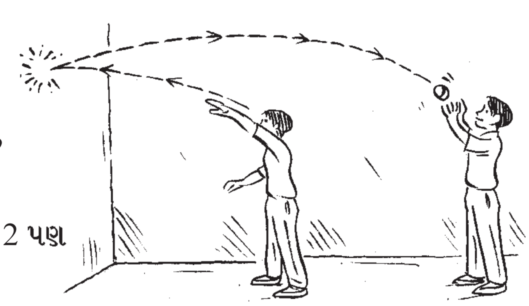
તેણે સંમેય સંખ્યાઓ માટે પણ આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કર્યો. તેને ખબર હતી કે સંખ્યારેખા પર સંમેય સંખ્યા કેવી રીતે દર્શાવી શકાય છે. તેણે $-\frac{1}{2}$ અને $-\frac{1}{5}$ ને આ પ્રમાણે દર્શાવ્યા.



શું તેણે બંને બિંદુઓ સાચાં દર્શાવ્યાં ? તેણે કેમ અને કેવી રીતે $-\frac{1}{2}$ને $-\frac{5}{10}$ અને $-\frac{1}{5}$ ને $-\frac{2}{10}$ માં બદલ્યા ? તેણે શોધ્યું કે $-\frac{1}{5}$ એ $-\frac{1}{2}$ ની જમણી બાજુ છે. આમ, $-\frac{1}{5} > -\frac{1}{2}$ અથવા $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{5}$.

શું તમે $-\frac{3}{4}$ અને $-\frac{2}{3}$ ની સરખામણી કરી શકો ? તથા $-\frac{1}{3}$ અને $-\frac{1}{5}$ની સરખામણી કરી શકો ?

આપણે અપૂર્ણાંકના અભ્યાસ પરથી જાણીએ છીએ કે $\frac{1}{5} < \frac{1}{2}$ છે અને મેરીએ $-\frac{1}{2}$ અને $-\frac{1}{5}$ માટે શું પ્રાપ્ત કર્યું ? શું આ તેનાથી સંપૂર્ણ વિરુદ્ધ ન હતું ?



તમે જાણશો કે, $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$ પરંતુ $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{5}$ છે.

શું તમે $-\frac{3}{4}, -\frac{2}{3}$ અને $-\frac{1}{3}, -\frac{1}{5}$ માટે પણ આવું જ કહી શકો ?

મેરીને યાદ આવ્યું કે તેમણે પૂર્ણાંકોમાં $4 > 3$ પણ $-4 < -3$, $5 > 2$ પણ $-5 < -2$ વગેરેનો અભ્યાસ કર્યો હતો.

- ઋણ સંમેય સંખ્યાઓનાં યુગ્મોની સ્થિતિ પણ એવા જ પ્રકારની હોય છે. બે ઋણ સંમેય સંખ્યાની સરખામણી કરવા માટે આપણે તેનાં ચિહ્નોને ધ્યાનમાં લેતાં નથી અને પછી તેમનો ક્રમ ઉલટાવીએ છીએ.

ઉદાહરણ તરીકે, $-\frac{7}{5}$ અને $-\frac{5}{3}$ ની સરખામણી કરવા માટે પહેલાં આપણે $\frac{7}{5}$ અને $\frac{5}{3}$ની સરખામણી કરીએ.

આપણને $\frac{7}{5} < \frac{5}{3}$ મળે છે અને અનુમાન મેળવીએ કે $-\frac{7}{5} > -\frac{5}{3}$ છે.

આવા પાંચ યુગ્મો લઈ તેમની સરખામણી કરો.

$-\frac{3}{8}$ કે $-\frac{2}{7}$ આમાંથી કઈ સંખ્યા મોટી છે ? $-\frac{4}{3}$ કે $-\frac{3}{2}$ આમાંથી કઈ સંખ્યા મોટી છે ?

- ઋણ અને ધન સંમેય સંખ્યાની સરખામણી સ્પષ્ટ છે. સંખ્યારેખા પર ઋણ સંમેય સંખ્યા 0ની ડાબી બાજુ હોય છે તથા ધન સંમેય સંખ્યા 0ની જમણી બાજુએ હોય છે. ઋણ સંમેય સંખ્યાઓ હંમેશા ધન સંમેય સંખ્યાઓ કરતાં નાની હોય છે.

  આમ, $-\frac{2}{7} < \frac{1}{2}$.

- સંમેય સંખ્યા $\frac{-3}{-5}$ અને $\frac{-2}{-7}$ ની સરખામણી કરવા માટે તેને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવી પછી તેની સરખામણી કરો.

ઉદાહરણ 3 શું $\frac{4}{-9}$ અને $\frac{-16}{36}$ એ સરખી સંમેય સંખ્યા દર્શાવે છે ?

ઉકેલ હા, કારણ કે $\frac{4}{-9} = \frac{4\times(-4)}{(-9)\times(-4)} = \frac{-16}{36}$ તથા $\frac{-16}{36} = \frac{-16\div(-4)}{36\div(-4)} = \frac{4}{-9}$.

8.8 બે સંમેય સંખ્યાની વચ્ચે સંમેય સંખ્યાઓ (Rational Numbers Between Two Rational Numbers)

રેશમા 3 અને 10ની વચ્ચે પૂર્ણ સંખ્યાની ગણતરી કરવા ઇચ્છતી હતી. આગળના ધોરણમાં શીખી હતી તે તેને બરોબર યાદ હતું કે 3 અને 10ની વચ્ચે 6 પૂર્ણ સંખ્યા હોય. એવી જ રીતે તે –3 અને 3ની વચ્ચેની બધી જ પૂર્ણાંક સંખ્યા યાદ કરવા માંગતી હતી. –3 અને 3ની વચ્ચે પૂર્ણાંક –2, –1, 0, 1, 2 આવે. આમ, –3 અને 3ની વચ્ચે 5 પૂર્ણાંક સંખ્યા આવે.

C72FA2

શું –3 અને –2 ની વચ્ચે કોઈ પૂર્ણાંક હોય શકે ? ના, –3 અને –2 ની વચ્ચે કોઈ પૂર્ણાંક નથી. બે ક્રમિક પૂર્ણાંકની વચ્ચે આવતાં પૂર્ણાંકની સંખ્યા 0 હોય છે.

આમ, આપણે જોયું કે બે પૂર્ણાંકોની વચ્ચે આવતાં પૂર્ણાંકોની સંખ્યા મર્યાદિત હોય છે. શું સંમેય સંખ્યાઓમાં પણ આવું બની શકે ?

રેશમાએ બે સંમેય સંખ્યા $\frac{-3}{5}$ અને $\frac{-1}{3}$ લીધી.

તેણે તેને સમાન છેદ વાળી સંમેય સંખ્યામાં ફેરવી નાખી.

તેથી, $\frac{-3}{5}=\frac{-9}{15}$ અને $\frac{-1}{3}=\frac{-5}{15}$

આપણી પાસે, $\frac{-9}{15}<\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-6}{15}<\frac{-5}{15}$ અથવા $\frac{-3}{5}<\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-6}{15}<\frac{-1}{3}$

આવી રીતે રેશમા $\frac{-3}{5}$ અને $\frac{-1}{3}$ ની વચ્ચે સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-6}{15}$ મેળવી શકી.

શું $\frac{-3}{5}$ અને $\frac{-1}{3}$ ની વચ્ચે આવતી સંમેય સંખ્યાઓ માત્ર $\frac{-8}{15}, \frac{-7}{15}, \frac{-6}{15}$ છે ?

આપણી પાસે, $\frac{-3}{5}=\frac{-18}{30}$ અને $\frac{-8}{15}=\frac{-16}{30}$

અને $\frac{-18}{30}<\frac{-17}{30}<\frac{-16}{30}$. તે થી, $\frac{-3}{5}<\frac{-17}{30}<\frac{-8}{15}$

આથી, $\frac{-3}{5}<\frac{-17}{30}<\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-6}{15}<\frac{-1}{3}$

પરિણામે, આપણે $\frac{-3}{5}$ અને $\frac{-1}{3}$ ની વચ્ચે વધુ એક સંમેય સંખ્યા મેળવી શક્યા. આ જ રીતે, આપણે બે ભિન્ન સંમેય સંખ્યાની વચ્ચે ઘણી સંમેય સંખ્યાઓ ઉમેરી શકીએ છીએ.

ઉદાહરણ તરીકે, $\frac{-3}{5}=\frac{-3\times 30}{5\times 30}=\frac{-90}{150}$ અને $\frac{-1}{3}=\frac{-1\times 50}{3\times 50}=\frac{-50}{150}$

આપણે $\frac{-90}{150}$ અને $\frac{-50}{150}$ ની વચ્ચે એટલે કે, $\frac{-3}{5}$ અને $\frac{-1}{3}$ ની વચ્ચે 39 સંમેય સંખ્યા $\left(\frac{-89}{150}, \ldots, \frac{-51}{150}\right)$ મેળવી શકીએ છીએ. તમે બધાં એ જાણશો કે આ યાદી નો કોઈ અંત નથી.

તમે $\frac{-5}{3}$ અને $\frac{-8}{7}$ ની વચ્ચે આવતી પાંચ સંમેય સંખ્યાની યાદી બનાવી શકશો ?

આપણે કોઈ પણ બે સંમેય સંખ્યાની વચ્ચેની અનંત સંમેય સંખ્યાઓ શોધી શકીએ છીએ.

પ્રયત્ન કરો

$\frac{-5}{7}$ અને $\frac{-3}{8}$ ની વચ્ચે આવતી પાંચ સંમેય સંખ્યા શોધો.

ઉદાહરણ 4 –2 અને –1 ની વચ્ચે ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓ લખો.

ઉકેલ ચાલો –1 અને –2ને છેદમાં 5 આવે તેવી સંમેય સંખ્યાઓના રૂપમાં લખીએ. (શા માટે ?)

આપણી પાસે, $-1 = \frac{-5}{5}$ અને $-2 = \frac{-10}{5}$

આથી, $\frac{-10}{5} < \frac{-9}{5} < \frac{-8}{5} < \frac{-7}{5} < \frac{-6}{5} < \frac{-5}{5}$ અથવા $-2 < \frac{-9}{5} < \frac{-8}{5} < \frac{-7}{5} < \frac{-6}{5} < -1$

–2 અને –1 ની વચ્ચે ત્રણ સંમેય સંખ્યા $\frac{-9}{5}, \frac{-8}{5}, \frac{-7}{5}$ હશે.

($\frac{-9}{5}, \frac{-8}{5}, \frac{-7}{5}, \frac{-6}{5}$ માંથી કોઈ પણ ત્રણ સંખ્યા લો.)

ઉદાહરણ 5 પેટર્ન મુજબ વધુ ચાર સંખ્યાઓ લખો.

$$\frac{-1}{3}, \frac{-2}{6}, \frac{-3}{9}, \frac{-4}{12}, \ldots$$

ઉકેલ અહીં,

$$\frac{-2}{6} = \frac{-1\times2}{3\times2}, \frac{-3}{9} = \frac{-1\times3}{3\times3}, \frac{-4}{12} = \frac{-1\times4}{3\times4}$$

અથવા, $$\frac{-1\times1}{3\times1} = \frac{-1}{3}, \frac{-1\times2}{3\times2} = \frac{-2}{6}, \frac{-1\times3}{3\times3} = \frac{-3}{9}, \frac{-1\times4}{3\times4} = \frac{-4}{12}$$

આમ, આપણે આ સંખ્યાઓના સ્વરૂપનું નિરીક્ષણ કરીએ.

અન્ય સંખ્યાઓ $$\frac{-1\times5}{3\times5} = \frac{-5}{15}, \frac{-1\times6}{3\times6} = \frac{-6}{18}, \frac{-1\times7}{3\times7} = \frac{-7}{21}$$

સ્વાધ્યાય 8.1

1. નિમ્નલિખિત સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચે આવતી પાંચ સંમેય સંખ્યાઓ લખો :

   (i) –1 અને 0 (ii) –2 અને –1 (iii) $\frac{-4}{5}$ અને $\frac{-2}{3}$ (iv) $-\frac{1}{2}$ અને $\frac{2}{3}$

2. પેટર્નમાં વધુ ચાર સંમેય સંખ્યાઓ લખો.

   (i) $\frac{-3}{5}, \frac{-6}{10}, \frac{-9}{15}, \frac{-12}{20}, \ldots$ (ii) $\frac{-1}{4}, \frac{-2}{8}, \frac{-3}{12}, \ldots$

(iii) $\frac{-1}{6}, \frac{2}{-12}, \frac{3}{-18}, \frac{4}{-24}, \ldots$ (iv) $\frac{-2}{3}, \frac{2}{-3}, \frac{4}{-6}, \frac{6}{-9}, \ldots$

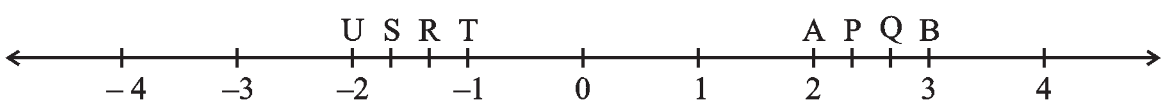
3. નીચેના માટે ચાર સમાન સંમેય સંખ્યા લખો.

(i) $\frac{-2}{7}$ (ii) $\frac{5}{-3}$ (iii) $\frac{4}{9}$

4. સંખ્યારેખા દોરો અને નીચે આપેલી સંમેય સંખ્યાઓનું તેની પર નિરૂપણ કરો.

(i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{-5}{8}$ (iii) $\frac{-7}{4}$ (iv) $\frac{7}{8}$

5. બિંદુઓ P, Q, R, S, T, U, A અને B સંખ્યારેખા પર એવી રીતે આવેલા છે કે જ્યાં TR = RS = SU અને AP = PQ = QB થાય. P, Q, R અને S વડે દર્શાવાતી સંમેય સંખ્યા લખો.



6. નીચે આપેલી જોડીઓમાંથી કઈ જોડી સમાન સંમેય સંખ્યાઓનું નિરૂપણ કરે છે ?

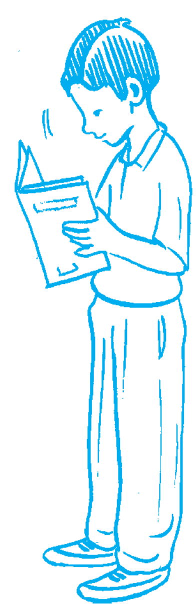
(i) $\frac{-7}{21}$ અને $\frac{3}{9}$ (ii) $\frac{-16}{20}$ અને $\frac{20}{-25}$ (iii) $\frac{-2}{-3}$ અને $\frac{2}{3}$

(iv) $\frac{-3}{5}$ અને $\frac{-12}{50}$ (v) $\frac{8}{-5}$ અને $\frac{-24}{15}$ (vi) $\frac{1}{3}$ અને $\frac{-1}{9}$

(vii) $\frac{-5}{-9}$ અને $\frac{5}{-9}$

7. નીચે આપેલી સંમેય સંખ્યાઓને અતિ સંક્ષિપ્ત સ્વરૂપે ફરીથી લખો.

(i) $\frac{-8}{6}$ (ii) $\frac{25}{45}$ (iii) $\frac{-44}{72}$ (iv) $\frac{-8}{10}$



8. >, < અને = માંથી યોગ્ય સંકેત પસંદ કરી ખાલી જગ્યામાં ભરો.

(i) $\frac{-5}{7} \square \frac{2}{3}$ (ii) $\frac{-4}{5} \square \frac{-5}{7}$ (iii) $\frac{-7}{8} \square \frac{14}{-16}$

(iv) $\frac{-8}{5} \square \frac{-7}{4}$ (v) $\frac{1}{-3} \square \frac{-1}{4}$ (vi) $\frac{5}{-11} \square \frac{-5}{11}$

(vii) $0 \square \frac{-7}{6}$

9. નીચેના દરેકમાં કઈ સંખ્યા મોટી છે ?

(i) $\frac{2}{3}, \frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-5}{6}, \frac{-4}{3}$ (iii) $\frac{-3}{4}, \frac{2}{-3}$

(iv) $\frac{-1}{4}, \frac{1}{4}$ (v) $-3\frac{2}{7}, -3\frac{4}{5}$

10. નીચે આપેલી સંમેય સંખ્યાઓને ચડતા ક્રમમાં લખો.

(i) $\frac{-3}{5}, \frac{-2}{5}, \frac{-1}{5}$ (ii) $\frac{1}{3}, \frac{-2}{9}, \frac{-4}{3}$ (iii) $\frac{-3}{7}, \frac{-3}{2}, \frac{-3}{4}$

8.9 સંમેય સંખ્યાઓ પરની ક્રિયાઓ (Operation on Rational Numbers)

તમે જાણો છો કે પૂર્ણાંક અને અપૂર્ણાંકોના સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર કેવી રીતે કરવા. ચાલો, હવે સંમેય સંખ્યાઓ પર આ મૂળભૂત ક્રિયાઓનું અધ્યયન કરીએ.

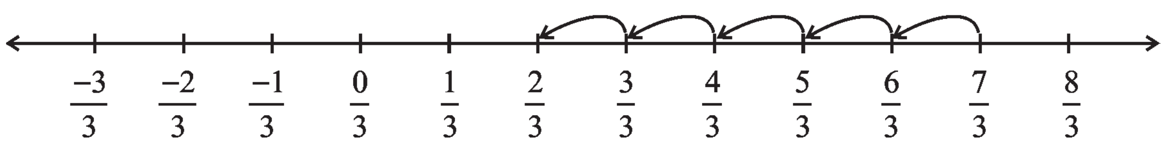
C7BBBP

8.9.1 સરવાળો (Addition)

- ચાલો આપણે સમાન છેદ ધરાવતી બે સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{7}{3}$ અને $\frac{-5}{3}$ નો સરવાળો કરીએ.

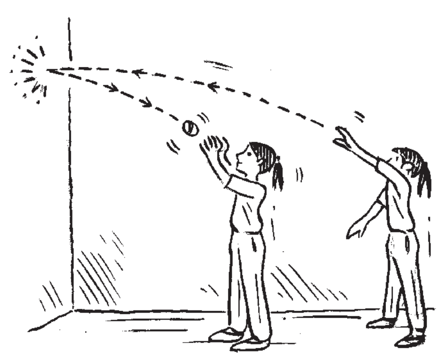
આપણે $\frac{7}{3} + \left(\frac{-5}{3}\right)$ નો જવાબ શોધીએ.

જે સંખ્યારેખા પર મળે છે.



બે ક્રમિક બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર $\frac{1}{3}$ છે. હવે, $\frac{7}{3}$માં $\frac{-5}{3}$ ઉમેરવાનો અર્થ એ થાય છે કે $\frac{7}{3}$ ની ડાબી બાજુ 5 કૂદકા મારવા, આપણે ક્યાં પહોંચ્યાં ? આપણે $\frac{2}{3}$ પર પહોંચ્યાં.

આમ, $\frac{7}{3} + \left(\frac{-5}{3}\right) = \frac{2}{3}$



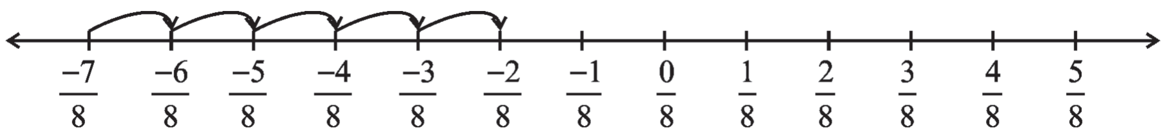
ચાલો, હવે આ રીતે કરવાનો પ્રયત્ન કરીએ,

$$\frac{7}{3} + \left(\frac{-5}{3}\right) = \frac{7+(-5)}{3} = \frac{2}{3}$$

આપણને અહીં સમાન જવાબ જોવા મળે છે.

$\frac{6}{5} + \frac{(-2)}{5}, \frac{3}{7} + \frac{(-5)}{7}$ ને બંને રીતે ચકાસો અને સમાન ઉકેલ મળે છે કે નહિ તે તપાસો.

આ રીતે $\frac{-7}{8}+\frac{5}{8}$ થઈ શકશે.



તમે શું મેળવ્યું ?

વળી $\frac{-7}{8}+\frac{5}{8}=\frac{-7+5}{8}=?$ બંને કિંમત સરખી છે ?

પ્રયત્ન કરો

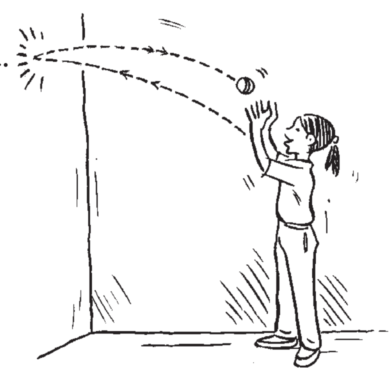
$\frac{-13}{7}+\frac{6}{7}, \frac{19}{5}+\left(\frac{-7}{5}\right)$ શોધો.

આ રીતે આપણે જોઈએ છીએ કે સમાન છેદવાળી સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો કરતી વખતે આપણે છેદને અચળ રાખી અંશોનો સરવાળો કરી લઈએ છીએ.

અહીં, $\frac{-11}{5}+\frac{7}{5}=\frac{-11+7}{5}=\frac{-4}{5}$

- આપણે ભિન્ન છેદવાળી બે સંમેય સંખ્યાઓને કેવી રીતે ઉમેરી શકીએ ? અપૂર્ણાંકોની જેમ પહેલાં આપણે તેમના છેદની સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. લઈશું. હવે, આ લ.સા.અ. જેટલો છેદ મળે તેવી આપેલ સંમેય સંખ્યાઓને સમાન સંમેય સંખ્યા મેળવીશું. પછી, તે બે સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો કરીશું.

ઉદાહરણ તરીકે, $\frac{-7}{5}$ અને $\frac{-2}{3}$ નો આપણે અહીં સરવાળો કરીએ.



5 અને 3નો લ.સા.અ. 15 થશે.

તો, $\frac{-7}{5}=\frac{-21}{15}$ અને $\frac{-2}{3}=\frac{-10}{15}$

અહીં, $\frac{-7}{5}+\frac{(-2)}{3}=\frac{-21}{15}+\frac{(-10)}{15}=\frac{-31}{15}$

પ્રયત્ન કરો

શોધો :

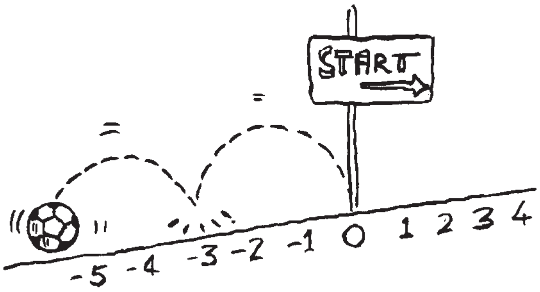
(i) $\frac{-3}{7}+\frac{2}{3}$

(ii) $\frac{-5}{6}+\frac{-3}{11}$

વિરોધી સંખ્યા (Additive Inverse) :

$\frac{-4}{7}+\frac{4}{7}=?$ શું હોઈ શકે ?

$\frac{-4}{7}+\frac{4}{7}=\frac{-4+4}{7}=0$ તેમજ, $\frac{4}{7}+\left(\frac{-4}{7}\right)=0$



આ રીતે, $\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}=0=\frac{2}{3}+\left(\frac{-2}{3}\right)$

આવા પૂર્ણાંકોના કિસ્સામાં આપણે જાણીએ છીએ કે –2 નો વિરોધી ઘટક 2 થાય અને 2 નો વિરોધી ઘટક –2 થાય છે.

સંમેય સંખ્યાઓ માટે આપણે કહી શકીએ કે, $\frac{4}{7}$ નો વિરોધી $\frac{-4}{7}$ અને $\frac{-4}{7}$ નો વિરોધી $\frac{4}{7}$ છે.

એવી જ રીતે $\frac{-2}{3}$ નો વિરોધી $\frac{2}{3}$ અને $\frac{2}{3}$ નો વિરોધી ઘટક $\frac{-2}{3}$ થશે.

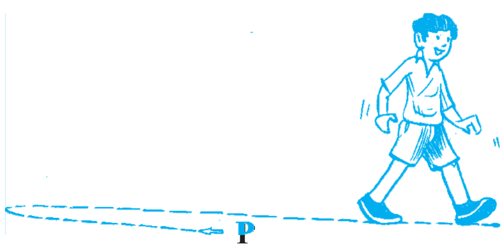
પ્રયત્ન કરો

$\frac{-3}{9}$, $\frac{-9}{11}$, $\frac{5}{7}$ નો વિરોધી ઘટક શો થશે ?

ઉદાહરણ 6 સતપાલ કોઈ એક સ્થાન P પાસેથી પૂર્વ દિશામાં $\frac{2}{3}$ કિમી ચાલે છે અને ત્યાંથી $1\frac{5}{7}$ કિમી પશ્ચિમ દિશામાં જાય છે હવે તેનું P થી સ્થાન ક્યાં હશે ?

ઉકેલ ચાલો, પૂર્વ દિશામાં કાપેલાં અંતરને ધન ચિહ્ન વડે દર્શાવીએ જેથી પશ્ચિમ દિશામાં કાપેલા, અંતરને ઋણ ચિહ્ન વડે દર્શાવી શકાય.

આ રીતે બિંદુ P થી સતપાલે કાપેલું અંતર,



$$\frac{2}{3}+\left(-1\frac{5}{7}\right)=\frac{2}{3}+\frac{(-12)}{7}=\frac{2\times7}{3\times7}+\frac{(-12)\times3}{7\times3}$$

$$=\frac{14-36}{21}=\frac{-22}{21}=-1\frac{1}{21}$$

અહીં મૂલ્ય ઋણ મળે છે તેથી સતપાલ P થી પશ્ચિમ દિશામાં $1\frac{1}{21}$ કિમીના અંતરે છે.

8.9.2 બાદબાકી (Subtraction)

સવિતાએ બે સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{5}{7}$ અને $\frac{3}{8}$ વચ્ચેનો તફાવત આ રીતે મેળવ્યો,

$$\frac{5}{7}-\frac{3}{8}=\frac{40-21}{56}=\frac{19}{56}$$

ફરિદા જાણતી હતી કે બે પૂર્ણાંક a અને b માટે $a-b=a+(-b)$ લખી શકાય.

તેણે આ સંમેય સંખ્યા માટે પણ કર્યું અને મેળવ્યું કે, $\frac{5}{7} - \frac{3}{8} = \frac{5}{7} + \frac{(-3)}{8} = \frac{19}{56}$

બંને ને સમાન તફાવત મળે છે.

બંને રીતો વડે $\frac{7}{8} - \frac{5}{9}, \frac{3}{11} - \frac{8}{7}$ નો ઉકેલ મેળવવાનો પ્રયત્ન કરો.

શું બંને રીતે સમાન ઉત્તર મળશે ?

અહીં આપણે કહી શકીએ કે, **બે સંમેય સંખ્યાઓની બાદબાકી કરવા માટે આપણે જે સંખ્યા બાદ કરવાની હોય તેનો વિરોધી ઘટક લઈ તેને પહેલી સંખ્યામાં ઉમેરીએ.**

એવી રીતે, $1\frac{2}{3} - 2\frac{4}{5} = \frac{5}{3} - \frac{14}{5} = \frac{5}{3} + (\frac{14}{5}$ નો વિરોધી ઘટક$) = \frac{5}{3} + \frac{(-14)}{5}$

$= \frac{-17}{15} = -1\frac{2}{15}.$

પ્રયત્ન કરો

શોધો :

(i) $\frac{7}{9} - \frac{2}{5}$ (ii) $2\frac{1}{5} - \frac{(-1)}{3}$

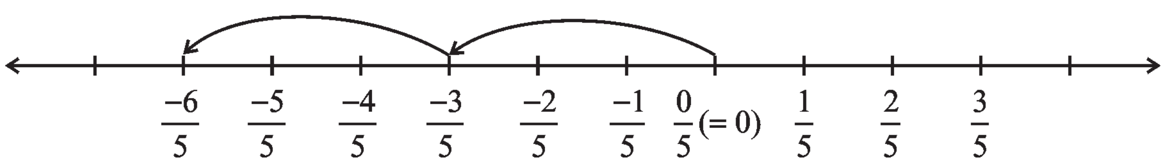
$\frac{2}{7} - \left(\frac{-5}{6}\right)$ નો જવાબ શું આવી શકે ?

$\frac{2}{7} - \left(\frac{-5}{6}\right) = \frac{2}{7} + (\frac{-5}{6}$ નો વિરોધી ઘટક$) = \frac{2}{7} + \frac{5}{6} = \frac{47}{42} = 1\frac{5}{42}$

8.9.3 ગુણાકાર (Multiplication)

ચાલો તો સંમેય સંખ્યા $\frac{-3}{5}$ નો 2 વડે ગુણાકાર કરવો છે એટલે કે $\frac{-3}{5} \times 2$ ની કિંમત શોધવી છે.

સંખ્યારેખા પર તેમનો અર્થ એવો થાય, 0ની ડાબી બાજુએ $\frac{3}{5}$ જેટલું બે ક્રમ આગળ વધવું.



આપણે ક્યાં આવ્યાં ? તો આપણે $\frac{-6}{5}$ પર પહોંચ્યાં.

તો ચાલો એને જ અપૂર્ણાંકની રીતે શોધવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

$$\frac{-3}{5} \times 2 = \frac{-3 \times 2}{5} = \frac{-6}{5}$$

આપણે તે જ સંમેય સંખ્યા પર પહોંચી ગયાં.

બંને રીતના ઉપયોગ વડે $\frac{-4}{7} \times 3, \frac{-6}{5} \times 4$ ઉકેલો. તમે શું નોંધ્યું ?

અહીં આપણે તારવ્યું કે જ્યારે એક સંમેય સંખ્યાને કોઈ એક ધન પૂર્ણાંક સાથે ગુણાકાર કરતાં આપણે અંશને તે પૂર્ણાંક સાથે ગુણાકાર કરી લઈએ અને છેદને એમ જ (અચળ - constant) રાખીએ છીએ.

ચાલો, તો હવે એક સંમેય સંખ્યાને ઋણ પૂર્ણાંક સાથે ગુણીએ,

$$\frac{-2}{9} \times -5 = \frac{-2\times(-5)}{9} = \frac{10}{9}$$

પ્રયત્ન કરો

જવાબ શો આવી શકે ?

(i) $\frac{-3}{5} \times 7$ (ii) $\frac{-6}{5} \times (-2)$

યાદ રાખો, -5 ને $\frac{-5}{1}$ પણ લખી શકાય.

અહીં, $\frac{-2}{9} \times \frac{-5}{1} = \frac{10}{9} = \frac{-2 \times (-5)}{9 \times 1}$

આવી જ રીતે,

$$\frac{3}{11} \times (-2) = \frac{3 \times (-2)}{11 \times 1} = \frac{-6}{11}$$

આ અવલોકનને આધારે,આપણે આ તારણ કાઢી શકીએ, $\frac{-3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{-3 \times 5}{8 \times 7} = \frac{-15}{56}$

એવી રીતે આપણે અપૂર્ણાંકો માટે પણ કર્યું હતું. બે સંમેય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર નીચે દર્શાવેલ રીતે કરી શકાય.

પ્રયત્ન કરો

શોધો :

(i) $\frac{-3}{4} \times \frac{1}{7}$

(ii) $\frac{2}{3} \times \frac{-5}{9}$

પગથિયું 1 બંને સંમેય સંખ્યાઓના અંશનો ગુણાકાર કરો.

પગથિયું 2 બંને સંખ્યાઓના છેદનો ગુણાકાર કરો.

પગથિયું 3 ગુણનફળને $\dfrac{\text{પગથિયું 1 માંથી પ્રાપ્ત પરિણામ}}{\text{પગથિયું 2 માંથી પ્રાપ્ત પરિણામ}}$ ના રૂપમાં લખો.

અહીં, $\frac{-3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{-3\times2}{5\times7} = \frac{-6}{35}$

તે જ રીતે, $\frac{-5}{8} \times \frac{-9}{7} = \frac{-5\times(-9)}{8\times7} = \frac{45}{56}$

8.9.4 ભાગાકાર (Division)

આગળ આપણે અપૂર્ણાંકોના વ્યસ્ત (reciprocal) માટેનો અભ્યાસ કર્યો. $\frac{2}{7}$ નો વ્યસ્ત શું થાય ? તે $\frac{7}{2}$ થશે. આપણે આ વિચારને વિસ્તારી શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યાઓના વ્યસ્ત માટે લાગુ પાડીએ.

$\frac{-2}{7}$ નો વ્યસ્ત $\frac{7}{-2}$ (એટલે કે $\frac{-7}{2}$) થશે; $\frac{-3}{5}$ નો વ્યસ્ત $\frac{-5}{3}$ થશે.

પ્રયત્ન કરો

$\frac{-6}{11}$ અને $\frac{-8}{5}$ ની વ્યસ્ત સંખ્યા કઈ થશે ?

વ્યસ્તનો ગુણાકાર

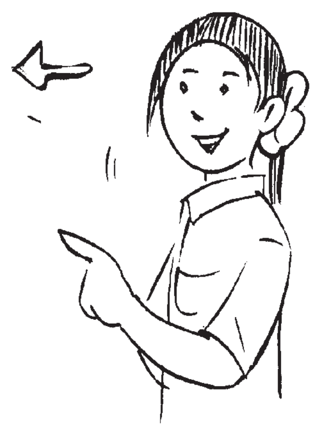
કોઈ સંખ્યાનો તેમના વ્યસ્ત સાથેનો ગુણાકાર હંમેશા 1 થાય છે.

ઉદાહરણ તરીકે, $\frac{-4}{9} \times \left(\frac{-4}{9}\text{નો વ્યસ્ત}\right)$

$$= \frac{-4}{9} \times \frac{-9}{4} = 1$$

તેવી જ રીતે, $\frac{-6}{13} \times \frac{-13}{6} = 1$

થોડાં બીજાં ઉદાહરણો દ્વારા આ અવલોકનની પુષ્ટિ કરીએ.



સવિતા એક સંમેય સંખ્યા $\frac{4}{9}$ નો $\frac{-5}{7}$ વડે ભાગાકાર કરે છે તો,

$$\frac{4}{9} \div \frac{-5}{7} = \frac{4}{9} \times \frac{7}{-5} = \frac{-28}{45}$$

તેણે અપૂર્ણાંકોના વ્યસ્ત માટેની રીત અપનાવી.

અર્પિતે પહેલાં $\frac{4}{9}$ ને $\frac{5}{7}$ વડે ભાગતાં $\frac{28}{45}$ મેળવ્યાં.

અંતમાં તેણે કહ્યું કે $\frac{4}{9} \div \frac{-5}{7} = \frac{-28}{45}$. તેણે એવું કઈ રીતે મેળવ્યું ?

તેણે ઋણ ચિહ્ન છોડીને બંનેને અપૂર્ણાંકની રીતે ભાગાકાર કરી પરિણામની સાથે ઋણ ચિહ્ન જોડી દીધું.

બંનેએ સરખો ઉત્તર $\frac{-28}{45}$ મેળવ્યો. $\frac{2}{3}$ નો $\frac{-5}{7}$ વડે ભાગાકાર બંને પ્રક્રિયા દ્વારા ઉકેલો અને બંનેમાં સમાન ઉકેલ મળે કે કેમ તે ચકાસો.

આ બતાવે છે કે એક સંમેય સંખ્યાને અન્ય શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યા વડે ભાગાકાર કરવા માટે આપણે તે સંમેય સંખ્યાને અન્ય સંમેય સંખ્યાના વ્યસ્ત સાથે ગુણીએ છીએ.

આવી રીતે, $\frac{6}{-5} \div \frac{-2}{3} = \frac{6}{-5} \times \left(\frac{-2}{3}\right)$ નો વ્યસ્ત $= \frac{6}{-5} \times \frac{3}{-2} = \frac{18}{10}$

પ્રયત્ન કરો

શોધો :

(i) $\frac{2}{3} \times \frac{-7}{8}$ (i) $\frac{-6}{7} \times \frac{5}{7}$

સ્વાધ્યાય 8.2

1. સરવાળો શોધો :

(i) $\frac{5}{4} + \left(\frac{-11}{4}\right)$ (ii) $\frac{5}{3} + \frac{3}{5}$ (iii) $\frac{-9}{10} + \frac{22}{15}$

(iv) $\frac{-3}{-11} + \frac{5}{9}$ (v) $\frac{-8}{19} + \frac{(-2)}{57}$ (vi) $\frac{-2}{3} + 0$

(vii) $-2\frac{1}{3} + 4\frac{3}{5}$

2. શોધો :

(i) $\frac{7}{24} - \frac{17}{36}$ (ii) $\frac{5}{63} - \left(\frac{-6}{21}\right)$ (iii) $\frac{-6}{13} - \left(\frac{-7}{15}\right)$

(iv) $\frac{-3}{8} - \frac{7}{11}$ (v) $-2\frac{1}{9} - 6$

3. ગુણાકાર શોધો :

(i) $\frac{9}{2} \times \left(\frac{-7}{4}\right)$ (ii) $\frac{3}{10} \times (-9)$ (iii) $\frac{-6}{5} \times \frac{9}{11}$

(iv) $\frac{3}{7} \times \left(\frac{-2}{5}\right)$ (v) $\frac{3}{11} \times \frac{2}{5}$ (vi) $\frac{3}{-5} \times \frac{-5}{3}$

4. કિંમત શોધો :

(i) $(-4) \div \frac{2}{3}$ (ii) $\frac{-3}{5} \div 2$ (iii) $\frac{-4}{5} \div (-3)$

(iv) $\frac{-1}{8} \div \frac{3}{4}$ (v) $\frac{-2}{13} \div \frac{1}{7}$ (vi) $\frac{-7}{12} \div \left(\frac{-2}{13}\right)$

(vii) $\frac{3}{13} \div \left(\frac{-4}{65}\right)$

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. જે સંખ્યાને $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાય, જ્યાં p અને q પૂર્ણાંકો તેમજ $q \neq 0$ થાય તેને સંમેય સંખ્યા કહે છે. સંખ્યાઓ $\frac{-2}{7}, \frac{3}{8}, 3$ વગેરે સંમેય સંખ્યાઓ છે.
2. બધા પૂર્ણાંક અને અપૂર્ણાંક એ સંમેય સંખ્યા છે.
3. જો કોઈ સંમેય સંખ્યાના અંશ અને છેદને શૂન્યેતર પૂર્ણાંક વડે ગુણવામાં કે ભાગવામાં આવે તો આપણને એક સંમેય સંખ્યા મળે છે જેને આપેલી સંમેય સંખ્યાઓની સમાન સંમેય સંખ્યા કહેવાય છે. ઉદાહરણ તરીકે $\frac{-3}{7} = \frac{-3 \times 2}{7 \times 2} = \frac{-6}{14}$ અહીં આપણે કહી શકીએ કે $\frac{-6}{14}$ એ $\frac{-3}{7}$ ને સમાન છે. આગળ નોંધીએ તો $\frac{-6}{14} = \frac{-6 \div 2}{14 \div 2} = \frac{-3}{7}$.
4. સંમેય સંખ્યાઓને ધન અને ઋણ સંમેય સંખ્યાઓનાં રૂપમાં વર્ગીકૃત (classification) કરી શકાય છે. જો અંશ અને છેદ બંને ધન પૂર્ણાંક હોય અથવા બંને ઋણ પૂર્ણાંક હોય તો તે સંખ્યા ધન સંમેય સંખ્યા કહેવાય છે. જો અંશ અથવા છેદ બેમાંથી કોઈ પણ એક ઋણ પૂર્ણાંક હોય તો તે સંખ્યાને ઋણ સંમેય સંખ્યા કહે છે.

   દા.ત. : $\frac{3}{8}$ એક ધન સંમેય સંખ્યા છે તેમજ $\frac{-8}{9}$ એ ઋણ સંમેય સંખ્યા છે.
5. 0 એ ધન કે ઋણ સંમેય સંખ્યા નથી.
6. સંમેય સંખ્યાને તેનાં પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ત્યારે ગણી શકાય જ્યારે તેમનો છેદ ધન પૂર્ણાંક હોય તેમજ અંશ અને છેદનો સામાન્ય અવયવ 1 સિવાય બીજો ન હોય. સંખ્યાઓ $\frac{-1}{3}, \frac{2}{7}$ વગેરે પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં છે.
7. બે સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચે અનંત સંમેય સંખ્યાઓ હોય છે.
8. સમાન છેદવાળી બે સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવા માટે છેદને સામાન્ય રાખી અંશનો સરવાળો કરી શકીએ. બે ભિન્ન છેદવાળી સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવા માટે પહેલાં બંને છેદનો લ.સા.અ. લઈ ત્યાર બાદ બંને સંમેય સંખ્યાઓનાં લ.સા.અ. જેટલા છેદવાળી બે સમાન સંખ્યામાં ફેરવી સરવાળો કરવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે $\frac{-2}{3} + \frac{3}{8} = \frac{-16}{24} + \frac{9}{24} = \frac{-16+9}{24} = \frac{-7}{24}$ અહીં 3 અને 8 નો લ.સા.અ. 24 છે.
9. બે સંમેય સંખ્યાઓની બાદબાકી કરવા બાદ કરવાની સંમેય સંખ્યાનો વિરોધી ઘટક લઈ બીજી સંખ્યામાં ઉમેરવામાં આવે છે.

   આ રીતે, $\frac{7}{8} - \frac{2}{3} = \frac{7}{8} + \left(\frac{2}{3} \text{ નો વિરોધી ઘટક}\right) = \frac{7}{8} + \frac{(-2)}{3} = \frac{21+(-16)}{24} = \frac{5}{24}$

10. બે સંમેય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર કરવા માટે અંશ અને છેદનો અલગ-અલગ ગુણાકાર કરીએ અને તેને $\frac{\text{અંશનો ગુણાકાર}}{\text{છેદનો ગુણાકાર}}$ ના સ્વરૂપમાં લખીએ છીએ

11. એક સંમેય સંખ્યાનો બીજી શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યા સાથે ભાગાકાર કરવા માટે આપણે એક સંમેય સંખ્યાને બીજી શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યાના વ્યસ્ત સાથે ગુણાકાર કરીએ છીએ.

એવી રીતે, $\frac{-7}{2} \div \frac{4}{3} = \frac{-7}{2} \times \left(\frac{4}{3} \text{ નો વ્યસ્ત}\right) = \frac{-7}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{-21}{8}$

પ્રકરણ 9

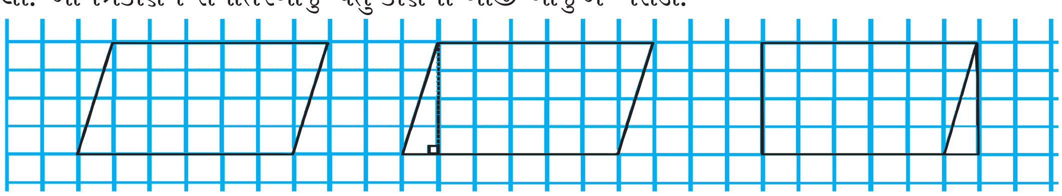
પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ

9.1 સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ (Area of a Parallelogram)

આપણે ચોરસ અને લંબચોરસ સિવાયના બીજા આકારો પણ જોઈએ છીએ. જે જમીન સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના આકારની હોય તેનું ક્ષેત્રફળ કેવી રીતે શોધશો ?

ચાલો, આપણે તે માટે રીત શોધીએ.

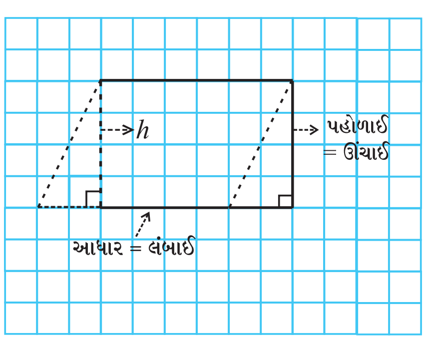
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણને સમાન ક્ષેત્રફળવાળા લંબચોરસમાં રૂપાંતરિત કરી શકાય ? આકૃતિ 9.1 (i)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે એક આલેખપત્ર પર એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરો. સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણના એક શિરોબિંદુ પરથી સામેની બાજુને લંબ રેખા દોરો [આકૃતિ 9.1 (ii)]. ત્રિકોણને કાપી લો. આ ત્રિકોણને સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની બીજી બાજુએ ખસેડો.



(i) (ii) (iii)

આકૃતિ 9.1

તમને કયો આકાર મળે છે ? તમને એક લંબચોરસ મળે છે. શું સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ, નવા બનેલા લંબચોરસના ક્ષેત્રફળ જેટલું છે ? હા, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = બનેલા લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ. આ લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈ શેનાં માપ છે ?



આકૃતિ 9.2

આપણને જણાય છે કે લંબચોરસની લંબાઈ તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના આધાર જેટલી છે અને લંબચોરસની પહોળાઈ તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ જેટલી છે (આકૃતિ 9.2).

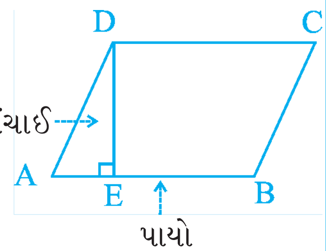
હવે, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ

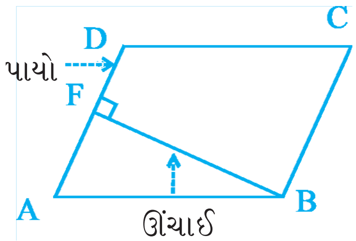
= લંબાઈ × પહોળાઈ = $l \times b$

પરંતુ લંબચોરસની લંબાઈ l અને પહોળાઈ b તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના અનુક્રમે આધાર b અને ઊંચાઈ h જેટલી છે.

આમ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = આધાર × ઊંચાઈ = $b \times h$.

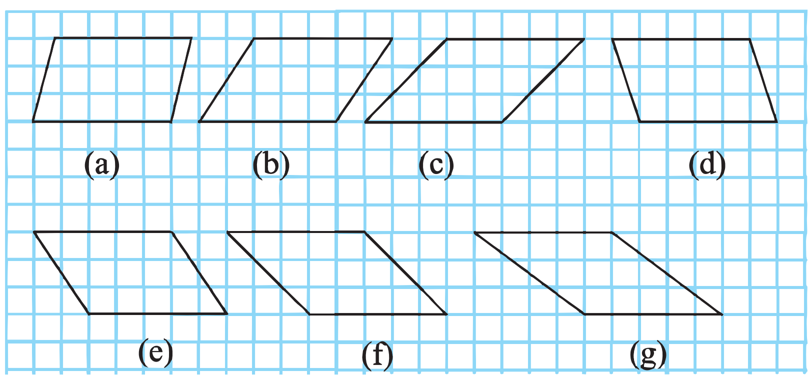
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની કોઈ પણ બાજુને તેના આધાર તરીકે લઈ શકાય. તે બાજુ પર સામેનાં શિરોબિંદુમાંથી દોરેલા લંબને તેની ઊંચાઈ કહેવાય છે. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં DE, ABને લંબ છે. અહીં AB આધાર છે અને DE એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ છે.





બાજુના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં BF, સામેની બાજુ ADને લંબ છે. અહીં AD આધાર છે અને BF ઊંચાઈ છે.

નીચેના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જુઓ (આકૃતિ 9.3)



આકૃતિ 9.3

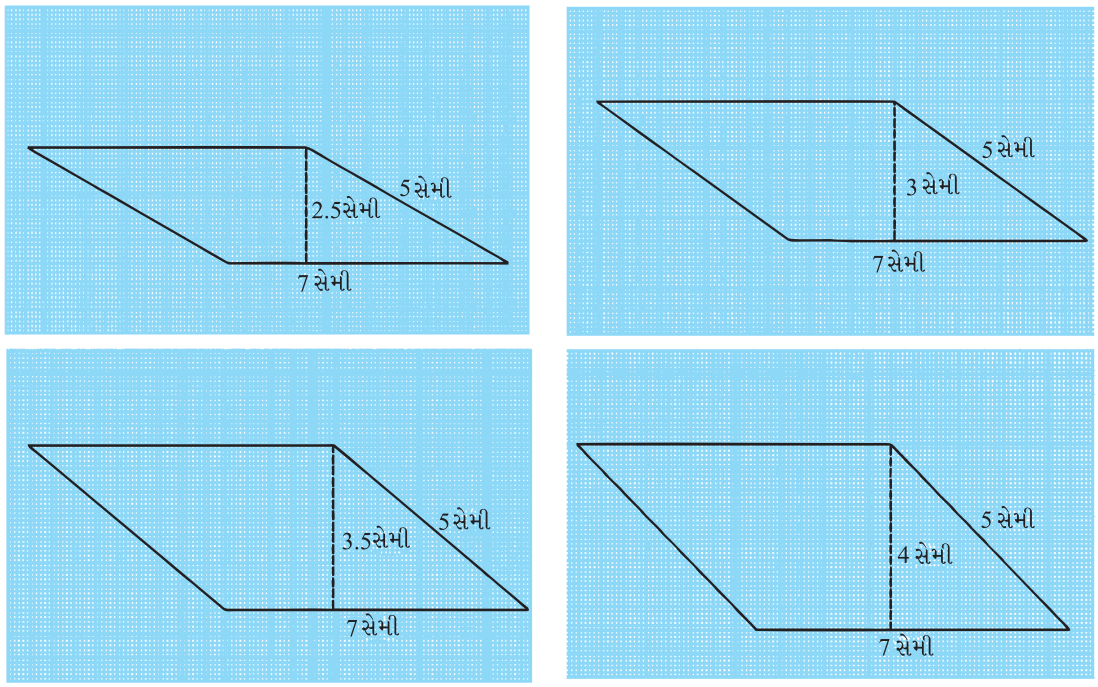
આ સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળ, આકૃતિની અંદરના ભાગમાં આવેલા ચોરસની ગણતરી કરીને શોધો અને બાજુઓને માપીને તેની પરિમિતિ પણ શોધો.

નીચેનું કોષ્ટક પૂર્ણ કરો.

સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ	**આધાર સંખ્યા (Base value)**	**ઊંચાઈ (Height)**	**ક્ષેત્રફળ (Area)**	**પરિમિતિ (Perimeter)**
(a)	5 એકમ	3 એકમ	$5 \times 3 = 15$ ચો એકમ	
(b)				
(c)				
(d)				
(e)				
(f)				
(g)				

તમે જોશો કે આ બધા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળ સમાન છે પરંતુ તેમની પરિમિતિ ભિન્ન છે.

હવે, નીચેના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જુઓ, જેમની બાજુઓ 7 સેમી અને 5 સેમી માપની છે. (આકૃતિ 9.4)



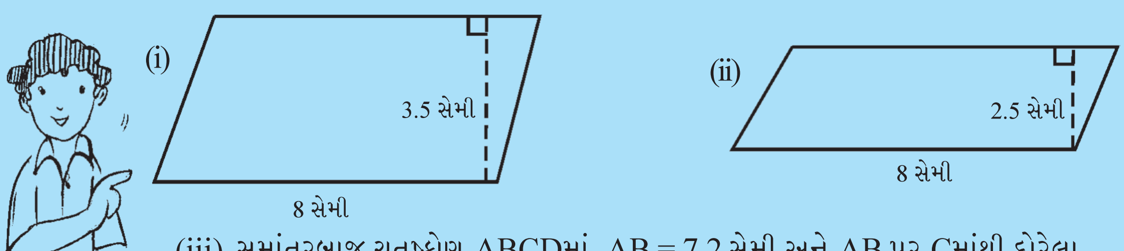
આકૃતિ 9.4

આ દરેક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ શોધો. તમારા પરિણામોનું પૃથક્કરણ (analysis) કરો. તમે જોશો કે આ સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળ ભિન્ન છે પરંતુ તેમની પરિમિતિ સમાન છે.

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે તમારે માત્ર તેનો આધાર અને અનુરૂપ ઊંચાઈ જાણવી જરૂરી છે.

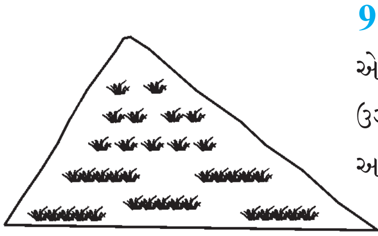
પ્રયત્ન કરો

નીચેના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળો શોધો.



(iii) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં, AB = 7.2 સેમી અને AB પર Cમાંથી દોરેલા લંબનું માપ 4.5 સેમી છે.

9.2 ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ (Area of Triangle)



એક માળી એક ત્રિકોણાકાર બાગના આખા ભાગમાં ઘાસ ઉગાડવાનો ખર્ચ જાણવા માગે છે.

આ માટે આપણે ત્રિકોણાકાર પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ જાણવું જરૂરી છે.

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ મેળવવા માટેની રીત શોધીએ.

CKIR4S

એક કાગળ પર એક વિષમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. આ ત્રિકોણાકારને કાપી લો. તેને બીજા કાગળ પર મૂકી તેના જ માપનો બીજો ત્રિકોણાકાર કાપો. હવે તમારી પાસે સમાન માપના બે વિષમબાજુ ત્રિકોણ છે. શું આ બંને ત્રિકોણ એકરૂપ છે ?

એક ત્રિકોણને બીજા ત્રિકોણ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે જેથી બરાબર બંધબેસતો આવે. તમારે કદાચ બેમાંથી એક ત્રિકોણને પરિભ્રમણ (rotation) કરાવવું પડે.

હવે બંને ત્રિકોણને એ રીતે ગોઠવો કે બંનેની અનુરૂપ બાજુઓની એક જોડ એકબીજા સાથે જોડાય (આકૃતિ 9.5).

આ રીતે બનતી આકૃતિ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે ?

દરેક ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળને સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળ સાથે સરખાવો.

ત્રિકોણના આધાર અને ઊંચાઈને, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના આધાર અને ઊંચાઈ સાથે સરખાવો.

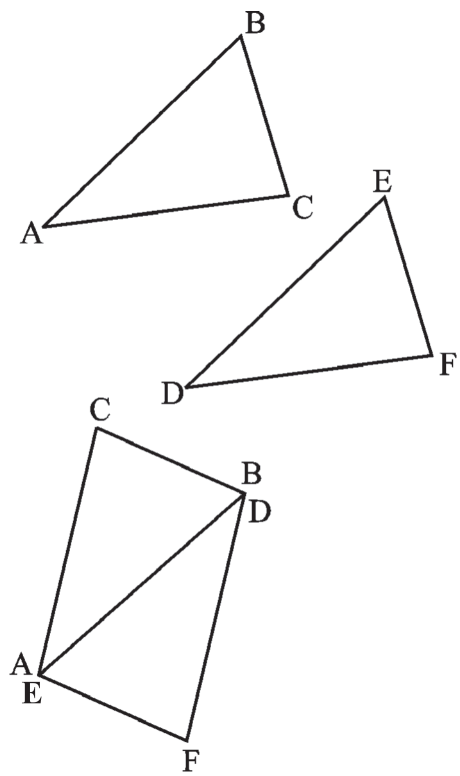
તમને જણાશે કે બંને ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળોનો સરવાળો, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળ જેટલો છે. ત્રિકોણના આધાર અને ઊંચાઈ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના અનુક્રમે આધાર અને ઊંચાઈ જેટલા છે.

દરેક ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}$ (સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ)

$= \frac{1}{2}$ (આધાર $\times$ ઊંચાઈ)

(કારણ કે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = આધાર $\times$ ઊંચાઈ)

$= \frac{1}{2}(b \times h)$ (અથવા ટૂંકમાં $\frac{1}{2}bh$)



આકૃતિ 9.5

પ્રયત્ન કરો

1. ઉપરની પ્રવૃત્તિ જુદા જુદા પ્રકારના ત્રિકોણ લઈને કરો.
2. જુદા જુદા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ લો. તે દરેકને તેના કોઈ પણ એક વિકર્ણ પર કાપીને બે ત્રિકોણમાં વિભાજિત કરો. આ ત્રિકોણો એકરૂપ છે ?

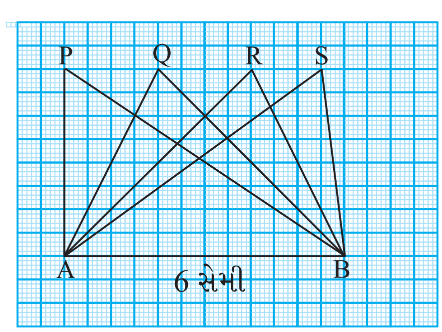
બાજુની આકૃતિ 9.6 માં બધા ત્રિકોણનો આધાર AB = 6 સેમી છે.

દરેક ત્રિકોણની ABને અનુરૂપ ઊંચાઈ વિશે તમે શું કહી શકો ?

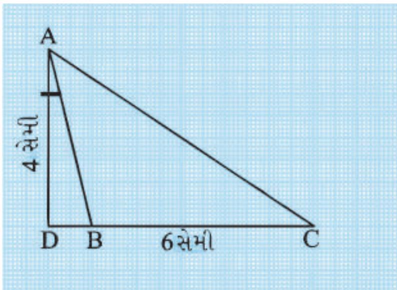
બધા ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ સમાન છે એમ કહી શકાય ? હા.

બધા ત્રિકોણ એકરૂપ પણ છે ? ના.

આપણે તારણ કાઢીએ કે **બધા એકરૂપ ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ સરખાં છે, પરંતુ સરખાં ક્ષેત્રફળવાળા ત્રિકોણ, એકરૂપ હોવા જરૂરી નથી.**



આકૃતિ 9.6



આકૃતિ 9.7

6 સેમી આધારવાળો ગુરુકોણ ત્રિકોણ ABC લો (આકૃતિ 9.7). તેની ઊંચાઈ AD કે જે શિરોબિંદુ Aમાંથી દોરેલો લંબ છે, તે ત્રિકોણની બહારના ભાગમાં છે.

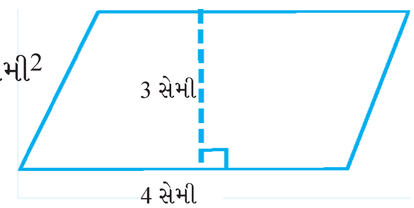
શું તમે આ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ગણી શકો ?

ઉદાહરણ 1 એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની એક બાજુ અને તેને અનુરૂપ ઊંચાઈ અનુક્રમે 4 સેમી અને 3 સેમી છે. તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ આધાર(b)ની લંબાઈ = 4 સેમી અને ઊંચાઈ (h) = 3 સેમી આપેલાં છે (આકૃતિ 9.8).

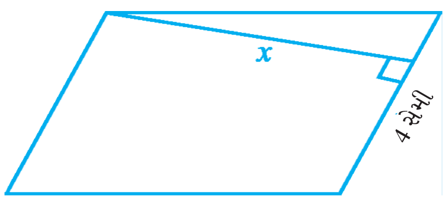
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $b \times h$

= 4×3 સેમી = 12 સેમી^{2}



આકૃતિ 9.8

ઉદાહરણ 2 જો એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 24 સેમી^{2} અને આધાર 4 સેમી હોય, તો તેની ઊંચાઈ 'x' શોધો.



આકૃતિ 9.9

ઉકેલ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $b \times h$

આથી, $24 = 4 \times x$ (આકૃતિ 9.9)

અથવા $\frac{24}{4} = x$ અથવા $x = 6$ સેમી

આમ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ 6 સેમી છે.

ઉદાહરણ 3 સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDની બે બાજુઓ 6 સેમી અને 4 સેમી છે. આધાર CDને અનુરૂપ ઊંચાઈ 3 સેમી છે.

(i) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(ii) આધાર ADને અનુરૂપ (corresponding) ઊંચાઈ શોધો (આકૃતિ 9.10).

ઉકેલ

(i) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $b \times h$

= 6 સેમી $\times$ 3 સેમી = 18 સેમી^{2}

(ii) આધાર (b) = 4 સેમી, ઊંચાઈ = x ધારો.

ક્ષેત્રફળ = 18 સેમી^{2}

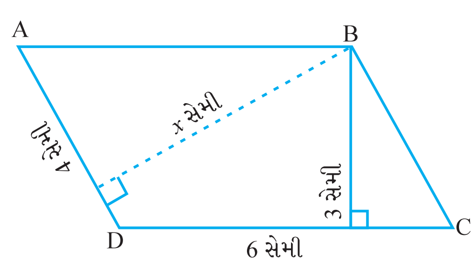
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $b \times x$

$18 = 4 \times x$

$\frac{18}{4} = x$

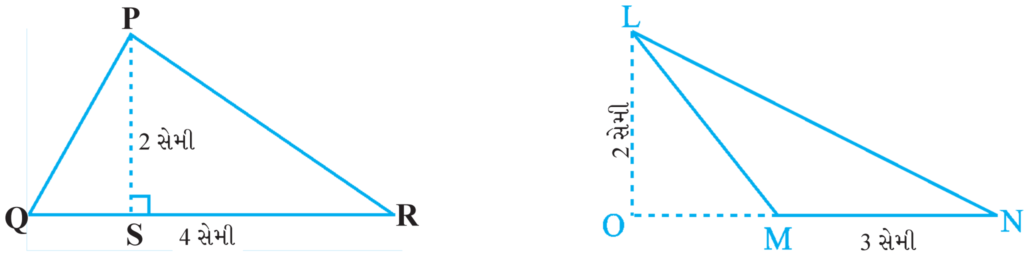
$\therefore x = 4.5$ સેમી

આથી, આધાર ADને અનુરૂપ ઊંચાઈ = 4.5 સેમી



આકૃતિ 9.10

ઉદાહરણ 4 નીચેના ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ શોધો (આકૃતિ 9.11).



(i) (ii)

આકૃતિ 9.11

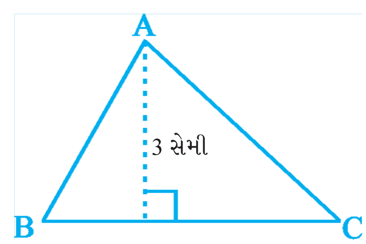
ઉકેલ (i) ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\,bh = \frac{1}{2} \times \text{QR} \times \text{PS}$

$= \frac{1}{2} \times 4$ સેમી $\times\ 2$ સેમી $= 4$ સેમી^{2}

(ii) ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\,bh = \frac{1}{2} \times \text{MN} \times \text{LO}$

$= \frac{1}{2} \times 3$ સેમી $\times\ 2$ સેમી $= 3$ સેમી^{2}

ઉદાહરણ 5 જો ΔABCનું ક્ષેત્રફળ 36 સેમી^{2} હોય અને ઊંચાઈ AD = 3 સેમી હોય, તો BC શોધો (આકૃતિ 9.12).



આકૃતિ 9.12

ઉકેલ ઊંચાઈ = 3 સેમી, ક્ષેત્રફળ = 36 સેમી^{2}

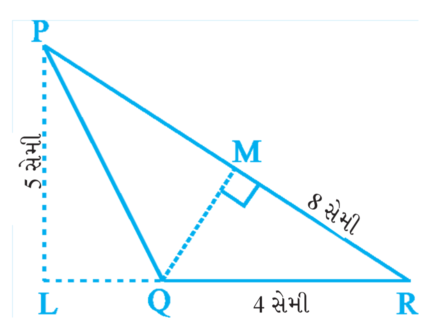
ત્રિકોણ ABCનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\,bh$

અથવા, $36 = \frac{1}{2} \times b \times 3$ એટલે કે, $b = \frac{36 \times 2}{3} = 24$ સેમી

આથી, BC = 24 સેમી

ઉદાહરણ 6 જો ΔPQRમાં PR = 8 સેમી, QR = 4 સેમી PL = 5 સેમી છે (આકૃતિ 9.13).

(i) ΔPQRનું ક્ષેત્રફળ અને (ii) QM શોધો.



આકૃતિ 9.13

ઉકેલ

(i) QR = આધાર = 4 સેમી, PL = ઊંચાઈ = 5 સેમી

ત્રિકોણ PQRનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\,bh$

$= \frac{1}{2} \times 4$ સેમી $\times\ 5$ સેમી $= 10$ સેમી^{2}

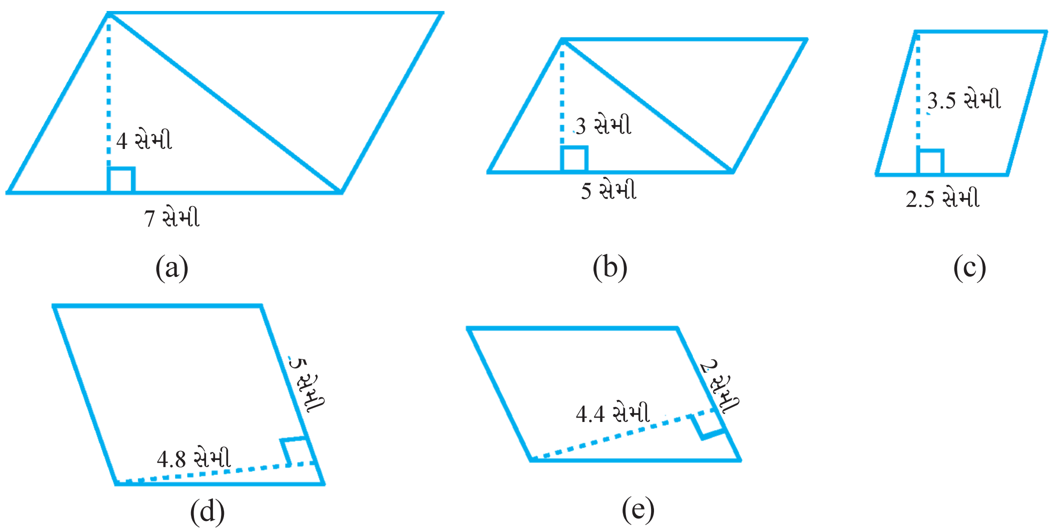
(ii) PR = આધાર = 8 સેમી, QM = ઊંચાઈ = ? ક્ષેત્રફળ = 10 સેમી^{2}

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2} \times b \times h$ એટલે કે $10 = \frac{1}{2} \times 8 \times h$

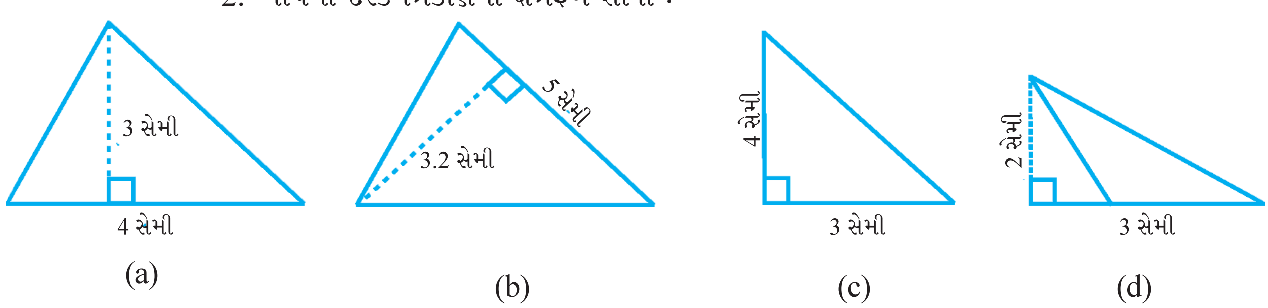
$h = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2.5$ આમ, QM = 2.5 સેમી

સ્વાધ્યાય 9.1

1. નીચેના દરેક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળ શોધો :



2. નીચેના દરેક ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ શોધો :



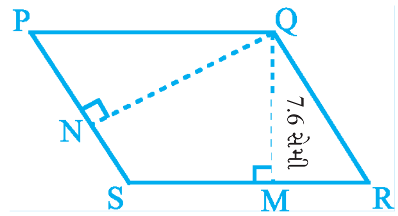
3. ખૂટતાં મૂલ્યો શોધો :

અનુક્રમ નંબર	આધાર	ઊંચાઈ	સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ
a.	20 સેમી		246 સેમી^{2}
b.		15 સેમી	154.5 સેમી^{2}
c.		8.4 સેમી	48.72 સેમી^{2}
d.	15.6 સેમી		16.38 સેમી^{2}

4. ખૂટતાં મૂલ્યો શોધો :

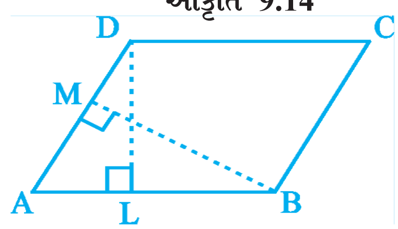
આધાર	ઊંચાઈ	ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ
15 સેમી		87 સેમી^{2}
	31.4 મિમી	1256 મિમી^{2}
22 સેમી		170.5 સેમી^{2}

5. PQRS સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે (આકૃતિ 9.14). Qમાંથી SR પરની ઊંચાઈ QM છે અને Qમાંથી PS પરની ઊંચાઈ QN છે. જો SR = 12 સેમી અને QM = 7.6 સેમી હોય તો
(a) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ PQRSનું ક્ષેત્રફળ
(b) જો PS = 8 સેમી હોય તો QN શોધો.



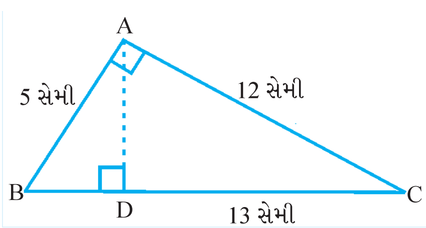
આકૃતિ 9.14

6. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં DL અને BM અનુક્રમે બાજુઓ AB અને AD પરની ઊંચાઈઓ છે (આકૃતિ 9.15). જો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 1470^2 સેમી હોય અને AB = 35 સેમી તથા AD = 49 સેમી હોય, તો BM અને DLની લંબાઈઓ શોધો.

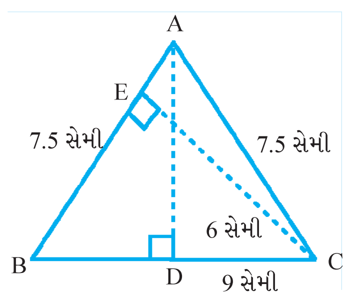


આકૃતિ 9.15

7. ΔABCમાં ∠A કાટખૂણો છે (આકૃતિ 9.16). AD, BCને લંબ છે. જો AB = 5 સેમી, BC = 13 સેમી અને AC = 12 સેમી હોય તો ΔABCનું ક્ષેત્રફળ શોધો. ADની લંબાઈ પણ શોધો.



આકૃતિ 9.16



આકૃતિ 9.17

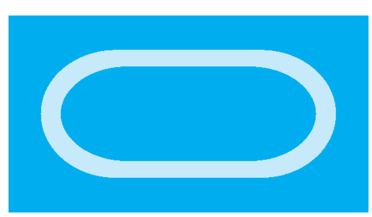
8. ΔABC સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે જેમાં AB = AC = 7.5 સેમી અને BC = 9 સેમી છે (આકૃતિ 9.17). Aમાંથી BC પરની ઊંચાઈ AD = 6 સેમી છે. ΔABC નું ક્ષેત્રફળ શોધો. C માંથી AB પરની ઊંચાઈ, એટલે કે CE કેટલી થશે ?

9.3 વર્તુળ (Circles)

દોડની રમત માટેનો રસ્તો બંને છેડે અર્ધ વર્તુળાકાર હોય છે (આકૃતિ 9.18).

જો કોઈ દોડવીર આવા રસ્તા પર બે ચક્ર પૂરાં કરે તો તેણે કાપેલું અંતર શોધી શકાય ? આપણે વર્તુળાકાર રસ્તા પર કપાતું અંતર શોધવા માટેની રીત શોધવી પડે.

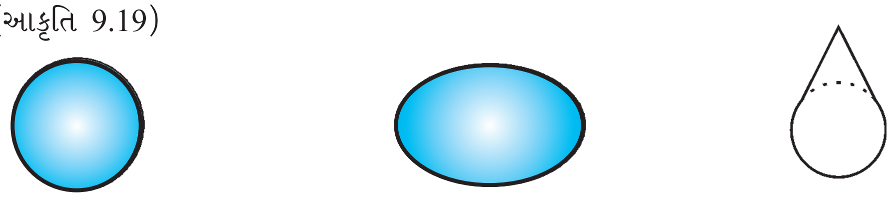
CKSM6F


આકૃતિ 9.18

9.3.1 વર્તુળનો પરિઘ (Circumference of a circle)

તાન્યાએ પૂઠાંમાંથી જુદાં જુદાં માપના કેટલાક વક્ર આકારો કાપ્યા. તેમને સુશોભિત કરવા માટે તાન્યા તે

આકારને ફરતે પટ્ટી (લેસ-lace) મૂકવા માગે છે. તેને દરેક માટે કેટલી લંબાઈની લેસ જોઈશે ? (આકૃતિ 9.19)



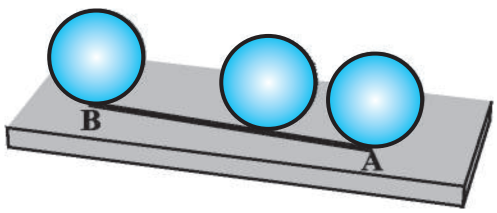
(a) (b) (c)

આકૃતિ 9.19

તમે વક્રરેખા (curve)ની (આકૃતિ 9.19) લંબાઈ માપપટ્ટીની મદદથી માપી ન શકો, કારણ કે આ આકારો 'સીધા' નથી. તો શું કરીશું ?

આકૃતિ 9.20

આકૃતિ 9.19 (a) માં દર્શાવેલ આકાર માટે જરૂરી લેસ(પટ્ટી)ની લંબાઈ શોધવાનો એક રસ્તો આ પ્રમાણે છે. પૂંઠાના વક્ર આકારની ધાર (edge) પર કોઈ બિંદુ દર્શાવો. કાર્ડને ટેબલ પર મૂકો. બિંદુની સ્થિતિ ટેબલ પર પણ દર્શાવો (આકૃતિ 9.20).



આકૃતિ 9.21

હવે વર્તુળાકાર કાર્ડને ટેબલ પર એક સીધી રેખામાં એ રીતે ફેરવતાં જાઓ કે કાર્ડ પરનું બિંદુ ફરીથી ટેબલને સ્પર્શે. આ રેખા પરનું અંતર માપો. જરૂરી લેસની આટલી લંબાઈ છે (આકૃતિ 9.21). કાર્ડની ધાર પર નિશ્ચિત બિંદુથી શરૂ કરીને ફરીથી તે જ નિશ્ચિત બિંદુ સુધીનું એ અંતર છે.

વર્તુળાકાર વસ્તુની ધાર પર ચારે તરફ દોરી વીંટાળીને પણ તમે આ અંતર શોધી શકો.

વર્તુળાકાર પ્રદેશની (કિનારી) ફરતેનું અંતર, તેનો પરિઘ (circumference) કહેવાય છે.

આ કરો

શીશીનું ઢાંકણ, બંગડી (કંગન) અથવા એવી કોઈ પણ વર્તુળાકાર વસ્તુ લઈ તેનો પરિઘ શોધો.

હવે, દોડવીરે રસ્તા પર કાપેલું અંતર તમે આ રીતે શોધી શકશો ?

હજુ પણ, દોરીના ઉપયોગથી આ રીતે વર્તુળાકાર રસ્તો કે બીજી કોઈ પણ વર્તુળાકાર વસ્તુનો પરિઘ માપવો ખૂબ મુશ્કેલ છે. વળી, આ માપ ચોક્કસ પણ નહિ હોય.

આથી, રૈખિક (rectilinear) વસ્તુ કે આકાર માટે જેવું સૂત્ર છે તેવું કોઈક સૂત્ર આ શોધવા માટે જોઈએ.

ચાલો, આપણે જોઈએ કે વર્તુળનો વ્યાસ (diameter) અને તેના પરિઘ વચ્ચે કોઈ સંબંધ છે કે નહિ.

નીચેનું કોષ્ટક જુઓ : ભિન્ન ત્રિજ્યા (radius) વાળાં છ વર્તુળ દોરો અને દોરીની મદદથી તેમનો પરિઘ શોધો. વળી, પરિઘ અને વ્યાસનો ગુણોત્તર પણ મેળવો.

વર્તુળ	ત્રિજ્યા	વ્યાસ	પરિઘ	પરિઘ અને વ્યાસનો ગુણોત્તર
1.	3.5 સેમી	7.0 સેમી	22.0 સેમી	$\frac{22}{7} = 3.14$

2.	7.0 સેમી	14.0 સેમી	44.0 સેમી	$\frac{44}{14} = 3.14$
3.	10.5 સેમી	21.0 સેમી	66.0 સેમી	$\frac{66}{21} = 3.14$
4.	21.0 સેમી	42.0 સેમી	132.0 સેમી	$\frac{132}{42} = 3.14$
5.	5.0 સેમી	10.0 સેમી	32.0 સેમી	$\frac{32}{10} = 3.2$
6.	15.0 સેમી	30.0 સેમી	94.0 સેમી	$\frac{94}{30} = 3.13$

આ કોષ્ટક પરથી તમે શું અનુમાન કરી શકો ? શું આ ગુણોત્તર લગભગ સરખો છે ? હા.

શું તમે એમ કહી શકો કે વર્તુળનો પરિઘ હંમેશાં તેના વ્યાસના ત્રણ ગણા કરતાં વધુ હોય છે ? હા.

આ ગુણોત્તર અચળ છે અને તેને π (પાઈ) વડે દર્શાવાય છે. તેની આશરે કિંમત $\frac{22}{7}$ અથવા 3.14 છે.

આમ, આપણે કહી શકીએ કે $\frac{C}{d} = \pi$ જ્યાં 'C' એટલે પરિઘ અને 'd' એટલે વ્યાસ.

અથવા, $C = \pi d$

આપણે જાણીએ છીએ કે વર્તુળનો વ્યાસ, તેની ત્રિજ્યા કરતાં બમણો છે એટલે કે, $d = 2r$

આથી, $C = \pi d = \pi \times 2r$ અથવા $C = 2\pi r$

પ્રયત્ન કરો

આકૃતિ 9.22 માં

(a) કયા ચોરસની પરિમિતિ વધુ છે ?

(b) નાના ચોરસની પરિમિતિ અને વર્તુળનો પરિઘ એ બેમાંથી કયું માપ મોટું છે ?

આકૃતિ 9.22

આ કરો

આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક નાની અને એક મોટી પ્લેટ લો. બંનેને ટેબલની સપાટી પર એક વાર ગબડાવો. એક ચક્રમાં કઈ પ્લેટ વધુ અંતર કાપે છે ? ટેબલની આખી સપાટી પર ફરવામાં કઈ પ્લેટને ઓછાં ચક્કર ફરવા પડશે ?

ઉદાહરણ 7 10 સેમી વ્યાસવાળા વર્તુળનો પરિઘ કેટલો ? ($\pi = 3.14$ લો)

ઉકેલ વર્તુળનો વ્યાસ (d) = 10 સેમી

વર્તુળનો પરિઘ = πd

$= 3.14 \times 10 = 31.4$ સેમી

આથી, 10 સેમી વ્યાસવાળા વર્તુળનો પરિઘ 31.4 સેમી થાય.

ઉદાહરણ 8 14 સેમી ત્રિજ્યાવાળી વર્તુળાકાર તકતીનો પરિઘ કેટલો થાય ? ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)

ઉકેલ વર્તુળાકાર તકતીની ત્રિજ્યા (r) = 14 સેમી

તકતીનો પરિઘ = $2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14$ સેમી = 88 સેમી

આથી, વર્તુળાકાર તકતીનો પરિઘ = 88 સેમી

ઉદાહરણ 9 એક વર્તુળાકાર નળીની ત્રિજ્યા 10 સેમી છે. તેની આસપાસ એકવાર વીંટાળવા માટે કેટલી લંબાઈની પટ્ટી જોઈશે ? ($\pi = 3.14$)

ઉકેલ નળીની ત્રિજ્યા (r) = 10 સેમી

જરૂરી પટ્ટીની લંબાઈ, નળીના પરિઘ જેટલી થાય.

નળીનો પરિઘ = $2\pi r$

$= 2 \times 3.14 \times 10$ સેમી

$= 62.8$ સેમી

જરૂરી પટ્ટીની લંબાઈ = 62.8 સેમી

ઉદાહરણ 10 આકૃતિ 9.23 માં આપેલ આકારની પરિમિતિ શોધો. ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)

ઉકેલ અહીં આપણે ચોરસની દરેક બાજુ પરના અર્ધવર્તુળો (semicircles)ના પરિઘ શોધવા જરૂરી છે. શું તમારે ચોરસની પરિમિતિ પણ શોધવી જરૂરી છે? ના. આ આકૃતિની બહારની સીમારેખા અર્ધવર્તુળોની બનેલી છે. દરેક અર્ધવર્તુળનો વ્યાસ 14 સેમી છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે :

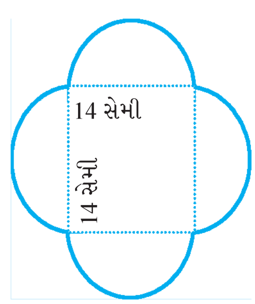
વર્તુળનો પરિઘ = πd

અર્ધવર્તુળનો પરિઘ = $\frac{1}{2}\pi d$

$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 14$ સેમી = 22 સેમી

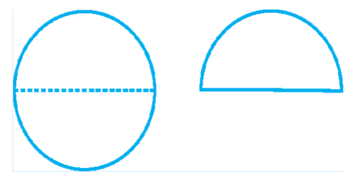
દરેક અર્ધવર્તુળનો પરિઘ = 22 સેમી

આથી આકૃતિની પરિમિતિ = 4×22 સેમી = 88 સેમી



આકૃતિ 9.23

ઉદાહરણ 11 7 સેમી ત્રિજ્યાવાળી વર્તુળાકાર તકતીને સુધાંશુ બે સરખા ભાગમાં વહેંચે છે. દરેક અર્ધવર્તુળાકાર તકતીની પરિમિતિ કેટલી થશે ? ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)



આકૃતિ 9.24

ઉકેલ અર્ધવર્તુળાકાર તકતીની પરિમિતિ શોધવા માટે (આકૃતિ 9.24) આપણે (i) અર્ધવર્તુળનો પરિઘ અને (ii) વ્યાસ શોધવા પડે.

ત્રિજ્યા (r) = 7 સેમી આપેલ છે અને આપણે જાણીએ છીએ કે વર્તુળનો પરિઘ = $2\pi r$

આથી, અર્ધવર્તુળનો પરિઘ $= \frac{1}{2} \times 2\pi r = \pi r$

$= \frac{22}{7} \times 7$ સેમી = 22 સેમી

વર્તુળનો વ્યાસ = $2r = 2 \times 7$ સેમી = 14 સેમી

આમ, દરેક અર્ધવર્તુળ તકતીની પરિમિતિ = 22 સેમી + 14 સેમી = 36 સેમી

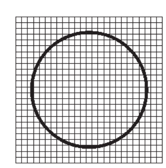
9.3.2 વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ (Area of Circle)

નીચેની વિગત ધ્યાનમાં લો :

- એક ખેડૂત, એક ખેતરની વચ્ચે 7 મીટર ત્રિજ્યાવાળો બાગ બનાવે છે. તેણે ખાતર ખરીદવાનું છે. 1 ચોરસ મીટર ક્ષેત્રફળ માટે 1 કિગ્રા ખાતર જરૂરી હોય તો તેણે કેટલું ખાતર ખરીદવું જોઈએ ?
- એક ચોરસ મીટરના ₹ 10 લેખે, 2 મીટર ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર ટેબલની સપાટીને પૉલિશ કરવાનો ખર્ચ કેટલો થશે ?

આવા કિસ્સાઓમાં શું શોધવું જરૂરી છે એ તમે કહી શકો ? ક્ષેત્રફળ કે પરિમિતિ ? આવા કિસ્સામાં આપણે વર્તુળાકાર ભાગનું ક્ષેત્રફળ (area) શોધવું જરૂરી છે.

ચાલો, આલેખપત્રનો ઉપયોગ કરીને આપણે વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધીએ. એક આલેખપત્ર પર 4 સેમી ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ દોરો આકૃતિ 9.25 વર્તુળની અંદર આવતાં ચોરસ ગણીને ક્ષેત્રફળ શોધો.

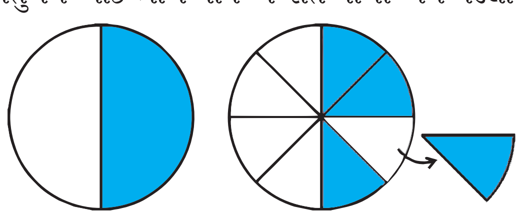


આકૃતિ 9.25

અહીં, આકૃતિ સીધી રેખાની નથી આથી આ રીતે આપણને વર્તુળના ક્ષેત્રફળનો અંદાજ મળી શકે.

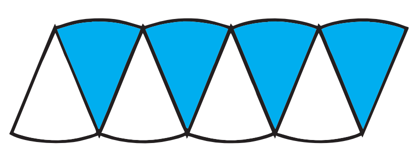
વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે બીજો રસ્તો છે.

એક વર્તુળ દોરો અને તેના અડધા ભાગને છાયાંકિત કરો [આકૃતિ 9.26 (i)]. હવે વર્તુળને આઠ ભાગ થાય એ રીતે વાળો અને પડેલા સળ આગળથી કાપો [આકૃતિ 9.26 (ii)].



(i) (ii)

આકૃતિ 9.26

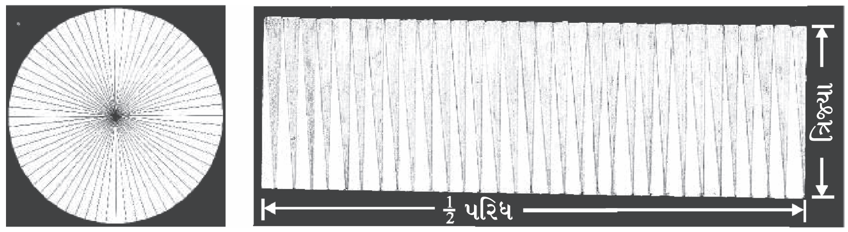


આકૃતિ 9.27

મળેલા ટુકડાઓને આકૃતિ 9.27 માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ગોઠવો, જે લગભગ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જેવો આકાર બને.

આપણે જેટલા વધુ વૃત્તાંશ (sector) કરીશું તેટલો આ આકાર, વધુ ને વધુ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જેવો બનતો જશે.

ઉપરની જેમ જો આપણે વર્તુળને 64 ભાગમાં વિભાજિત કરીને આ વૃત્તાંશોને ગોઠવીએ તો તે લગભગ ચતુષ્કોણ આકાર થશે (આકૃતિ 9.28).



આકૃતિ 9.28

આ લંબચોરસની પહોળાઈ કેટલી છે ? લંબચોરસની પહોળાઈ વર્તુળની ત્રિજ્યા 'r' જેટલી છે.

આખા વર્તુળને 64 વૃત્તાંશોમાં વહેંચેલું છે અને બંને બાજુએ 32 વૃત્તાંશો ગોઠવ્યાં છે. આથી આ લંબચોરસની લંબાઈ, 32 વૃત્તાંશોની લંબાઈ જેટલી છે, જે પરિઘ કરતાં અડધી છે (આકૃતિ 9.28).

વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = બનેલા લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = $l \times b$

= (પરિઘનું અડધું) × ત્રિજ્યા = $\left(\frac{1}{2} \times 2\pi r\right) \times r = \pi r^2$

આથી, વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2

પ્રયત્ન કરો

આલેખપત્ર પર ભિન્ન ત્રિજ્યાવાળાં વર્તુળ દોરો. અંદરનાં ચોરસની સંખ્યા ગણીને ક્ષેત્રફળ શોધો. સૂત્રના ઉપયોગથી પણ ક્ષેત્રફળ ગણો. તમારા બંને જવાબો સરખાવો.

ઉદાહરણ 12 30 સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધો. ($\pi = 3.14$ લો.)

ઉકેલ ત્રિજ્યા $r = 30$ સેમી

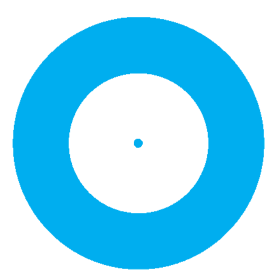
વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = $\pi r^2 = 3.14 \times 30^2 = 2826$ સેમી^{2}

ઉદાહરણ 13 એક વર્તુળાકાર બાગનો વ્યાસ 9.8 મીટર છે. તેનું ક્ષેત્રફળ ગણો.

ઉકેલ વ્યાસ $d = 9.8$ મીટર, આથી ત્રિજ્યા $r = 9.8 \div 2 = 4.9$ મીટર

વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times (4.9)^2$ મીટર^2 = $\frac{22}{7} \times 4.9 \times 4.9$ મીટર^2 = 75.46 મીટર^2

ઉદાહરણ 14 બાજુની આકૃતિમાં એક જ કેન્દ્રવાળાં (concentric) બે વર્તુળ દર્શાવ્યાં છે. મોટા વર્તુળની ત્રિજ્યા 10 સેમી અને નાના વર્તુળની ત્રિજ્યા 4 સેમી છે.



(a) મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(b) નાના વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(c) બંને વર્તુળ વચ્ચેના રંગીન ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો ($\pi = 3.14$).

ઉકેલ

(a) મોટા વર્તુળની ત્રિજ્યા = 10 સેમી

આથી, મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2

$= 3.14 \times 10 \times 10 = 314$ સેમી^{2}

(b) નાના વર્તુળની ત્રિજ્યા = 4 સેમી

આથી, નાના વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2

$= 3.14 \times 4 \times 4 = 50.24$ સેમી^{2}

(c) રંગીન ભાગનું ક્ષેત્રફળ = $(314 - 50.24)$ સેમી^{2} = 263.76 સેમી^{2}

સ્વાધ્યાય 9.2

1. નીચે વર્તુળની ત્રિજ્યા આપેલી છે. તેના પરથી વર્તુળનો પરિઘ શોધો : ($\pi = \frac{22}{7}$ લો)

   (a) 14 સેમી (b) 28 મિમી (c) 21 સેમી

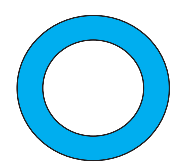
2. નીચેના વર્તુળના ક્ષેત્રફળ ગણો, જ્યાં

   (a) ત્રિજ્યા = 14 મિમી ($\pi = \frac{22}{7}$ લો) (b) વ્યાસ = 49 મી

   (c) ત્રિજ્યા = 5 સેમી

3. એક વર્તુળાકાર કાગળનો પરિઘ 154 મી છે તો તેની ત્રિજ્યા શોધો. તેનું ક્ષેત્રફળ પણ શોધો ($\pi = \frac{22}{7}$ લો).

4. એક માળી 21 મીટર વ્યાસવાળા બાગને ફરતેથી બંધ કરવા માગે છે. જો તે દોરડાને બાગ ફરતે બે વાર ફેરવવા માગતો હોય તો દોરડાની લંબાઈ શોધો. જો દોરડાની કિંમત એક મીટરના ₹ 4 હોય તો જરૂરી દોરડાની કિંમત શોધો ($\pi = \frac{22}{7}$ લો).

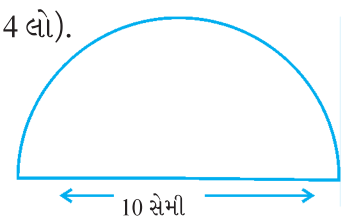


5. 4 સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર કાગળમાંથી, 3 સેમી ત્રિજ્યાવાળો વર્તુળાકાર કાગળ દૂર કરવામાં આવે છે. બાકીના કાગળનું ક્ષેત્રફળ શોધો ($\pi = 3.14$ લો).

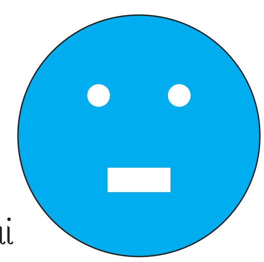
6. 1.5 મીટર વ્યાસવાળા વર્તુળાકાર ટેબલક્લોથની કિનારી પર, સાધના લેસ મૂકવા માગે છે, જરૂરી લેસની લંબાઈ શોધો અને જો 1 મીટર લેસના ₹ 15 હોય તો તેની કિંમત પણ શોધો. ($\pi = 3.14$ લો).

7. બાજુમાં દર્શાવેલ અર્ધવર્તુળાકાર આકૃતિની વ્યાસ સહિત પરિમિતિ શોધો.

8. જો પૉલિશ કરવાનો દર ₹ 15/મી^{2} હોય તો 1.6 મીટર વ્યાસવાળા વર્તુળાકાર ટેબલની ઉપરની સપાટીને પૉલિશ કરવાનો ખર્ચ શોધો ($\pi = 3.14$ લો).



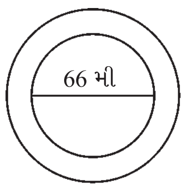
9. શ્રુતિએ 44 સેમી લંબાઈના તારને વર્તુળાકારમાં વાળ્યો. તે વર્તુળની ત્રિજ્યા શોધો. તેનું ક્ષેત્રફળ પણ શોધો. જો એ જ તારને ચોરસ આકારમાં વાળવામાં આવે તો તેની દરેક બાજુની લંબાઈ કેટલી થશે ? વર્તુળ અને ચોરસ એ બેમાંથી કઈ આકૃતિ વધુ ક્ષેત્રફળ આવરે છે ? ($\pi = \frac{22}{7}$ લો).



10. બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે 14 સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર પૂંઠામાંથી, 3.5 સેમી ત્રિજ્યાવાળા બે વર્તુળ અને 3 સેમી લંબાઈ અને 1 સેમી પહોળાઈવાળો એક લંબચોરસ કાપવામાં આવે છે. બાકીના પૂંઠાનું ક્ષેત્રફળ ગણો ($\pi = \frac{22}{7}$ લો).

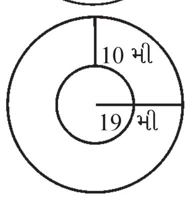
11. ચોરસ આકારના 6 સેમી બાજુવાળા એલ્યુમિનિયમ પતરામાંથી 2 સેમી ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ કાપવામાં આવે છે. બાકીના પતરાનું ક્ષેત્રફળ કેટલું ? ($\pi = 3.14$ લો).

12. એક વર્તુળનો પરિઘ 31.4 સેમી છે. તેની ત્રિજ્યા અને ક્ષેત્રફળ ગણો. ($\pi = 3.14$ લો).



13. એક વર્તુળાકાર ફૂલનો બાગ, ચારે બાજુથી 4 મીટર પહોળા રસ્તાથી ઘેરાયેલો છે. બાગનો વ્યાસ 66 મીટર છે. રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય ? ($\pi = 3.14$ લો).

14. એક વર્તુળાકાર ફૂલના બાગનું ક્ષેત્રફળ 314 મીટર^2 છે. બાગના કેન્દ્રમાં મૂકેલ પાણી છાંટવાનું મશીન, 12 મીટર ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર ભાગ પર પાણી છાંટી શકે છે. આ મશીન, આખા બાગને પાણી છાંટી શકે ? ($\pi = 3.14$ લો).



15. બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવેલ અંદરના અને બહારનાં વર્તુળોના પરિઘ શોધો ($\pi = 3.14$ લો).

16. એક પૈડાંની ત્રિજ્યા 28 સેમી છે. આ પૈડાંએ 352 મીટર અંતર કાપવા માટે કેટલા આંટા ફરવું પડે ? ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)

17. વર્તુળાકાર ચંદાવાળી ઘડિયાળનો મિનિટકાંટો 15 સેમી લાંબો છે. આ કાંટાનું ટોચનું બિંદુ 1 કલાકમાં કેટલું અંતર કાપશે ? ($\pi = 3.14$ લો).

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = આધાર $\times$ ઊંચાઈ

2. ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$ (તેમનાથી બનતાં સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ)

   = $\frac{1}{2} \times$ આધાર $\times$ ઊંચાઈ

3. વર્તુળાકાર પ્રદેશની સીમારેખાનું માપ તેનો પરિઘ કહેવાય છે. વર્તુળનો પરિઘ = πd, જ્યાં d = વર્તુળનો વ્યાસ અને $\pi = \frac{22}{7}$ અથવા $\pi = 3.14$ (આશરે).

4. વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2, જ્યાં r = વર્તુળની ત્રિજ્યા

પ્રકરણ 10

FL99KM

બીજગણિતીય પદાવલિ

10.1 પ્રાસ્તાવિક (Introduction)

આપણે ધોરણ-6માં કેટલીક બીજગણિતીય અભિવ્યક્તિ (algebric expression) શીખી ગયાં છીએ. જેવી કે $x + 3$, $y - 5$, $4x + 5$, $10y - 5$ વગેરે. આપણે જોયું કે અભિવ્યક્તિ આપણને કોયડાની રચના અને પ્રશ્નના ઉકેલ માટે કેટલી ઉપયોગી છે. કેટલીક અભિવ્યક્તિનાં ઉદાહરણ સાદા સમીકરણના પ્રકરણમાં આપણે જોઈ ગયાં છીએ.

અભિવ્યક્તિ એ બીજગણિતના પાયાનો ખ્યાલ છે. આ પ્રકરણમાં તેને આપણે બીજગણિતીય પદાવલિ તરીકે ઓળખીશું. તમે જ્યારે આ પ્રકરણનો અભ્યાસ કરશો ત્યારે તમે શીખશો કે બીજગણિતીય પદાવલિની રચના કેવી રીતે થાય છે, અને કેવી રીતે તેની કિંમત શોધી શકાય છે.

10.2 પદાવલિની રચના કેવી રીતે થાય છે ? (How are Expressions Formed ?)

આપણે સારી રીતે જાણીએ છીએ કે ચલ શું છે ? આપણે x, y, l, m જેવા અક્ષરોનો ઉપયોગ ચલને દર્શાવવા માટે કરીએ છીએ. **ચલ (variable)** જુદી-જુદી કિંમતો ધારણ કરી શકે છે. તેની કિંમત ચોક્કસ હોતી નથી. બીજી બાજુ **અચલ (constant)**ને ચોક્કસ કિંમત હોય છે. 4, 100, (–17) વગેરે અચલનાં ઉદાહરણ છે.

ચલ અને અચલના જોડાણથી બીજગણિતીય પદાવલિ (algebric expression) રચાય છે. આ માટે આપણે સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર જેવી ક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. ખરેખર તો આપણે $4x + 5$, $10y - 20$ જેવી બીજગણિતીય પદાવલિ શીખી ગયાં છીએ. પદાવલિ $4x + 5$ આપણને ચલ x નો અચલ 4 સાથે ગુણાકાર કરી તેમાં 5 ઉમેરવાથી મળે છે. તે જ રીતે $10y - 20$ એ પહેલાં y નો 10 વડે ગુણાકાર કરી તેમાંથી 20 બાદ કરતાં મળે છે.

ઉપરની પદાવલિ ચલ અને અચલના જોડાણથી મેળવી શક્યા છીએ. આપણે એવી પદાવલિ મેળવીશું કે જેમાં ચલનું પોતાની સાથે અથવા બીજા ચલ સાથે જોડાણ થયેલું હોય. નીચેની પદાવલિ કેવી રીતે મેળવી છે તે જુઓ :

$$x^2,\ 2y^2,\ 3x^2 - 5,\ xy,\ 4xy + 7$$

(i) પદાવલિ x^2 એ ચલ xના તેની સાથેના ગુણાકાર વડે મળે છે.

$$x \times x = x^2$$

જેમ $4 \times 4 = 4^2$ લખીએ છીએ તેમ $x \times x = x^2$ લખાય. તેને સામાન્ય રીતે xનો વર્ગ એમ વંચાય છે.

(આગળ આપણે ઘાત અને ઘાતાંકના પ્રકરણમાં જોઈશું કે x^2 ને x ની બે ઘાત એમ વંચાય.)

તે જ રીતે આપણે $x \times x \times x = x^3$ લખીએ છીએ.

સામાન્ય રીતે x^3 ને "xનો ઘન" એમ વંચાય છે. x^3ને x ની ત્રણ ઘાત એમ પણ વંચાય.

x, x^2 ,x^3,.... એ તમામ xમાંથી મળતી બીજગણિતીય પદાવલિ છે.

(ii) પદાવલિ $2y^2$ એ y વડે મેળવાય છે : $2y^2 = 2 \times y \times y$

અહીં yનો y સાથે ગુણાકાર કરવાથી y^2 મળે છે અને પછી y^2 નો અચલ 2 સાથે ગુણાકાર કરવામાં આવે છે.

આ પ્રયત્ન કરો

નીચેનાં પદ કેવી રીતે મેળવવામાં આવે છે તે વર્ણવો.

$7xy + 5, x^2y, 4x^2 - 5x$

(iii) $3x^2 - 5$ માં પહેલાં x^2 લઈ તેને 3 વડે ગુણાકાર કરી $3x^2$ મેળવવામાં આવે છે. $3x^2$ માંથી 5 બાદ કરી છેવટે $3x^2 - 5$ મળે છે.

(iv) xy માં આપણે ચલ x નો બીજા ચલ y સાથે ગુણાકાર કરીએ છીએ. આમ, $x \times y = xy$.

(v) $4xy + 7$માં પહેલા xy લઈ તેનો 4 સાથે ગુણાકાર કરી $4xy$ મેળવી તેમાં 7 ઉમેરી $4xy + 7$ પદાવલિ મેળવવામાં આવે છે.

10.3 પદાવલિના પદ (Terms of an Expression) :

CLBE9Q

આગળ આપણે જે પદાવલિની રચના શીખી ગયાં તેની પદ્ધતિસરની રચના આપણે જોઈએ. આ માટે આપણને પદાવલિના **પદ** અને તેના **અવયવ**ની સમજણ હોવી જરૂરી છે.

$(4x + 5)$ અભિવ્યક્તિ લઈએ. આ પદાવલિની રચના માટે પહેલાં આપણે 4 અને x નો ગુણાકાર કરી તેમાં 5 ઉમેરીએ છીએ તે જ રીતે પદાવલિ $(3x^2 + 7y)$માં પહેલાં 3, x અને xનો ગુણાકાર કરી $3x^2$ મેળવીએ છીએ તે જ રીતે 7 અને y નો ગુણાકાર કરી $7y$ મેળવીએ છીએ. $3x^2$ અને $7y$ નો સરવાળો કરી આપેલ પદાવલિ મેળવીએ છીએ.

તમે જોયું હશે કે આપણે આ જ રીતે પદાવલિ બનાવી છે. તેમાંના ભાગોને અલગ રીતે મેળવી અને પછી સરવાળો કરવામાં આવ્યો. પદાવલિના આ ભાગો કે જેને અલગ રીતે મેળવીને સરવાળો કરવામાં આવ્યો તે ભાગોને **પદ** તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. પદાવલિ $(4x^2 - 3xy)$ જુઓ. આપણે કહી શકીશું કે તેમાં બે પદ $4x^2$ અને $-3xy$ છે. $4x^2$ એ 4, x અને x નો ગુણાકાર જ્યારે પદ $(-3xy)$ એ (-3), x અને y નો ગુણાકાર છે.

પદાવલિની રચના માટે પદોનો સરવાળો કરવામાં આવે છે. પદાવલિ $4x + 5$ એ પદ $4x$ અને 5નો સરવાળો કરી મેળવવામાં આવે છે. $4x^2$ અને $(-3xy)$નો સરવાળો કરી $(4x^2 - 3xy)$ મેળવવામાં આવે છે. કારણ કે $4x^2 + (-3xy) = 4x^2 - 3xy$.

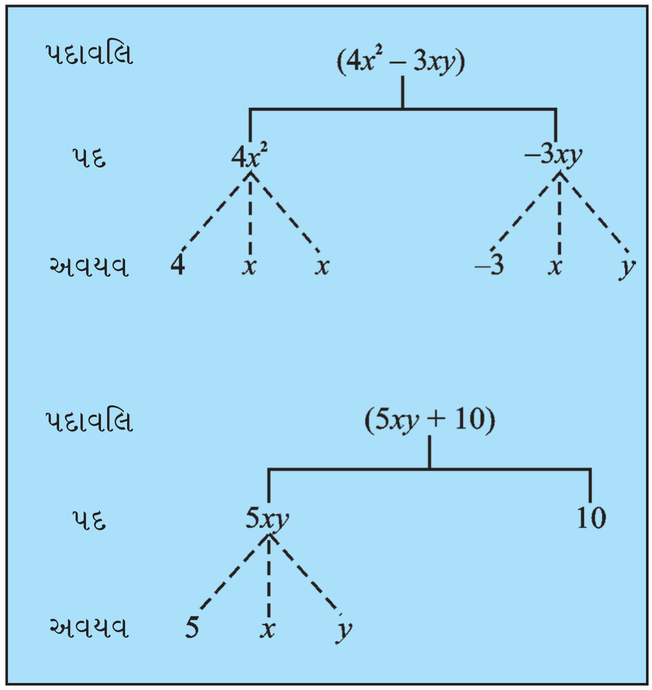
> નોંધો કે ઋણ ચિહ્ન(–)નો પદમાં સમાવેશ કરેલ છે. પદાવલિ $4x^2 - 3xy$ માં આપણે પદ $(-3xy)$ લીધું છે $3xy$ નહીં અને તેથી જ આપણે પદ ઉમેરવું કે બાદ કરવું તે કહેવાની જરૂર નથી. પદાવલિની રચનામાં ઉમેરવું એમ કહેવું પૂરતું છે.

પદના અવયવ (Factors of a term)

આપણે જોઈ ગયાં કે પદાવલિ $(4x^2 - 3xy)$ એ બે પદ $4x^2$ અને $-3xy$ની બનેલી છે. પદ $4x^2$ એ 4, x અને x નો ગુણાકાર છે. આપણે કહીશું કે, 4, x અને x એ $4x^2$ ના અવયવ છે. આપેલું પદ એ તેના અવયવોનો ગુણાકાર છે. પદ $-3xy$ એ અવયવ -3, x અને y નો ગુણાકાર છે.

આપણે પદાવલિ અને તેના પદ તથા તે પદોના અવયવને "ટ્રી ચાર્ટ" (વૃક્ષ જેવી રચના) વડે સરળ અને સુંદર રીતે દર્શાવી શકીએ. $(4x^2 - 3xy)$ પદાવલિનો ટ્રી ચાર્ટ બાજુની આકૃતિમાં બતાવેલ છે.

નોંધો કે, ટ્રી ચાર્ટમાં અવયવ અને પદને જુદા પાડવા માટે આપણે તૂટક રેખાનો ઉપયોગ અવયવ અને રેખાનો ઉપયોગ પદ માટે કરીએ છીએ.



પદાવલિ $5xy + 10$ માટે રેખાકૃતિ જુઓ.

અવયવ એ છે કે જેમનું આગળ અવયવીકરણ થઈ શકતું નથી. તેથી આપણે $5xy$ ને $5 \times xy$ લખી શકતાં નથી. કારણ કે xy નું અવયવીકરણ થઈ શકે છે. તે જ રીતે, x^3 એ પદ હોય તો તેને $x \times x \times x$ લખાશે, નહિ કે $x^2 \times x$. એ યાદ રાખો કે 1 ને અલગ અવયવ તરીકે લેવામાં આવતો નથી.

સહગુણક (Coefficient)

આપણે શીખી ગયાં કે પદને અવયવના ગુણાકાર વડે કેવી રીતે લખી શકાય. તેમાંનો એક અવયવ સંખ્યાત્મક (numerical) અને બીજો બીજગણિતીય હશે (એટલે કે ચલને સમાવતા હશે). સંખ્યાત્મક અવયવને સંખ્યાત્મક સહગુણક અથવા પદના **સહગુણક** તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. તેને બાકીના પદ માટેનો સહગુણક કહે છે (જે દેખીતી રીતે પદના બીજગણિતીય અવયવો (algebric factors)ના ગુણાકારથી મળે છે). આમ, $5xy$ માં 5 એ પદનો સહગુણક છે. તે xy નો પણ સહગુણક છે. $10xyz$ પદમાં 10 એ xyz નો સહગુણક છે. પદ $-7x^2y^2$ માં -7 એ x^2y^2 નો સહગુણક છે.

આ પ્રયત્ન કરો

1. નીચેની પદાવલિઓમાં કયાં પદો છે ? પદો કેવી રીતે બન્યા છે તે દર્શાવો. દરેક પદાવલિ માટે ટ્રી ચાર્ટ બનાવો :

   $8y + 3x^2$, $7mn - 4$, $2x^2y$
2. 4 પદો વાળી ત્રણ પદાવલિઓ લખો.

જ્યારે પદનો સહગુણક +1 હોય ત્યારે તેને સામાન્ય રીતે અવગણવામાં આવે છે. દાખલા તરીકે $1x$ ને x લખવામાં આવે છે. $1x^2y^2$ ને x^2y^2 લખવામાં આવે છે. સહગુણક (-1) એ માત્ર ઋણ ચિહ્ન જ સૂચવે છે. આમ $(-1)x$ ને $-x$ લખવામાં આવે છે. $(-1)x^2y^2$ ને $-x^2y^2$ લખવામાં આવે છે.

આ પ્રયત્ન કરો

નીચેની પદાવલિઓમાં પદોના સહગુણકો ઓળખો :

$4x - 3y$, $a + b + 5$, $2y + 5$, $2xy$

કેટલીક વખતે સહગુણક શબ્દનો ઉપયોગ ઘણો વ્યાપક રીતે કરવામાં આવે છે. આમ આપણે કહી શકીએ કે $5xy$ પદમાં 5 એ xy નો સહગુણક છે. x એ $5y$ નો સહગુણક છે અને y એ $5x$નો સહગુણક છે. $10xy^2$ માં 10 એ xy^2 નો સહગુણક છે. x એ $10y^2$ નો અને y^2 એ $10x$ નો સહગુણક છે. આમ વધુ વ્યાપક રીતે સહગુણક એ સંખ્યાત્મક અવયવ અથવા બીજગણિતીય અવયવ અથવા બે કે વધુ અવયવનો ગુણાકાર છે. તેને બાકીના અવયવોના ગુણાકારનો સહગુણક કહે છે.

ઉદાહરણ 1 : નીચેની પદાવલિઓમાં અચળ સિવાયના પદો દર્શાવો. તેમના સંખ્યાત્મક સહગુણકો લખો.

$$xy + 4,\ 13 - y^2,\ 13 - y + 5y^2,\ 4p^2q - 3pq^2 + 5$$

ઉકેલ

ક્રમ	પદાવલિ	પદ (જે અચળ નથી)	સંખ્યાત્મક સહગુણક
(i)	$xy + 4$	xy	1
(ii)	$13 - y^2$	$-y^2$	-1
(iii)	$13 - y + 5y^2$	$-y$ $5y^2$	-1 5
(iv)	$4p^2q - 3pq^2 + 5$	$4p^2q$ $-3pq^2$	4 -3

ઉદાહરણ 2

(a) નીચેની પદાવલિમાં xના સહગુણક કયા છે તે લખો.

$4x - 3y,\ 8 - x + y,\ y^2x - y,\ 2z - 5xz$

(b) નીચેની પદાવલિમાં y ના સહગુણક કયા છે તે લખો.

$4x - 3y,\ 8 + yz,\ yz^2 + 5,\ my + m$

ઉકેલ

(a) દરેક પદાવલિમાં આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે x એક અવયવ છે. પદનો બાકીનો ભાગ એ x નો સહગુણક છે.

ક્રમ	પદાવલિ	અવયવ x સાથેનું પદ	x નો સહગુણક
(i)	$4x - 3y$	$4x$	4
(ii)	$8 - x + y$	$-x$	-1
(iii)	$y^2x - y$	y^2x	y^2
(iv)	$2z - 5xz$	$-5xz$	$-5z$

(b) ઉપર પ્રમાણેની સમાન પદ્ધતિથી.

ક્રમ	પદાવલિ	અવયવ y સાથેનું પદ	y નો સહગુણક
(i)	$4x - 3y$	$-3y$	-3
(ii)	$8 + yz$	yz	z
(iii)	$yz^2 + 5$	yz^2	z^2
(iv)	$my + m$	my	m

10.4 સજાતીય અને વિજાતીય પદ (Like and Unlike Terms) :

જે પદમાં સમાન બીજગણિતીય અવયવો હોય, તે પદોને **સજાતીય પદો** કહે છે. જ્યારે પદમાં અસમાન બીજગણિતીય અવયવો હોય તો તેને **વિજાતીય પદ** કહે છે. દાખલા તરીકે પદાવલિ $2xy - 3x + 5xy - 4$ના પદ $2xy$ અને $5xy$ જુઓ. $2xy$ના અવયવ 2, x અને y છે. $5xy$ના અવયવ 5, x અને y છે. આમ

CLKABD

તેમના બીજગણિતીય (એટલે કે તે ચલના બનેલા) અવયવ સરખા છે તેથી તે સજાતીય પદ છે. બીજી બાજુ $2xy$ અને $-3x$માં બીજગણિતીય અવયવ જુદા જુદા છે. તેથી તેઓ વિજાતીય પદ છે. તે જ રીતે પદ $2xy$ અને 4 એ વિજાતીય પદ છે. $-3x$ અને 4 પણ વિજાતીય પદ છે.

પ્રયત્ન કરો

નીચે આપેલામાંથી સજાતીય પદોનું જૂથ બનાવો.

$12x, 12, -25x, -25, -25y, 1, x, 12y, y$

10.5 (એકપદી) (Monomials), (દ્વિપદી) (Binomials), (ત્રિપદી) (Trinomials) અને (બહુપદી) (Polynomials)

એવી પદાવલિ કે જેમાં માત્ર એક જ પદ હોય તો તેને એકપદી કહેવાય.

દા.ત. $7xy$, $-5m$, $3z^2$, 4 વગેરે

એવી પદાવલિ કે જેમાં બે વિજાતીય પદો હોય તો તેને **દ્વિપદી** કહે છે. $x + y$, $m - 5$, $mn + 4m$, $a^2 - b^2$ વગેરે. પદાવલિ $10pq$ એ દ્વિપદી નથી. તે એકપદી છે. પદાવલિ $(a + b + 5)$ એ દ્વિપદી નથી કારણ કે તેમાં ત્રણ પદ છે.

એવી પદાવલિ કે જેમાં ત્રણ પદ હોય, તેને **ત્રિપદી** કહે છે. પદાવલિ $x + y + 7$, $ab + a + b$, $3x^2 - 5x + 2$, $m + n + 10$ એ ત્રિપદી છે. પદાવલિ $ab + a + b + 5$ એ **ત્રિપદી** નથી કારણ કે તેમાં ત્રણ નહિ પણ 4 પદ છે. પદાવલિ $x + y + 5x$ એ ત્રિપદી નથી, કારણ કે x અને $5x$ એ સજાતીય પદ છે.

પ્રયત્ન કરો

નીચે આપેલ પદાવલિઓને એકપદી, દ્વિપદી અને ત્રિપદીમાં વર્ગીકૃત કરો.

$a + b$, $ab + a + b$, $ab + a + b - 5$, xy, $xy + 5$, $5x^2 - x + 2$, $4pq - 3q + 5p$, 7, $4m - 7n + 10$, $4mn + 7$.

ટૂંકમાં, આપેલ પદાવલિમાં એક અથવા વધુ પદો હોય તો તેને **બહુપદી** કહે છે. આમ એકપદી, દ્વિપદી અને ત્રિપદી એ બહુપદી છે.

ઉદાહરણ 3 કારણ સહિત કહો કે નીચે આપેલાં પદની જોડમાંથી ક્યાં પદ સજાતીય અને ક્યા પદ વિજાતીય છે.

(i) $7x, 12y$ (ii) $15x, -21x$ (iii) $-4ab, 7ba$ (iv) $3xy, 3x$

(v) $6xy^2, 9x^2y$ (vi) $pq^2, -4pq^2$ (vii) $mn^2, 10\,mm$

ઉકેલ

ક્રમ	જોડ	અવયવો	બીજગણિતીય અવયવો સરખા છે કે જુદા	સજાતીય કે વિજાતીય	નોંધ
(i)	$7x$ $12y$	$\left.\begin{matrix}7, x\\ 12, y\end{matrix}\right\}$	જુદા	વિજાતીય	પદોમાં ચલ જુદા જુદા છે.
(ii)	$15x$ $-21x$	$\left.\begin{matrix}15, x\\ -21, x\end{matrix}\right\}$	સરખા	સજાતીય	
(iii)	$-4ab$ $7ba$	$\left.\begin{matrix}-4, a, b\\ 7, a, b\end{matrix}\right\}$	સરખા	સજાતીય	યાદ રાખો કે $ab = ba$

(iv)	$3xy$ $3x$	$\left.\begin{matrix}3, x, y\\3, x\end{matrix}\right\}$	જુદા	વિજાતીય	ચલ y માત્ર એક જ પદમાં છે.
(v)	$6xy^2$ $9x^2y$	$\left.\begin{matrix}6, x, y, y\\9, x, x, y\end{matrix}\right\}$	જુદા	વિજાતીય	બે પદોમાં ચલ સરખા છે પરંતુ ઘાત સમાન નથી.
(vi)	pq^2 $-4pq^2$	$\left.\begin{matrix}1, p, q, q\\-4, p, q, q\end{matrix}\right\}$	સરખા	સજાતીય	નોંધો કે સંખ્યાત્મક અવયવ 1 દેખાતો નથી.
(vii)	mn^2 $10mn$	$\left.\begin{matrix}m, n, n\\10, m, n\end{matrix}\right\}$	જુદા	વિજાતીય	n ના ઘાત સરખા નથી.

નીચેનાં પગથિયાં તમને આપેલાં પદ **સજાતીય** છે કે **વિજાતીય** તે નક્કી કરવામાં ઉપયોગી થશે.

(i) સંખ્યાત્મક સહગુણકને અવગણો. પદના બીજગણિતીય ભાગ પર ધ્યાન આપો.

(ii) પદમાંના ચલને તપાસો. તે સરખા જ હોવા જોઈએ.

(iii) હવે, પદમાંના દરેક ચલના ઘાતાંક (power/index/exponent) તપાસો. તે પણ સરખા જ હોવા જોઈએ.

ધ્યાને લો કે સજાતીય પદ નક્કી કરવા માટે બે બાબતોનો કોઈ જ વાંધો નથી : (1) પદના સહગુણક (2) પદમાં ગુણાકાર સ્વરૂપે ગોઠવાયેલા ચલનો ક્રમ.

સ્વાધ્યાય 10.1

1. નીચે આપેલી બાબતોમાં ચલ, અચલ અને ગાણિતિક પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરી બીજગણિતીય પદાવલિઓ બનાવો.
   (i) yમાંથી z બાદ કરો.
   (ii) x અને yના સરવાળાના અડધા.
   (iii) સંખ્યા zનો તે જ સંખ્યા સાથેનો ગુણાકાર
   (iv) p અને qના ગુણાકારનો ચતુર્થ ભાગ
   (v) x અને y બંને સંખ્યાનો વર્ગ અને તેમનો સરવાળો
   (vi) m અને n સંખ્યાના ગુણાકારના ત્રણ ગણામાં 5 ઉમેરતાં
   (vii) y અને zના ગુણાકારને 10માંથી બાદ કરતાં
   (viii) a અને bના ગુણાકારમાંથી તેમનો સરવાળો બાદ કરતાં

2. (i) નીચે આપેલ પદાવલિમાંથી પદ અને તેમના અવયવ ઓળખી કાઢો.
   આ પદ અને અવયવને ટ્રી ચાર્ટ વડે દર્શાવો.
   (a) $x - 3$ (b) $1 + x + x^2$ (c) $y - y^3$
   (d) $5xy^2 + 7x^2y$ (e) $-ab + 2b^2 - 3a^2$
   (ii) નીચે આપેલી પદાવલિમાંથી પદ અને અવયવ ઓળખી કાઢો.
   (a) $-4x + 5$ (b) $-4x + 5y$ (c) $5y + 3y^2$
   (d) $xy + 2x^2y^2$ (e) $pq + q$ (f) $1.2ab - 2.4\,b + 3.6\,a$
   (g) $\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$ (h) $0.1\,p^2 + 0.2\,q^2$

3. નીચે આપેલી પદાવલિમાં (અચલ સિવાયના) પદનો સંખ્યાત્મક સહગુણક શોધીને લખો.

(i) $5 - 3t^2$ (ii) $1 + t + t^2 + t^3$ (iii) $x + 2xy + 3y$
(iv) $100m + 1000n$ (v) $-p^2q^2 + 7pq$ (vi) $1.2\,a + 0.8\,b$
(vii) $3.14\,r^2$ (viii) $2\,(l + b)$ (ix) $0.1\,y + 0.01\,y^2$

4. (a) x વાળાં પદો શોધો અને તેમાં xના સહગુણક લખો.

(i) $y^2x + y$ (ii) $13y^2 - 8yx$ (iii) $x + y + 2$
(iv) $5 + z + zx$ (v) $1 + x + xy$ (vi) $12xy^2 + 25$ (vii) $7x + xy^2$

(b) y^2 વાળું પદ શોધી તેમાં y^2નો સહગુણક લખો.

(i) $8 - xy^2$ (ii) $5y^2 + 7x$ (iii) $2x^2y - 15\,xy^2 + 7y^2$

5. નીચેનાનું એકપદી, દ્વિપદી અને ત્રિપદીમાં વર્ગીકરણ કરો.

(i) $4y - 7z$ (ii) y^2 (iii) $x + y - xy$ (iv) 100
(v) $ab - a - b$ (vi) $5 - 3t$ (vii) $4p^2q - 4pq^2$ (viii) $7mn$
(ix) $z^2 - 3z + 8$ (x) $a^2 + b^2$ (xi) $z^2 + z$ (xii) $1 + x + x^2$

6. નીચે આપેલી જોડ સજાતીય કે વિજાતીય પદોની છે તે કહો.

(i) $1, 100$ (ii) $-7x, \frac{5}{2}x$ (iii) $-29x, -29y$
(iv) $14xy, 42yx$ (v) $4m^2p, 4mp^2$ (vi) $12xz, 12x^2z^2$

7. નીચેનામાંથી સજાતીય પદ શોધી કાઢો.

(a) $-xy^2, -4yx^2, 8x^2, 2xy^2, 7y, -11x^2, -100x, -11yx, 20x^2y, -6x^2, y, 2xy, 3x$

(b) $10pq, 7p, 8q, -p^2q^2, -7qp, -100q, -23, 12q^2p^2, -5p^2, 41, 2405p,$
$78qp, 13p^2q, qp^2, 701p^2$

10.6 આપેલી પદાવલિની કિંમત શોધવી (Finding the Value of an Expression)

D1U9B2

આપણે જાણીએ છીએ કે બીજગણિતીય પદાવલિની કિંમત તે પદાવલિની રચના કરતાં ચલની કિંમત પર આધારિત હોય છે. ઘણી એવી પરિસ્થિતિ હોય છે કે જેમાં આપણને પદાવલિની કિંમત શોધવાની જરૂર પડે છે. જેમ કે જ્યારે આપણને એમ થાય કે આપેલ ચલની ચોક્કસ કિંમત સમીકરણનું સમાધાન કરે છે કે નહિ તે ચકાસવા માટે.

ભૂમિતિના સૂત્રના ઉપયોગમાં અને રોજિંદા ગણિતમાં આપણે પદાવલિની કિંમત શોધી તેનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. દા.ત. ચોરસનું ક્ષેત્રફળ l^2 છે. જ્યાં l એ ચોરસની એક બાજુની લંબાઈ છે. જો $l = 5$ સેમી તો ક્ષેત્રફળ 5^2 સેમી^{2} અથવા 25 સેમી^{2} છે. જો બાજુ 10 સેમી હોય તો ક્ષેત્રફળ 10^2 સેમી^{2} અથવા 100 સેમી^{2} થાય. હવે પછીના ભાગમાં આપણે આ પ્રકારનાં વધુ ઉદાહરણો જોઈશું.

ઉદાહરણ 4 $x = 2$ માટે નીચે આપેલી પદાવલિની કિંમત શોધો.

(i) $x + 4$ (ii) $4x - 3$ (iii) $19 - 5x^2$ (iv) $100 - 10x^3$

ઉકેલ $x = 2$ મૂકતાં,

(i) આપણે $x + 4$ની કિંમત શોધીએ.

એટલે કે $x + 4 = 2 + 4 = 6$

(ii) $4x - 3$ માં આપણે

$4x - 3 = (4 \times 2) - 3 = 8 - 3 = 5$ મેળવીશું.

(iii) $19 - 5x^2$ માં આપણે

$19 - 5x^2 = 19 - (5 \times 2^2) = 19 - (5 \times 4) = 19 - 20 = (-1)$ મેળવીશું.

(iv) $100 - 10x^3$ માં આપણે

$100 - (10 \times 2^3) = 100 - (10 \times 8)$ (નોંધ : $2^3 = 8$ થાય.)

$= 100 - 80 = 20$

ઉદાહરણ 5 $n = -2$ માટે નીચેની પદાવલિઓની કિંમત શોધો.

(i) $5n - 2$ (ii) $5n^2 + 5n - 2$ (iii) $n^3 + 5n^2 + 5n - 2$

ઉકેલ

(i) $n = -2$ કિંમત $5n - 2$ માં મૂકતાં

$5(-2) - 2 = -10 - 2 = -12$

(ii) $5n^2 + 5n - 2$ માં

$n = -2$, માટે $5n - 2 = -12$

અને $5n^2 = 5 \times (-2)^2 = 5 \times 4 = 20$ [જ્યાં $(-2)^2 = 4$]

સાથે લખતાં,

$5n^2 + 5n - 2 = 20 - 12 = 8$

(iii) હવે $n = -2$ માટે

$5n^2 + 5n - 2 = 8$ અને

$n^3 = (-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = (-8)$

હવે, સાથે લખતાં,

$n^3 + 5n^2 + 5n - 2 = -8 + 8 = 0$

હવે, આપણે બે ચલની પદાવલિ જોઈશું. ઉદારણ તરીકે, $x + y$ અને xy બે ચલ ધરાવતી પદાવલિની સંખ્યાત્મક કિંમત શોધીએ. અહીં આપણને બંને ચલની કિંમતની જરૂર પડશે. જેમ કે, $x = 3$ અને $y = 5$ માટે $(x + y)$ ની કિંમત $3 + 5 = 8$ થશે.

ઉદાહરણ 6 $a = 3$ અને $b = 2$ માટે નીચેની પદાવલિની કિંમત શોધો.

(i) $a + b$ (ii) $7a - 4b$ (iii) $a^2 + 2ab + b^2$ (iv) $a^3 - b^3$

ઉકેલ $a = 3$ અને $b = 2$ મૂકતાં

(i) $a + b = 3 + 2 = 5$

(ii) $7a - 4b$ માટે

$7a - 4b = 7 \times 3 - 4 \times 2 = 21 - 8 = 13$

(iii) $a^2 + 2ab + b^2$ માટે

$a^2 + 2ab + b^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 2 + 2^2 = 9 + 2 \times 6 + 4 = 9 + 12 + 4 = 25$

(iv) $a^3 - b^3$ માટે

$a^3 - b^3 = 3^3 - 2^3 = 3 \times 3 \times 3 - 2 \times 2 \times 2 = 9 \times 3 - 4 \times 2 = 27 - 8 = 19$

સ્વાધ્યાય 10.2

1. જો $m = 2$ હોય તો નીચેનાં પદોની કિંમત શોધો :

   (i) $m - 2$ (ii) $3m - 5$ (iii) $9 - 5m$

   (iv) $3m^2 - 2m - 7$ (v) $\frac{5m}{2} - 4$

2. જો $p = -2$ હોય, તો નીચેનાની કિંમત શોધો :

   (i) $4p + 7$ (ii) $-3p^2 + 4p + 7$ (iii) $-2p^3 - 3p^2 + 4p + 7$

3. $x = -1$ માટે નીચેની પદાવલિની કિંમત શોધો.

   (i) $2x - 7$ (ii) $-x + 2$ (iii) $x^2 + 2x + 1$

   (iv) $2x^2 - x - 2$

4. જો $a = 2$ અને $b = -2$ હોય તો નીચેનાંની કિંમત શોધો :

   (i) $a^2 + b^2$ (ii) $a^2 + ab + b^2$ (iii) $a^2 - b^2$

5. $a = 0$, $b = -1$ માટે આપેલ પદાવલિની કિંમત શોધો.

   (i) $2a + 2b$ (ii) $2a^2 + b^2 + 1$ (iii) $2a^2b + 2ab^2 + ab$

   (iv) $a^2 + ab + 2$

6. આપેલી પદાવલિઓનું સાદું રૂપ આપી $x = 2$ માટે કિંમત શોધો.

   (i) $x + 7 + 4 (x - 5)$ (ii) $3 (x + 2) + 5x - 7$

   (iii) $6x + 5 (x - 2)$ (iv) $4 (2x - 1) + 3x + 11$

7. આપેલી પદાવલિઓનું સાદું રૂપ આપો અને $x = 3$, $a = -1$ અને $b = -2$ લઈ કિંમત શોધો.

   (i) $3x - 5 - x + 9$ (ii) $2 - 8x + 4x + 4$

   (iii) $3a + 5 - 8a + 1$ (iv) $10 - 3b - 4 - 5b$

   (v) $2a - 2b - 4 - 5 + a$

8. (i) જો $z = 10$ હોય તો, $z^3 - 3 (z - 10)$ની કિંમત શોધો.

   (ii) $p = -10$ હોય તો, $p^2 - 2p - 100$ની કિંમત શોધો.

9. $x = 0$ માટે $2x^2 + x - a$ ની કિંમત 5 હોય તો aની કિંમત શોધો.

10. આપેલી પદાવલિનું સાદુંરૂપ આપી $a = 5$ અને $b = -3$ માટે કિંમત શોધો.

    $2 (a^2 + ab) + 3 - ab$

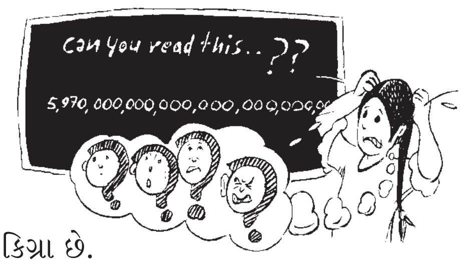
આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. બીજગણિતીય પદાવલિ ચલ અને અચલની બનેલી હોય છે. આપણે પદાવલિની રચના કરવામાં **સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર** અને **ભાગાકાર** જેવી ક્રિયાઓ પદાવલિના ચલ અને અચલ પર કરીએ છીએ. ઉદાહરણ તરીકે પદાવલિ $4xy + 7$ એ ચલ x અને y તથા અચલ પદ 4 અને અચલ 4 અને ચલ x અને yનો ગુણાકાર કરી $4xy$ મેળવવામાં આવે છે. જેમાં 7 ઉમેરી આ પદાવલિ 7ની બનેલી છે. બનાવવામાં આવે છે.
2. પદાવલિ **પદ**ની બનેલી હોય છે. પદોના **સરવાળા**થી પદાવલિ બને છે. દાખલા તરીકે પદો $4xy$ અને 7નો સરવાળો પદાવલિ $4xy + 7$ બનાવે છે.
3. પદ એ **અવયવોનો ગુણાકાર** છે. પદાવલિ $4xy + 7$ માં $4xy$ એ અવયવ x, y અને 4નો ગુણાકાર છે. અવયવ જો ચલ હોય તો તેને **બીજગણિતીય અવયવ (algebric factor)** કહે છે.
4. **સહગુણક** એ પદમાં આંકડાકીય અવયવ છે. કેટલીક વખત પદમાંના કોઈ પણ અવયવને તે પદના બાકીના ભાગનો સહગુણક કહે છે.
5. પદાવલિમાં એક અથવા વધુ પદ હોય તો તેને **બહુપદી** કહે છે. ખાસ કરીને જો એક જ પદ પદાવલિમાં હોય તો તેને **એકપદી**, પદાવલિમાં બે પદ હોય તો **દ્વિપદી** અને ત્રણ પદ હોય તો તેને ત્રિપદી કહે છે.
6. પદો કે જેમાં સરખા બીજગણિતીય અવયવો હોય તો તે **સજાતીય પદો** છે. પદો કે જેમાં ભિન્ન બીજગણિતીય અવયવો હોય તો તે **વિજાતીય પદો** છે. આમ, પદો $4xy$ અને $-3xy$ સજાતીય પદો છે પરંતુ પદો $4xy$ અને$-3x$ સજાતીય પદો નથી.
7. એવી સ્થિતિં, જેમ કે સમીકરણ ઉકેલવું અને સૂત્રનો ઉપયોગ કરવામાં આપણે પદાવલિની કિંમત શોધીએ છીએ. પદાવલિની કિંમત પદાવલિની રચના કરતા ચલની કિંમત પર આધાર રાખે છે. આમ $7x - 3$ ની કિંમત $x = 5$ માટે 32 છે, જ્યાં $7(5) - 3 = 35 - 3 = 32$.

પ્રકરણ 11

ઘાત અને ઘાતાંક

FLI5MA



11.1 પ્રાસ્તાવિક (Introduction)

શું તમે જાણો છો કે પૃથ્વીનું દળ કેટલું છે ? હા, તે 5, 976, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 કિગ્રા છે. તમે આ સંખ્યા વાંચી શકશો ?

યુરેનસનું દળ 86, 800, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 કિગ્રા છે.

કોનું દળ વધુ છે પૃથ્વીનું કે યુરેનસનું ?

સૂર્ય અને શનિ વચ્ચેનું અંતર 1, 433, 500, 000, 000 મીટર તેમજ સૂર્ય અને યુરેનસ વચ્ચેનું અંતર 1, 439, 000, 000, 000 મીટર છે. શું તમે આ સંખ્યા વાંચી શકશો ? કયું અંતર ઓછું છે ?

આ એટલી મોટી સંખ્યા છે કે જે વાંચવા, સમજવા અને સરખામણી કરવામાં મુશ્કેલ છે. આ સંખ્યાને સરળતાથી વાંચવા, સમજવા અને તેમની સરખામણી કરવા માટે આપણે ઘાતાંકનો ઉપયોગ કરીશું. આ પ્રકરણમાં આપણે ઘાતાંક અને તેનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરવામાં આવે છે એ શીખીશું.

11.2 ઘાતાંક (Exponents) :

આપણે મોટી સંખ્યાને ઘાતાંકનો ઉપયોગ કરી ટૂંકમાં નીચે પ્રમાણે લખી શકીએ.

જુઓ $10{,}000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

ગુણાકાર $10 \times 10 \times 10 \times 10$ માટેનો ટૂંકો સંકેત 10^4 છે. અહીં '10'ને **આધાર (base)** અને '4'ને **ઘાતાંક** કહે છે. સંખ્યા 10^4 ને 10 ની 4 ઘાત એટલે કે દસની ચાર ઘાત એમ વાંચવામાં આવે છે. 10^4 ને 10000 નું ઘાતાંકીય સ્વરૂપ કહે છે.

તે જ રીતે આપણે 1000 ને 10ના ઘાતાંક સ્વરૂપે લઈ શકીએ.

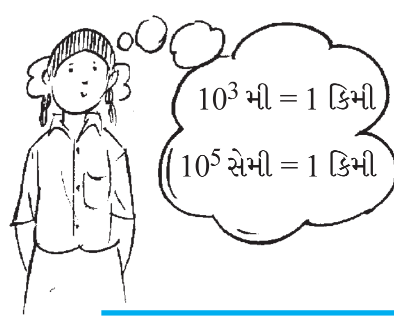
નોંધો કે,

$1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$

ફરીથી અહીં 10^3 એ, 1000 નું ઘાતાંકીય સ્વરૂપ છે.

તે જ રીતે, $1{,}00{,}000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$

10^5 એ 1,00,000 નું ઘાતાંકીય સ્વરૂપ છે. 10^3 ના કિસ્સામાં ઘાતાંક 3 અને 10^5 ના કિસ્સામાં ઘાતાંક 5 છે.

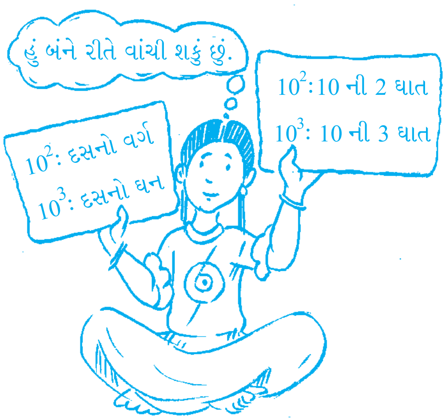


સંખ્યાઓને વિસ્તૃત સ્વરૂપે લખવા માટે આપણે 10, 100, 1000 જેવી સંખ્યાઓનો ઉપયોગ કર્યો છે.

ઉદાહરણ તરીકે, $47561 = 4 \times 10000 + 7 \times 1000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 1$.
આને આમ પણ લખી શકાય

$$4 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10 + 1$$

આ જ રીતે, સંખ્યાઓ 172, 5642 અને 6374ને લખવા પ્રયત્ન કરો. ઉપરનાં બધાં જ ઉદાહરણમાં આપણે જોયું કે સંખ્યાઓનો આધાર 10 છે. જો કે આધાર બીજી કોઈ સંખ્યા પણ હોઈ શકે.



જેમ કે, $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$ ને $81 = 3^4$ એમ લખી શકાય.
અહીં 3 એ આધાર છે અને 4 એ ઘાતાંક છે.
કેટલાક ઘાતાંકને ચોક્કસ નામ હોય છે. જેમ કે, 10^2, જેને 10ની બે ઘાત (10 raised to power 2) કહે છે. પણ તેને '10નો વર્ગ' (10 squared) એમ પણ કહેવાય. 10^3, જેને 10ની ત્રણ ઘાત કહે છે. તેને 10નો ઘન (10 cubed) પણ કહેવાય. 5^3(5નો ઘન)નો અર્થ શું થાય તે કહી શકશો ?
$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
તેથી, આપણે કહી શકીશું કે 125 એ 5ની 3 ઘાત છે.
5^3નો આધાર અને ઘાતાંક કયો છે ?
તે જ રીતે $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ જે 2ની પંચ ઘાત છે.
2^5 માં 2 એ આધાર અને 5 એ ઘાતાંક છે.
તેવી જ રીતે, $243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$
$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$
$625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

પ્રયત્ન કરો

આ પ્રકારનાં વધુ પાંચ ઉદાહરણ શોધો જેમાં સંખ્યાને ઘાતાંકીય સ્વરૂપે (exponential form) રજૂ કરી શકાય. દરેક કિસ્સામાં આધાર અને ઘાતાંક પણ ઓળખી કાઢો.

જ્યારે આધાર ઋણ પૂર્ણાંક હોય ત્યારે પણ આ રીતે વિસ્તૃત કરી લખી શકો.
$(-2)^3$ નો અર્થ શું છે ?
તે છે $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = (-8)$
$(-2)^4 = 16$ છે ? તે ચકાસો.
કોઈ ચોક્કસ સંખ્યા લેવાને બદલે આધાર તરીકે કોઈ પૂર્ણાંક a લઈએ અને સંખ્યાની જેમ લખતાં,

$a \times a = a^2$ (જે aનો વર્ગ અથવા aની બે ઘાત કહેવાય)
$a \times a \times a = a^3$ (જેને aનો ઘન અથવા aની ત્રણ ઘાત કહેવાય)
$a \times a \times a \times a = a^4$ (જેને aનો ચાર ઘાત અથવા aની ચતુર્થ ઘાત વંચાય)
....
$a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^7$ (જેને aની સાત ઘાત અથવા aનો સપ્ત ઘાત એમ વંચાય)
અને તે પરથી,
$a \times a \times a \times b \times b$ ને $a^3 b^2$ વડે દર્શાવી શકાય. (જેને a ઘન b વર્ગ વંચાય)
$a \times a \times b \times b \times b \times b$ ને $a^2 b^4$ વડે દર્શાવી શકાય. (જેને aની બે ઘાત bની ચાર ઘાત એમ વંચાય)

ઉદાહરણ 1 256ને 2ના ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવો.

ઉકેલ આપણી પાસે

$256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

તેથી આપણે કહી શકીએ કે $256 = 2^8$

ઉદાહરણ 2 2^3 અને 3^2 માં કઈ મોટી છે ?

ઉકેલ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ અને $3^2 = 3 \times 3 = 9$

$9 > 8$ તેથી 3^2 એ 2^3 થી મોટી છે.

ઉદાહરણ 3 8^2 અને 2^8 માંથી કઈ મોટી છે ?

ઉકેલ $8^2 = 8 \times 8 = 64$

$2^8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$

સ્પષ્ટ છે કે, $2^8 > 8^2$

પ્રયત્ન કરો

અભિવ્યક્તિ કરો :

(i) 729ને 3ની ઘાતમાં

(ii) 128ને 2ની ઘાતમાં

(iii) 343ને 7ની ઘાતમાં

ઉદાહરણ 4 વિસ્તરણ કરો $a^3 b^2$, $a^2 b^3$, $b^2 a^3$, $b^3 a^2$ શું તે બધા સરખા છે ?

ઉકેલ

$$a^3 b^2 = a^3 \times b^2 = (a \times a \times a) \times (b \times b) = a \times a \times a \times b \times b$$

$$a^2 b^3 = a^2 \times b^3 = a \times a \times b \times b \times b$$

$$b^2 a^3 = b^2 \times a^3 = b \times b \times a \times a \times a$$

$$b^3 a^2 = b^3 \times a^2 = b \times b \times b \times a \times a$$

નોંધો કે $a^3 b^2$ અને $a^2 b^3$ પદોના કિસ્સામાં a અને bના ઘાતાંક જુદા-જુદા છે. આમ $a^3 b^2$ અને $a^2 b^3$ જુદા જુદા છે.

બીજી બાજુ, $a^3 b^2$ અને $b^2 a^3$ એ સરખા છે. અહીં બંને પદોમાં a અને bના ઘાતાંક સરખા છે. તેમના અવયવના ક્રમનો કોઈ વાંધો નથી.

આ રીતે, $a^3 b^2 = a^3 \times b^2 = b^2 \times a^3 = b^2 a^3$ તે જ રીતે, $a^2 b^3$ અને $b^3 a^2$ સરખા છે.

ઉદાહરણ 5 નીચેની સંખ્યાઓને અવિભાજ્ય અવયવોની ઘાતના ગુણાકાર સ્વરૂપે દર્શાવો.

(i) 72 (ii) 432 (iii) 1000 (iv) 16000

ઉકેલ

(i) $72 = 2 \times 36 = 2 \times 2 \times 18$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 9$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

આમ, $72 = 2^3 \times 3^2$ (માંગેલા અવિભાજ્ય અવયવના ગુણાકાર સ્વરૂપ)

2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

(ii) $432 = 2 \times 216 = 2 \times 2 \times 108 = 2 \times 2 \times 2 \times 54$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 27 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 9$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

અથવા $432 = 2^4 \times 3^3$ (માગેલું સ્વરૂપ)

(iii) $1000 = 2 \times 500 = 2 \times 2 \times 250 = 2 \times 2 \times 2 \times 125$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 25 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$

અથવા $1000 = 2^3 \times 5^3$

> અતુલ આ ઉદાહરણને જુદી રીતે ઉકેલવા માંગે છે.
>
> $1000 = 10 \times 100 = 10 \times 10 \times 10$
>
> $= (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5)$ (જ્યાં $10 = 2 \times 5$)
>
> $= 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$
>
> અથવા $1000 = 2^3 \times 5^3$
>
> શું અતુલની રીત સાચી છે ?

(iv) $16{,}000 = 16 \times 1000 = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times 1000 = 2^4 \times 10^3$ (જ્યાં $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$)

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5) = 2^4 \times 2^3 \times 5^3$

(જ્યાં $1000 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$)

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (5 \times 5 \times 5)$

અથવા $16{,}000 = 2^7 \times 5^3$

ઉદાહરણ 6 કિંમત શોધો : $(1)^5, (-1)^3, (-1)^4, (-10)^3, (-5)^4$.

ઉકેલ

(i) $(1)^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

હકીકતમાં, તમને ખ્યાલ આવશે કે 1ના કોઈ પણ ઘાતની કિંમત 1 જ થાય.

> $(-1)^{\text{એકી સંખ્યા}} = -1$
>
> $(-1)^{\text{બેકી સંખ્યા}} = +1$

(ii) $(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = 1 \times (-1) = (-1)$

(iii) $(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1 \times 1 = 1$

તમે જોશો કે (–1) ના **એકી** ઘાત (odd power)ની કિંમત (–1) થાય અને (–1) ના **બેકી** ઘાત (even power)ની કિંમત (+1) થાય.

(iv) $(-10)^3 = (-10) \times (-10) \times (-10) = 100 \times (-10) = -1000$

(v) $(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 25 \times 25 = 625$

સ્વાધ્યાય 11.1

1. કિંમત શોધો :

(i) 2^6 (ii) 9^3 (iii) 11^2 (iv) 5^4

2. નીચે દર્શાવેલ સ્વરૂપને ઘાત સ્વરૂપે લખો.

(i) $6 \times 6 \times 6 \times 6$ (ii) $t \times t$ (iii) $b \times b \times b \times b$

(iv) $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$ (v) $2 \times 2 \times a \times a$ (vi) $a \times a \times a \times c \times c \times c \times c \times d$

3. નીચે દર્શાવેલ દરેક સંખ્યાને ઘાતસ્વરૂપે ઘાતાંક સંકેતનો ઉપયોગ કરીને લખો :
   (i) 512 (ii) 343 (iii) 729 (iv) 3125
4. નીચેના દરેકમાંથી શક્ય હોય ત્યાં મોટી સંખ્યા શોધી કાઢો.
   (i) 4^3 અને 3^4 (ii) 5^3 અને 3^5 (iii) 2^8 અને 8^2
   (iv) 100^2 અને 2^{100} (v) 2^{10} અને 10^2
5. નીચેના દરેકના અવિભાજ્ય અવયવ (prime factors) પાડીને તેના અવયવોને ઘાતના ગુણાકાર સ્વરૂપે દર્શાવો.
   (i) 648 (ii) 405 (iii) 540 (iv) 3,600
6. સાદુંરૂપ આપો :
   (i) 2×10^3 (ii) $7^2 \times 2^2$ (iii) $2^3 \times 5$ (iv) 3×4^4
   (v) 0×10^2 (vi) $5^2 \times 3^3$ (vii) $2^4 \times 3^2$ (viii) $3^2 \times 10^4$
7. સાદુંરૂપ આપો :
   (i) $(-4)^3$ (ii) $(-3) \times (-2)^3$ (iii) $(-3)^2 \times (-5)^2$ (iv) $(-2)^3 \times (-10)^3$
8. નીચેની સંખ્યાઓની સરખામણી કરો :
   (i) 2.7×10^{12} ; 1.5×10^8 (ii) 4×10^{14} ; 3×10^{17}

11.3 ઘાતાંકના નિયમો (Laws of Exponents)

CM42EN

11.3.1 સમાન આધારની ઘાતનો ગુણાકાર (Multiplying Powers with the Same Base)

(i) ચાલો ગણીએ : $2^2 \times 2^3$

$$2^2 \times 2^3 = (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 2^{2+3}$$

નોંધ કરો કે 2^2 અને 2^3 નો આધાર સરખો છે અને તેમના ઘાતાંકો એટલે કે 2 અને 3 નો સરવાળો 5 છે.

(ii) $$(-3)^4 \times (-3)^3 = [(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)] \times [(-3) \times (-3) \times (-3)]$$
$$= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$$
$$= (-3)^7$$
$$= (-3)^{4+3}$$

ફરીથી નોંધો કે, જો આધાર સરખો હોય તો ઘાતાંકોનો સરવાળો થાય, એટલે કે 4 અને 3નો સરવાળો 7 થાય.

(iii) $$a^2 \times a^4 = (a \times a) \times (a \times a \times a \times a)$$
$$= a \times a \times a \times a \times a \times a = a^6$$

(નોંધ : આધાર સરખો છે અને ઘાતાંકોનો સરવાળો $2 + 4 = 6$)

તે જ રીતે ચકાસો,

$$4^2 \times 4^2 = 4^{2+2}$$
$$3^2 \times 3^3 = 3^{2+3}$$

પ્રયત્ન કરો

સાદુંરૂપ આપો અને ઘાત સ્વરૂપે લખો :

(i) $2^5 \times 2^3$

(ii) $p^3 \times p^2$

(iii) $4^3 \times 4^2$

(iv) $a^3 \times a^2 \times a^7$

(v) $5^3 \times 5^7 \times 5^{12}$

(vi) $(-4)^{100} \times (-4)^{20}$

હવે, તમે યોગ્ય સંખ્યા આપેલા બૉક્સમાં લખી શકશો.

$$(-11)^2 \times (-11)^6 = (-11)^{\square}$$

$b^2 \times b^3 = b^{\square}$ (યાદ રાખો કે આધાર સરખો છે અને b પૂર્ણાંક છે.)

$c^3 \times c^4 = c^{\square}$ (c એ કોઈ પૂર્ણાંક છે.)

$d^{10} \times d^{20} = d^{\square}$

આ પરથી આપણે સામાન્ય રીતે તારવી શકીશું કે કોઈ પણ શૂન્ય સિવાયનો પૂર્ણાંક a હોય અને m અને n પૂર્ણ સંખ્યાઓ હોય તો.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

વિચારો !

ગણો $2^3 \times 3^2$

શું તમે ઘાતાંકોનો સરવાળો કરી શકશો ? ના, તમે જોયું, શા માટે ? 2^3 નો આધાર 2 છે જ્યારે 3^2 નો આધાર 3 છે. આધાર સરખા નથી.

11.3.2 સરખા આધાર પર ઘાતાંકોનો ભાગાકાર (Dividing Powers with the Same Base)

ચાલો સાદુંરૂપ આપીએ $3^7 \div 3^4$?

$$3^7 \div 3^4 = \frac{3^7}{3^4} = \frac{3\times3\times3\times3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3}$$

$$= 3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 3^{7-4}$$

આમ, $3^7 \div 3^4 = 3^{7-4}$

(નોંધ 3^7 અને 3^4 નો આધાર સરખો છે અને $3^7 \div 3^4$ એ 3^{7-4} બને છે.)

તે જ રીતે,

$$5^6 \div 5^2 = \frac{5^6}{5^2} = \frac{5\times5\times5\times5\times5\times5}{5\times5}$$

$$= 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4 = 5^{6-2}$$

અથવા, $5^6 \div 5^2 = 5^{6-2}$

શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક હોય ત્યારે,

$$a^4 \div a^2 = \frac{a^4}{a^2} = \frac{a\times a\times a\times a}{a\times a} = a \times a = a^2 = a^{4-2}$$

અથવા, $a^4 \div a^2 = a^{4-2}$

હવે, તમે ઝડપથી જવાબ આપી શકશો ?

$$10^8 \div 10^3 = 10^{8-3} = 10^5$$

$$7^9 \div 7^6 = 7^{\square}$$

$$a^8 \div a^5 = a^{\square}$$

શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંકો b અને c માટે,

$$b^{10} \div b^5 = b^{\square}$$

$$c^{100} \div c^{90} = c^{\square}$$

વ્યાપક રીતે, શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક a માટે,

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

જ્યાં m અને n પૂર્ણાંક સંખ્યા છે અને $m > n$.

પ્રયત્ન કરો

સાદુંરૂપ આપી તેને ઘાત સ્વરૂપે લખો :

(દા.ત. $11^6 \div 11^2 = 11^4$)

(i) $2^9 \div 2^3$ (ii) $10^8 \div 10^4$

(iii) $9^{11} \div 9^7$ (iv) $20^{15} \div 20^{13}$

(v) $7^{13} \div 7^{10}$

11.3.3 ઘાતનો ઘાત (Taking Power of a Power)

સાદું રૂપ આપો : $(2^3)^2$; $(3^2)^4$

હવે, $(2^3)^2$, નો અર્થ (2^3) નો તેની સાથેનો બે વખત ગુણાકાર

$$(2^3)^2 = 2^3 \times 2^3$$

$$= 2^{3+3} \quad (a^m \times a^n = a^{m+n})$$

$$= 2^6 = 2^{3\times 2}$$

આમ, $(2^3)^2 = 2^{3\times 2}$

તે જ રીતે, $(3^2)^4 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2$

$$= 3^{2+2+2+2}$$

$$= 3^8 \quad \text{(8 એ 2 અને 4નો ગુણાકાર છે)}$$

$$= 3^{2\times 4}$$

તમે કહી શકશો કે, $(7^2)^{10}$ ને સમાન શું થશે ?

અહીં, $(2^3)^2 = 2^{3\times 2} = 2^6$

$$(3^2)^4 = 3^{2\times 4} = 3^8$$

તે જ રીતે, $(7^2)^{10} = 7^{2\times 10} = 7^{20}$

$$(a^2)^3 = a^{2\times 3} = a^6$$
$$(a^m)^3 = a^{m\times 3} = a^{3m}$$

આ ઉપરથી આપણે તારવી શકીએ કે કોઈ શૂન્ય સિવાયનો પૂર્ણાંક 'a' હોય અને જ્યાં m અને n પૂર્ણ સંખ્યાઓ હોય, તો

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

આ પ્રયત્ન કરો

સાદું રૂપ આપી ઘાતાંક સ્વરૂપે જવાબ લખો :

(i) $(6^2)^4$ (ii) $(2^2)^{100}$

(iii) $(7^{50})^2$ (iv) $(5^3)^7$

ઉદાહરણ 7 $(5^2) \times 3$ અને $(5^2)^3$ માંથી કયું પદ મોટું છે તે તમે કહી શકશો ?

ઉકેલ $(5^2) \times 3$નો અર્થ 5^2નો 3 સાથેનો ગુણાકાર છે એટલે કે $5 \times 5 \times 3 = 75$

પરંતુ $(5^2)^3$ નો અર્થ 5^2નો પોતાની સાથેનો ત્રણ વખત ગુણાકાર છે. એટલે કે,

$$5^2 \times 5^2 \times 5^2 = 5^6 = 15,625$$

તેથી, $(5^2)^3 > (5)^2 \times 3$

11.3.4 સરખા ઘાતાંકના ઘાતનો ગુણાકાર (Multiplying Powers with the Same Exponents)

તમે $2^3 \times 3^3$ નું સાદું રૂપ આપી શકશો ? નોંધો કે અહીં બે પદો 2^3 અને 3^3 ના આધાર જુદા છે પણ ઘાતાંક સરખા છે.

હવે, $2^3 \times 3^3 = (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3)$

$= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$= 6 \times 6 \times 6$

$= 6^3$ (6 એ 2 વડે 3નો ગુણાકાર છે)

ગણો $4^4 \times 3^4 = (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)$

$= (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3)$

$= 12 \times 12 \times 12 \times 12$

$= 12^4$

ગણો $3^2 \times a^2 = (3 \times 3) \times (a \times a)$

$= (3 \times a) \times (3 \times a)$

$= (3 \times a)^2$

$= (3a)^2$ (નોંધ $3 \times a = 3a$)

આમ કરો

$a^m \times b^m = (ab)^m$; નો ઉપયોગ કરીને તે સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

(i) $4^3 \times 2^3$ (ii) $2^5 \times b^5$

(iii) $a^2 \times t^2$ (iv) $5^6 \times (-2)^6$

(v) $(-2)^4 \times (-3)^4$

તે જ રીતે, $a^4 \times b^4 = (a \times a \times a \times a) \times (b \times b \times b \times b)$

$= (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b)$

$= (a \times b)^4$

$= (ab)^4$ (નોંધ $a \times b = ab$)

તારવી શકાય કે, કોઈ શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક a અને b માટે.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$ (જ્યાં m એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.)

ઉદાહરણ 8 નીચેનાં પદોને ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવો.

(i) $(2 \times 3)^5$ (ii) $(2a)^4$ (iii) $(-4m)^3$

ઉકેલ

(i) $(2 \times 3)^5 = (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)$

$= 2^5 \times 3^5$

(ii) $(2a)^4 = 2a \times 2a \times 2a \times 2a$

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (a \times a \times a \times a)$

$= 2^4 \times a^4$

(iii) $(-4m)^3 = (-4 \times m)^3$

$= (-4 \times m) \times (-4 \times m) \times (-4 \times m)$

$= (-4) \times (-4) \times (-4) \times (m \times m \times m)$

$= (-4)^3 \times m^3$

11.3.5 સરખા ઘાતાંકવાળી સંખ્યાઓનો ભાગાકાર (Dividing Powers with the Same Exponents)

નીચે આપેલું સાદુંરૂપ જુઓ :

(i) $\frac{2^4}{3^4} = \frac{2\times2\times2\times2}{3\times3\times3\times3} = \frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$

(ii) $\frac{a^3}{b^3} = \frac{a\times a\times a}{b\times b\times b} = \frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b}\right)^3$

ઉદાહરણો પરથી આપણે તારવી શકીએ કે,

$a^m \div b^m = \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ જ્યા a અને b શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક છે અને m એ પૂર્ણ સંખ્યા છે.

પ્રયત્ન કરો

$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ નો ઉપયોગ કરી બીજી રીતે લખો.

(i) $4^5 \div 3^5$

(ii) $2^5 \div b^5$

(iii) $(-2)^3 \div b^3$

(iv) $p^4 \div q^4$

(v) $5^6 \div (-2)^6$

ઉદાહરણ 9 વિસ્તાર કરો : (i) $\left(\frac{3}{5}\right)^4$ (ii) $\left(\frac{-4}{7}\right)^5$

ઉકેલ

(i) $\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^4}{5^4} = \frac{3\times3\times3\times3}{5\times5\times5\times5}$

(ii) $\left(\frac{-4}{7}\right)^5 = \frac{(-4)^5}{7^5} = \frac{(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)}{7\times7\times7\times7\times7}$

- **ઘાતાંક 0 સાથેની સંખ્યા (Numbers with Exponent Zero)**

$\frac{3^5}{3^5}$ ને સમાન શું હશે ? તે તમે કહી શકશો ?

$\frac{3^5}{3^5} = \frac{3\times3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3\times3} = 1$

ઘાતાંકના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં

a^0 શું છે ?

નીચેની પેટર્નનું અવલોકન કરો

$2^6 = 64$

$2^5 = 32$

$2^4 = 16$

$2^3 = 8$

$2^2 = ?$

$2^1 = ?$

$2^0 = ?$

આ પેટર્નના અભ્યાસ પરથી તમે 2^0ની કિંમતનું અનુમાન કરી શકશો. તમે શોધી શકશો કે $2^0 = 1$ જો તમે $3^6 = 729$ થી શરૂ કરો અને ઉપર દર્શાવેલ પદ્ધતિને અનુસરો તો લખી શકશો કે 3^5, 3^4, 3^3, ... વગેરે, હવે 3^0 શું હશે ?

$3^5 \div 3^5 = 3^{5-5} = 3^0$

તેથી, $3^0 = 1$

7^0 ને સમાન સંખ્યા કઈ તે હવે તમે કહી શકશો ?

$7^3 \div 7^3 = 7^{3-3} = 7^0$

અને, $\frac{7^3}{7^3} = \frac{7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7} = 1$

તેથી, $7^0 = 1$

તેવી જ રીતે, $a^3 \div a^3 = a^{3-3} = a^0$

અને, $a^3 \div a^3 = \frac{a^3}{a^3} = \frac{a \times a \times a}{a \times a \times a} = 1$

આમ, $a^0 = 1$ (શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક a માટે)

તેથી, આપણે કહી શકીએ કે કોઈ પણ સંખ્યા(0 સિવાયની)ના 0 ઘાતની કિંમત 1 છે.

11.4 ઘાતાંકના નિયમોનો ઉપયોગ થતો હોય તેવાં ઉદાહરણો (Miscellaneous Examples using the Laws of Exponents)

ઘાતાંકના નિયમોનો ઉપયોગ થતો હોય તેવા કેટલાંક ઉદાહરણો આપણે જોઈએ,

ઉદાહરણ 10 2ને આધાર તરીકે લઈ $8 \times 8 \times 8 \times 8$ને ઘાતાંક સ્વરૂપે દર્શાવો.

ઉકેલ હવે, $8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4$

પરંતુ આપણે જાણીએ છીએ કે, $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

તેથી, $8^4 = (2^3)^4 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3$

$= 2^{3 \times 4}$ [અહીં તમે $(a^m)^n = a^{mn}$ નો ઉપયોગ કર્યો છે]

$= 2^{12}$

ઉદાહરણ 11 સાદુંરૂપ આપો અને જવાબને ઘાતાંક સ્વરૂપે લખો.

(i) $\left(\frac{3^7}{3^2}\right) \times 3^5$ (ii) $2^3 \times 2^2 \times 5^5$ (iii) $(6^2 \times 6^4) \div 6^3$

(iv) $[(2^2)^3 \times 3^6] \times 5^6$ (v) $8^2 \div 2^3$

ઉકેલ

(i) $\left(\frac{3^7}{3^2}\right) \times 3^5 = \left(3^{7-2}\right) \times 3^5$

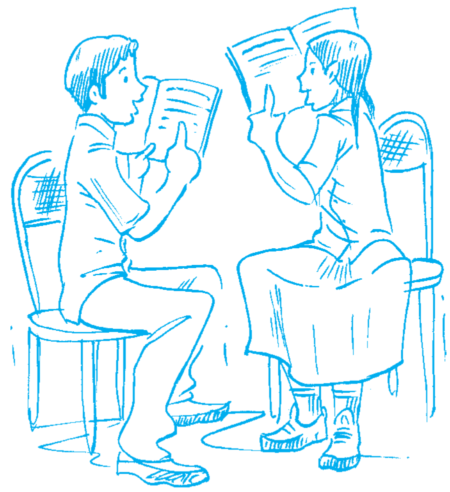
$= 3^5 \times 3^5 = 3^{5+5} = 3^{10}$

(ii) $2^3 \times 2^2 \times 5^5 = 2^{3+2} \times 5^5$

$= 2^5 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 = 10^5$

(iii) $(6^2 \times 6^4) \div 6^3 = 6^{2+4} \div 6^3$

$= \dfrac{6^6}{6^3} = 6^{6-3} = 6^3$



(iv) $\left[\left(2^2\right)^3 \times 3^6\right] \times 5^6 = \left[2^6 \times 3^6\right] \times 5^6$

$= (2 \times 3)^6 \times 5^6$

$= (2 \times 3 \times 5)^6 = 30^6$

(v) $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

તેથી, $8^2 \div 2^3 = (2^3)^2 \div 2^3$

$= 2^6 \div 2^3 = 2^{6-3} = 2^3$

ઉદાહરણ 12 સાદુંરૂપ આપો :

(i) $\dfrac{12^4 \times 9^3 \times 4}{6^3 \times 8^2 \times 27}$ (ii) $2^3 \times a^3 \times 5a^4$ (iii) $\dfrac{2 \times 3^4 \times 2^5}{9 \times 4^2}$

ઉકેલ

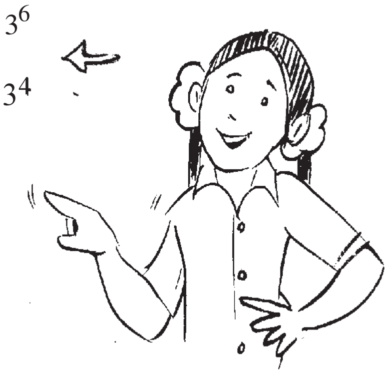
(i) અહીં, $\dfrac{12^4 \times 9^3 \times 4}{6^3 \times 8^2 \times 27} = \dfrac{(2^2 \times 3)^4 \times (3^2)^3 \times 2^2}{(2 \times 3)^3 \times (2^3)^2 \times 3^3}$

$= \dfrac{(2^2)^4 \times (3)^4 \times 3^{2\times3} \times 2^2}{2^3 \times 3^3 \times 2^{2\times3} \times 3^3} = \dfrac{2^8 \times 2^2 \times 3^4 \times 3^6}{2^3 \times 2^6 \times 3^3 \times 3^3}$

$= \dfrac{2^{8+2} \times 3^{4+6}}{2^{3+6} \times 3^{3+3}} = \dfrac{2^{10} \times 3^{10}}{2^9 \times 3^6}$

$= 2^{10-9} \times 3^{10-6} = 2^1 \times 3^4$

$= 2 \times 81 = 162$



(ii) $2^3 \times a^3 \times 5a^4 = 2^3 \times a^3 \times 5 \times a^4$

$= 2^3 \times 5 \times a^3 \times a^4 = 8 \times 5 \times a^{3+4}$

$= 40\, a^7$

(iii) $\dfrac{2 \times 3^4 \times 2^5}{9 \times 4^2} = \dfrac{2 \times 3^4 \times 2^5}{3^2 \times (2^2)^2} = \dfrac{2 \times 2^5 \times 3^4}{3^2 \times 2^{2\times 2}}$

$= \dfrac{2^{1+5} \times 3^4}{2^4 \times 3^2} = \dfrac{2^6 \times 3^4}{2^4 \times 3^2} = 2^{6-4} \times 3^{4-2}$

$= 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

નોંધ : આ પ્રકરણનાં મોટાં ભાગનાં ઉદાહરણમાં ઘાતાંકનો આધાર પૂર્ણાંક સંખ્યા લેવામાં આવેલ છે. પરંતુ આધાર તરીકે સંમેય સંખ્યા હોય તો પણ પ્રકરણનાં બધાં જ નિયમો સમાન રીતે લાગુ પડે છે.

સ્વાધ્યાય 11.2

1. ઘાતાંકના નિયમોનો ઉપયોગ કરી સાદુંરૂપ આપો અને જવાબને ઘાત સ્વરૂપે લખો.

(i) $3^2 \times 3^4 \times 3^8$ (ii) $6^{15} \div 6^{10}$ (iii) $a^3 \times a^2$

(iv) $7^x \times 7^2$ (v) $(5^2)^3 \div 5^3$ (vi) $2^5 \times 5^5$

(vii) $a^4 \times b^4$ (viii) $(3^4)^3$ (ix) $(2^{20} \div 2^{15}) \times 2^3$

(x) $8^t \div 8^2$

2. સાદુંરૂપ આપી નીચેના દરેકને ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવો.

(i) $\dfrac{2^3 \times 3^4 \times 4}{3 \times 32}$ (ii) $\left[\left(5^2\right)^3 \times 5^4\right] \div 5^7$ (iii) $25^4 \div 5^3$

(iv) $\dfrac{3 \times 7^2 \times 11^8}{21 \times 11^3}$ (v) $\dfrac{3^7}{3^4 \times 3^3}$ (vi) $2^0 + 3^0 + 4^0$

(vii) $2^0 \times 3^0 \times 4^0$ (viii) $(3^0 + 2^0) \times 5^0$ (ix) $\dfrac{2^8 \times a^5}{4^3 \times a^3}$

(x) $\left(\dfrac{a^5}{a^3}\right) \times a^8$ (xi) $\dfrac{4^5 \times a^8 b^3}{4^5 \times a^5 b^2}$ (xii) $(2^3 \times 2)^2$

3. ખરાં છે કે ખોટાં તે કહો અને તમારા જવાબને ચકાસો.

(i) $10 \times 10^{11} = 100^{11}$ (ii) $2^3 > 5^2$ (iii) $2^3 \times 3^2 = 6^5$

(iv) $3^0 = (1000)^0$

4. નીચેના ગુણાકારના અવિભાજ્ય અવયવ પાડી તેને ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવો.

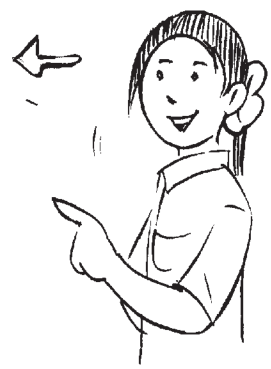
(i) 108×192 (ii) 270 (iii) 729×64

(iv) 768

5. સાદું રૂપ આપો :

(i) $\dfrac{\left(2^5\right)^2 \times 7^3}{8^3 \times 7}$ (ii) $\dfrac{25 \times 5^2 \times t^8}{10^3 \times t^4}$ (iii) $\dfrac{3^5 \times 10^5 \times 25}{5^7 \times 6^5}$

11.5 દશાંશ પદ્ધતિ (Decimal Number System)



47561નું વિસ્તૃત સ્વરૂપ જુઓ, કે જે આપણે જાણીએ છીએ :

$$47561 = 4 \times 10000 + 7 \times 1000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 1$$

આપણે તેને 10ના ઘાતનો ઉપયોગ કરી ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવીએ.

તેથી, $47561 = 4 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 1 \times 10^0$

(નોંધો કે, $10000 = 10^4$, $1000 = 10^3$, $100 = 10^2$, $10 = 10^1$ અને $1 = 10^0$)

ચાલો, બીજી સંખ્યાનું વિસ્તરણ જોઈએ :

$$104278 = 1 \times 100000 + 0 \times 10000 + 4 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1$$
$$= 1 \times 10^5 + 0 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8 \times 10^0$$
$$= 1 \times 10^5 + 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8 \times 10^0$$

નોંધો કે, 10નો ઘાત મહત્તમ કિંમત 5 થી શરૂ થાય છે અને દરેક પગથિયે 1નો ઘટાડો થઈ ડાબેથી જમણાં જતાં 0 થાય છે.

11.6 વિશાળ સંખ્યાઓને પ્રમાણભૂત સ્વરૂપમાં દર્શાવવી (Expressing Large Numbers in the Standard Form)

ચાલો, આપણે પ્રકરણની શરૂઆત થઈ ત્યાં પાછા જઈએ. આપણે કહ્યું હતું કે મોટી સંખ્યાઓને ઘાતાંકનો ઉપયોગ કરીને સરળતાથી દર્શાવી શકીએ છીએ. આપણે હજુ સુધી તે સંખ્યાઓ જોઈ નથી, હવે આપણે તે જોઈએ.

1. સૂર્ય એ આપણી આકાશગંગા ગેલેક્સીના કેન્દ્રથી 300, 000, 000, 000, 000, 000, 000 મીટર દૂર આવેલો છે.
2. આપણી ગેલેક્સીમાં 100, 000, 000, 000 તારાઓ આવેલા છે.
3. પૃથ્વીનું દળ 5, 976, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 કિગ્રા છે.

આ સંખ્યાઓ વાંચવા અને લખવા માટે સરળ નથી. તેને સરળ બનાવવા ઘાતનો ઉપયોગ કરીશું.

નીચેનાનું અવલોકન કરો :

$$59 = 5.9 \times 10 = 5.9 \times 10^1$$
$$590 = 5.9 \times 100 = 5.9 \times 10^2$$
$$5900 = 5.9 \times 1000 = 5.9 \times 10^3$$
$$59000 = 5.9 \times 10000 = 5.9 \times 10^4$$

પ્રયત્ન કરો

10 ના ઘાતમાં વિસ્તૃત રીતે દર્શાવી ઘાત સ્વરૂપ લખો.

(i) 172
(ii) 5,643
(iii) 56,439
(iv) 1,76,428

કોઈ પણ સંખ્યાને (1 તથા 1.0 અને 10.0 વચ્ચેની દશાંશ સંખ્યા $\times$ 10 નો ઘાત) સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાય છે. સંખ્યાના આવા સ્વરૂપને પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ કહે છે.

$5,985 = 5.985 \times 1000 = 5.985 \times 10^3$ એ 5985નું પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ છે.

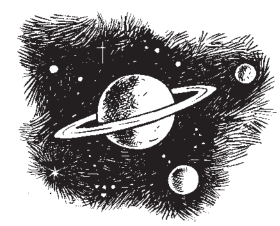
નોંધો કે 5985ને 59.85×100 અથવા 59.85×10^2 સ્વરૂપે લખી શકાય, પણ તે 5985નું પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ નથી. તે જ રીતે $5985 = 0.5985 \times 10,000 = 0.5985 \times 10^4$ લખી શકાય, તે પણ 5985નું પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ નથી. હવે આપણે પ્રકરણની શરૂઆતમાં આવતી વિશાળ સંખ્યાઓને આ સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકીશું. આપણી ગેલેક્સી (આકાશગંગા – milky way)ના કેન્દ્રથી સૂર્યનું અંતર

300, 000, 000, 000, 000, 000, 000 મીટરને

$3.0 \times 100, 000, 000, 000, 000, 000, 000 = 3.0 \times 10^{20}$ મીટર લખી શકીશું.

હવે, તમે 40, 000, 000, 000 ને આ સ્વરૂપે દર્શાવી શકશો ?

આમાં, કેટલા ‘0’ છે તે ગણો તે 10 છે.



તેથી, $40, 000, 000, 000 = 4.0 \times 10^{10}$

પૃથ્વીનું દળ = 5,976, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 કિગ્રા

$= 5.976 \times 10^{24}$ કિગ્રા

તમે એ હકીકત સાથે સહમત છો કે પ્રમાણભૂત સ્વરૂપમાં દર્શાવવામાં આવતી સંખ્યા એ 25 અંકમાં લખવામાં આવતી સંખ્યા કરતાં વાંચવા, સમજવા કે સરખામણી કરવામાં સરળ છે ?

યુરેનસનું દળ = 86, 800, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 કિગ્રા

$= 8.68 \times 10^{25}$ કિગ્રા

ઉપરના બંનેની 10 ની ઘાત સરળતાથી સરખાવી શકાય. તમે કહી શકશો કે યુરેનસનું દળ (mass) એ પૃથ્વીનાં દળ કરતાં વધુ હશે.

સૂર્ય અને શનિ વચ્ચેનું અંતર 1,433, 500, 000, 000 મીટર અથવા 1.4335×10^{12} મીટર છે. યુરેનસ અને શનિ વચ્ચેનું અંતર 1, 439, 000, 000, 000 મીટર અથવા 1.439×10^{12} મીટર થશે. સૂર્ય અને પૃથ્વી વચ્ચેનું અંતર 1, 49, 600, 000, 000 મીટર અથવા 1.496×10^{11} મીટર છે.

ઉપરના ત્રણમાંથી સૌથી ઓછું અંતર કયું છે તે તમે કહી શકશો ?

ઉદાહરણ 13 નીચેની સંખ્યાઓને પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ (standard form)માં દર્શાવો :

(i) 5985.3 (ii) 65,950

(iii) 3, 430,000 (iv) 70,040,000,000

ઉકેલ

(i) $5985.3 = 5.9853 \times 1000 = 5.9853 \times 10^3$

(ii) $65,950 = 6.595 \times 10,000 = 6.595 \times 10^4$

(iii) $3,430,000 = 3.43 \times 1,000,000 = 3.43 \times 10^6$

(iv) $70,040,000, 000 = 7.004 \times 10,000,000, 000 = 7.004 \times 10^{10}$

એ મુદ્દો યાદ રાખો કે જો સંખ્યામાં દશાંશચિહ્ન આપેલ હોય અને તેને 10 ની ઘાતના પ્રમાણભૂત સ્વરૂપમાં ફેરવવાની હોય તો દશાંશચિહ્નની ડાબી બાજુ જેટલા અંકો હોય તેના કરતાં એક અંક ઓછો આવશે. આમ 70,040,000,000 માં દશાંશચિહ્ન દેખાતું નથી. આપણે અનુમાન કરીએ કે તે જમણી બાજુના છેડે હશે, ત્યાંથી ડાબી બાજુના અંકોની સંખ્યા 11 છે. તેથી તેના પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં 10નો ઘાત $11 - 1 = 10$ થશે. 5983.3 માં દશાંશ ચિહ્નની ડાબી બાજુ 4 અંક છે. તેથી તેના પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં 10નો ઘાત $(4–1) = 3$ થશે.

સ્વાધ્યાય 11.3

1. નીચેની સંખ્યાઓને વિસ્તૃત સ્વરૂપે લખો :

   279404, 3006194, 2806196, 120719, 20068

2. આપેલા દરેક વિસ્તૃત સ્વરૂપને સંખ્યામાં દર્શાવો.

   (a) $8 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0$

   (b) $4 \times 10^5 + 5 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 2 \times 10^0$

   (c) $3 \times 10^4 + 7 \times 10^2 + 5 \times 10^0$

   (d) $9 \times 10^5 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1$

3. નીચેની સંખ્યાઓને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં લખો :

   (i) 5, 00, 00, 000 (ii) 70,00,000 (iii) 3,18,65,00,000

   (iv) 3,90,878 (v) 39087.8 (vi) 3908.78

4. નીચેનાં વિધાનોમાં દેખાતી સંખ્યાઓને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવો.

   (a) પૃથ્વી અને ચંદ્ર વચ્ચેનું અંતર 384, 000, 000 મીટર છે.

   (b) શૂન્યાવકાશ (vacuum) માં પ્રકાશનો વેગ 300, 000, 000 મી/સે છે.

   (c) પૃથ્વીનો વ્યાસ 1, 27, 56, 000 મીટર છે.

   (d) સૂર્યનો વ્યાસ 1, 400, 000, 000 મીટર છે.

   (e) આકાશ ગંગામાં સરેરાશ 100, 000, 000, 000 તારાઓ છે.

   (f) વિશ્વ 12,000, 000, 000, વર્ષ પહેલાં અસ્તિત્વમાં આવ્યું છે.

   (g) આકાશગંગા ગેલેક્સીના કેન્દ્રથી સૂર્યનું અંતર 300, 000, 000, 000, 000, 000, 000 મીટર છે.

   (h) 1.8 ગ્રામ વજન ધરાવતાં પાણીનાં ટીપાંમાં 60, 230, 000, 000, 000, 000, 000, 000 પરમાણુંઓ સમાયેલાં હોય છે.

   (i) પૃથ્વી પર 1, 353, 000, 000, ઘન કિલોમીટર દરિયાનું પાણી છે.

   (j) માર્ચ 2001માં ભારતની વસ્તી (pupulation) આશરે 1, 027, 000, 000 હતી.

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. ઘણી મોટી સંખ્યાઓ વાંચવી, સમજવી, તેમની સરખામણી કરવી તથા તેમના પર કામ કરવાનું અઘરું છે, પરંતુ આપણે ઘાતાંકનો ઉપયોગ કરી આ મોટી સંખ્યાને નાના સ્વરૂપમાં ફેરવી તેને સરળ બનાવી શકીએ છીએ.

2. નીચે કેટલીક સંખ્યાઓનું ઘાત સ્વરૂપ આપેલ છે.

   $10{,}000 = 10^4$ (વંચાય 10નો 4 ઘાત)

   $243 = 3^5$, $128 = 2^7$

   અહીં, 10, 3 અને 2 આધાર છે, જ્યારે 4, 5 અને 7 તેને અનુરૂપ ઘાતાંક છે. આપણે તેમ પણ કહીશું કે 10,000 એ 10 નો 4 ઘાત છે, 243 એ 3નો 5 ઘાત છે. વગેરે...

3. ઘાતાંકીય સ્વરૂપમાં રહેલી સંખ્યાઓ ચોક્કસ નિયમોને અનુસરે છે, જે નીચે પ્રમાણે છે.

   શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક a અને b હોય અને m અને n પૂર્ણ સંખ્યાઓ હોય, તો

   (a) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

   (b) $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $m > n$

   (c) $(a^m)^n = a^{mn}$

   (d) $a^m \times b^m = (ab)^m$

   (e) $a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

   (f) $a^0 = 1$

   (g) (–1) નો બેકી ઘાત હોય તો કિંમત 1 મળે.

   (–1) નો એકી ઘાત હોય તો કિંમત (–1) મળે.

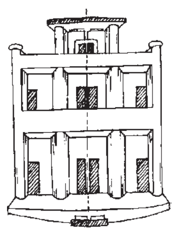
પ્રકરણ 12

સંમિતિ

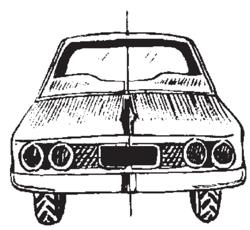
FLS1NX

12.1 પ્રાસ્તાવિક (Introduction)

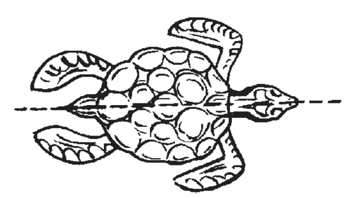
સંમિતિ (symmetry) એક મહત્ત્વપૂર્ણ ભૌમિતિક (geometrical) વિચાર છે, જે સામાન્ય રીતે પ્રકૃતિમાં પ્રદર્શિત થાય છે અને તેનો ઉપયોગ લગભગ દરેક ક્ષેત્રની પ્રવૃત્તિમાં કરવામાં આવે છે. કલાકારો, વ્યાવસાયિકો, કપડાં અથવા દાગીનાના ડિઝાઇનર, કાર ઉત્પાદકો, આર્કિટેક્ટ અને અન્ય ઘણા લોકો સંમિતિના વિચારનો ઉપયોગ કરે છે. મધપૂડો, ફૂલો, ઝાડના પાંદડાં, ધાર્મિક પ્રતીકો, ગાદલાં અને હાથ રૂમાલ જેવી દરેક જગ્યાએ તમને સંમિત આકૃતિઓની રચના મળશે.



સ્થાપત્ય



ઈજનેરી

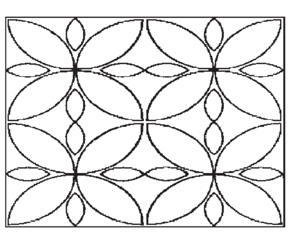


કુદરત

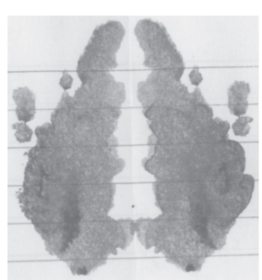
તમને રેખાની સંમિતિ વિશે સમજવામાં મદદ કરવા માટે અહીં કેટલીક પ્રવૃત્તિઓ આપી છે.

ઉપર દર્શાવેલ આકૃતિઓને દર્શાવેલી રેખા પાસેથી વાળી દેવાય તો આકૃતિના બંને ભાગ બંધ બેસતાં થાય છે તો આવી સમતુલિત આકૃતિ સંમિત છે એમ કહેવાય અને આ રેખાને સંમિતિની રેખા કહે છે.

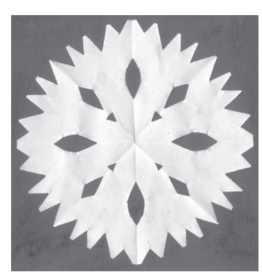
તમને આ વિચારોને તાજા કરવા ગમશે. તમને મદદ કરવા માટે અહીં કેટલીક પ્રવૃત્તિઓ આપી છે.



સંમિતિ દર્શાવતો ચિત્ર-સંગ્રહ બનાવો



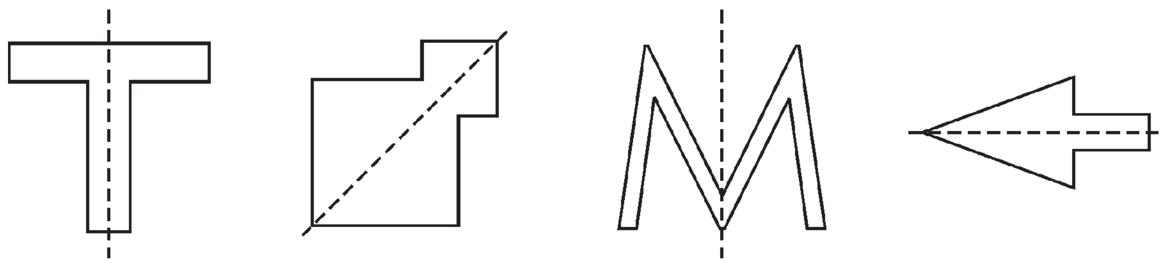
રંગીન શાહીના કેટલાક ડાઘા બનાવો



કાગળ કાપીને સંમિતિની રચના બનાવો

તમે એકત્રિત કરેલી રચનામાં રેખાઓની (જેને અક્ષ (axis) પણ કહેવાય છે) સંમિતિને ઓળખી તેનો આનંદ માણો.

ચાલો, આપણે હવે સંમિતિ પરના આપણા વિચારોને વધુ મજબૂત કરીએ. નીચેની આકૃતિઓનો અભ્યાસ કરો, જેમાં સંમિતિની રેખાને તૂટક રેખા વડે બતાવેલી છે (આકૃતિ 12.1 (i) થી (iv)).



(i) (ii) (iii) (iv)

આકૃતિ 12.1

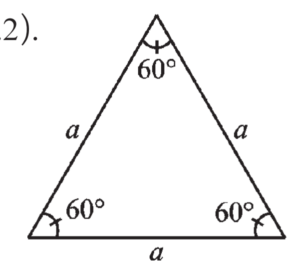
12.2 નિયમિત બહુકોણ આકૃતિ માટે રેખાઓની સંમિતિ (Lines of Symmetry for Regular Polygons)

CMLTHY

તમે જાણો છો કે બહુકોણ એ બંધ આકૃતિ છે, જે ઘણા રેખાખંડથી બને છે. રેખાખંડની ઓછામાં ઓછી સંખ્યાથી બનેલો બહુકોણ એ ત્રિકોણ છે.(શું કોઈ બહુકોણ હોઈ શકે કે જે તમે હજુ પણ ઓછા રેખાખંડથી દોરી શકો ? એના વિશે વિચારો.)

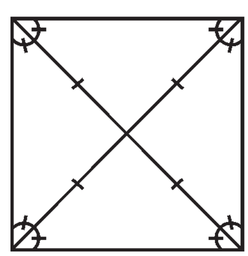
જો બહુકોણની તમામ બાજુઓ સમાન લંબાઈની હોય અને તમામ ખૂણા સમાન માપના હોય તો તેને નિયમિત બહુકોણ કહેવામાં આવે છે. આમ, એક સમબાજુ ત્રિકોણ એ ત્રણ બાજુઓનો નિયમિત બહુકોણ છે. શું તમે ચાર બાજુઓના નિયમિત બહુકોણનું નામ આપી શકો છો ?

એક સમબાજુ ત્રિકોણ નિયમિત છે કારણ કે તેની દરેક બાજુઓની લંબાઈ સમાન અને તેના દરેક ખૂણાનું માપ 60° છે (આકૃતિ 12.2).



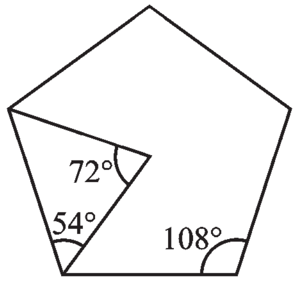
આકૃતિ 12.2

ચોરસ પણ નિયમિત છે. કારણ કે તેની બધી બાજુઓ સમાન લંબાઈની છે અને તેના દરેક ખૂણા કાટખૂણા (એટલે કે 90°) છે. તેના વિકર્ણ એકબીજાના લંબ દ્વિભાજક હોવાનું જણાય છે (આકૃતિ 12.3).

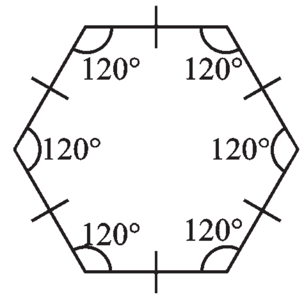


આકૃતિ 12.3

જો પંચકોણ નિયમિત હોય તો, સ્વાભાવિક રીતે તેની બાજુઓ સમાન લંબાઈની હોવી જોઈએ. તમને પાછળથી જાણવા મળશે કે, તે દરેકના ખૂણાનું માપ 108° થાય (આકૃતિ 12.4).



આકૃતિ 12.4



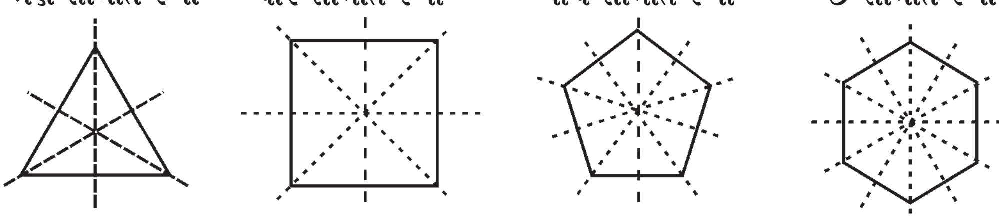
આકૃતિ 12.5

નિયમિત ષટ્કોણમાં તેની બાજુઓ સમાન હોય છે અને તેના દરેક ખૂણાનું માપ 120° હોય છે. તમે આ આકૃતિઓ વિશે આગળ વધુ અભ્યાસ કરશો (આકૃતિ 12.5).

નિયમિત બહુકોણની આકૃતિઓ સપ્રમાણ હોય છે અને તેથી તેમની સંમિતિની રેખાઓ થોડી રસપ્રદ હોય છે [આકૃતિ 12.6 (i) - (iv)].

દરેક નિયમિત બહુકોણ જેટલી બાજુઓ ધરાવે છે, તેટલી જ સંમિતિ રેખાઓ ધરાવે છે. આપણે કહી શકીએ છીએ, તેઓ બહુવિધ સંમિતિ રેખા (multiple lines of symmetry) ધરાવે છે.

ત્રણ સંમિતિ રેખા **ચાર સંમિતિ રેખા** **પાંચ સંમિતિ રેખા** **છ સંમિતિ રેખા**

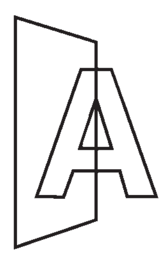


સમબાજુ ત્રિકોણ (i) **ચોરસ** (ii) **નિયમિત પંચકોણ** (iii) **નિયમિત ષટ્કોણ** (iv)

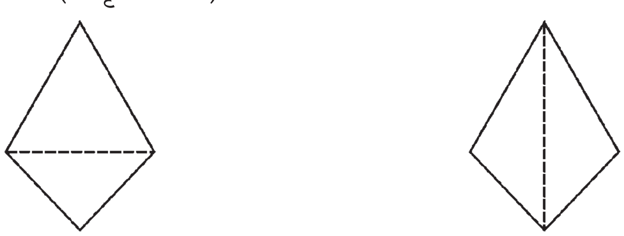
આકૃતિ 12.6

કદાચ, તમને આ વિશે કાગળને વાળીને જાણવાનું ગમશે, કરી જુઓ.

રૈખિક સંમિતિનો ખ્યાલ અરીસાના પ્રતિબિંબ (image) સાથે ગાઢ સંબંધ ધરાવે છે. જ્યારે કોઈ આકારનો અડધો ભાગ તેના બીજા અડધા ભાગનું પ્રતિબિંબ હોય, ત્યારે તે આકાર રૈખિક સંમિતિ (line symmetry) ધરાવે છે (આકૃતિ 12.7). આમ, અરીસાની રેખા, રૈખિક સંમિતિને જોવા માટે મદદરૂપ થાય છે (આકૃતિ 12.8).



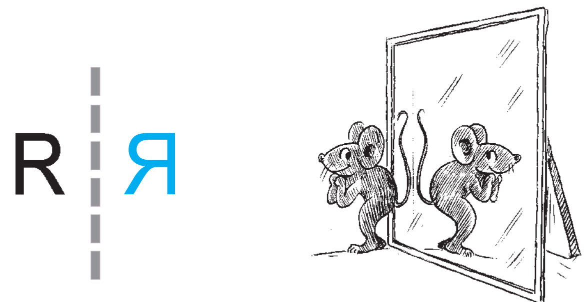
આકૃતિ 12.7



તૂટક રેખા એ અરીસાની રેખા છે ? ના **તૂટક રેખા એ અરીસાની રેખા છે ? હા**

આકૃતિ 12.8

જ્યારે આપણે અરીસાના પ્રતિબિંબની વાત કરીએ ત્યારે ડાબી અને જમણી બાજુના ફેરફારોને ધ્યાનમાં રાખવાની જરૂર છે. કે જે, અહીં આકૃતિમાં દર્શાવાયું છે (આકૃતિ 12.9).

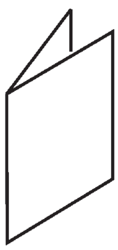


(i) (ii)

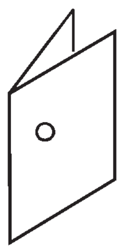
આકૃતિ 12.9

આકાર સરખા છે. પણ દિશા વિરુદ્ધ છે !

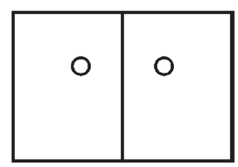
આ પંચિંગ ગેમ રમો



એક પૂંઠાને બે ભાગમાં વાળો



તેમાં છિદ્ર પાડો



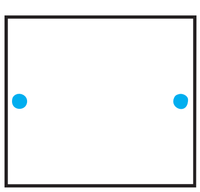
સંમિત ગડીની આજુબાજુ બે છિદ્રો

આકૃતિ 12.10

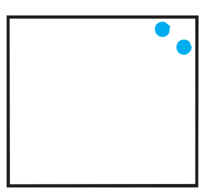
વાળેલા ભાગની રેખા (અથવા અક્ષ) એ રૈખિક સંમિતિ છે. વાળેલા પૂંઠા પર પાડવામાં આવેલ છિદ્રોનો, તેમનાં જુદાં જુદાં સ્થાનનો અને તેને અનુરૂપ રૈખિક સંમિતિઓનો અભ્યાસ કરો (આકૃતિ 12.10).

સ્વાધ્યાય 12.1

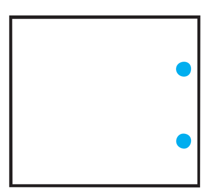
1. કાણાં પાડેલી આકૃતિની નકલ કરો અને સંમિતિની અક્ષ શોધો.



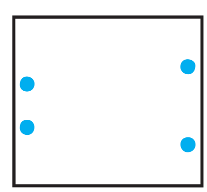
(a)



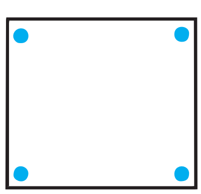
(b)



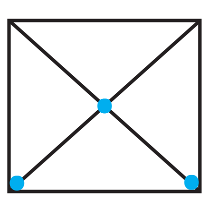
(c)



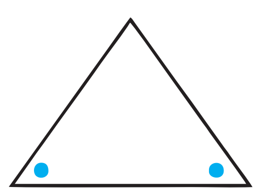
(d)



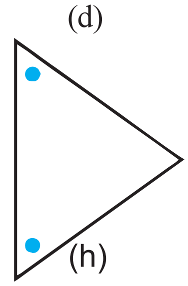
(e)



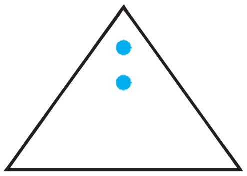
(f)

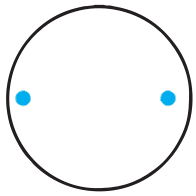


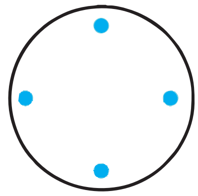
(g)

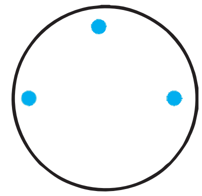


(h)

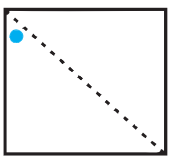

(i)

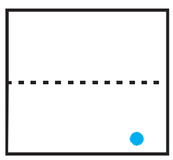

(j)

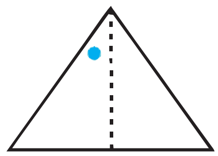

(k)

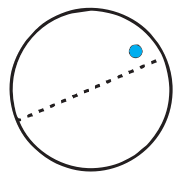

(l)

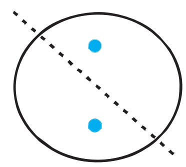
2. આપેલી સંમિતિની રેખા દ્વારા બાકીનાં કાણાં શોધો.


(a)


(b)

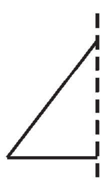

(c)

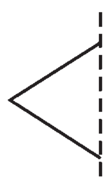

(d)


(e)

3. નીચેની આકૃતિઓમાં અરીસાની રેખા (એટલે કે સંમિતિની રેખા) તૂટક રેખા (dotted line) વડે દર્શાવવામાં આવી છે. તૂટક રેખા પર પ્રતિબિંબ વડે દરેક આકૃતિને પૂર્ણ કરો. (તમે તૂટક રેખા સામે અરીસો મૂકી અરીસામાં છબી જોઈ શકો છો.) શું તમે પૂર્ણ કરેલી આકૃતિઓના નામ ફરી યાદ કરી શકશો ?


(a)


(b)

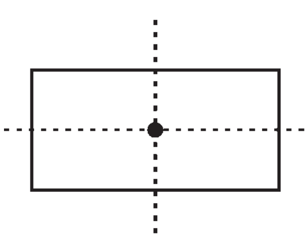

(c)

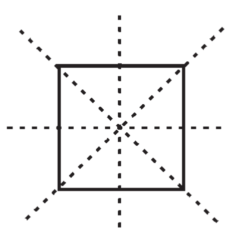

(d)


(e)


(f)

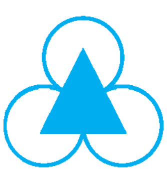
4. નીચે આપેલી આકૃતિઓ એક કરતાં વધારે સંમિતિની રેખા ધરાવે છે. આવી આકૃતિઓ ઘણી રૈખિક સંમિતિ ધરાવે છે એવું કહેવાય.

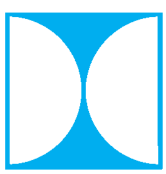

(a)

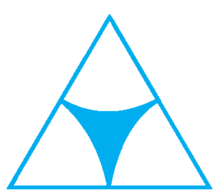

(b)


(c)

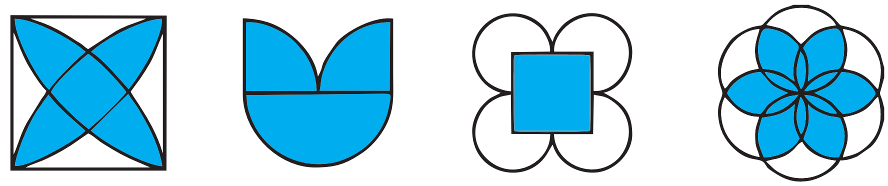
નીચેની આકૃતિઓમાં જો ઘણી રૈખિક સંમિતિ હોય, તો તે ઓળખો :


(a)

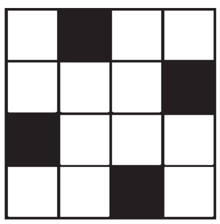

(b)


(c)

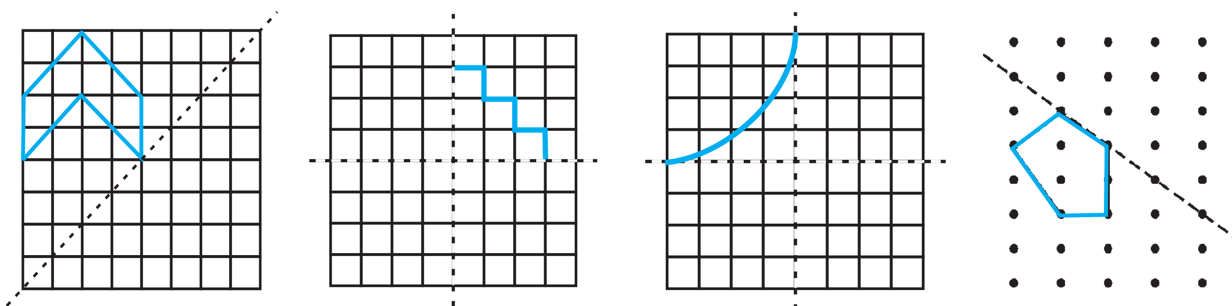

(d)



(e) (f) (g) (h)



5. અહીં આપેલ આકૃતિની નકલ કરો. રૈખિક સંમિતિ તરીકે કોઈ પણ એક વિકર્ણ લો અને વિકર્ણ વિશે આકૃતિને સંમિત બનાવવા માટે વધુ ચોરસ છાયાંકિત કરો. શું તેના માટે એક કરતાં વધુ રીત શક્ય છે ? શું આકૃતિ બંને વિકર્ણો વિશે સંમિત હશે ?
6. આપેલી આકૃતિની નકલ કરો. દરેક આકારને, દર્શાવેલી તૂટક રેખાની આસપાસ સંમિત બને તે રીતે પૂર્ણ કરો.



(a) (b) (c) (d)

7. નીચેની આકૃતિઓ માટે સંમિતિની રેખાઓની સંખ્યા જણાવો.

   (a) સમબાજુ ત્રિકોણ (b) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ (c) વિષમબાજુ ત્રિકોણ
   (d) ચોરસ (e) લંબચોરસ (f) સમબાજુ ચતુષ્કોણ
   (g) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ (h) ચતુષ્કોણ (i) નિયમિત ષટ્કોણ
   (j) વર્તુળ

8. અંગ્રેજી મૂળાક્ષરના કયા અક્ષર પરાવર્તિત સંમિતિ (reflectional symmetry) ધરાવે છે ? (એટલે કે અરીસામાં મળતાં પ્રતિબિંબ સંબંધિત સંમિતિ)

   (a) ઊભો (vertical) અરીસો (b) આડો (horizontal) અરીસો
   (c) આડો અને ઊભો બંને અરીસા

9. ત્રણ એવા આકારનાં ઉદાહરણ આપો કે જેમાં સંમિતિની રેખા ન હોય.
10. નીચેની આકૃતિઓની રૈખિક સંમિતિને બીજું કયું નામ આપી શકાય ?

   (a) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ (b) વર્તુળ

CMVPJL

12.3 પરિભ્રમણિય સંમિતિ (Rotational Symmetry)

જ્યારે ઘડિયાળના કાંટા એક વર્તુળ ફરે ત્યારે તમે શું કહી શકો ?

તમે કહી શકો કે તે પરિભ્રમણ કરે છે.

ઘડિયાળના ચંદાના કેન્દ્ર (centre)ને નિશ્ચિત બિંદુ લઈ ઘડિયાળના કાંટા ફક્ત એક જ દિશામાં પરિભ્રમણ કરે છે. ઘડિયાળના કાંટાનું પરિભ્રમણ એ કાંટાની દિશાનું પરિભ્રમણ કહેવાય છે જ્યારે તેની વિરુદ્ધ દિશાનું પરિભ્રમણ ઘડિયાળના કાંટાની વિરુદ્ધ દિશાનું પરિભ્રમણ છે.

પંખાના પાંખિયાના પરિભ્રમણ વિશે તમે શું કહી શકો છો ? શું તે ઘડિયાળના કાંટાની દિશામાં અથવા ઘડિયાળના કાંટાની વિરુદ્ધ દિશામાં પરિભ્રમણ કરે છે ? અથવા તેઓ બંને દિશામાં પરિભ્રમણ કરે છે ?

જો તમે સાયકલનાં પૈડાંને ફેરવો તો તે પરિભ્રમણ કરે છે. તે બંને દિશામાં, ઘડિયાળના કાંટાની દિશામાં અને ઘડિયાળના કાંટાની વિરુદ્ધ દિશામાં ફરી શકે છે. ઘડિયાળના કાંટાની દિશામાં અને ઘડિયાળના કાંટાની વિરુદ્ધ દિશામાં થતાં પરિભ્રમણ માટે દરેકનાં ત્રણ ઉદાહરણ આપો.

જ્યારે કોઈ વસ્તુ પરિભ્રમણ કરે છે ત્યારે તેનો આકાર અને કદ બદલાતાં નથી. પરિભ્રમણમાં નિશ્ચિત બિંદુની આસપાસ, વસ્તુ ફરે છે. આ નિશ્ચિત બિંદુ એ **પરિભ્રમણ કેન્દ્ર (centre of rotation)** છે. ઘડિયાળના કાંટાનું પરિભ્રમણ કેન્દ્ર કયું છે ? એના વિશે વિચારો.

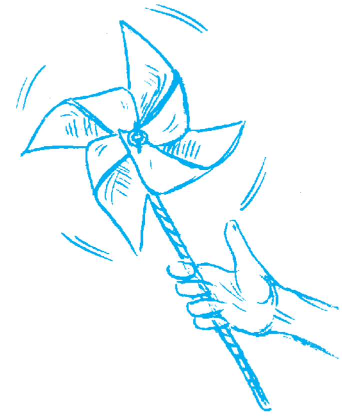
પરિભ્રમણ દરમિયાન બનતા ખૂણાને **પરિભ્રમણ કોણ (angle of rotation)** કહેવાય છે. એક સંપૂર્ણ પરિભ્રમણ 360°નું હોય છે એ તમે જાણો છો. (i) અડધું પરિભ્રમણ (ii) ચોથા ભાગનું પરિભ્રમણ માટે પરિભ્રમણ કોણનું અંશ માપ કેટલું ?

અડધા-પરિભ્રમણનો અર્થ છે કે 180° દ્વારા પરિભ્રમણ, ચોથા ભાગનું પરિભ્રમણ 90° દ્વારા થાય છે.

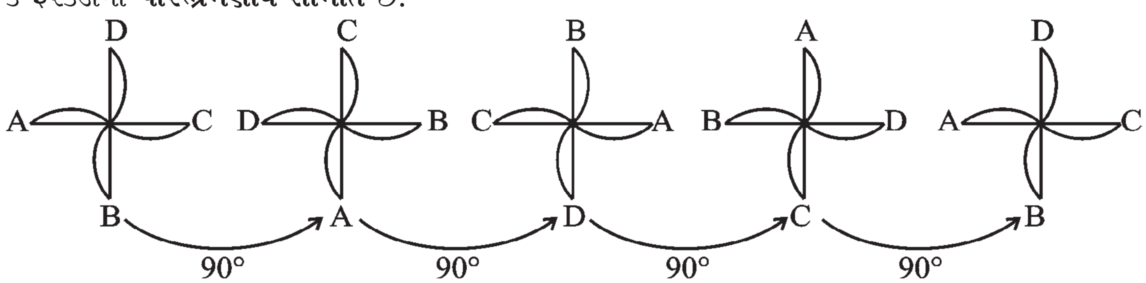
જ્યારે બાર વાગ્યે ત્યારે ઘડિયાળના કાંટા એક સાથે હોય છે. 3 વાગ્યા સુધીમાં મિનિટનો કાંટો ત્રણ પૂર્ણ આંટા ફરે, પરંતુ કલાકનો કાંટો માત્ર ચોથા ભાગનું પરિભ્રમણ જ કરે છે. તમે 6 વાગ્યાની તેમની સ્થિતિ વિશે શું કહી શકો છો ?

શું તમે ક્યારેય કાગળની ફરકડી બનાવી છે ? આકૃતિ 12.11માં કાગળની ફરકડી સંમિત દેખાય છે. પરંતુ તમને સંમિતિની કોઈપણ રેખા મળતી નથી.

કોઈ પણ રીતે વાળવાથી તમને બે સમાન અડધિયાં મળતાં નથી. તેમ છતાં જો તેને 90°નું પરિભ્રમણ આપો તો ફરકડી સમાન જ દેખાશે. આપણે કહી શકીએ કે ફરકડીમાં **પરિભ્રમણીય સંમિતિ** છે.



આકૃતિ 12.11

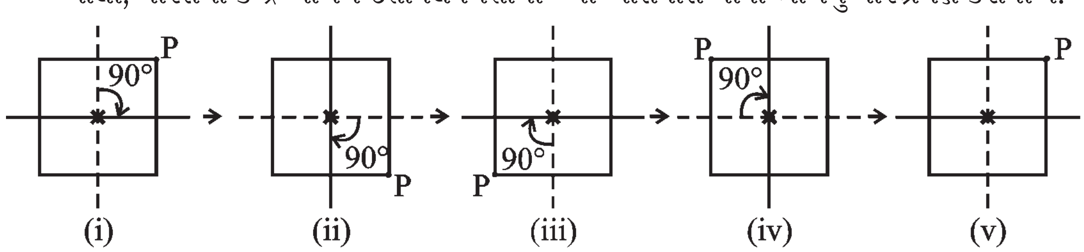


આકૃતિ 12.12

સંપૂર્ણ પરિભ્રમણમાં ચાર સ્થાન ચોક્કસ હોય છે. (પરિભ્રમણ કોણ 90°, 180°, 270° અને 360°) ત્યારે ફરકડી બરાબર એ જ દેખાય છે. આ કારણે આપણે કહી શકીએ કે ચોથી કક્ષાની પરિભ્રમણીય સંમિતિ છે.

અહીં એક વધારે ઉદાહરણ પરિભ્રમણીય સંમિતિનું છે. આકૃતિ 12.13માં ચોરસનો એક ખૂણો P લો.

ચાલો, ચોરસના કેન્દ્ર આગળ દર્શાવેલ નિશાની * ની આસપાસ ચોથા ભાગનું પરિભ્રમણ કરાવીએ.



આકૃતિ 12.13

આકૃતિ 12.13 (i) માં પ્રારંભિક સ્થિતિ છે. કેન્દ્ર આસપાસ 90°નું પરિભ્રમણ કરાવતાં આકૃતિ 12.13(ii) મળે છે. અહીં Pનું સ્થાન જુઓ. ફરી 90° નું પરિભ્રમણ કરાવતા આકૃતિ 12.13(iii) મળે છે. આ રીતે જ્યારે ચોથા ભાગના ચાર પરિભ્રમણ પૂરાં થાય છે ત્યારે ચોરસ તેની મૂળ સ્થિતિમાં આવે છે. તે હવે આકૃતિ 12.13(i) જેવી દેખાશે. દરેક વખતે Pના સ્થાન પરથી આ જોઈ શકાય છે.

આમ, ચોરસ તેના કેન્દ્ર વિશે ચોથી કક્ષાની પરિભ્રમણીય સંમિતિ ધરાવે છે. જુઓ કે :

(i) પરિભ્રમણનું કેન્દ્ર એ ચોરસનું કેન્દ્ર છે.

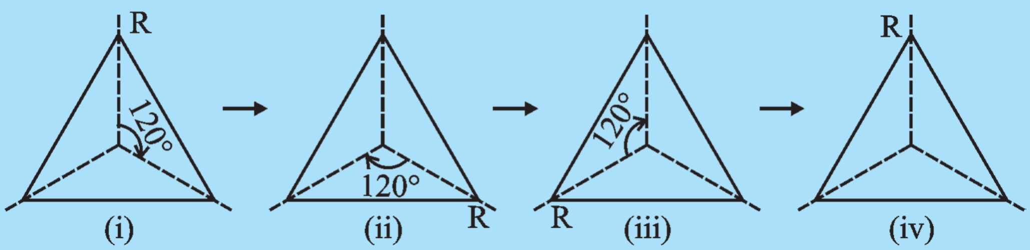
(ii) પરિભ્રમણનો કોણ 90° છે.

(iii) પરિભ્રમણની દિશા ઘડિયાળના કાંટાની દિશામાં છે.

(iv) પરિભ્રમણીય સંમિતિનો ક્રમ 4 છે.

પ્રયત્ન કરો

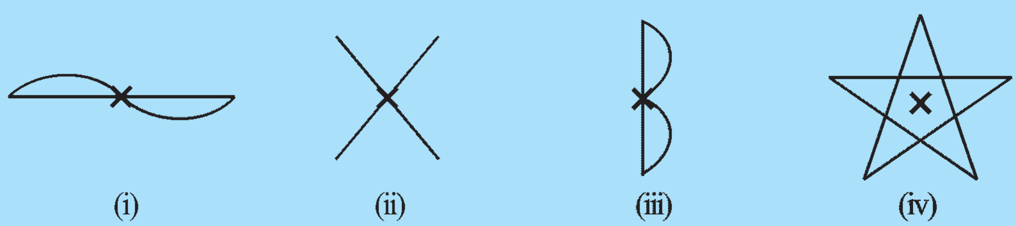
1. (a) તમે સમભુજ ત્રિકોણ માટે પરિભ્રમણીય સંમિતિની કક્ષા કહી શકો છો ? (આકૃતિ 12.14)



આકૃતિ 12.14

(b) કેન્દ્ર આસપાસ 120° દ્વારા પરિભ્રમણ કરવામાં આવે ત્યારે એવી કેટલી સ્થિતિ મળે છે કે જેના પર ત્રિકોણ એક સરખો જ દેખાય ?

2. નીચેનામાંથી કયા આકારમાં નિશાન કરેલા બિંદુ આગળ પરિભ્રમણીય સંમિતિ છે ?

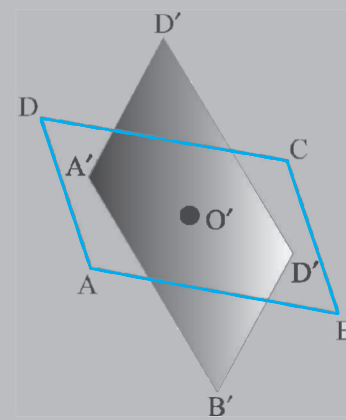


આકૃતિ 12.15

આટલું કરો

બે એકસરખા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD એક કાગળ પર અને A'B'C'D' બીજા એક પારદર્શક કાગળ પર દોરો. તેમના વિકર્ણોના છેદબિંદુઓ અનુક્રમે O અને O' દર્શાવો (આકૃતિ 12.16). આ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણોને એવી રીતે મૂકો કે જેથી A', A પર આવે; B', B પર આવે અને તેથી O', O પર આવશે.

હવે, O' બિંદુ પર એક ટાંકણી લગાવો. હવે, પારદર્શક આકારને ઘડિયાળના કાંટાની દિશામાં ફેરવો. એક પૂર્ણ આંટા દરમિયાન કેટલીવાર બંને આકારો બરાબર બંધબેસતા આવે છે ? પરિભ્રમણીય સંમિતતાનો ક્રમ કયો છે ?

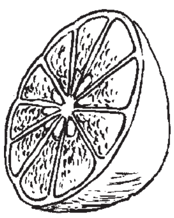


આકૃતિ 12.16

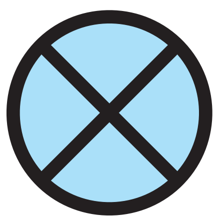
જે બિંદુ પર ટાંકણી છે તે પરિભ્રમણ કેન્દ્ર છે. તે આ કિસ્સામાં વિકર્ણોનું છેદ બિંદુ છે.

દરેક વસ્તુની પરિભ્રમણીય સંમિતિ 1 છે, કારણ કે તે 360°ના પરિભ્રમણ (એટલે કે એક સંપૂર્ણ પરિભ્રમણ) પછી સમાન સ્થિતિ ધરાવે છે. આવા કિસ્સામાં આપણને કોઈ રસ નથી.

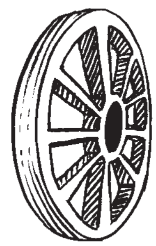
તમારી આસપાસ ઘણા આકારો છે જે પરિભ્રમણીય સંમિતિ ધરાવે છે (આકૃતિ 12.17).



ફળ
(i)



માર્ગ ચિહ્ન
(ii)



પૈંડુ
(iii)

આકૃતિ 12.17

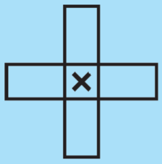
ઉદાહરણ તરીકે, જ્યારે તમે કેટલાંક ફળોને કાપો છો ત્યારે મળતો આડછેદ એ પરિભ્રમણ સંમિતિ ધરાવે છે. તમે આકૃતિને ધ્યાનથી જોશો ત્યારે તમને આશ્ચર્ય થશે [12.17 (i)]. એ ઉપરાંત રસ્તા પર દેખાતા ઘણા માર્ગ ચિહ્ન કે જે પરિભ્રમણીય સંમિતિ દર્શાવે છે. તમે આવા માર્ગ ચિહ્નોને ઓળખવાનો પ્રયત્ન કરો અને તેમની પરિભ્રમણીય સંમિતિનો ક્રમ શોધો [આકૃતિ 12.17 (ii)].

પરિભ્રમણીય સંમિતિ માટે કેટલાંક વધુ ઉદાહરણો વિચારી દરેક ઉદાહરણ માટે ચર્ચા કરો.

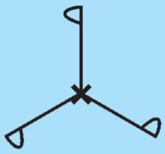
(i) પરિભ્રમણકેન્દ્ર વિશે
(ii) પરિભ્રમણકોણ વિશે
(iii) દિશાની પરિભ્રમણ પર અસર થાય તે વિશે અને
(iv) પરિભ્રમણીય સંમિતિના ક્રમ વિશે ચર્ચા કરો.

પ્રયત્ન કરો

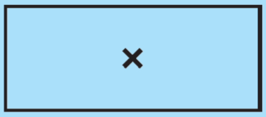
X ચિહ્નથી દર્શાવેલ બિંદુ વિશે આપેલ આકૃતિની પરિભ્રમણીય સંમિતિનો ક્રમ જણાવો. (આકૃતિ 12.18)



(i)



(ii)

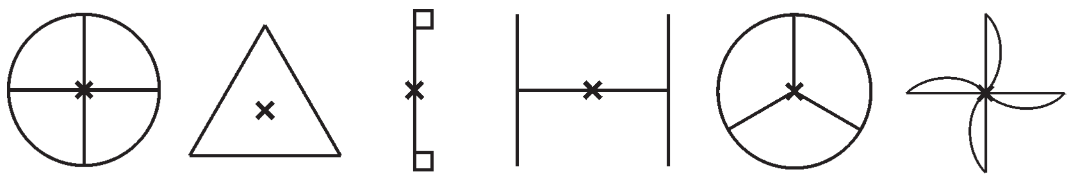


(iii)

આકૃતિ 12.18

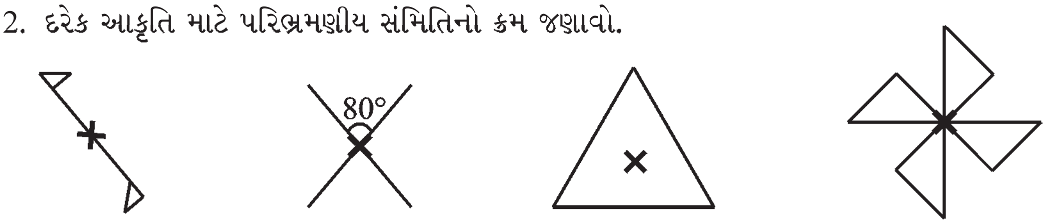
સ્વાધ્યાય 12.2

1. નીચે આપેલી કઈ આકૃતિમાં પરિભ્રમણીય સંમિતિનો ક્રમ 1 કરતાં વધુ છે ?

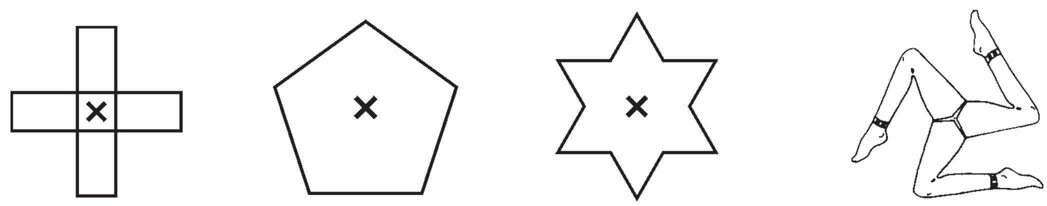


(a) (b) (c) (d) (e) (f)

2. દરેક આકૃતિ માટે પરિભ્રમણીય સંમિતિનો ક્રમ જણાવો.

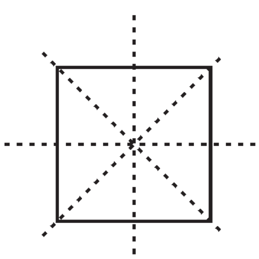


(a) (b) (c) (d)



(e) (f) (g) (h)

12.4 રૈખિક સંમિતિ અને પરિભ્રમણીય સંમિતિ (Line Symmetry and Rotational Symmetry)



આકૃતિ 12.19

તમે અત્યાર સુધી ઘણાં આકારો અને તેમની સંમિતિ જોઈ. હવે તમે સમજી ગયા હશો, કે કેટલાક આકારોમાં માત્ર રૈખિક સંમિતિ છે અને કેટલાકમાં માત્ર પરિભ્રમણીય સંમિતિ, તો કેટલાકમાં બંને છે.

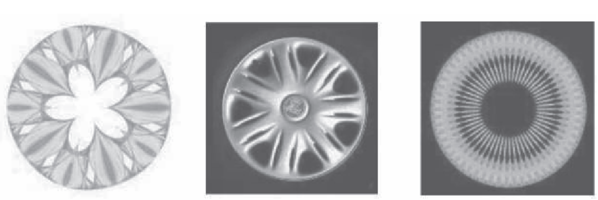
CZ12YI

ઉદાહરણ તરીકે, વિચારો કે એક ચોરસ આકાર છે (આકૃતિ 12.19). તેમાં સંમિતિની કેટલી રેખાઓ છે ?

તેમાં પરિભ્રમણીય સંમિતિ છે ?

જો, હા, તો પરિભ્રમણીય સંમિતિનો ક્રમ કયો છે એના માટે વિચારો.

વર્તુળ એ સૌથી સંપૂર્ણ સંમિતિ ધરાવતી આકૃતિ છે, કારણ કે તેને કોઈ પણ ખૂણે તેના કેન્દ્રની ફરતે પરિભ્રમણ કરાવી શકાય છે અને સાથે સાથે તેમાં અમર્યાદિત સંખ્યામાં રૈખિક સંમિતિ છે.



કોઈ પણ વર્તુળની ભાતનું અવલોકન કરો. કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી દરેક રેખા (અર્થાત્ દરેક વ્યાસ) સંમિતિની રેખા છે (પ્રતિબિંબિત) અને તે દરેક ખૂણા માટે કેન્દ્રની આસપાસ પરિભ્રમણીય સંમિતિ ધરાવે છે.

આટલું કરો

કેટલાક અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોની સંમિતિ અદ્ભુત છે. કયા મૂળાક્ષરોમાં એક જ રૈખિક સંમિતિ છે ? (ઉદાહરણ - E) કયા મૂળાક્ષરોનો પરિભ્રમણીય સંમિતિનો કક્ષા 2 છે ?

આવી રીતે વિચારવાનો પ્રયત્ન કરીને નીચેનું કોષ્ટક પૂર્ણ કરી શકશો.

મૂળાક્ષરો	રૈખિક સંમિતિ	રૈખિક સંમિતિની સંખ્યા	પરિભ્રમણ સંમિતિ	પરિભ્રમણ સંમિતિની કક્ષા
Z	ના	0	હા	2
S				
H	હા		હા	
O	હા		હા	
E	હા			
N			હા	
C				

સ્વાધ્યાય 12.3

1. કોઈ બે એવા આંકડા જણાવો કે જેની રૈખિક સંમિતિ અને પરિભ્રમણ સંમિતિ બંને હોય.
2. નીચેના દરેકમાં શક્ય હોય તો, કાચી આકૃતિ દોરો.
   (i) એકથી વધુ ક્રમની રૈખિક અને પરિભ્રમણીય બંને સંમિતિ હોય તેવો ત્રિકોણ.
   (ii) એકથી વધુ ક્રમની માત્ર રૈખિક સંમિતિ હોય પણ પરિભ્રમણીય સંમિતિ ન હોય તેનો ત્રિકોણ.
   (iii) એકથી વધુ ક્રમની પરિભ્રમણીય સંમિતિ હોય પણ રૈખિક સંમિતિ ન હોય તેવો ચતુષ્કોણ.
   (iv) એકથી વધુ ક્રમની રૈખિક સંમિતિ હોય પણ પરિભ્રણીય સંમિતિ ન હોય તેવો ચતુષ્કોણ.
3. જો કોઈ આકૃતિમાં બે અથવા વધુ રૈખિક સંમિતિ છે,
   જો પરિભ્રમણ સંમિતિ હોય તો તેનો ક્રમ 1 કરતાં વધુ છે ?
4. ખાલી જગ્યા પૂરો.

આકાર	પરિભ્રમણ કેન્દ્ર	પરિભ્રમણનો ક્રમ	પરિભ્રમણ કોણ
ચોરસ			
લંબચોરસ			
સમબાજુ ચતુષ્કોણ			
સમબાજુ ત્રિકોણ			
નિયમિત ષટ્કોણ			
વર્તુળ			
અર્ધવર્તુળ			

5. એવા ચતુષ્કોણનું નામ જણાવો કે જેની રૈખિક સંમિતિ અને પરિભ્રમણ સંમિતિ બંનેનો ક્રમ 1 કરતાં વધુ હોય.
6. કેન્દ્રથી 60° ફર્યા પછી આકૃતિ તેની મૂળ સ્થિતિના જેવી જ દેખાય છે. બીજા કયા ખૂણાઓ માટે આવું થશે ?
7. નીચે આપેલા ખૂણાઓ માટે શું આપણે 1 કરતાં વધુ ક્રમની પરિભ્રમણીય સંમિતિ મેળવી શકીએ ?

(i) 45° (ii) 17°

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. જો કોઈ રેખા દ્વારા આકૃતિ બે ભાગમાં એવી રીતે વહેંચાતી હોય કે બંને ભાગ બંધ-બેસતાં આવે તો તે આકૃતિને રૈખિક સંમિતિ છે એમ કહેવાય.
2. નિયમિત બહુકોણ સમાન બાજુઓ અને સમાન ખૂણાઓ ધરાવે છે. તે ઘણી વધારે (1 કરતાં વધુ) રૈખિક સંમિતિ ધરાવે છે.

નિયમિત બહુકોણ	નિયમિત ષટ્કોણ	નિયમિત પંચકોણ	ચોરસ	સમબાજુ ત્રિકોણ
સંમિતિની રેખાની સંખ્યા	**6**	**5**	**4**	**3**

3. દરેક નિયમિત બહુકોણ તેની જેટલી બાજુઓ હોય, તેટલી રૈખિક સંમિતિઓ ધરાવે છે.
4. અરીસામાં મળતું પ્રતિબિંબ સંમિતિ ધરાવે છે પરંતુ તેમાં ડાબી અને જમણી બાજુના ફેરફારોને ધ્યાનમાં લેવા જરૂરી છે.
5. પરિભ્રમણ કોઈ વસ્તુ (અથવા આકાર)ને એક નિશ્ચિત બિંદુ આસપાસ ફેરવે છે.

   નિશ્ચિત બિંદુને **પરિભ્રમણનું કેન્દ્ર** કહે છે. જે ખૂણે પરિભ્રમણ થાય તેને **પરિભ્રમણકોણ** કહે છે. 180°નું પરિભ્રમણ એ અર્ધપરિભ્રમણ છે અને 90°નું પરિભ્રમણ એ ચોથા ભાગનું પરિભ્રમણ છે. પરિભ્રમણ ઘડીયાળના કાંટાની દિશામાં અથવા તેની વિરુદ્ધ દિશામાં હોઈ શકે.
6. જો પરિભ્રમણ પછી પણ વસ્તુ બરાબર તેવી જ દેખાય તો આપણે કહી શકીએ છીએ કે તેની પરિભ્રમણીય **સંમિતિ** છે.
7. કોઈ પણ આકૃતિને 360° પરિભ્રમણ કરતાં, પરિભ્રમણ દરમિયાન જેટલી વખત આકૃતિ મૂળ આકૃતિ જેવી દેખાય તેને **પરિભ્રમણીય સંમિતિનો ક્રમ** કહેવાય છે. ચોરસની પરિભ્રમણીય સંમિતિની કક્ષા 4 છે, સમબાજુ ત્રિકોણની સંમિતિની કક્ષા 3 છે.
8. અમુક આકારોની ફક્ત એક જ રૈખિક સંમિતિ હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે E. અમુક આકારોની ફક્ત પરિભ્રમણીય સંમિતિ હોય છે, ઉદાહરણ તરીકે S. અમુકની બંને સંમિતિ હોય છે, ઉદાહરણ H. સંમિતિનો અભ્યાસ જરૂરી છે કારણ કે તે રોજિંદા જીવનમાં વારંવાર ઉપયોગમાં આવે છે અને વધુ મહત્ત્વની છે કારણ કે તે આપણને સુંદર ભાત પૂરી પાડે છે.

પ્રકરણ 13

ઘન આકારોનું પ્રત્યક્ષીકરણ

13.1 પ્રાસ્તાવિક (Introduction)

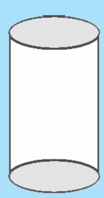
સમતલીય આકૃતિઓ અને ઘન આકારો (Plane Figures and Solid Shapes)

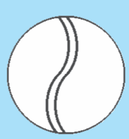
આ પ્રકરણમાં ‘‘પરિમાણ (dimension)’’ના સંદર્ભમાં તમારી જાણીતી આકૃતિઓનું વર્ગીકરણ કરીશું. આપણા દૈનિક જીવનમાં આપણી આસપાસ પુસ્તકો, દડા, આઈસ્ક્રીમના કોન વગેરે ભિન્ન આકારો ધરાવતી વસ્તુઓ આપણે જોઈએ છીએ. આમાંની ઘણી બધી વસ્તુઓમાં એક સામાન્ય બાબત એ છે કે તે દરેક લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ કે ઊંડાઈ ધરાવે છે. એટલે કે તે દરેક જગ્યા રોકે છે અને તેમને ત્રણ પરિમાણો હોય છે. આથી તેમને ત્રિપરિમાણીય આકારો કહેવાય છે.

તમે અગાઉનાં ધોરણમાં જોયા છે તેવા કેટલાક ત્રિપરિમાણીય આકારો યાદ છે ?

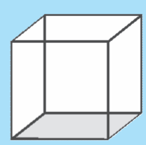
પ્રયત્ન કરો

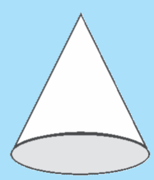
આકારને નામ સાથે જોડો :

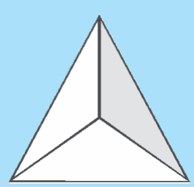
(i)  (a) લંબઘન (cuboid)

(ii)  (b) નળાકાર (cylinder)

(iii)  (c) ઘન (cube)

(iv)  (d) ગોલક (sphere)

(v)  (e) પિરામિડ (pyramid)

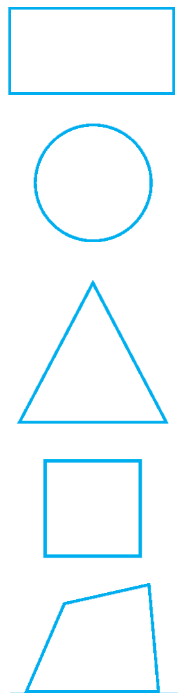
(vi)  (f) શંકુ (cone)

આકૃતિ 13.1

તેના જેવા આકાર ધરાવતી કેટલીક વસ્તુઓ ઓળખવા પ્રયત્ન કરો.

આ જ રીતે, કાગળ પર દોરેલી આકૃતિઓ કે જેને માત્ર લંબાઈ અને પહોળાઈ હોય તેમને દ્વિપરિમાણીય (સમતલીય) આકૃતિઓ કહેવાય છે. આગળના ધોરણમાં કેટલીક દ્વિપરિમાણીય આકૃતિઓ જોઈ છે.

નીચેની દ્વિપરિમાણીય આકૃતિઓને તેમનાં નામ સાથે જોડો (આકૃતિ 13.2).



(i)	(a) વર્તુળ
(ii)	(b) લંબચોરસ
(iii)	(c) ચોરસ
(iv)	(d) ચતુષ્કોણ
(v)	(e) ત્રિકોણ

આકૃતિ 13.2

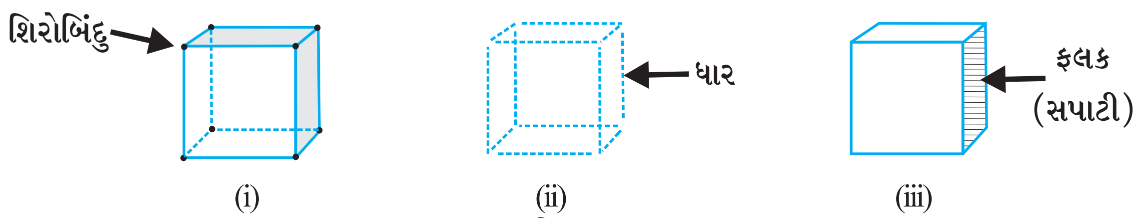
નોંધ : આપણે દ્વિપરિમાણીય (two dimensional) માટે ટૂંકમાં 2-D અને ત્રિપરિમાણીય (three dimensional) માટે ટૂંકમાં 3-D લખીશું.

13.2 ફલક, ધાર અને શિરોબિંદુ (Face, Edge and Vertex)

CZ9Y16

તમે ઘન આકારો શીખ્યાં છો.

હવે આકૃતિ 13.3 જુઓ.



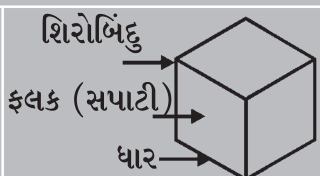
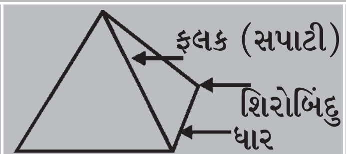
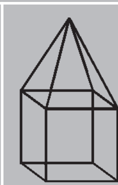
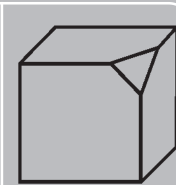
આકૃતિ 13.3

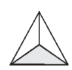
સમઘનના 8 ખૂણા એનાં શિરોબિંદુ છે. ઘનનું માળખું રચનાર 12 રેખાખંડ તેની ધાર છે. 6 સપાટ ચોરસ સપાટી તે ઘનના ફલક છે.

આટલું કરો

નીચેનું કોષ્ટક પૂર્ણ કરો :

કોષ્ટક 13.1

				
ફલક (F)	6	4		
ધાર (E)	12			
શિરોબિંદુ (V)	8	4		

શું તમે એ જોઈ શકો છો કે ત્રિપરિમાણીય આકારના ફલક, દ્વિપરિમાણીય આકૃતિઓ છે ? ઉદાહરણ તરીકે, નળાકારના  બે ફલકો છે, જે બંને વર્તુળ છે અને  આકારના પિરામિડના ફલકો ત્રિકોણ છે.

હવે કેટલાક 3-D આકારોને કાગળની 2-D સપાટી પર કેવી રીતે કલ્પી શકાય તે જોવા પ્રયત્ન કરીએ.

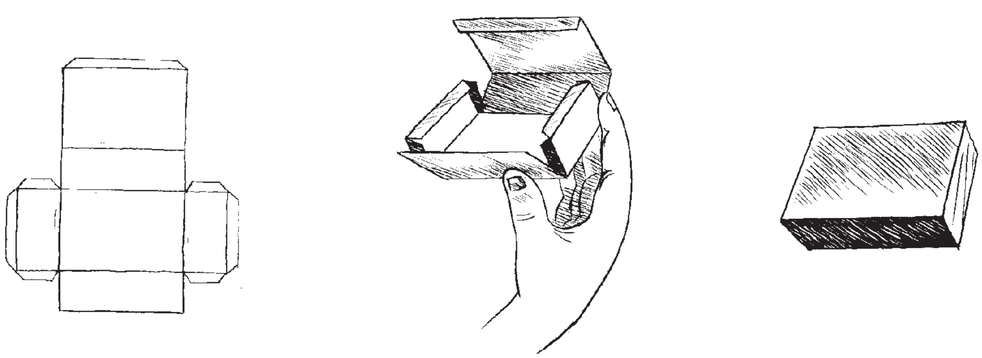
આમ કરવા માટે, ત્રિપરિમાણીય વસ્તુઓને બારીકાઈથી સમજવી પડશે. હવે આપણે 'નેટ' (Net) તરીકે ઓળખાતી રેખાકૃતિ બનાવીને આવા આકારો બનાવવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

13.3 3-D આકારો બનાવવા માટેની 'નેટ' (Net - રેખાકૃતિ) (Nets for Building 3-D Shapes)

CZIU2T

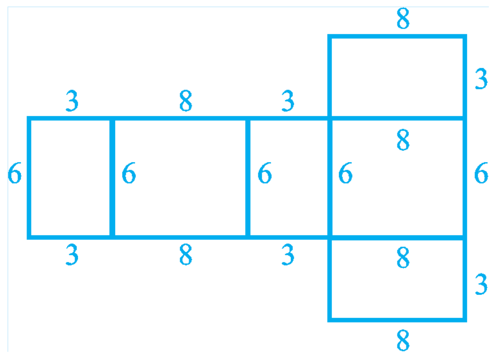
પૂંઠાનું એક બૉક્સ લો. તેની ધાર પરથી તેને કાપીને સમતલ પૂંઠું મેળવો. આ તે બૉક્સની નેટ છે.

નેટ એ 2-D [આકૃતિ 13.4 (i)] રેખાકૃતિ છે, જેને વાળવાથી [આકૃતિ 13.4 (ii)], પરિણામ સ્વરૂપે 3-D આકાર [આકૃતિ 13.4 (iii)] મળે છે.



(i) (ii) (iii)

આકૃતિ 13.4



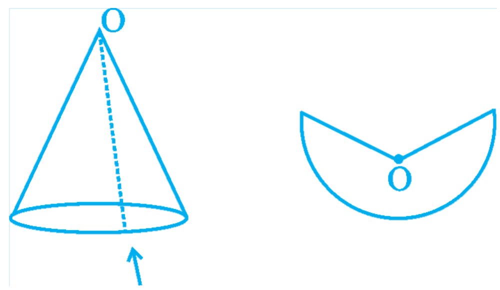
આકૃતિ 13.5

અહીં તમે ધારોને યોગ્ય રીતે જુદી કરીને રેખાકૃતિ મેળવી છે. શું આની ઉલટી ક્રિયા શક્ય છે ?

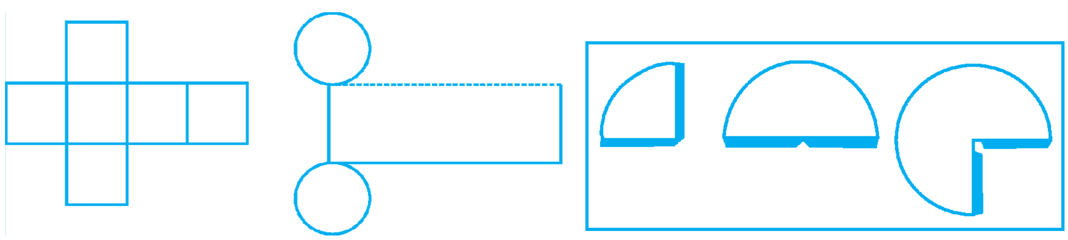
આકૃતિ 13.5 માં એક બોક્સની રેખાકૃતિ બતાવી છે. કાગળ પર એનું વિસ્તૃત સ્વરૂપ દોરી તેને યોગ્ય રીતે વાળીને ધાર ચોંટાડી બોક્સ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરો. (તમે યોગ્ય એકમ લઈ શકો છો) બોક્સ એ ઘન આકાર છે. તે એક 3-D વસ્તુ છે, જે લંબઘનના સ્વરૂપમાં છે.

આ જ રીતે તમે એક શંકુ આકારને તેની ત્રાંસી સપાટી પર કાપીને શંકુની રેખાકૃતિ મેળવી શકો (આકૃતિ 13.6).

તમારી પાસે ભિન્ન આકારો માટે ભિન્ન 'નેટ' છે. આ આપેલી રેખાકૃતિના વિસ્તૃત સ્વરૂપની નકલ કરી (આકૃતિ 13.7) અને દર્શાવેલ 3-D આકારો બનાવવાનો પ્રયત્ન કરો. (તમે કાર્ડબૉર્ડની પટ્ટીઓને પીનથી જોડીને પણ આકારો બનાવી શકો.)



આકૃતિ 13.6



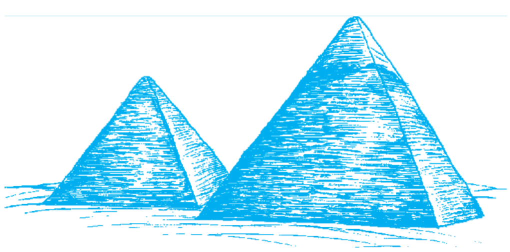
સમઘન (i)

નળાકાર (ii)

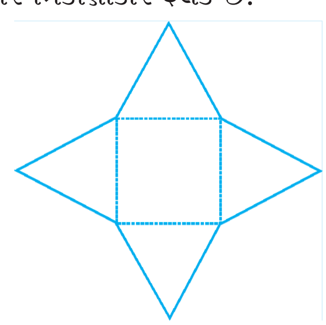
શંકુ (iii)

આકૃતિ 13.7

આપણે ઈજિપ્તના ગિઝાના મહાન પિરામિડના જેવો પિરામિડ બનાવવાની રેખાકૃતિ પણ બનાવી શકીએ (આકૃતિ 13.8). તે પિરામિડને ચોરસ આધાર અને ચાર ત્રિકોણાકાર ફલક છે.



આકૃતિ 13.8

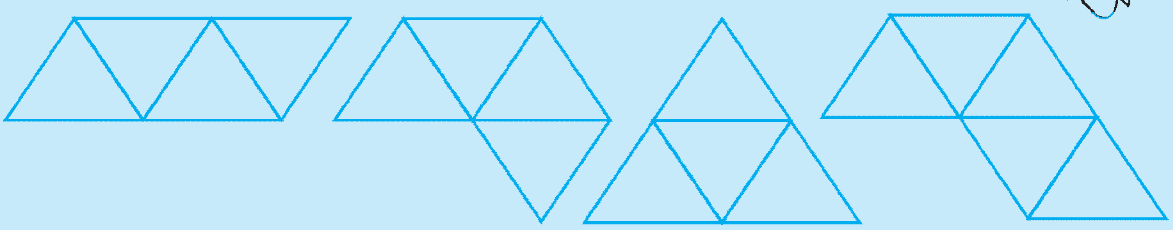


આકૃતિ 13.9

આકૃતિ 13.9માં આપેલ રેખાકૃતિ પ્રમાણે તમે તે બનાવી શકો કે કેમ તે જુઓ.

પ્રયત્ન કરો

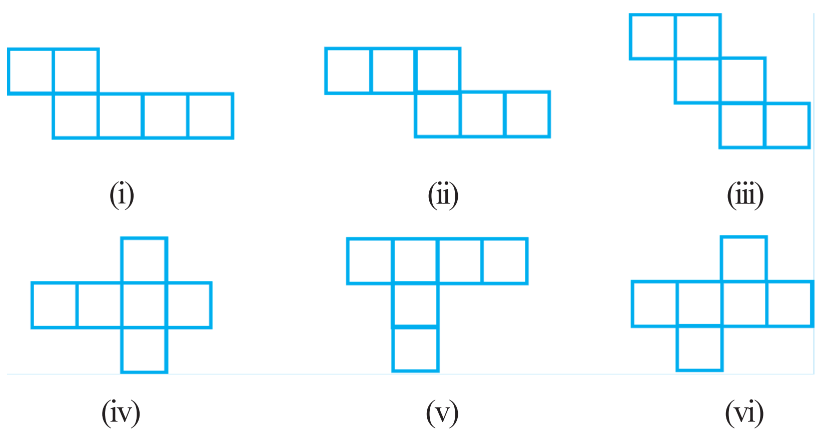
અહીં ચાર રેખાકૃતિઓ છે (આકૃતિ 13.10). આમાં ચતુષ્ફલક (tetrahedron) બનાવવા માટેની બે સાચી રેખાકૃતિઓ છે. કઈ આકૃતિમાંથી ચતુષ્ફલક બનાવી શકાય તે જુઓ.



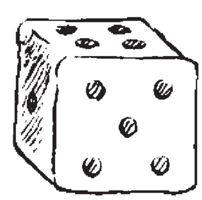
આકૃતિ 13.10

સ્વાધ્યાય 13.1

1. સમઘન બનાવવા માટે ઉપયોગમાં લઈ શકાય તેવી રેખાકૃતિ ઓળખો (રેખાકૃતિની નકલ કરીને કાપીને પ્રયત્ન કરો) :



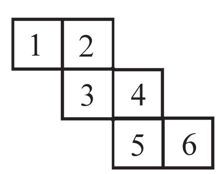
2. દરેક સપાટી પર ટપકાં હોય તેવા સમઘનને પાસો કહે છે. પાસાની સામસામેની સપાટીઓ પરના ટપકાંનો સરવાળો હંમેશા સાત થાય છે.



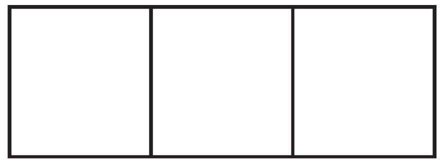
   અહીં પાસો બનાવવા માટેની બે રેખાકૃતિઓ દર્શાવી છે. દરેક ચોરસમાં લખેલા અંકો તે સપાટી પરનાં ટપકાં સંખ્યા દર્શાવે છે.

   ખાલી ખાનામાં યોગ્ય સંખ્યાઓ લખો અને યાદ રાખો કે સામસામેની સપાટી (બાજુ) પરના અંકોનો સરવાળો 7 થવો જોઈએ.

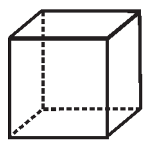
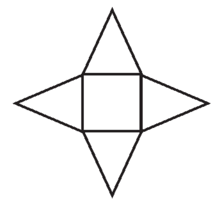
3. બાજુમાં દર્શાવેલી રેખાકૃતિ પાસાની રેખાકૃતિ હોઈ શકે ? તમારો જવાબ સમજાવો.

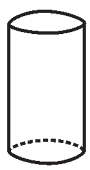
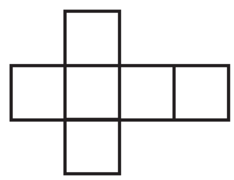


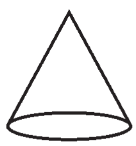
4. સમઘન બનાવવા માટેની એક અપૂર્ણ રેખાકૃતિ આપેલી છે. તેને ઓછામાં ઓછી બે રીતે પૂર્ણ કરો. યાદ રાખો કે સમઘનને છ ફલકો છે. અહીં આપેલી રેખાકૃતિમાં કેટલી છે ? (બે ભિન્ન આકૃતિઓ આપો. જો તમને ગમે તો સરળતા માટે ચોરસ ખાનાવાળા કાગળનો ઉપયોગ કરી શકો.)

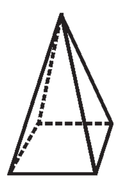
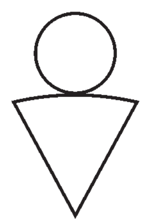


5. રેખાકૃતિને યોગ્ય ઘનાકાર સાથે જોડો :

(a)  (i) 

(b)  (ii) 

(c)  (iii) 

(d)  (iv) 

આ રમત રમો

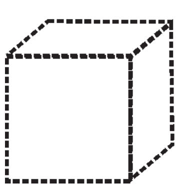
તમે અને તમારો મિત્ર પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં મોં કરીને બેસો. તમારામાંથી એક, 3-D આકારની રેખાકૃતિનું વર્ણન મોટેથી બોલે અને બીજો દોરે અથવા 3-D વસ્તુ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરે.

CZSQ4G

13.4 સમતલ પર ઘન આકારો દોરવા (Drawing Solids on a Flat Surface)

તમે કાગળ પર ચિત્રો દોરો છો, જે સપાટ છે. તમે જ્યારે ઘન આકાર દોરો છો ત્યારે ત્રિપરિમાણીય દેખાય તે માટે કેટલેક અંશે ત્રાંસું દોરો છો, આ એક દૃષ્ટિભ્રમ (visual illusion) છે. અહીં તમને મદદરૂપ થાય તેવી બે ટેક્નિક બતાવી છે.

13.4.1 તિર્યક રેખાકૃતિઓ (Oblique Sketches)

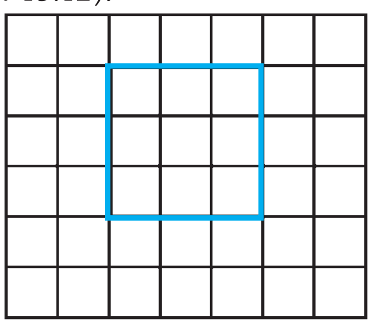


આકૃતિ 13.11

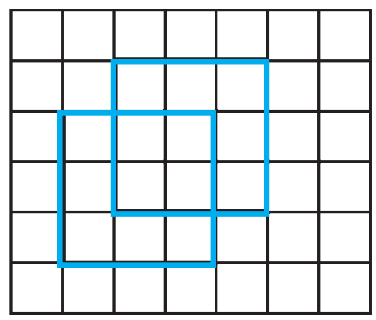
અહીં એક સમઘનનું ચિત્ર છે (આકૃતિ 13.11). જ્યારે સામેથી જોવામાં આવે ત્યારે સમઘન કેવો દેખાય છે તેનો સ્પષ્ટ ખ્યાલ અહીં આવે છે. તમે (તેની) કેટલીક સપાટીઓ જોઈ શકતાં નથી. દોરેલા ચિત્રમાં

સમઘનમાં હોય તેવી જ બધી લંબાઈઓ સમાન નથી. છતાં તમે ઓળખી શકો છો કે એ સમઘન છે. ઘનની આવી રેખાકૃતિને તિર્યક રેખાકૃતિ કહે છે.
આવી આકૃતિઓ તમે કેવી રીતે દોરી શકો ? ચાલો તો ટેક્નિક શીખવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

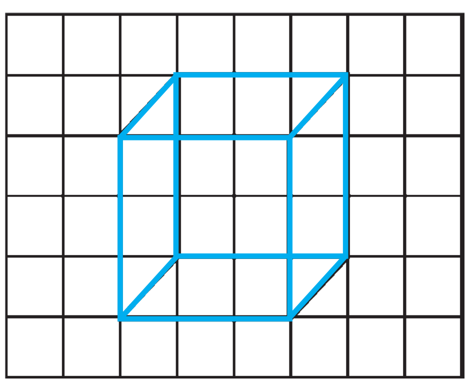
તમારે ચોરસ ખાનાંવાળો (રેખા અથવા ટપકાંવાળો) કાગળ જોઈશે. શરૂઆતમાં ખાનાં પર દોરવાનો મહાવરો કર્યા પછી સાદા કાગળ પર (ટપકાંની મદદ સિવાય) દોરવાનું સરળ થશે. આપણે એક $3 \times 3 \times 3$ (દરેક ધાર 3 એકમ હોય) માપના સમઘનની તિર્યક રેખાકૃતિ દોરવાનો પ્રયત્ન કરીએ (આકૃતિ 13.12).



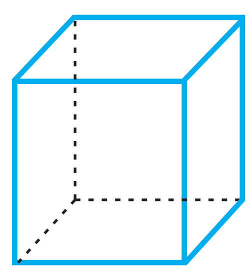
પગલું 1
આગળની સપાટી દોરો.



પગલું 2
તેની વિરુદ્ધની સપાટી દોરો. સપાટીનાં માપ સમાન હોવાં જોઈએ, પરંતુ આકૃતિ પ્રથમ પગલાં કરતાં થોડીક ખસેલી દેખાશે.



પગલું 3
અનુરૂપ ખૂણાઓને જોડો.



પગલું 4
ન દેખાતી ધાર માટે તૂટક રેખા દોરો (આ એક પરિપાટી (convention) છે).
હવે આકૃતિ તૈયાર છે.

આકૃતિ 13.12

ઉપરની તિર્યક રેખાકૃતિમાં તમે નીચેની બાબતોની નોંધ કરી ?

(i) સામેની સપાટી અને તેની વિરુદ્ધ બાજુની સપાટીનાં માપ સરખાં છે; અને

(ii) ધારનાં માપ, જે સમઘનમાં સમાન હોય છે તે અહીં પણ સમાન દેખાય છે, જો કે ધારનાં સાચાં માપ લીધેલાં નથી.

હવે તમે લંબઘનની તિર્યક આકૃતિ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરો. (યાદ રાખો કે આ કિસ્સામાં સપાટીઓ લંબચોરસ છે.)

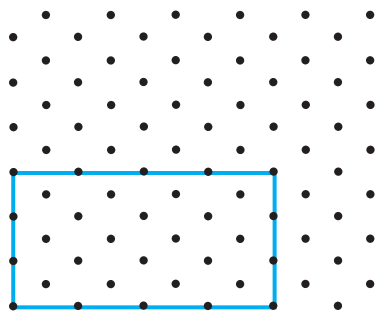
નોંધ : આપેલા ઘનનાં માપ જેટલાં જ માપ લઈને તમે આકૃતિ દોરી શકો. તે માટે આઈસોમેટ્રિક શીટ (સમમિતિય ટપકાવાળી શીટ)ની જરૂર પડશે. આપેલ આઈસોમેટ્રિક શીટ (isometric sheet) પર

આપણે 4 સેમી લંબાઈ, 3 સેમી પહોળાઈ અને 3 સેમી ઊંચાઈવાળા લંબઘનની આકૃતિ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

13.4.2 સમમિતીય આકૃતિઓ (Isometric Sketches)

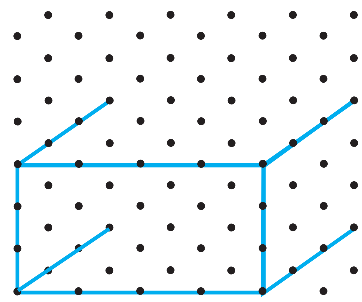
તમે સમમિતીય ડોટશીટ જોઈ છે ? (આ પુસ્તકને અંતે તેનો નમૂનો આપેલ છે.) જે નાના સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવતા ટપકાઓથી અથવા રેખાઓથી કાગળને વિભાગતી શીટ છે.

આપેલા ઘનનાં માપ જેટલા જ માપવાળી આકૃતિ દોરવા માટે આપણે $4 \times 3 \times 3$ (એટલે કે લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈની ધારો અનુક્રમે 4, 3, 3, એકમની છે.) માપના લંબઘનનો સમમિતીય આકૃતિ દોરવાનો પ્રયત્ન કરીએ (આકૃતિ 13.13).



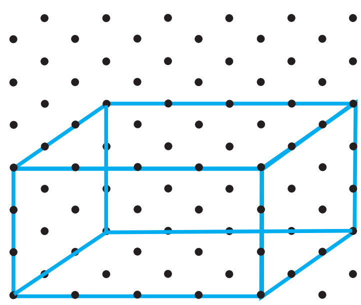
પગલું 1

સામેની સપાટી દર્શાવવા માટે લંબચોરસ દોરો.



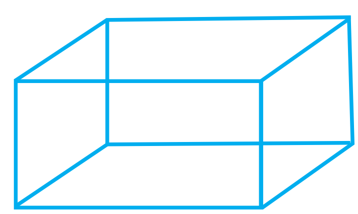
પગલું 2

લંબચોરસના ચાર ખૂણાઓ પરથી 3 લંબાઈના ચાર સમાંતર રેખાખંડ દોરો.



પગલું 3

યોગ્ય રેખાખંડોથી સામસામેના ખૂણાઓને જોડો.

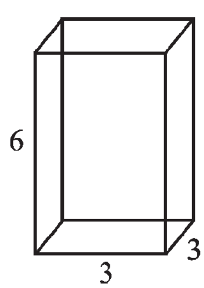


પગલું 4

આ લંબઘનનો આઈસોમેટ્રિક સ્કેચ છે.

આકૃતિ 13.13

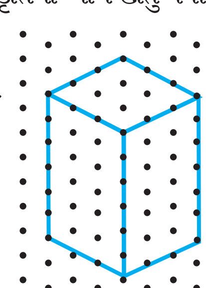
ધ્યાનમાં રાખો કે સમમિતીય આકૃતિમાં મૂળ લંબાઈ પ્રમાણે જ માપ હોય છે જ્યારે તિર્યક રેખાકૃતિમાં આમ હોતું નથી.



આકૃતિ 13.14 (i)

ઉદાહરણ 1 આકૃતિ 13.14 (i) માં લંબઘનની તિર્યક રેખાકૃતિ છે. આને અનુરૂપ આઈસોમેટ્રિક સ્કેચ દોરો.

ઉકેલ આકૃતિ 13.14 (ii) માં ઉકેલ બતાવેલો છે. માપની કેવી રીતે કાળજી લીધી છે તે જુઓ.

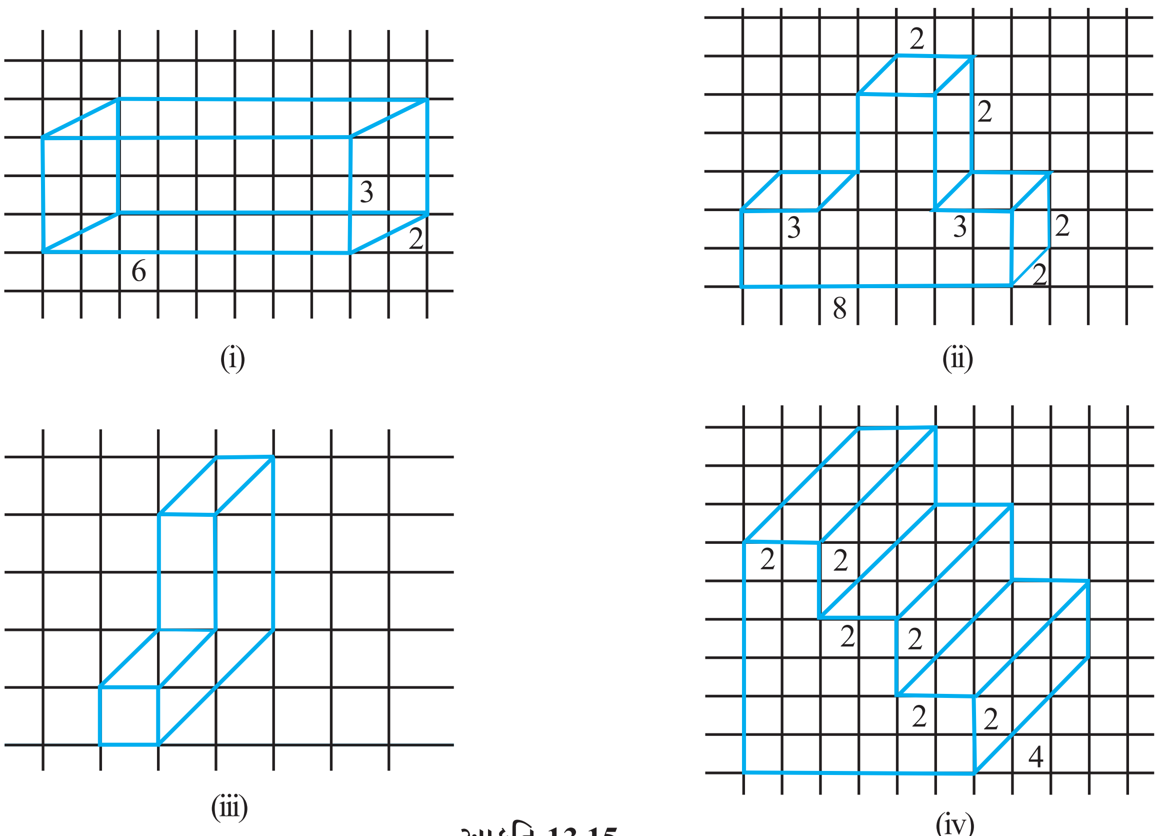


આકૃતિ 13.14 (ii)

તમે (i) લંબાઈ, (ii) પહોળાઈ અને (iii) ઊંચાઈમાં કેટલા એકમ લીધા છે ? તિર્યક રેખાકૃતિમાં દર્શાવેલ એકમો સાથે તેનો મેળ બેસે છે ?

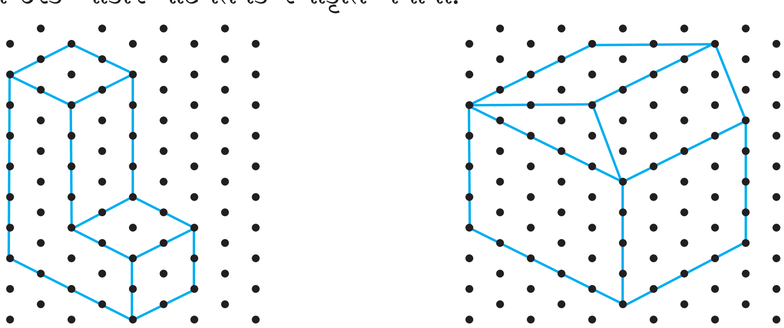
સ્વાધ્યાય 13.2

1. આઈસોમેટ્રિક ડોટ પેપર પર નીચેના દરેક આકારનો આઈસોમેટ્રિક સ્કેચ બનાવો :



આકૃતિ 13.15

2. એક લંબઘનનાં માપ 5 સેમી, 3 સેમી અને 2 સેમી છે. આ લંબઘનની ત્રણ જુદી જુદી આઈસોમેટ્રિક આકૃતિ બનાવો.
3. જેની બાજુ 2 સેમીની છે તેવા ત્રણ સમઘન, બાજુ બાજુમાં ગોઠવીને એક લંબઘન બનાવે છે. આ લંબઘનની તિર્યક અથવા આઈસોમેટ્રિક આકૃતિ બનાવો.
4. નીચેના દરેક આકાર માટે તિર્યક રેખાકૃતિ બનાવો.

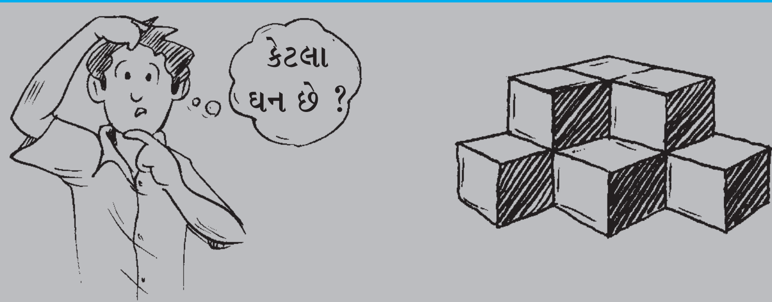


5. નીચેના દરેકની (i) તિર્યક રેખાકૃતિ અને (ii) આઈસોમેટ્રિક આકૃતિ બનાવો.
   (a) 5 સેમી, 3 સેમી અને 2 સેમી માપવાળો લંબઘન (તમારી આકૃતિ અનન્ય છે ?)
   (b) 4 સેમી લંબાઈની ધારવાળો એક સમઘન.

   આ પુસ્તકને અંતે આઈસોમેટ્રિક શીટ જોડેલ છે. તમે તેના પર તમારો મિત્ર કહે તે માપના સમઘન અને લંબઘનની આકૃતિ બનાવો.

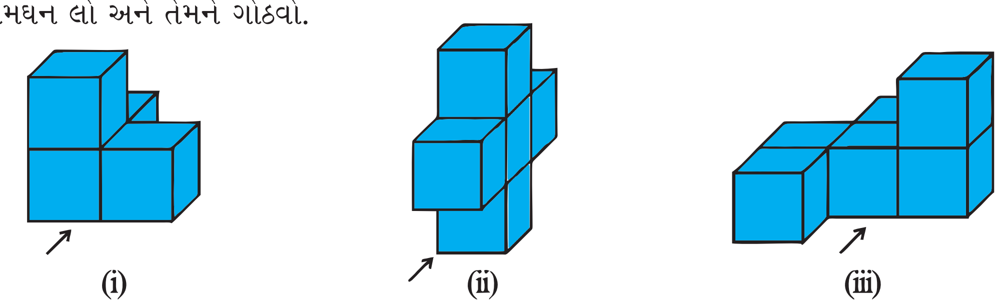
13.4.3 ઘન વસ્તુઓને જુઓ (Visualising Solid Object)

આટલું કરો



જ્યારે તમે કેટલાક સંયુક્ત આકારો જુઓ છો, ત્યારે તેમાંના કેટલાક તમારી નજરથી છુપાયેલા હોય છે.

તમારા નવરાશના સમયમાં કરી શકાય તેવી કેટલીક પ્રવૃત્તિઓ અહીં આપેલ છે, જે તમને કેટલીક ઘન વસ્તુઓ અને તે કેવી દેખાશે તે જોવામાં મદદરૂપ બનશે. આકૃતિ 13.16માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે કેટલાક સમઘન લો અને તેમને ગોઠવો.

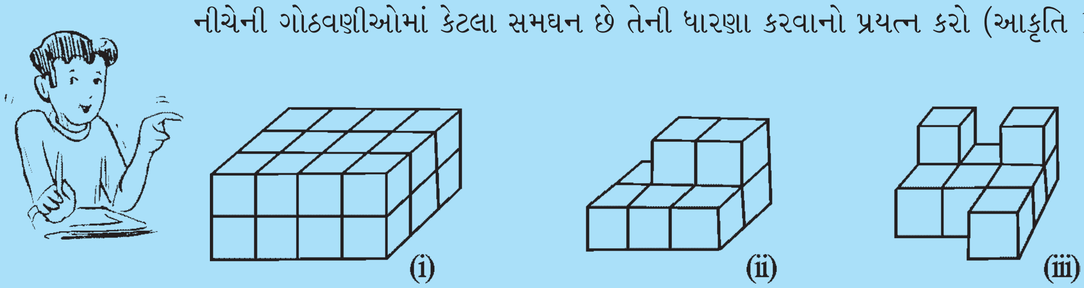


આકૃતિ 13.16

હવે તમારા મિત્રને આકૃતિમાં દર્શાવેલ તીરની નિશાની તરફથી જોઈ દરેકમાં કેટલા સમઘન ગોઠવેલા છે તેની ધારણા કરવા કહો.

પ્રયત્ન કરો

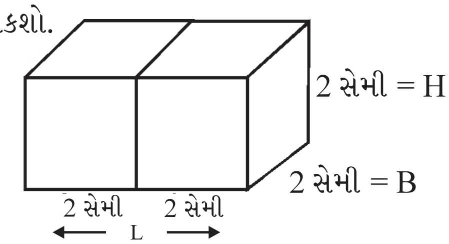
નીચેની ગોઠવણીઓમાં કેટલા સમઘન છે તેની ધારણા કરવાનો પ્રયત્ન કરો (આકૃતિ 13.17).



આકૃતિ 13.17

આવી રીતે જોવાની ટેવ ઉપયોગી છે. ધારો કે તમે આવા સમઘન જોડીને લંબઘન બનાવો છો તો તમે તેની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ વિશે અનુમાન કરી શકશો.

ઉદાહરણ 2 જો 2 સેમી × 2 સેમી × 2 સેમી માપવાળા બે સમઘન બાજુ-બાજુમાં ગોઠવવામાં આવે તો તેથી બનતાં લંબઘનનાં માપ કેટલાં હશે ?



આકૃતિ 13.18

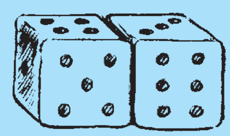
ઉકેલ બાજુની (આકૃતિ 13.18) પરથી તમે જોઈ શકો છો કે જ્યારે તમે આ રીતે બે સમઘનને પાસપાસે ગોઠવો છો ત્યારે માત્ર લંબાઈ જ વધે છે

$2 + 2 = 4$ સેમી થાય છે.

પહોળાઈ = 2 સેમી અને ઊંચાઈ = 2 સેમી.

પ્રયત્ન કરો

1. આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે બે પાસા બાજુ-બાજુમાં છે તમે કહી શકો કે દર્શાવેલ બાજુઓની વિરૂદ્ધ બાજુઓનો સરવાળો કેટલો થશે ? (i) $(5 + 6)$ (ii) $(4 + 3)$
   (યાદ રાખો કે પાસામાં સામ સામેની બાજુ પર આવેલા અંકોનો સરવાળો 7 થાય છે.)
2. 2 સેમી બાજુ ધરાવતાં ત્રણ સમઘન પાસપાસે ગોઠવીને લંબઘન બનાવેલ છે. આની તિર્યક આકૃતિ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરો અને તેની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ શું હોઈ શકે તે કહો.



આકૃતિ 13.19

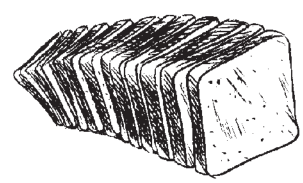
13.5 ઘનના જુદા-જુદા ભાગને જોવા (Viewing Different Sections of a Solid)

ચાલો હવે 3-D વસ્તુને જુદી જુદી રીતે જોઈએ.

D12L64

13.5.1 વસ્તુને જોવાની એક રીત, કાપવું અથવા પાતળી કાતરી કરવી

કાતરી કરવી :



આકૃતિ 13.20

એક પાંઉ લો (આકૃતિ 13.20). તે ચોરસ ફલકવાળા લંબઘન આકારમાં છે. તમે ચપ્પુથી તેની પાતળી કાતરી કાપો.

તમે જ્યારે ઊભો કાપ મૂકશો, તમને આકૃતિ 13.20માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ઘણા ટુકડા (કાતરી) મળશે. દરેકની સપાટી ચોરસ છે ! આપણે આને આખી બ્રેડ(પાંઉ)નો **આડછેદ (cross-section)** કહીશું. અહીં આડછેદ લગભગ ચોરસ છે.

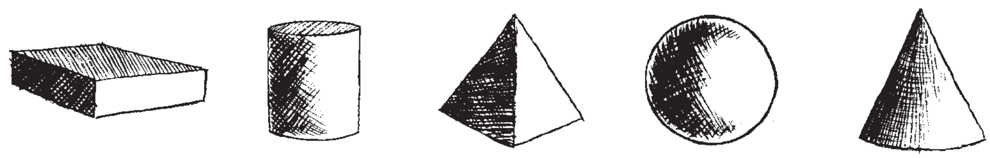
સાવધાન ! જો તમારો કાપ 'ઊભો' ન હોય તો તમને ભિન્ન આડછેદ મળે ! વિચારો. તમને મળતાં આડછેદની સીમારેખા, સમતલીય વક્ર છે. એ તમે નોંધ્યું ?

રસોડામાં રમત :

રસોડામાં રસોઈ કરવા માટે શાકભાજીને કાપવામાં આવે ત્યારે મળતાં આડછેદોની નોંધ લીધી છે ? અલગ અલગ ટુકડાઓનું અવલોકન કરો અને મળતાં આડછેદના આકારોથી પરિચિત થાઓ.

રમત રમો :

નીચેના ઘન આકારોના માટીના (અથવા પ્લાસ્ટિસાઈનના) નમૂનાઓ બનાવો અને તેને ઊભા અથવા આડા કાપો. તમને જે આડછેદ મળે તેની કાચી આકૃતિઓ દોરો. જ્યાં આપી શકાય ત્યાં તેમને નામ આપો.



આકૃતિ 13.21

સ્વાધ્યાય 13.3

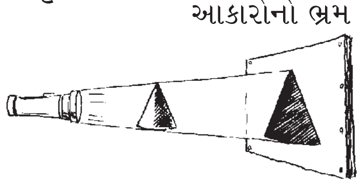
1. નીચેની ઘન વસ્તુઓને તમે જો
   (i) ઊભી (ii) આડી
   કાપો તો કયા આડછેદ મળે છે ?
   (a) ઈંટ (b) ગોળ સફરજન (c) પાસો
   (d) વર્તુળાકાર નળી (e) આઈસ્ક્રીમ કોન

આકૃતિ 13.22

13.5.2 બીજી રીત : પડછાયાની રીત

પડછાયાની રમત : (A Shadow Play)

ત્રિપરિમાણીય વસ્તુઓ દ્વિપરિમાણમાં કેવી દેખાય તે જોવા માટે પડછાયાનો સરસ ઉપયોગ થઈ શકે. તમે પડછાયાની રમત જોઈ છે ? ઘન આકૃતિઓના પડછાયા પડદા પર પાડીને હલનચલન કરતા આકારોનો ભ્રમ ઊભો કરી આનંદ લેવાની રમત છે. એમાં ગણિતના ખ્યાલોનો આડકતરો ઉપયોગ છે.



આકૃતિ 13.23

આ પ્રવૃત્તિ માટે તમને એક પ્રકાશનું ઉદ્ભવસ્થાન અને કેટલાક ઘન આકારો જોઈશે. (જો તમારી પાસે ઓવરહેડ પ્રોજેક્ટર હોય, તો તેની લાઈટની નીચે ઘન આકારો મૂકીને હવે તપાસો.)

એક શંકુની બરાબર સામે **બત્તી (torch light)** રાખો. તેનાથી પડદા પર કેવો પડછાયો પડે છે ? (આકૃતિ 13.23)

ઘન ત્રિપરિમાણીય છે તો પડછાયાનું પરિમાણ કેટલું છે ?

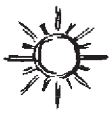
ઉપરની રમતમાં શંકુને બદલે સમઘન મૂકો તો કેવા પ્રકારનો પડછાયો મળશે ?

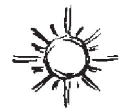
પ્રકાશનું ઉદ્ભવસ્થાન અને ઘન આકારની જગ્યાઓ આઘી-પાછી ખસેડીને પ્રયોગો કરો. આમ કરવાથી મળતા પડછાયાના આકાર અને કદમાં થતા ફેરફારોનો અભ્યાસ કરો.

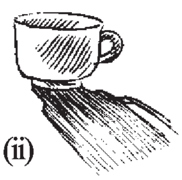
આવો જ ગમ્મતભર્યો એક બીજો પ્રયોગ છે, જે કદાચ તમે કર્યો પણ હશે. સૂર્ય જ્યારે બરાબર માથા પર હોય ત્યારે બપોરે એક ચાનો કપ આકૃતિ 13.24 (i)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ખુલ્લામાં મૂકો. તમને કેવો પડછાયો મળે છે ?

(i)

શું આ પડછાયો સરખો જ રહે છે ?

 (a) સવારે ?

 (a) સાંજે ?


(ii)

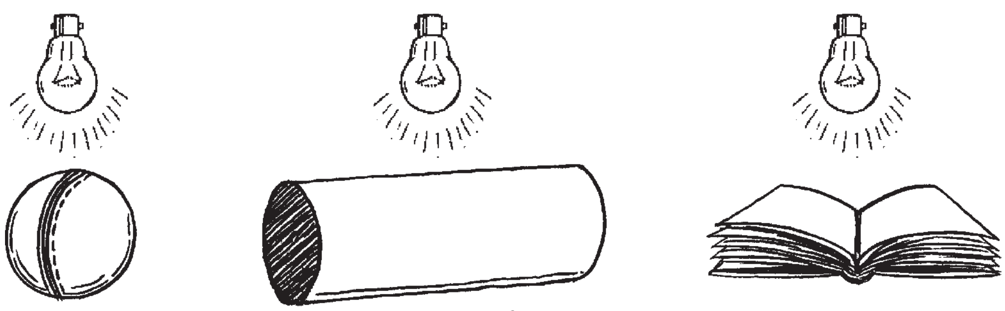

(iii)

આકૃતિ 13.24 (i) - (iii)

સૂર્યનું સ્થાન અને અવલોકનના સમયના સંદર્ભમાં પડછાયાનો અભ્યાસ કરો.

સ્વાધ્યાય 13.4

1. આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે નીચેના ઘન આકારોની ઉપર ઈલેક્ટ્રિક બલ્બ સળગાવવામાં આવે છે. દરેકના મળતા પડછાયાનું નામ આપો. પડછાયાની આકૃતિ દોરવાનો પ્રયત્ન કરો.
(તમે જવાબ આપતાં પહેલાં પ્રયોગ કરી શકો છો).



દડો	**નળાકાર પાઈપ**	**પુસ્તક**
(i)	(ii)	(iii)

2. નીચે કેટલીક 3-D વસ્તુઓના ઓવરહેડ પ્રોજેક્ટરમાંથી નીકળતા પ્રકાશમાં મળતા પડછાયા આપ્યા છે. દરેકવસ્તુ કયા આકારની છે તે નક્કી કરો. (દરેકના એકથી વધુ ઉત્તરો હોઈ શકે !)

વર્તુળ	**ચોરસ**	**ત્રિકોણ**	**લંબચોરસ**
(i)	(ii)	(iii)	(iv)

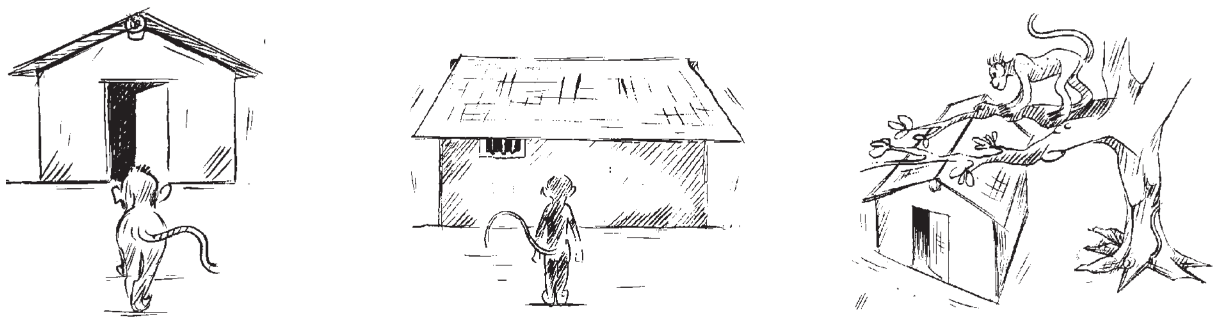
3. નીચેનાં વિધાનો ખરાં છે કે ખોટાં તે નક્કી કરો :

(i) સમઘનનો પડછાયો લંબચોરસ હોઈ શકે.

(ii) સમઘનનો પડછાયો ષટ્કોણ હોઈ શકે.

13.5.3 ત્રીજી રીત : વસ્તુને જુદા જુદા ખૂણાઓથી જોતાં જુદા જુદા દેખાવ મળે

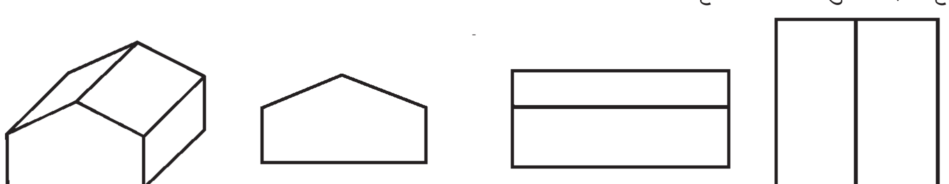
કોઈ વ્યક્તિ એક વસ્તુને, તેની સામે ઊભી રહીને, તેની એક બાજુએ ઊભા રહીને કે તેને ઉપરની દિશામાંથી જોઈ શકે. દરેક વખતે તેને ભિન્ન દેખાવ જોવા મળશે (આકૃતિ 13.25).



સામેનો દેખાવ   બાજુનો દેખાવ   ઉપરનો દેખાવ

આકૃતિ 13.25

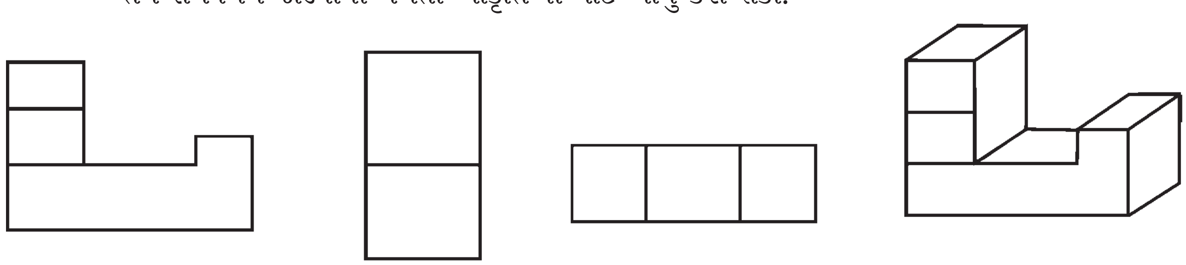
એક મકાનના કેવા ભિન્ન ભિન્ન દેખાવો જોવા મળે છે તે નીચેની આકૃતિમાં દર્શાવ્યું છે. (આકૃતિ 13.26)



મકાન   **સામેનો દેખાવ**   **બાજુનો દેખાવ**   **ઉપરથી દેખાવ**

આકૃતિ 13.26

તમે સમઘનને જોડવાથી મળતી આકૃતિઓ માટે આવું કરી શકો.

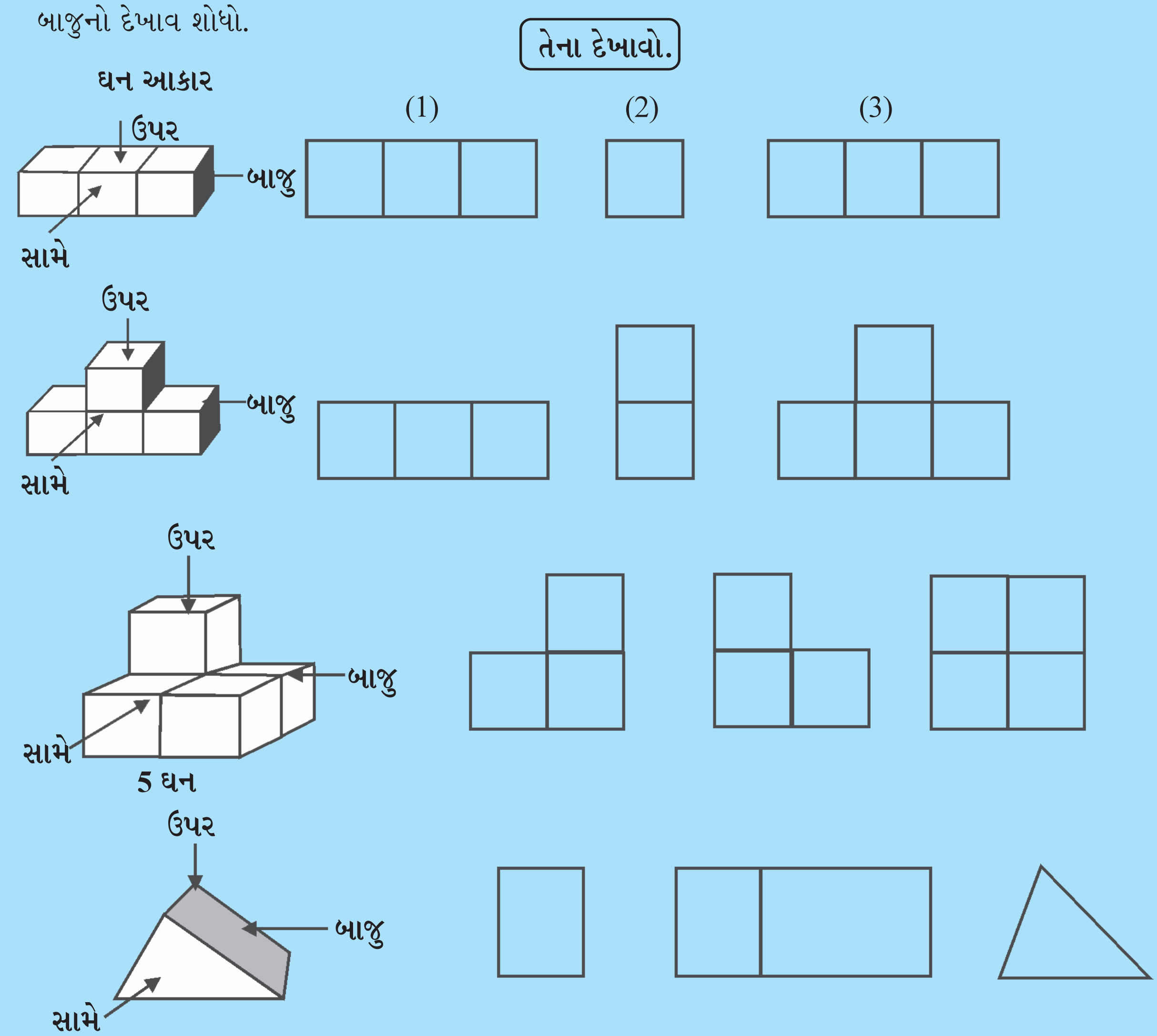


આકૃતિ 13.27

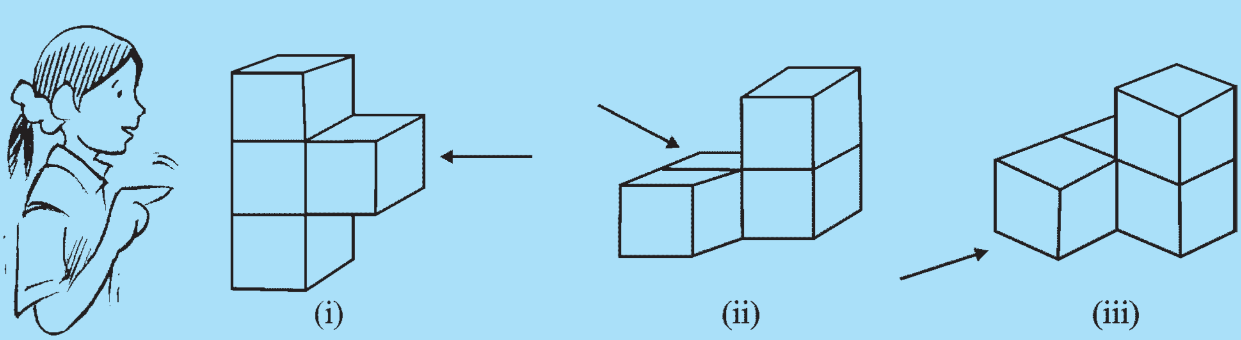
કેટલાક સમઘનને સાથે-સાથે મૂકીને પછી જુદી-જુદી બાજુએથી (જોઈને) આકૃતિઓ બનાવો.

પ્રયત્ન કરો

1. નીચે દરેક ઘન આકાર માટે (1), (2) અને (3)માં ત્રણ દેખાવો આપેલા છે. દરેકનો ઉપરનો, સામેનો અને બાજુનો દેખાવ શોધો.



2. દરેકમાં તીર વડે દર્શાવેલી દિશામાંથી જોતાં મળતાં દેખાવની આકૃતિ દોરો.



આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. વર્તુળ, ચોરસ, લંબચોરસ, ચતુષ્કોણ અને ત્રિકોણ એ **સમતલીય આકૃતિઓ**નાં ઉદાહરણ છે. સમઘન, લંબઘન, ગોલક, નળાકાર, શંકુ અને પિરામિડ એ **ઘન આકારો**નાં ઉદાહરણ છે.

2. સમતલીય આકૃતિઓ દ્વિપરિમાણીય (2-D) હોય અને ઘન આકારો ત્રિપરિમાણીય (3-D) હોય છે.

3. ઘન આકારના ખૂણાઓ, તેનાં શિરોબિંદુઓ કહેવાય છે. તેના માળખાને બનાવતા રેખાખંડોને ધાર અને તેની સમતલ સપાટીઓને ફલક કહેવાય છે.

4. રેખાકૃતિ એ ઘન આકારનું માળખું દર્શાવે છે, જેને વાળીને આકાર બનાવી શકાય છે. એક જ ઘન આકારની એકથી વધુ રેખાકૃતિઓ બની શકે.

5. ઘન આકારોને કાગળ જેવી સપાટી પર સાચા દેખાય તે રીતે દોરી શકાય. આપણે તેને 3-D આકારની 2-Dમાં મળતી આકૃતિ કહી શકીએ.

6. ઘન આકારની બે પ્રકારની રેખાકૃતિઓ શક્ય છે :
   (a) તિર્યક રેખાકૃતિ, જેમાં લંબાઈઓ પ્રમાણમાં નથી હોતી, છતાં ઘન આકારના અગત્યના **ગુણધર્મો** અને દેખાવ તેનાથી રજૂ થાય છે.
   (b) આઈસોમેટ્રિક આકૃતિ ટપકાંવાળા કાગળ પર દોરી શકાય છે, જેનો નમૂનો આ પુસ્તકને અંતે આપેલો છે. આવી આકૃતિમાં માપ સમપ્રમાણમાં હોય છે.

7. ઘન આકારોને જોવા એ એક ઉપયોગી આવડત છે. ઘન આકારના તેની પાછળની બાજુના ભાગને પણ તમે જોઈ શકતા હોવા જોઈએ.

8. ઘન આકારના ભિન્ન છેદને ઘણી રીતે જોઈ શકાય :
   (a) કાપીને અથવા પાતળી કાતરી કરીને, જેમાં ઘનનો આડછેદ મળે છે.
   (b) 3-D આકારના 2-D પડછાયાનું અવલોકન કરીને.
   (c) વસ્તુને અલગ-અલગ ખૂણેથી જોઈને જેમ કે **સામેનો દેખાવ**, **બાજુનો દેખાવ** અને **ઉપરનો દેખાવ** જોવાથી આકારની ઘણી બધી માહિતી મળી શકે.

જવાબો

સ્વાધ્યાય 1.1

1. આવી કોઈ જોડ હોઈ શકે :

(a) –10, 3 (b) –6, 4; (–6 –4 = –10) (c) –3, 3

2. આવી કોઈ જોડ હોઈ શકે :

(a) –2, –10; [–2 – (–10) = 8] (b) –6, 1

(c) –1, 2; (– 1 – 2 = – 3)

3. બંને ટીમનો સ્કોર સરખો છે, એટલે કે – 30; હા

4. (i) –5 (ii) 0 (iii) –17 (iv) –7 (v) –3

સ્વાધ્યાય 1.2

1. (a) –3 (b) –225 (c) 630 (d) 316 (e) 0

(f) 1320 (g) 162

3. (i) $-a$ (ii) (a) 22 (b) –37 (c) 0

4. $-1 \times 5 = -5$, $-1 \times 4 = -4 = -5 + 1$, $-1 \times 3 = -3 = -4 + 1$,

$-1 \times 2 = -2 = -3 + 1$, $-1 \times 1 = -1 = -2 + 1$, $-1 \times 0 = 0 = -1 + 1$

તેથી, $-1 \times (-1) = 0 + 1 = 1$

સ્વાધ્યાય 1.3

1. (a) –3 (b) –10 (c) 4 (d) –1

(e) –13 (f) 0 (g) 1 (h) –1 (i) 1

3. (a) 1 (b) 75 (c) –206 (d) –1

(e) –87 (f) –48 (g) –10 (h) –12

4. (–6, 2), (–12, 4), (12, –4), (9, –3) (–9, 3) (આ રીતે ઘણી જોડ હોઈ શકે.)

5. 9 p.m.; – 14° C **6.** (i) 8 (ii) 13 **7.** 1 કલાક

સ્વાધ્યાય 2.1

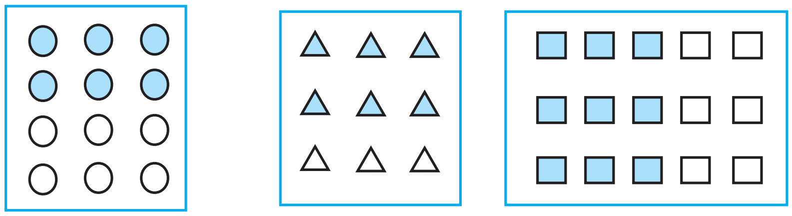
1. (i) (d) (ii) (b) (iii) (a) (iv) (c)

2. (i) (c) (ii) (a) (iii) (b)

3. (i) $4\frac{1}{5}$ (ii) $1\frac{1}{3}$ (iii) $1\frac{5}{7}$ (iv) $1\frac{1}{9}$ (v) $2\frac{2}{3}$

(vi) 15 (vii) $6\frac{2}{7}$ (viii) 16 (ix) $4\frac{1}{3}$ (x) 9

4. એક આ રીતે થઈ શકે :



(i) (ii) (iii)

5. (a) (i) 12 (ii) 23 (b) (i) 12 (ii) 18 (c) (i) 12 (ii) 27 (d) (i) 16 (ii) 28

6. (a) $15\frac{3}{5}$ (b) $33\frac{3}{4}$ (c) $15\frac{3}{4}$ (d) $25\frac{1}{3}$

(e) $19\frac{1}{2}$ (f) $27\frac{1}{5}$

7. (a) (i) $1\frac{3}{8}$ (ii) $2\frac{1}{9}$ (b) (i) $2\frac{19}{48}$ (ii) $6\frac{1}{24}$ **8.** (1) 2 લિટર (ii) $\frac{3}{5}$

સ્વાધ્યાય 2.2

1. (i) (a) $\frac{1}{16}$ (b) $\frac{3}{20}$ (c) $\frac{1}{3}$ (ii) (a) $\frac{2}{63}$ (b) $\frac{6}{35}$ (c) $\frac{3}{70}$

2. (i) $1\frac{7}{9}$ (ii) $\frac{2}{9}$ (iii) $\frac{9}{16}$ (iv) $1\frac{2}{25}$

(v) $\frac{5}{8}$ (vi) $1\frac{13}{20}$ (vii) $1\frac{13}{35}$

3. (i) $2\frac{1}{10}$ (ii) $4\frac{44}{45}$ (iii) 8 (iv) $2\frac{1}{42}$

(v) $1\frac{33}{35}$ (vi) $7\frac{4}{5}$ (vii) $2\frac{1}{7}$

4. (i) $\frac{5}{8}$ના $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{6}{7}$ના $\frac{1}{2}$ **5.** $2\frac{1}{4}$ મી **6.** $10\frac{1}{2}$ કલાક **7.** 44 કિમી

8. (a) (i) $\frac{5}{10}$ (ii) $\frac{1}{2}$ (b) (i) $\frac{8}{15}$ (ii) $\frac{8}{15}$

સ્વાધ્યાય 2.3

1. (i) 16 (ii) $\frac{84}{5}$ (iii) $\frac{24}{7}$ (iv) $\frac{3}{2}$ (v) $\frac{9}{7}$ (vi) $\frac{7}{5}$

2. (i) $\frac{7}{3}$ (અશુદ્ધ અપૂર્ણાંક) (ii) $\frac{8}{5}$ (અશુદ્ધ અપૂર્ણાંક) (iii) $\frac{7}{9}$ (શુદ્ધ અપૂર્ણાંક)

(iv) $\frac{5}{6}$ (શુદ્ધ અપૂર્ણાંક) (v) $\frac{7}{12}$ (શુદ્ધ અપૂર્ણાંક) (vi) 8 (પૂર્ણ સંખ્યા) (vii) 11 (પૂર્ણ સંખ્યા)

3. (i) $\frac{7}{6}$ (ii) $\frac{4}{45}$ (iii) $\frac{6}{91}$ (iv) $\frac{13}{9}$ (v) $\frac{7}{8}$ (vi) $\frac{31}{49}$

4. (i) $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{3}{8}$ (iv) $\frac{35}{9}$ (v) $\frac{21}{16}$ (vi) $\frac{4}{15}$

(vii) $\frac{48}{25}$ (viii) $\frac{11}{6}$

સ્વાધ્યાય 2.4

1. (i) 1.2 (ii) 36.8 (iii) 13.55 (iv) 80.4 (v) 0.35 (vi) 844.08 (vii) 1.72
2. 17.1 ચોસેમી
3. (i) 13 (ii) 368 (iii) 1537 (iv) 1680.7 (v) 3110 (vi) 15610 (vii) 362 (viii) 4307 (ix) 5 (x) 0.8 (xi) 90 (xii) 30
4. 553 કિમી
5. (i) 0.75 (ii) 5.17 (iii) 63.36 (iv) 4.03 (v) 0.025 (vi) 1.68 (vii) 0.0214 (viii) 10.5525 (ix) 1.0101 (x) 110.011

સ્વાધ્યાય 2.5

1. (i) 0.2 (ii) 0.07 (iii) 0.62 (iv) 10.9 (v) 162.8 (vi) 2.07 (vii) 0.99 (viii) 0.16
2. (i) 0.48 (ii) 5.25 (iii) 0.07 (iv) 3.31 (v) 27.223 (vi) 0.056 (vii) 0.397
3. (i) 0.027 (ii) 0.003 (iii) 0.0078 (iv) 4.326 (v) 0.236 (vi) 0.9853
4. (i) 0.0079 (ii) 0.0263 (iii) 0.03853 (iv) 0.1289 (v) 0.0005
5. (i) 2 (ii) 180 (iii) 6.5 (iv) 44.2 (v) 2 (vi) 31 (vii) 510 (viii) 27 (ix) 2.1
6. 18 કિમી

સ્વાધ્યાય 3.1

2.

ગુણ	આવૃત્તિ ચિહ્ન	આવૃત્તિ
1	|	1
2	||	2
3	|	1
4	|||	3
5	~~||||~~	5
6	||||	4
7	||	2
8	|	1
9	|	1

(i) 9 (ii) 1 (iii) 8 (iv) 5

3. 2 **4.** 50 **5.** (i) 12.5 (ii) 3, ખેલાડી c ત્રણ જ રમત રમેલ છે (iii) $\frac{0+8+6+4}{4} = \frac{18}{4}$ અથવા $\frac{9}{2}$ (iv)A

6. (i) સૌથી વધુ ગુણ = 95, સૌથી ઓછા ગુણ = 39 (ii) 56 (iii) 73 **7.** 2058

8. (i) 20.5 મિમી (ii) 5.9 મિમી (iii) 5 દિવસ

9. (i) 151 સેમી (ii) 128 સેમી (iii) 23 સેમી (iv) 141.4 સેમી (v) 5

સ્વાધ્યાય 3.2

1. બહુલક = 20, મધ્યસ્થ, = 20, હા **2.** સરાસરી = 39, બહુલક = 15, મધ્યસ્થ = 15, ના

3. (i) બહુલક 38, 43; મધ્યસ્થ 40 (ii) હા, તેમાં બે બહુલક છે.

4. બહુલક = 14; મધ્યસ્થ = 14

5. (i) ખરું (ii) ખોટું (iii) ખરું (iv) ખોટું

સ્વાધ્યાય 3.3

1. (a) બિલાડી (b) 8

4. (i) ગણિત (ii) સામાજિક વિજ્ઞાન (iii) હિન્દી

5. (ii) ક્રિકેટ (iii) રમત નિહાળે છે.

6. (i) જમ્મુ (ii) જમ્મુ, બૅંગ્લુરુ (iii) બૅંગ્લુરુ અને જયપુર અથવા બૅંગ્લુરુ અને અમદાવાદ (iv) મુંબઈ

સ્વાધ્યાય 4.1

1. (i) ના (ii) ના (iii) હા (iv) ના (v) હા (vi) ના
(vii) હા (viii) ના (ix) ના (x) ના (xi) હા

2. (a) ના (b) ના (c) હા (d) ના (e) ના (f) ના

3. (i) $p = 3$ (ii) $m = 6$

4. (i) $x + 4 = 9$ (ii) $y - 2 = 8$ (iii) $10a = 70$ (iv) $\frac{b}{5} = 6$

(v) $\frac{3t}{4} = 15$ (vi) $7m + 7 = 77$ (vii) $\frac{x}{4} - 4 = 4$ (viii) $6y - 6 = 60$

(ix) $\frac{z}{3} + 3 = 30$

5. (i) p અને 4નો સરવાળો 15 છે. (ii) mમાંથી 7 બાદ કરતાં 3 મળે.

(iii) m ના બે ગણા 7 છે. (iv) કોઈ સંખ્યા mનો 5મો ભાગ 3 છે.

(v) કોઈ સંખ્યા m નો $\frac{3}{5}$મો ભાગ 6 છે. (vi) p ના ત્રણ ગણામાં 4 ઉમેરતાં 25 મળે.

(vii) કોઈ સંખ્યા pના ચાર ગણામાંથી 2 બાદ કરતાં 18 મળે.

(viii) કોઈ સંખ્યા pના અડધા ભાગમાં 2 ઉમેરતાં 8 મળે.

6. (i) $5m + 7 = 37$ (ii) $3y + 4 = 49$ (iii) $2l + 7 = 87$ (iv) $4b = 180°$

સ્વાધ્યાય 4.2

1. (a) બંને બાજુ 1 ઉમેરતાં; $x = 1$
(b) બંને બાજુમાંથી 1 બાદ કરતાં; $x = -1$
(c) બંને બાજુ 1 ઉમેરતાં; $x = 6$
(d) બંને બાજુમાંથી 6 બાદ કરતાં; $x = -4$
(e) બંને બાજુ 4 ઉમેરતાં; $y = -3$
(f) બંને બાજુ 4 ઉમેરતાં; $y = 8$
(g) બંને બાજુમાંથી 4 બાદ કરતાં; $y = 0$
(h) બંને બાજુમાંથી 4 બાદ કરતાં; $y = -8$

2. (a) બંને બાજુને 3 વડે ભાગતાં; $l = 14$
(b) બંને બાજુને 2 વડે ગુણતાં; $b = 12$
(c) બંને બાજુને 7 વડે ગુણતાં; $p = 28$
(d) બંને બાજુને 4 વડે ભાગતાં; $x = \frac{25}{4}$
(e) બંને બાજુને 8 વડે ભાગતાં; $y = \frac{36}{8}$ $\left(\text{અથવા} = \frac{9}{2}\right)$
(f) બંને બાજુને 3 વડે ગુણતાં; $z = \frac{15}{4}$
(g) બંને બાજુને 5 વડે ગુણતાં; $a = \frac{7}{3}$
(h) બંને બાજુને 20 વડે ભાગતાં; $t = -\frac{1}{2}$

3. (a) પગલું 1 : બંને બાજુ 2 ઉમેરો
પગલું 2 : બંને બાજુને 3 વડે ભાગતાં; $n = 16$
(b) પગલું 1 : બંને બાજુમાંથી 7 બાદ કરતાં
પગલું 2 : બંને બાજુને 5 વડે ભાગતાં; $m = 2$
(c) પગલું 1 : બંને બાજુને 3 વડે ગુણતાં
પગલું 2 : બંને બાજુને 20 વડે ભાગતાં $p = 6$
(d) પગલું 1 : બંને બાજુને 10 વડે ગુણતાં
પગલું 2 : બંને બાજુએ 3 વડે ભાગતાં; $p = 20$

4. (a) $p = 10$ (b) $p = 9$ (c) $p = 20$ (d) $p = -15$ (e) $p = 8$ (f) $s = -3$
(g) $s = -4$ (h) $s = 0$ (i) $q = 3$ (j) $q = 3$ (k) $q = -3$ (l) $q = 3$

સ્વાધ્યાય 4.3

1. (a) $8x + 4 = 60; x = 7$ (b) $\frac{x}{5} - 4 = 3; x = 35$ (c) $\frac{3}{4}y + 3 = 21; y = 24$
(d) $2m - 11 = 15; m = 13$ (e) $50 - 3x = 8; x = 14$ (f) $\frac{x+19}{5} = 8; x = 21$
(g) $\frac{5n}{2} - 7 = 23; n = 12$

2. (a) સૌથી ઓછો સ્કોર = 40 (b) દરેક 70° (c) સચિન 132 રન, રાહુલ 66 રન

3. (i) 6 (ii) 15 વર્ષ (iii) 25 **4.** 30

સ્વાધ્યાય 5.1

1. (i) 70° (ii) 27° (iii) 33°

2. (i) 75° (ii) 93° (iii) 26°

3. (i) પૂરકકોણ (ii) કોટિકોણ (iii) પૂરકકોણ
(iv) પૂરકકોણ (v) કોટિકોણ (vi) કોટિકોણ

4. 45° **5.** 90° **6.** $\angle 1$માં થતાં ઘટાડા જેટલા જ માપનો વધારો $\angle 2$માં થશે.

7. (i) ના (ii) ના (iii) હા **8.** 45° કરતાં ઓછા

9. (i) 90° (ii) 180° (iii) રૈખિક જોડ

10. (i) $\angle$AOD, $\angle$BOC (ii) $\angle$EOA, $\angle$AOB (iii) $\angle$EOB, $\angle$EOD

(iv) $\angle$EOA, $\angle$EOC, વગેરે (v) $\angle$AOB, $\angle$AOE; $\angle$AOE, $\angle$EOD; $\angle$EOD, $\angle$COD

સ્વાધ્યાય 5.2

1. (i) અનુકોણ (ii) અંતઃયુગ્મકોણ

(iii) છેદિકાની એક જ બાજુએ આવેલા અંતઃકોણો જે પૂરકકોણની જોડ બનાવે છે.

2. (i) $\angle 1, \angle 5; \angle 2, \angle 6; \angle 3, \angle 7; \angle 4, \angle 8$ (ii) $\angle 2, \angle 8; \angle 3, \angle 5$

(iii) $\angle 2, \angle 5; \angle 3, \angle 8$ (iv) $\angle 1, \angle 3; \angle 2, \angle 4; \angle 5, \angle 7; \angle 6, \angle 8$

3. $a = 55°; b = 125°; c = 55°; d = 125°; e = 55°; f = 55°;$

4. (i) $x = 70°$ (ii) $x = 100°$

5. (i) $\angle DGC = 70°$ (ii) $\angle DEF = 70°$

6. (i) l એ mને સમાંતર નથી. (ii) l એ mને સમાંતર નથી.

(iii) l એ mને સમાંતર છે. (iv) l એ mને સમાંતર નથી.

સ્વાધ્યાય 6.1

1. વેધ, મધ્યગા, ના

સ્વાધ્યાય 6.2

1. (i) 120° (ii) 110° (iii) 70° (iv) 120° (v) 100° (vi) 90°

2. (i) 65° (ii) 30° (iii) 35° (iv) 60° (v) 50° (vi) 40°

સ્વાધ્યાય 6.3

1. (i) 70° (ii) 60° (iii) 40° (iv) 65° (v) 60° (vi) 30°

2. (i) $x = 70°, y = 60°$ (ii) $x = 50°, y = 80°$ (iii) $x = 110°, y = 70°$

(iv) $x = 60°, y = 90°$ (v) $x = 45°, y = 90°$ (vi) $x = 60°, y = 60°$

સ્વાધ્યાય 6.4

1. (i) અશક્ય (ii) શક્ય (iii) અશક્ય

2. (i) હા (ii) હા (iii) હા **3.** હા **4.** હા **5.** હા

6. 3 અને 27 વચ્ચે

સ્વાધ્યાય 6.5

1. 26 સેમી **2.** 24 સેમી **3.** 9 મી **4.** (i) અને (iii) **5.** 18 મી **6.** (ii)

7. 98 સેમી **8.** 68 સેમી

સ્વાધ્યાય 7.1

1. (a) 12.5% (b) 125% (c) 7.5% (d) $28\frac{4}{7}\%$

2. (a) 65% (b) 210% (c) 2% (d) 1235%

3. (i) $\frac{1}{4}; 25\%$ (ii) $\frac{3}{5}; 60\%$ (iii) $\frac{3}{8}; 37.5\%$

4. (a) 37.5 (b) $\frac{3}{5}$ મિનિટ અથવા 36 સેકન્ડ (c) ₹ 500 (d) 0.75 કિગ્રા અથવા 750 ગ્રામ

5. (a) 12000 (b) ₹ 9,000 (c) 1250 કિમી (d) 20 મિનિટ (e) 500 લિટર

6. (a) 0.25; $\frac{1}{4}$ (b) 1.5; $\frac{3}{2}$ (c) 0.2; $\frac{1}{5}$ (d) 0.05; $\frac{1}{20}$ **7.** 30%

8. 40%; 6000 **9.** ₹ 40000 **10.** 5 મેચ

સ્વાધ્યાય 7.2

1. (a) નફો = ₹ 75, નફો = 30% (b) નફો = ₹ 1500, નફો = 12.5%
   (c) નફો = ₹ 500, નફો = 20% (d) ખોટ = ₹ 100, ખોટ = 40%

2. (a) 75%, 25% (b) 20%, 30%, 50 % (c) 20%, 80% (d) 12.50%, 25%, 62.5%

3. 2% **4.** $5\frac{5}{7}\%$ **5.** ₹ 12,000 **6.** ₹ 16,875

7. (i) 12% (ii) 25 ગ્રામ **8.** ₹ 233.75 **9.** (a) ₹ 1,632 (b) ₹ 8,625

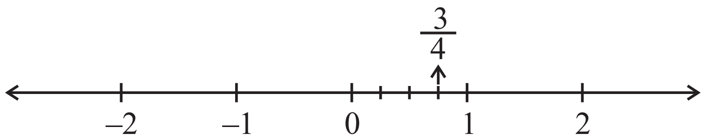
10. 0.25% **11.** ₹ 500

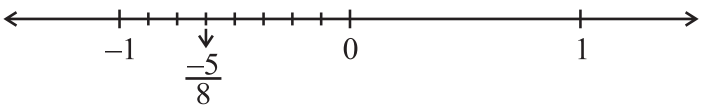
સ્વાધ્યાય 8.1

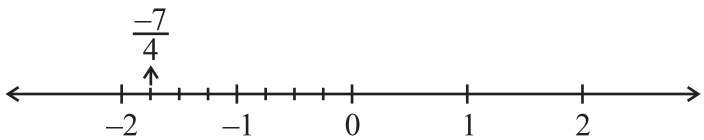
1. (i) $\frac{-2}{3}, \frac{-1}{2}, \frac{-2}{5}, \frac{-1}{3}, \frac{-2}{7}$ (ii) $\frac{-3}{2}, \frac{-5}{3}, \frac{-8}{5}, \frac{-10}{7}, \frac{-9}{5}$
   (iii) $\frac{-35}{45}\left(=\frac{-7}{9}\right), \frac{-34}{45}, \frac{-33}{45}\left(=\frac{-11}{15}\right), \frac{-32}{45}, \frac{-31}{45}$ (iv) $\frac{-1}{3}, \frac{-1}{4}, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$

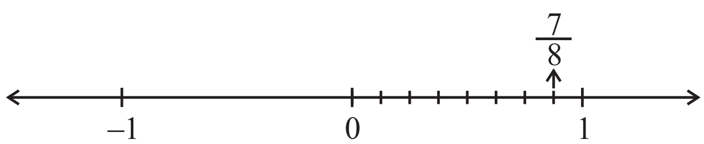
2. (i) $\frac{-15}{25}, \frac{-18}{30}, \frac{-21}{35}, \frac{-24}{40}$ (ii) $\frac{-4}{16}, \frac{-5}{20}, \frac{-6}{24}, \frac{-7}{28}$
   (iii) $\frac{5}{-30}, \frac{6}{-36}, \frac{7}{-42}, \frac{8}{-48}$ (iv) $\frac{8}{-12}, \frac{10}{-15}, \frac{12}{-18}, \frac{14}{-21}$

3. (i) $\frac{-4}{14}, \frac{-6}{21}, \frac{-8}{28}, \frac{-10}{35}$ (ii) $\frac{10}{-6}, \frac{15}{-9}, \frac{20}{-12}, \frac{25}{-15}$
   (iii) $\frac{8}{18}, \frac{12}{27}, \frac{16}{36}, \frac{28}{63}$

4. (i)


(ii)


(iii)


(iv)


5. P એ $\frac{7}{3}$ દર્શાવે છે. Q એ $\frac{8}{3}$ દર્શાવે છે. R એ $\frac{-4}{3}$ દર્શાવે છે. S એ $\frac{-5}{3}$ દર્શાવે છે.

6. (ii), (iii), (v)

7. (i) $\frac{-4}{3}$ (ii) $\frac{5}{9}$ (iii) $\frac{-11}{18}$ (iv) $\frac{-4}{5}$

8. (i) $<$ (ii) $<$ (iii) $=$ (iv) $>$ (v) $<$ (vi) $=$ (vii) $>$

9. (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-5}{6}$ (iii) $\frac{-2}{3}$ (iv) $\frac{1}{4}$ (v) $-3\frac{2}{7}$

10. (i) $\frac{-3}{5}, \frac{-2}{5}, \frac{-1}{5}$ (ii) $\frac{-4}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{-2}{9}$ (iii) $\frac{-3}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{-3}{7}$

સ્વાધ્યાય 8.2

1. (i) $\frac{-3}{2}$ (ii) $\frac{34}{15}$ (iii) $\frac{17}{30}$ (iv) $\frac{82}{99}$

(v) $\frac{-26}{57}$ (vi) $\frac{-2}{3}$ (vii) $\frac{34}{15}$

2. (i) $\frac{-13}{72}$ (ii) $\frac{23}{63}$ (iii) $\frac{1}{195}$ (iv) $\frac{-89}{88}$ (v) $\frac{-73}{9}$

3. (i) $\frac{-63}{8}$ (ii) $\frac{-27}{10}$ (iii) $\frac{-54}{55}$ (iv) $\frac{-6}{35}$ (v) $\frac{6}{55}$ (vi) 1

4. (i) –6 (ii) $\frac{-3}{10}$ (iii) $\frac{4}{15}$ (iv) $\frac{-1}{6}$ (v) $\frac{-14}{13}$

(vi) $\frac{91}{24}$ (vii) $\frac{-15}{4}$

સ્વાધ્યાય 9.1

1. (a) 28 ચોસેમી (b) 15 ચોસેમી (c) 8.75 ચોસેમી (d) 24 ચોસેમી (e) 8.8 ચોસેમી

2. (a) 6 ચોસેમી (b) 8 ચોસેમી (c) 6 ચોસેમી (d) 3 ચોસેમી

3. (a) 12.3 સેમી (b) 10.3 સેમી (c) 5.8 સેમી (d) 1.05 સેમી

4. (a) 11.6 સેમી (b) 80 મિમી (c) 15.5 સેમી

5. (a) 91.2 ચોસેમી (b) 11.4 સેમી

6. BMની લંબાઈ = 30 સેમી, DLની લંબાઈ = 42 સેમી

7. ΔABCનું ક્ષેત્રફળ = 30 ચોસેમી, ADની લંબાઈ = $\frac{60}{13}$ સેમી

8. ΔABCનું ક્ષેત્રફળ = 27 ચોસેમી, CEની લંબાઈ = 7.2 સેમી

સ્વાધ્યાય 9.2

1. (a) 88 સેમી (b) 176 મિમી (c) 132 સેમી

2. (a) 616 ચોમિમી (b) 1886.5 ચોમી (c) $\frac{550}{7}$ ચોસેમી

3. 24.5 મી; 1886.5 ચોમી

4. 132 મી; ₹ 528

5. 21.98 ચોસેમી

6. 4.71 મી; ₹ 70.65

7. 25.7 સેમી

8. ₹ 30.14 (લગભગ)

9. 7 સેમી; 154 ચોસેમી, 11 સેમી વર્તુળ

10. 536 ચોસેમી

11. 23.44 ચોસેમી

12. 5 સેમી; 78.5 ચોસેમી

13. 879.20 ચોમી

14. હા

15. 119.32 મી; 56.52 મી

16. 200 વખત

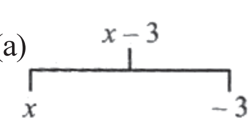
17. 94.2 સેમી

સ્વાધ્યાય 10.1

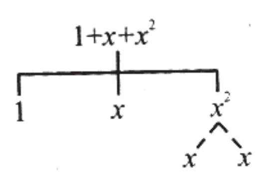
1. (i) $y-z$ (ii) $\frac{1}{2}(x+y)$ (iii) z^2 (iv) $\frac{1}{4}pq$ (v) x^2+y^2 (vi) $5+3$mn

(vii) $10-yz$ (viii) ab $-(a+b)$

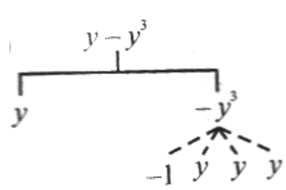
2. (i) (a)



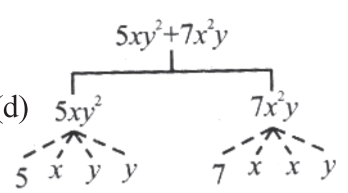
(b)



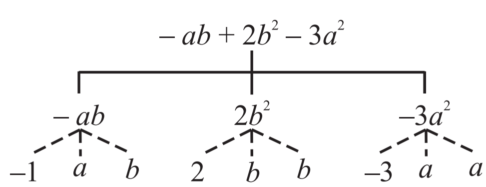
(c)



(d)



(e)



(ii)

	પદાવલી	પદ	અવયવ
(a)	$-4x+5$	$-4x$ 5	$-4, x$ 5
(b)	$-4x+5y$	$-4x$ $5y$	$-4, x$ $5, y$
(c)	$5y+3y^2$	$5y$ $3y^2$	$5, y$ $3, y, y$
(d)	$xy+2x^2y^2$	xy $2x^2y^2$	x, y $2, x, x, y, y$
(e)	$pq+q$	pq q	p, q q
(f)	$1.2ab-2.4b+3.6a$	$1.2ab$ $-2.4b$ $3.6a$	$1.2, a, b$ $-2.4, b$ $3.6, a$
(g)	$\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}x, \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}, x, \frac{1}{4}$
(h)	$0.1p^2+0.2q^2$	$0.1p^2$ $0.2q^2$	$0.1, p, p$ $0.2, q, q$

3.

	પદાવલી	પદ	સહગુણક
(i)	$5-3t^2$	$-3t^2$	-3
(ii)	$1+t+t^2+t^3$	t t^2 t^3	1 1 1
(iii)	$x+2xy+3y$	x $2xy$ $3y$	1 2 3
(iv)	100m + 1000n	100m 1000n	100 1000
(v)	$-p^2q^2+7pq$	$-p^2q^2$ $7pq$	-1 7
(vi)	$1.2a+0.8b$	$1.2a$ $0.8b$	1.2 0.8
(vii)	$3.14r^2$	$3.14r^2$	3.14
(viii)	$2(l+b)$	$2l$ $2b$	2 2
(ix)	$0.1y+0.01y^2$	$0.1y$ $0.01y^2$	0.1 0.01

4. (a)

	અભિવ્યક્તિ	x સાથેનું પદ	xનો સહગુણક
(i)	y^2x+y	y^2x	y^2
(ii)	$13y^2-8yx$	$-8yx$	$-8y$
(iii)	$x+y+2$	x	1
(iv)	$5+z+zx$	zx	z
(v)	$1+x+xy$	x xy	1 y
(vi)	$12xy^2+25$	$12xy^2$	$12y^2$
(vii)	$7+xy^2$	xy^2	y^2

(b)

	અભિવ્યક્તિ	y^2 સાથેનું પદ	y^2નો સહગુણક
(i)	$8-xy^2$	$-xy^2$	$-x$
(ii)	$5y^2+7x$	$5y^2$	5
(iii)	$2x^2y-15xy^2+7y^2$	$-15xy^2$ $7y^2$	$-15x$ 7

5. (i) દ્વિપદી (ii) એકપદી (iii) ત્રિપદી (iv) એકપદી
(v) ત્રિપદી (vi) દ્વિપદી (vii) દ્વિપદી (viii) એકપદી
(ix) ત્રિપદી (x) દ્વિપદી (xi) દ્વિપદી (xii) ત્રિપદી

6. (i) સજાતીય (ii) સજાતીય (iii) વિજાતીય (iv) સજાતીય (v) વિજાતીય (vi) વિજાતીય

7. (a) $-xy^2$, $2xy^2$, $-4yx^2$, $20x^2y$; $8x^2$, $-11x^2$, $-6x^2$; $7y$, y; $-100x$, $3x$; $-11yx$, $2xy$.
(b) $10pq$, $-7qp$, $78qp$, $7p$, $2405p$; $8q$, $-100q$; $-p^2q^2$, $12q^2p^2$; -23, 41; $-5p^2$, $701p^2$; $13p^2q$, qp^2.

સ્વાધ્યાય 10.2

1. (i) 0 (ii) 1 (iii) –1 (iv) 1 (v) 1
2. (i) –1 (ii) –13 (iii) 3 **3.** (i) –9 (ii) 3 (iii) 0 (iv) 1
4. (i) 8 (ii) 4 (iii) 0 **5.** (i) –2 (ii) 2 (iii) 0 (iv) 2
6. (i) $5x-13$; -3 (ii) $8x-1$; 15 (iii) $11x-10$; 12 (iv) $11x+7$; 29
7. (i) $2x+4$; 10 (ii) $-4x+6$; -6 (iii) $-5a+6$; 11 (iv) $-8b+6$; 22
(v) $3a-2b-9$; -8
8. (i) 1000 (ii) 20 **9.** –5 **10.** $2a^2+ab+3$; 38

સ્વાધ્યાય 11.1

1. (i) 64 (ii) 729 (iii) 121 (iv) 625
2. (i) 6^4 (ii) t^2 (iii) b^4 (iv) $5^2\times 7^3$ (v) $2^2\times a^2$ (vi) $a^3\times c^4\times d$
3. (i) 2^9 (ii) 7^3 (iii) 3^6 (iv) 5^5
4. (i) 3^4 (ii) 3^5 (iii) 2^8 (iv) 2^{100} (v) 2^{10}
5. (i) $2^3\times 3^4$ (ii) 5×3^4 (iii) $2^2\times 3^3\times 5$ (iv) $2^4\times 3^2\times 5^2$
6. (i) 2000 (ii) 196 (iii) 40 (iv) 768 (v) 0
(iv) 675 (vii) 144 (viii) 90000
7. (i) –64 (ii) 24 (iii) 225 (iv) 8000
8. (i) $2.7\times 10^{12} > 1.5\times 10^8$ (ii) $4\times 10^{14} < 3\times 10^{17}$

સ્વાધ્યાય 11.2

1. (i) 3^{14} (ii) 6^5 (iii) a^5 (iv) 7^{x+2} (v) 5^3 (vi) $(10)^5$
(vii) $(ab)^4$ (viii) 3^{12} (ix) 2^8 (x) 8^{t-2}
2. (i) 3^3 (ii) 5^3 (iii) 5^5 (iv) 7×11^5 (v) 3^0 અથવા 1 (vi) 3
(vii) 1 (viii) 2 (ix) $(2a)^2$ (x) a^{10} (xi) a^3b (xii) 2^8

3. (i) ખોટું; $10 \times 10^{11} = 10^{12}$ અને $(100)^{11} = 10^{22}$ (ii) ખોટું; $2^3 = 8, 5^2 = 25$

(iii) ખોટું; $6^5 = 2^5 \times 3^5$ (iv) સાચું $3^0 = 1, (1000)^0 = 1$

4. (i) $2^8 \times 3^4$ (ii) $2 \times 3^3 \times 5$ (iii) $3^6 \times 2^6$ (iv) $2^8 \times 3$ **5.** (i) 98 (ii) $\frac{5t^4}{8}$ (iii) 1

સ્વાધ્યાય 11.3

1. $279404 = 2 \times 10^5 + 7 \times 10^4 + 9 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 4 \times 10^0$

$3006194 = 3 \times 10^6 + 0 \times 10^5 + 0 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 4 \times 10^0$

$2806196 = 2 \times 10^6 + 8 \times 10^5 + 0 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 6 \times 10^0$

$120719 = 1 \times 10^5 + 2 \times 10^4 + 0 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0$

$20068 = 2 \times 10^4 + 0 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 8 \times 10^0$

2. (a) 86045 (b) 405302 (c) 30705 (d) 900230

3. (i) 5×10^7 (ii) 7×10^6 (iii) 3.1865×10^9 (iv) 3.90878×10^5

(v) 3.90878×10^4 (vi) 3.90878×10^3

4. (a) 3.84×10^8 મીટર (b) 3×10^8 મી/સે (c) 1.2756×10^7 મી

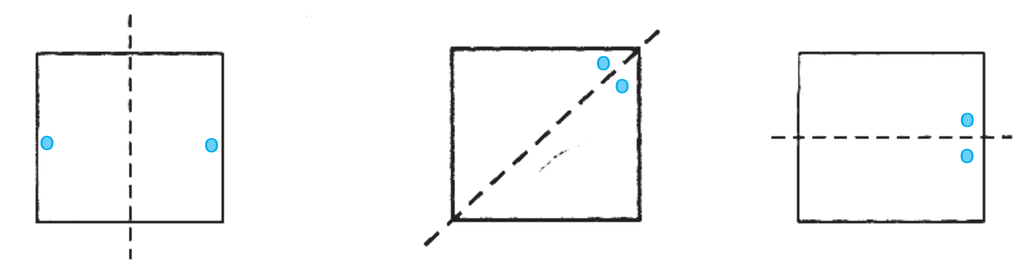
(d) 1.4×10^9 મી (e) 1×10^{11} તારા (f) 1.2×10^{10} વર્ષ

(g) 3×10^{20} મી (h) 6.023×10^{22} પરમાણુ (i) 1.353×10^9 કિમી^{3}

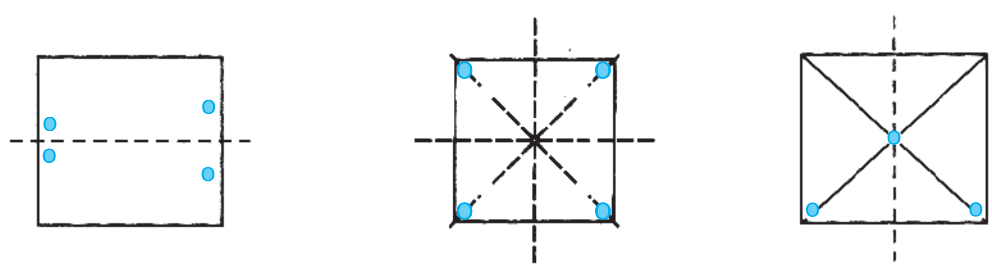
(j) 1.027×10^9

સ્વાધ્યાય 12.1

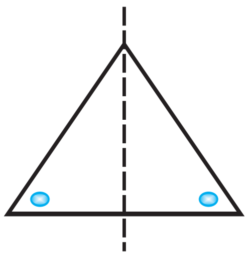
1.

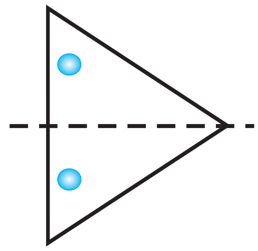


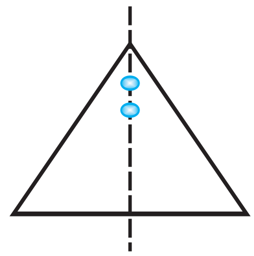
(a) (b) (c)

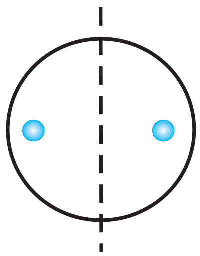


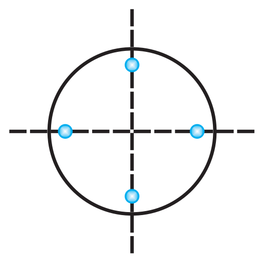
(d) (e) (f)

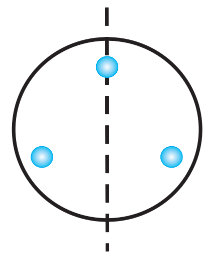

(g)


(h)

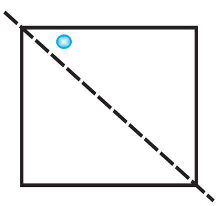

(i)

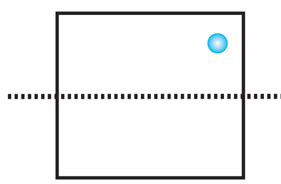

(j)

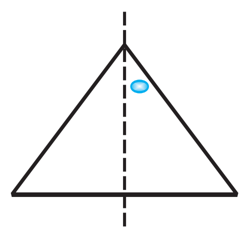

(k)

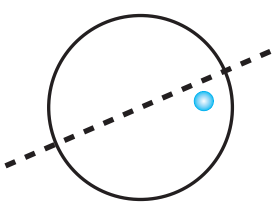

(l)

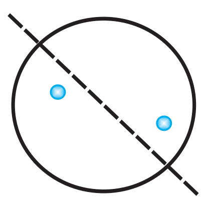
2.


(a)

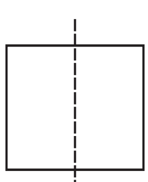

(b)

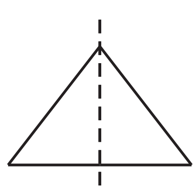

(c)

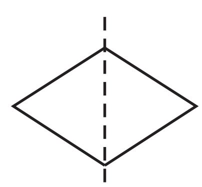

(d)

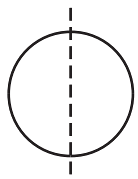

(e)

3.

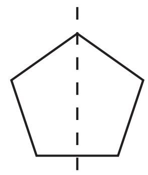

ચોરસ


ત્રિકોણ

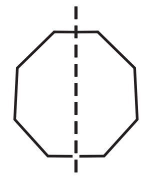

સમબાજુ ચતુષ્કોણ



(d) વર્તુળ

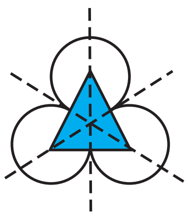


(e) પંચકોણ

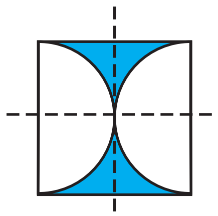


(f) અષ્ટકોણ

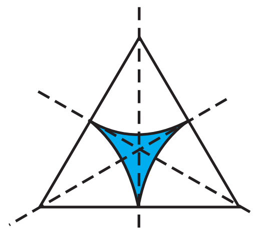
4.



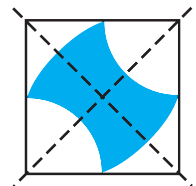
(a)



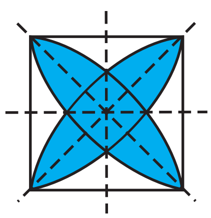
(b)



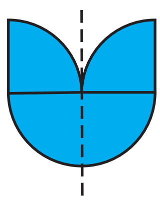
(c)



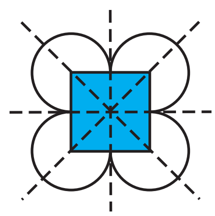
(d)



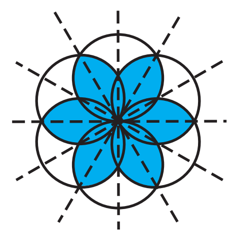
(e)



(f)



(g)



(h)

7. (a) 3 (b) 1 (c) 0 (d) 4 (e) 2 (f) 2
(g) 0 (h) 0 (i) 6 (j) અમર્યાદિત અથવા અસંખ્ય

8. (a) A, H, I, M, O, T, U, V, W, X, Y (b) B, C, D, E, H, I, O, X, K
(C) O, X, I, H

10. (a) મધ્યગા (b) વ્યાસ

સ્વાધ્યાય 12.2

1. (a), (b), (d), (e), (f)

2. (a) 2 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 4 (f) 5
(g) 6 (h) 3

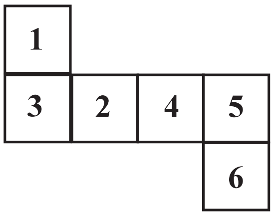
સ્વાધ્યાય 12.3

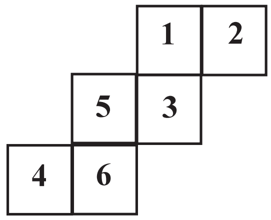
3. હા **5.** ચોરસ **6.** 120°, 180°, 240°, 300°, 360°,

7. (i) હા (ii) ના

સ્વાધ્યાય 13.1

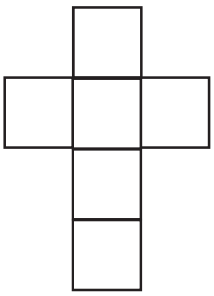
1. નેટ (ii), (iii), (iv), (vi) માં ઘન છે.

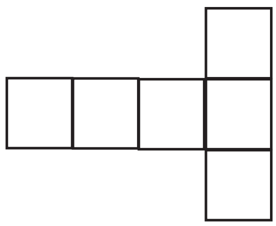
2. 



3. ના, કારણ કે સામસામેની સપાટીઓ 1 અને 4 હશે કે જેમનો સરવાળો 7 નથી અને બીજી સામસામેની સપાટીની જોડ 3 અને 6 હશે તેમનો સરવાળો પણ 7 નથી.

4. ત્રણ સપાટીઓ





5. (a) (ii) (b) (iii) (c) (iv) (d) (i)

મગજ-કસો

1. કોયડા ઉકેલો :

(i) કહો હું કોણ છું ? હું કોણ છું ?
મારામાંથી સંખ્યા 8 દૂર કરવામાં આવે.
ફરીથી તેને એક ડઝન વડે ભાગવામાં આવે
ક્રિકેટની એક આખી ટીમ બને.

(ii) સંખ્યાના 6 ગણામાં 4 ઉમેરતાં
પૂરેપૂરા 64 મળી જાય !
ચોક્કસ ક્રેડિટ તમને આપવામાં આવશે.
જો કહેશો ઝડપથી તે સંખ્યા.

2. કોયડા ઉકેલો

(i) એક જંગલમાં એક જૂનું પીપળાનુંવૃક્ષ હતું.
આ ભવ્ય વૃક્ષને તેર ડાળીઓ હતી
દરેક ડાળી પર ચૌદ પક્ષીઓ રહેતા
ચકલીઓ ભૂરી, કાગડા કાળા અને પોપટ લીલા
કાગડા કરતાં પોપટ હતા બે ગણા
અને કાગડા હતા ચકલીઓ કરતાં બે ગણા !
મારે જાણવું છે કે દરેક પ્રકારના કેટલા પક્ષી છે ?
તમે અમને મદદ કરવા આવી ન શકો ?

(ii) મારી પાસે કેટલાક પાંચ રૂપિયાના અને કેટલાક બે રૂપિયાના સિક્કા છે. બે રૂપિયાના સિક્કાની સંખ્યા પાંચ રૂપિયાના સિક્કાની સંખ્યા કરતાં બમણી છે. મારી પાસે કુલ 108 રૂપિયા છે. તો મારી પાસે પાંચ રૂપિયાના કેટલા સિક્કા હશે અને બે રૂપિયાના કેટલા સિક્કા હશે ?

3. મારી પાસે 2 વેટ છે. જે દરેક 2 સાદળીના બનેલા છે. દરેક સાદળી પર 2 બિલાડીઓ બેઠી છે. દરેક બિલાડીએ 2 મજાની ટોપીઓ પહેરેલી છે. દરેક ટોપી પર બે પાતળા ઉંદર દોરેલા છે. દરેક ઉંદર પર બે કાળા બેટ છે. આ વેટમાં કેટલી વસ્તુઓ હશે ?

4. 27 નાના ઘન ભેગા થઈ એક મોટો ઘન બનાવે છે. આ મોટા ઘનનો બહારનો ભાગ પીળા રંગથી રંગેલ છે. 27 નાના ઘનમાંનાં કેટલા ઘન પીળા રંગથી રંગેલા દેખાશે ?

(i) જો તેની એક સપાટી હોય તો

(ii) જો તેની બે સપાટી હોય તો

(iii) જો તેની ત્રણ સપાટી હોય તો

5. રાહુલને તેના બગીચામાં રહેલા ઝાડની ઊંચાઈ શોધવી છે. તેણે તેની ઊંચાઈ અને તેના પડછાયાની લંબાઈનો ગુણોત્તર શોધી કાઢ્યો તે 4:1 હતો. પછી તેણે ઝાડના પડછાયાની લંબાઈ માપી તે 15 ફૂટ હતી તો ઝાડની ઊંચાઈ કેટલી હતી ?

6. એક કઠિયારાને લાકડાના 3 બ્લોક બનાવતાં 12 મિનિટ લાગે છે. આ જ રીતના 5 બ્લોક બનાવવા તેને કેટલો સમય જોઈશે ?

7. કપડાંને ધોવામાં આવે ત્યારે કપડાંને 0.5 % ઘસારો પડે છે. આ ઘસારો કયો અપૂર્ણાંક છે ?

8. સ્મિતાની માતા 34 વર્ષનાં છે. બે વર્ષ પછી તેની માતાની ઊંમર સ્મિતાની ઊંમર કરતાં 4 ગણી થશે તો સ્મિતાની હાલની ઊંમર કેટલી હશે ?

9. માયા, મધુરા અને મોહસિના એક જ વર્ગમાં અભ્યાસ કરતાં મિત્રો છે. વર્ગની ભૂગોળની પરીક્ષામાં માયાએ 25માંથી 16 અને મધુરાએ 20 ગુણ મેળવ્યાં. જો તેમના સરાસરી ગુણ 19 હોય તો મોહસિનાએ કેટલા ગુણ મેળવ્યા હશે ?

જવાબો :

1. (i) 140 (ii) 10

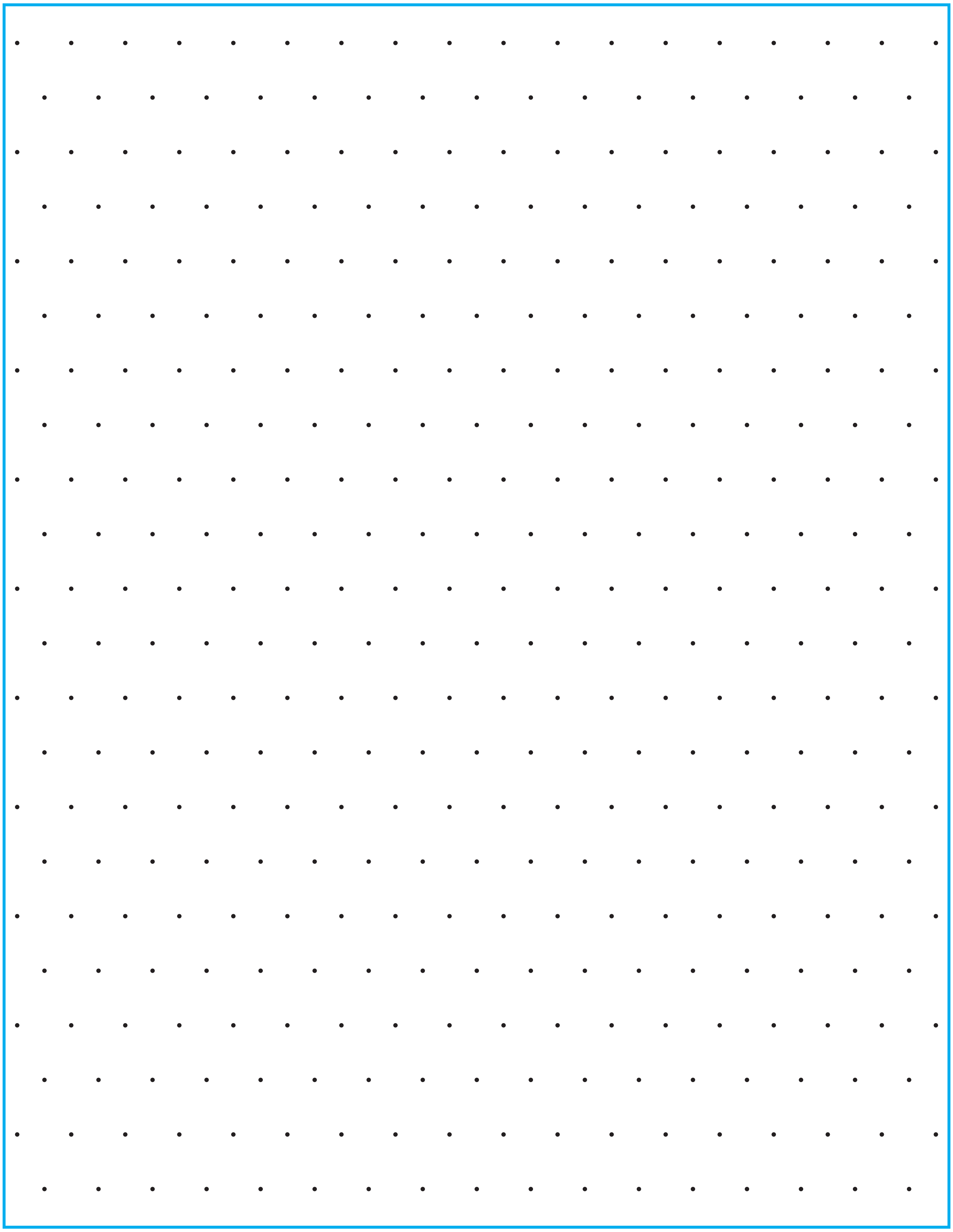
2. (i) ચકલીઓ 104, કાગડા 52 અને પોપટ 26

(ii) 5 રૂપિયાના સિક્કા-12, 2 રૂપિયાના સિક્કા-24

3. 124 **4.** (i) 6 (ii) 10 (iii) 8 **5.** 60 ફૂટ

6. 24 મિનિટ **7.** $\frac{1}{200}$ **8.** 7 વર્ષ **9.** 21

સમમિતીય ડોટશીટ



નોંધ