પ્રકરણ 9

પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ

FKZDIZ

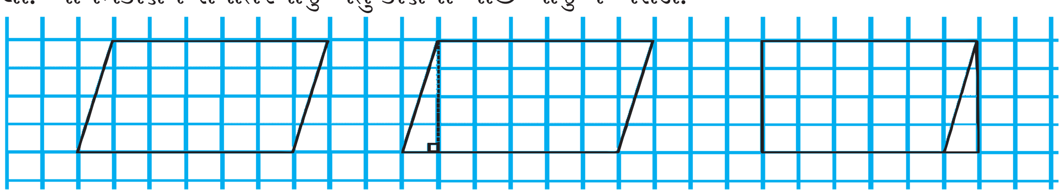
9.1 સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ (Area of a Parallelogram)

CK9V35

આપણે ચોરસ અને લંબચોરસ સિવાયના બીજા આકારો પણ જોઈએ છીએ. જે જમીન સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના આકારની હોય તેનું ક્ષેત્રફળ કેવી રીતે શોધશો ?

ચાલો, આપણે તે માટે રીત શોધીએ.

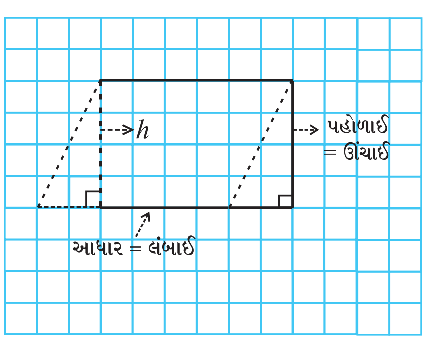
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણને સમાન ક્ષેત્રફળવાળા લંબચોરસમાં રૂપાંતરિત કરી શકાય ? આકૃતિ 9.1 (i)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે એક આલેખપત્ર પર એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરો. સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણના એક શિરોબિંદુ પરથી સામેની બાજુને લંબ રેખા દોરો [આકૃતિ 9.1 (ii)]. ત્રિકોણને કાપી લો. આ ત્રિકોણને સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની બીજી બાજુએ ખસેડો.



(i) (ii) (iii)

આકૃતિ 9.1

તમને કયો આકાર મળે છે ? તમને એક લંબચોરસ મળે છે. શું સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ, નવા બનેલા લંબચોરસના ક્ષેત્રફળ જેટલું છે ? હા, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = બનેલા લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ. આ લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈ શેનાં માપ છે ?



આકૃતિ 9.2

આપણને જણાય છે કે લંબચોરસની લંબાઈ તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના આધાર જેટલી છે અને લંબચોરસની પહોળાઈ તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ જેટલી છે (આકૃતિ 9.2).

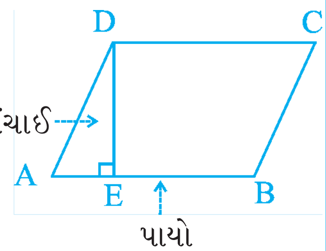
હવે, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ

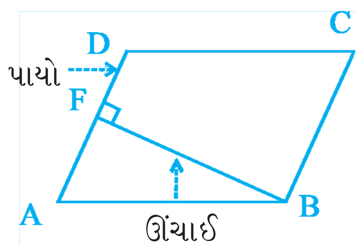
= લંબાઈ × પહોળાઈ = $l \times b$

પરંતુ લંબચોરસની લંબાઈ l અને પહોળાઈ b તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના અનુક્રમે આધાર b અને ઊંચાઈ h જેટલી છે.

આમ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = આધાર × ઊંચાઈ = $b \times h$.

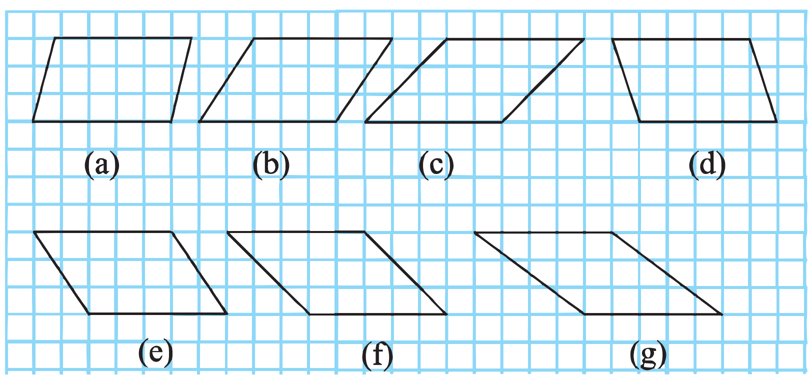
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની કોઈ પણ બાજુને તેના આધાર તરીકે લઈ શકાય. તે બાજુ પર સામેનાં શિરોબિંદુમાંથી દોરેલા લંબને તેની ઊંચાઈ કહેવાય છે. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં DE, ABને લંબ છે. અહીં AB આધાર છે અને DE એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ છે.





બાજુના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં BF, સામેની બાજુ ADને લંબ છે. અહીં AD આધાર છે અને BF ઊંચાઈ છે.

નીચેના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જુઓ (આકૃતિ 9.3)



આકૃતિ 9.3

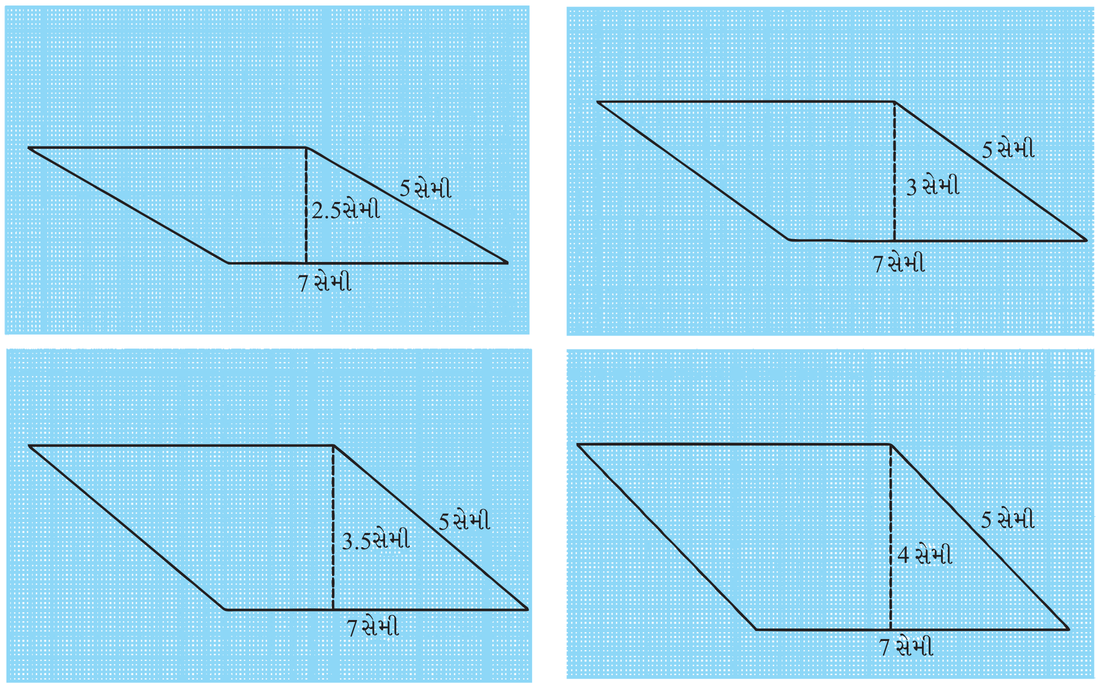
આ સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળ, આકૃતિની અંદરના ભાગમાં આવેલા ચોરસની ગણતરી કરીને શોધો અને બાજુઓને માપીને તેની પરિમિતિ પણ શોધો.

નીચેનું કોષ્ટક પૂર્ણ કરો.

સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ	આધાર સંખ્યા (Base value)	ઊંચાઈ (Height)	ક્ષેત્રફળ (Area)	પરિમિતિ (Perimeter)
(a)	5 એકમ	3 એકમ	$5 \times 3 = 15$ ચો એકમ	
(b)				
(c)				
(d)				
(e)				
(f)				
(g)				

તમે જોશો કે આ બધા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળ સમાન છે પરંતુ તેમની પરિમિતિ ભિન્ન છે.

હવે, નીચેના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જુઓ, જેમની બાજુઓ 7 સેમી અને 5 સેમી માપની છે. (આકૃતિ 9.4)



આકૃતિ 9.4

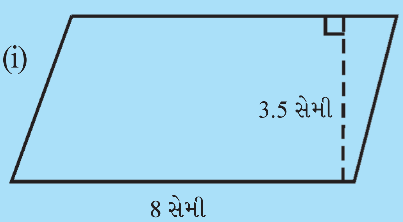
આ દરેક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ શોધો. તમારા પરિણામોનું પૃથક્કરણ (analysis) કરો. તમે જોશો કે આ સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળ ભિન્ન છે પરંતુ તેમની પરિમિતિ સમાન છે.

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે તમારે માત્ર તેનો આધાર અને અનુરૂપ ઊંચાઈ જાણવી જરૂરી છે.

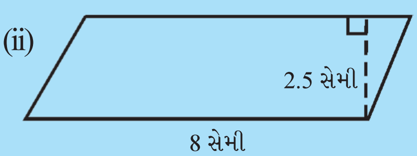
પ્રયત્ન કરો

નીચેના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળો શોધો.

(i)

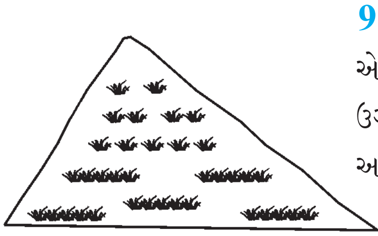


(ii)



(iii) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં, AB = 7.2 સેમી અને AB પર Cમાંથી દોરેલા લંબનું માપ 4.5 સેમી છે.

9.2 ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ (Area of Triangle)



એક માળી એક ત્રિકોણાકાર બાગના આખા ભાગમાં ઘાસ ઉગાડવાનો ખર્ચ જાણવા માગે છે.

આ માટે આપણે ત્રિકોણાકાર પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ જાણવું જરૂરી છે.

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ મેળવવા માટેની રીત શોધીએ.

CKIR4S

એક કાગળ પર એક વિષમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. આ ત્રિકોણાકારને કાપી લો. તેને બીજા કાગળ પર મૂકી તેના જ માપનો બીજો ત્રિકોણાકાર કાપો. હવે તમારી પાસે સમાન માપના બે વિષમબાજુ ત્રિકોણ છે. શું આ બંને ત્રિકોણ એકરૂપ છે ?

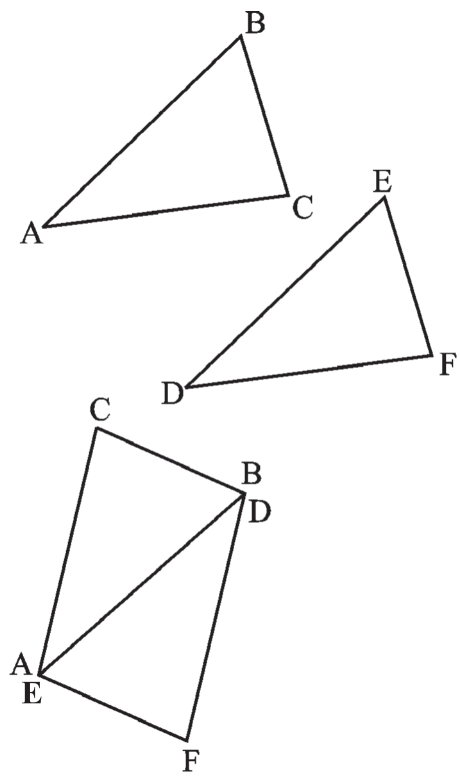
એક ત્રિકોણને બીજા ત્રિકોણ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે જેથી બરાબર બંધબેસતો આવે. તમારે કદાચ બેમાંથી એક ત્રિકોણને પરિભ્રમણ (rotation) કરાવવું પડે.

હવે બંને ત્રિકોણને એ રીતે ગોઠવો કે બંનેની અનુરૂપ બાજુઓની એક જોડ એકબીજા સાથે જોડાય (આકૃતિ 9.5).

આ રીતે બનતી આકૃતિ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે ?

દરેક ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળને સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળ સાથે સરખાવો.

ત્રિકોણના આધાર અને ઊંચાઈને, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના આધાર અને ઊંચાઈ સાથે સરખાવો.



આકૃતિ 9.5

તમને જણાશે કે બંને ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળોનો સરવાળો, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળ જેટલો છે. ત્રિકોણના આધાર અને ઊંચાઈ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના અનુક્રમે આધાર અને ઊંચાઈ જેટલા છે.

દરેક ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$ (સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ)

= $\frac{1}{2}$ (આધાર × ઊંચાઈ)

(કારણ કે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = આધાર × ઊંચાઈ)

= $\frac{1}{2}(b \times h)$ (અથવા ટૂંકમાં $\frac{1}{2}bh$)

પ્રયત્ન કરો

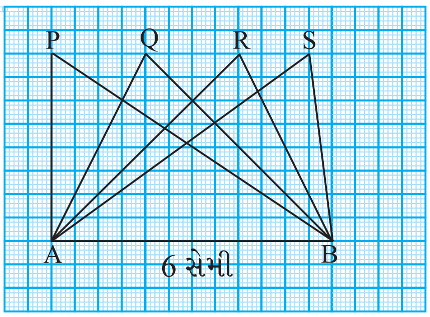
1. ઉપરની પ્રવૃત્તિ જુદા જુદા પ્રકારના ત્રિકોણ લઈને કરો.
2. જુદા જુદા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ લો. તે દરેકને તેના કોઈ પણ એક વિકર્ણ પર કાપીને બે ત્રિકોણમાં વિભાજિત કરો. આ ત્રિકોણો એકરૂપ છે ?

બાજુની આકૃતિ 9.6 માં બધા ત્રિકોણનો આધાર AB = 6 સેમી છે.

દરેક ત્રિકોણની ABને અનુરૂપ ઊંચાઈ વિશે તમે શું કહી શકો ?

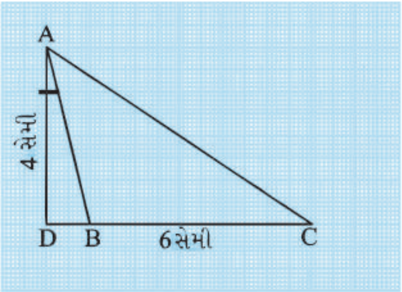
બધા ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ સમાન છે એમ કહી શકાય ? હા.

બધા ત્રિકોણ એકરૂપ પણ છે ? ના.



આકૃતિ 9.6

આપણે તારણ કાઢીએ કે **બધા એકરૂપ ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ સરખાં છે, પરંતુ સરખાં ક્ષેત્રફળવાળા ત્રિકોણ, એકરૂપ હોવા જરૂરી નથી.**



આકૃતિ 9.7

6 સેમી આધારવાળો ગુરુકોણ ત્રિકોણ ABC લો (આકૃતિ 9.7). તેની ઊંચાઈ AD કે જે શિરોબિંદુ Aમાંથી દોરેલો લંબ છે, તે ત્રિકોણની બહારના ભાગમાં છે.

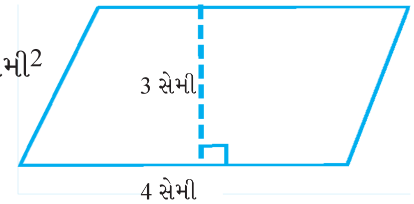
શું તમે આ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ગણી શકો ?

ઉદાહરણ 1 એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની એક બાજુ અને તેને અનુરૂપ ઊંચાઈ અનુક્રમે 4 સેમી અને 3 સેમી છે. તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ આધાર(b)ની લંબાઈ = 4 સેમી અને ઊંચાઈ (h) = 3 સેમી આપેલાં છે (આકૃતિ 9.8).

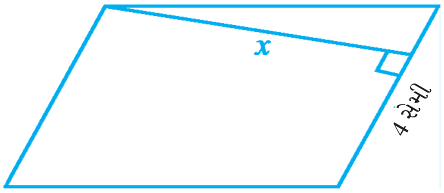
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $b \times h$

= 4 × 3 સેમી = 12 સેમી^{2}



આકૃતિ 9.8

ઉદાહરણ 2 જો એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 24 સેમી^{2} અને આધાર 4 સેમી હોય, તો તેની ઊંચાઈ 'x' શોધો.



આકૃતિ 9.9

ઉકેલ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $b \times h$

આથી, 24 = 4 × x (આકૃતિ 9.9)

અથવા $\frac{24}{4} = x$ અથવા x = 6 સેમી

આમ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ 6 સેમી છે.

ઉદાહરણ 3 સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDની બે બાજુઓ 6 સેમી અને 4 સેમી છે. આધાર CDને અનુરૂપ ઊંચાઈ 3 સેમી છે.

(i) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(ii) આધાર ADને અનુરૂપ (corresponding) ઊંચાઈ શોધો (આકૃતિ 9.10).

ઉકેલ

(i) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $b \times h$

= 6 સેમી × 3 સેમી = 18 સેમી^{2}

(ii) આધાર (b) = 4 સેમી, ઊંચાઈ = x ધારો.

ક્ષેત્રફળ = 18 સેમી^{2}

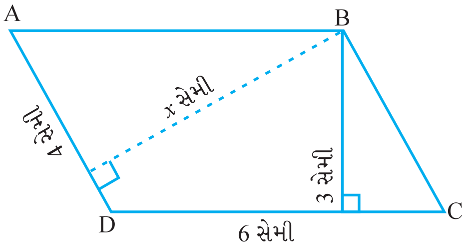
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $b \times x$

18 = 4 × x

$\frac{18}{4} = x$

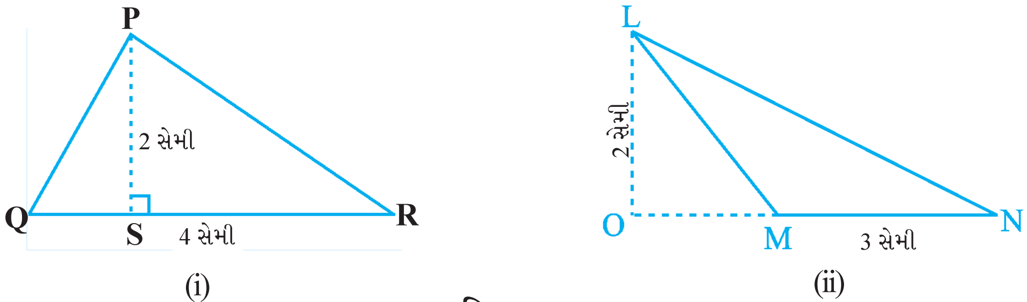
∴ x = 4.5 સેમી

આથી, આધાર ADને અનુરૂપ ઊંચાઈ = 4.5 સેમી



આકૃતિ 9.10

ઉદાહરણ 4 નીચેના ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ શોધો (આકૃતિ 9.11).



આકૃતિ 9.11

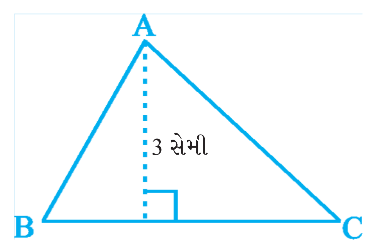
ઉકેલ (i) ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\, bh = \frac{1}{2} \times \text{QR} \times \text{PS}$

$= \frac{1}{2} \times 4$ સેમી $\times$ 2 સેમી = 4 સેમી^{2}

(ii) ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\, bh = \frac{1}{2} \times \text{MN} \times \text{LO}$

$= \frac{1}{2} \times 3$ સેમી $\times$ 2 સેમી = 3 સેમી^{2}

ઉદાહરણ 5 જો ΔABCનું ક્ષેત્રફળ 36 સેમી^{2} હોય અને ઊંચાઈ AD = 3 સેમી હોય, તો BC શોધો (આકૃતિ 9.12).



આકૃતિ 9.12

ઉકેલ ઊંચાઈ = 3 સેમી, ક્ષેત્રફળ = 36 સેમી^{2}

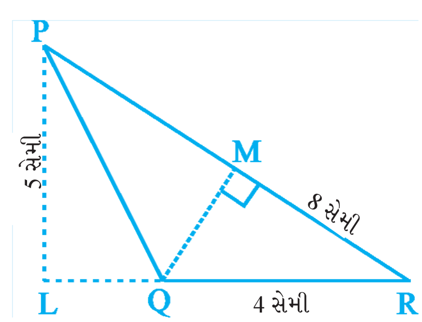
ત્રિકોણ ABCનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\, bh$

અથવા, $36 = \frac{1}{2} \times b \times 3$ એટલે કે, $b = \frac{36 \times 2}{3}$ = 24 સેમી

આથી, BC = 24 સેમી

ઉદાહરણ 6 જો ΔPQRમાં PR = 8 સેમી, QR = 4 સેમી PL = 5 સેમી છે (આકૃતિ 9.13).

(i) ΔPQRનું ક્ષેત્રફળ અને (ii) QM શોધો.



આકૃતિ 9.13

ઉકેલ

(i) QR = આધાર = 4 સેમી, PL = ઊંચાઈ = 5 સેમી

ત્રિકોણ PQRનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\, bh$

$= \frac{1}{2} \times 4$ સેમી $\times$ 5 સેમી = 10 સેમી^{2}

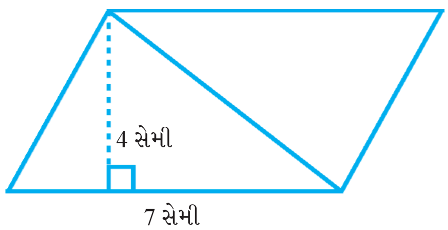
(ii) PR = આધાર = 8 સેમી, QM = ઊંચાઈ = ? ક્ષેત્રફળ = 10 સેમી^{2}

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2} \times b \times h$ એટલે કે $10 = \frac{1}{2} \times 8 \times h$

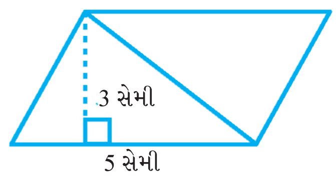
$h = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2.5$ આમ, QM = 2.5 સેમી

સ્વાધ્યાય 9.1

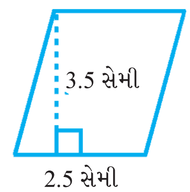
1. નીચેના દરેક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળ શોધો :



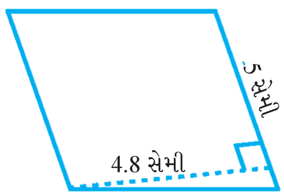
(a)



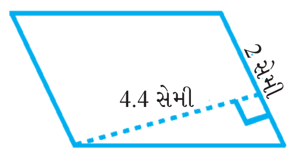
(b)



(c)

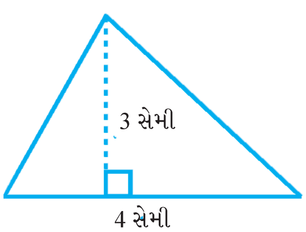


(d)

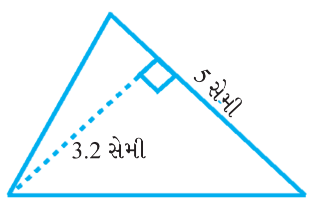


(e)

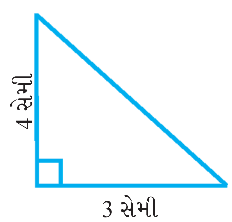
2. નીચેના દરેક ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ શોધો :



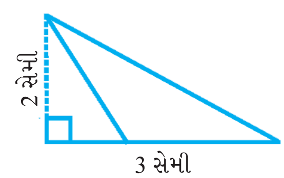
(a)



(b)



(c)



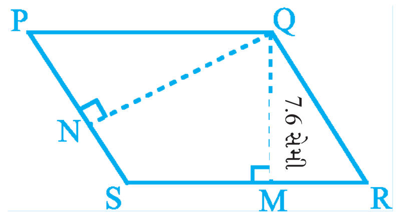
(d)

3. ખૂટતાં મૂલ્યો શોધો :

અનુક્રમ નંબર	આધાર	ઊંચાઈ	સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ
a.	20 સેમી		246 સેમી^{2}
b.		15 સેમી	154.5 સેમી^{2}
c.		8.4 સેમી	48.72 સેમી^{2}
d.	15.6 સેમી		16.38 સેમી^{2}

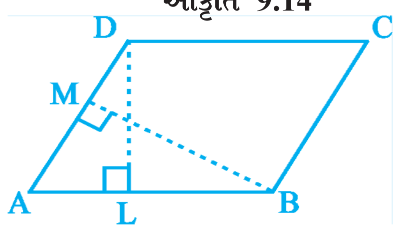
4. ખૂટતાં મૂલ્યો શોધો :

આધાર	ઊંચાઈ	ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ
15 સેમી		87 સેમી^{2}
	31.4 મિમી	1256 મિમી^{2}
22 સેમી		170.5 સેમી^{2}



આકૃતિ 9.14

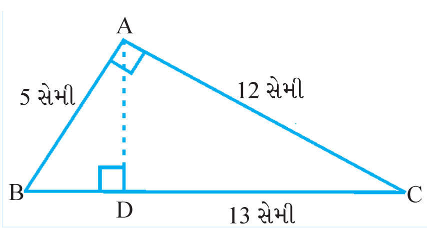
5. PQRS સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે (આકૃતિ 9.14). Qમાંથી SR પરની ઊંચાઈ QM છે અને Qમાંથી PS પરની ઊંચાઈ QN છે. જો SR = 12 સેમી અને QM = 7.6 સેમી હોય તો
(a) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ PQRSનું ક્ષેત્રફળ
(b) જો PS = 8 સેમી હોય તો QN શોધો.



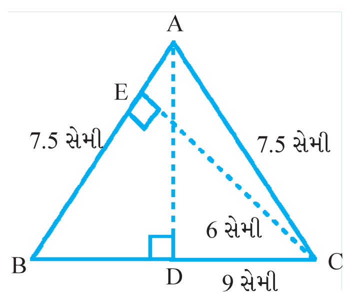
આકૃતિ 9.15

6. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં DL અને BM અનુક્રમે બાજુઓ AB અને AD પરની ઊંચાઈઓ છે (આકૃતિ 9.15). જો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 1470^2 સેમી હોય અને AB = 35 સેમી તથા AD = 49 સેમી હોય, તો BM અને DLની લંબાઈઓ શોધો.

7. ΔABCમાં ∠A કાટખૂણો છે (આકૃતિ 9.16). AD, BCને લંબ છે. જો AB = 5 સેમી, BC = 13 સેમી અને AC = 12 સેમી હોય તો ΔABCનું ક્ષેત્રફળ શોધો. ADની લંબાઈ પણ શોધો.



આકૃતિ 9.16



આકૃતિ 9.17

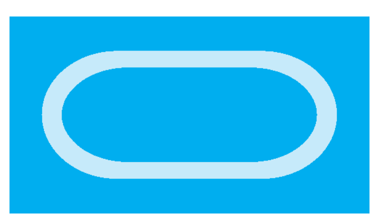
8. ΔABC સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે જેમાં AB = AC = 7.5 સેમી અને BC = 9 સેમી છે (આકૃતિ 9.17). Aમાંથી BC પરની ઊંચાઈ AD = 6 સેમી છે. ΔABC નું ક્ષેત્રફળ શોધો. C માંથી AB પરની ઊંચાઈ, એટલે કે CE કેટલી થશે ?

9.3 વર્તુળ (Circles)

દોડની રમત માટેનો રસ્તો બંને છેડે અર્ધ વર્તુળાકાર હોય છે (આકૃતિ 9.18).

જો કોઈ દોડવીર આવા રસ્તા પર બે ચક્ર પૂરાં કરે તો તેણે કાપેલું અંતર શોધી શકાય ? આપણે વર્તુળાકાર રસ્તા પર કપાતું અંતર શોધવા માટેની રીત શોધવી પડે.

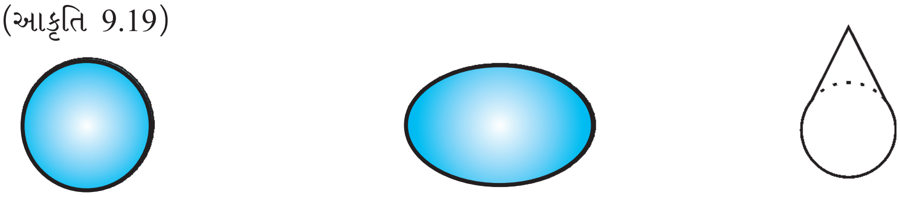
CKSM6F


આકૃતિ 9.18

9.3.1 વર્તુળનો પરિઘ (Circumference of a circle)

તાન્યાએ પૂઠાંમાંથી જુદાં જુદાં માપના કેટલાક વક્ર આકારો કાપ્યા. તેમને સુશોભિત કરવા માટે તાન્યા તે

આકારને ફરતે પટ્ટી (લેસ-lace) મૂકવા માગે છે. તેને દરેક માટે કેટલી લંબાઈની લેસ જોઈશે ? (આકૃતિ 9.19)



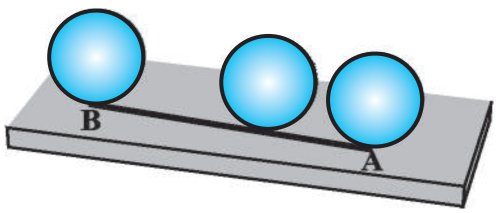
(a) (b) (c)

આકૃતિ 9.19

તમે વક્રરેખા (curve)ની (આકૃતિ 9.19) લંબાઈ માપપટ્ટીની મદદથી માપી ન શકો, કારણ કે આ આકારો 'સીધા' નથી. તો શું કરીશું ?

આકૃતિ 9.20

આકૃતિ 9.19 (a) માં દર્શાવેલ આકાર માટે જરૂરી લેસ(પટ્ટી)ની લંબાઈ શોધવાનો એક રસ્તો આ પ્રમાણે છે. પૂંઠાના વક્ર આકારની ધાર (edge) પર કોઈ બિંદુ દર્શાવો. કાર્ડને ટેબલ પર મૂકો. બિંદુની સ્થિતિ ટેબલ પર પણ દર્શાવો (આકૃતિ 9.20).



આકૃતિ 9.21

હવે વર્તુળાકાર કાર્ડને ટેબલ પર એક સીધી રેખામાં એ રીતે ફેરવતાં જાઓ કે કાર્ડ પરનું બિંદુ ફરીથી ટેબલને સ્પર્શે. આ રેખા પરનું અંતર માપો. જરૂરી લેસની આટલી લંબાઈ છે (આકૃતિ 9.21). કાર્ડની ધાર પર નિશ્ચિત બિંદુથી શરૂ કરીને ફરીથી તે જ નિશ્ચિત બિંદુ સુધીનું એ અંતર છે.

વર્તુળાકાર વસ્તુની ધાર પર ચારે તરફ દોરી વીંટાળીને પણ તમે આ અંતર શોધી શકો.

વર્તુળાકાર પ્રદેશની (કિનારી) ફરતેનું અંતર, તેનો પરિઘ (circumference) કહેવાય છે.

આ કરો

શીશીનું ઢાંકણ, બંગડી (કંગન) અથવા એવી કોઈ પણ વર્તુળાકાર વસ્તુ લઈ તેનો પરિઘ શોધો.

હવે, દોડવીરે રસ્તા પર કાપેલું અંતર તમે આ રીતે શોધી શકશો ?

હજુ પણ, દોરીના ઉપયોગથી આ રીતે વર્તુળાકાર રસ્તો કે બીજી કોઈ પણ વર્તુળાકાર વસ્તુનો પરિઘ માપવો ખૂબ મુશ્કેલ છે. વળી, આ માપ ચોક્કસ પણ નહિ હોય.

આથી, રૈખિક (rectilinear) વસ્તુ કે આકાર માટે જેવું સૂત્ર છે તેવું કોઈક સૂત્ર આ શોધવા માટે જોઈએ.

ચાલો, આપણે જોઈએ કે વર્તુળનો વ્યાસ (diameter) અને તેના પરિઘ વચ્ચે કોઈ સંબંધ છે કે નહિ.

નીચેનું કોષ્ટક જુઓ : ભિન્ન ત્રિજ્યા (radius) વાળાં છ વર્તુળ દોરો અને દોરીની મદદથી તેમનો પરિઘ શોધો. વળી, પરિઘ અને વ્યાસનો ગુણોત્તર પણ મેળવો.

વર્તુળ	ત્રિજ્યા	વ્યાસ	પરિઘ	પરિઘ અને વ્યાસનો ગુણોત્તર
1.	3.5 સેમી	7.0 સેમી	22.0 સેમી	$\frac{22}{7} = 3.14$

2.	7.0 સેમી	14.0 સેમી	44.0 સેમી	$\frac{44}{14} = 3.14$
3.	10.5 સેમી	21.0 સેમી	66.0 સેમી	$\frac{66}{21} = 3.14$
4.	21.0 સેમી	42.0 સેમી	132.0 સેમી	$\frac{132}{42} = 3.14$
5.	5.0 સેમી	10.0 સેમી	32.0 સેમી	$\frac{32}{10} = 3.2$
6.	15.0 સેમી	30.0 સેમી	94.0 સેમી	$\frac{94}{30} = 3.13$

આ કોષ્ટક પરથી તમે શું અનુમાન કરી શકો ? શું આ ગુણોત્તર લગભગ સરખો છે ? હા.

શું તમે એમ કહી શકો કે વર્તુળનો પરિઘ હંમેશાં તેના વ્યાસના ત્રણ ગણા કરતાં વધુ હોય છે ? હા.

આ ગુણોત્તર અચળ છે અને તેને π (પાઈ) વડે દર્શાવાય છે. તેની આશરે કિંમત $\frac{22}{7}$ અથવા 3.14 છે.

આમ, આપણે કહી શકીએ કે $\frac{C}{d} = \pi$ જ્યાં ‘C’ એટલે પરિઘ અને ‘d’ એટલે વ્યાસ.

અથવા, $C = \pi d$

આપણે જાણીએ છીએ કે વર્તુળનો વ્યાસ, તેની ત્રિજ્યા કરતાં બમણો છે એટલે કે, $d = 2r$

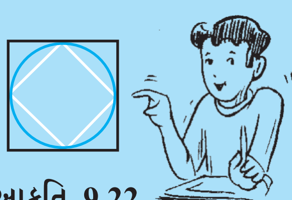
આથી, $C = \pi d = \pi \times 2r$ અથવા $C = 2\pi r$

પ્રયત્ન કરો

આકૃતિ 9.22 માં

(a) કયા ચોરસની પરિમિતિ વધુ છે ?

(b) નાના ચોરસની પરિમિતિ અને વર્તુળનો પરિઘ એ બેમાંથી કયું માપ મોટું છે ?



આકૃતિ 9.22

આ કરો

આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક નાની અને એક મોટી પ્લેટ લો. બંનેને ટેબલની સપાટી પર એક વાર ગબડાવો. એક ચક્રમાં કઈ પ્લેટ વધુ અંતર કાપે છે ? ટેબલની આખી સપાટી પર ફરવામાં કઈ પ્લેટને ઓછાં ચક્કર ફરવા પડશે ?

ઉદાહરણ 7 10 સેમી વ્યાસવાળા વર્તુળનો પરિઘ કેટલો ? ($\pi = 3.14$ લો)

ઉકેલ વર્તુળનો વ્યાસ (d) = 10 સેમી

વર્તુળનો પરિઘ $= \pi d$

$= 3.14 \times 10 = 31.4$ સેમી

આથી, 10 સેમી વ્યાસવાળા વર્તુળનો પરિઘ 31.4 સેમી થાય.

ઉદાહરણ 8 14 સેમી ત્રિજ્યાવાળી વર્તુળાકાર તકતીનો પરિઘ કેટલો થાય ? ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)

ઉકેલ વર્તુળાકાર તકતીની ત્રિજ્યા (r) = 14 સેમી

તકતીનો પરિઘ $= 2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14$ સેમી = 88 સેમી

આથી, વર્તુળાકાર તકતીનો પરિઘ = 88 સેમી

ઉદાહરણ 9 એક વર્તુળાકાર નળીની ત્રિજ્યા 10 સેમી છે. તેની આસપાસ એકવાર વીંટાળવા માટે કેટલી લંબાઈની પટ્ટી જોઈશે ? ($\pi = 3.14$)

ઉકેલ નળીની ત્રિજ્યા (r) = 10 સેમી

જરૂરી પટ્ટીની લંબાઈ, નળીના પરિઘ જેટલી થાય.

નળીનો પરિઘ $= 2\pi r$

$= 2 \times 3.14 \times 10$ સેમી

$= 62.8$ સેમી

જરૂરી પટ્ટીની લંબાઈ = 62.8 સેમી

ઉદાહરણ 10 આકૃતિ 9.23 માં આપેલ આકારની પરિમિતિ શોધો. ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)

ઉકેલ અહીં આપણે ચોરસની દરેક બાજુ પરના અર્ધવર્તુળો (semicircles)ના પરિઘ શોધવા જરૂરી છે. શું તમારે ચોરસની પરિમિતિ પણ શોધવી જરૂરી છે? ના. આ આકૃતિની બહારની સીમારેખા અર્ધવર્તુળોની બનેલી છે. દરેક અર્ધવર્તુળનો વ્યાસ 14 સેમી છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે :

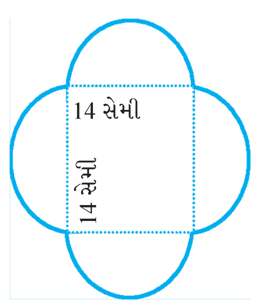
વર્તુળનો પરિઘ $= \pi d$

અર્ધવર્તુળનો પરિઘ $= \frac{1}{2}\pi d$

$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 14$ સેમી = 22 સેમી

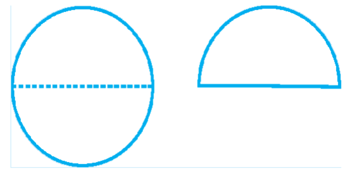
દરેક અર્ધવર્તુળનો પરિઘ = 22 સેમી

આથી આકૃતિની પરિમિતિ $= 4 \times 22$ સેમી = 88 સેમી



આકૃતિ 9.23

ઉદાહરણ 11 7 સેમી ત્રિજ્યાવાળી વર્તુળાકાર તકતીને સુધાંશુ બે સરખા ભાગમાં વહેંચે છે. દરેક અર્ધવર્તુળાકાર તકતીની પરિમિતિ કેટલી થશે ? ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)



આકૃતિ 9.24

ઉકેલ અર્ધવર્તુળાકાર તકતીની પરિમિતિ શોધવા માટે (આકૃતિ 9.24) આપણે (i) અર્ધવર્તુળનો પરિઘ અને (ii) વ્યાસ શોધવા પડે.

ત્રિજ્યા (r) = 7 સેમી આપેલ છે અને આપણે જાણીએ છીએ કે વર્તુળનો પરિઘ = $2\pi r$

આથી, અર્ધવર્તુળનો પરિઘ = $\frac{1}{2} \times 2\pi r = \pi r$

$= \frac{22}{7} \times 7$ સેમી = 22 સેમી

વર્તુળનો વ્યાસ = $2r = 2 \times 7$ સેમી = 14 સેમી

આમ, દરેક અર્ધવર્તુળ તકતીની પરિમિતિ = 22 સેમી + 14 સેમી = 36 સેમી

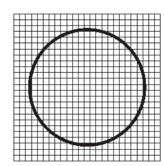
9.3.2 વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ (Area of Circle)

નીચેની વિગત ધ્યાનમાં લો :

- એક ખેડૂત, એક ખેતરની વચ્ચે 7 મીટર ત્રિજ્યાવાળો બાગ બનાવે છે. તેણે ખાતર ખરીદવાનું છે. 1 ચોરસ મીટર ક્ષેત્રફળ માટે 1 કિગ્રા ખાતર જરૂરી હોય તો તેણે કેટલું ખાતર ખરીદવું જોઈએ ?
- એક ચોરસ મીટરના ₹ 10 લેખે, 2 મીટર ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર ટેબલની સપાટીને પૉલિશ કરવાનો ખર્ચ કેટલો થશે ?

આવા કિસ્સાઓમાં શું શોધવું જરૂરી છે એ તમે કહી શકો ? ક્ષેત્રફળ કે પરિમિતિ ? આવા કિસ્સામાં આપણે વર્તુળાકાર ભાગનું ક્ષેત્રફળ (area) શોધવું જરૂરી છે.

ચાલો, આલેખપત્રનો ઉપયોગ કરીને આપણે વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધીએ. એક આલેખપત્ર પર 4 સેમી ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ દોરો આકૃતિ 9.25 વર્તુળની અંદર આવતાં ચોરસ ગણીને ક્ષેત્રફળ શોધો.

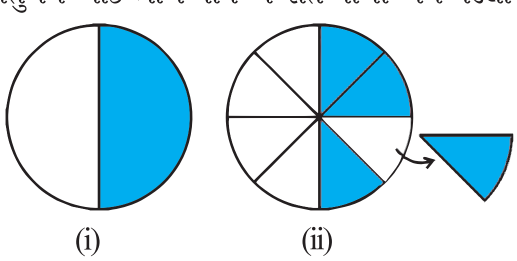


આકૃતિ 9.25

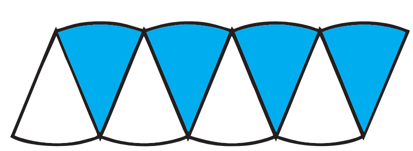
અહીં, આકૃતિ સીધી રેખાની નથી આથી આ રીતે આપણને વર્તુળના ક્ષેત્રફળનો અંદાજ મળી શકે.

વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે બીજો રસ્તો છે.

એક વર્તુળ દોરો અને તેના અડધા ભાગને છાયાંકિત કરો [આકૃતિ 9.26 (i)]. હવે વર્તુળને આઠ ભાગ થાય એ રીતે વાળો અને પડેલા સળ આગળથી કાપો [આકૃતિ 9.26 (ii)].



આકૃતિ 9.26

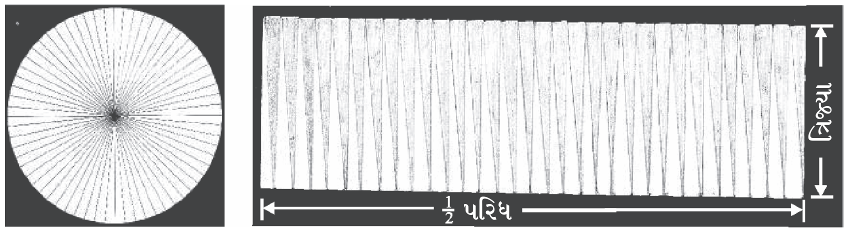


આકૃતિ 9.27

મળેલા ટુકડાઓને આકૃતિ 9.27 માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ગોઠવો, જે લગભગ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જેવો આકાર બને.

આપણે જેટલા વધુ વૃત્તાંશ (sector) કરીશું તેટલો આ આકાર, વધુ ને વધુ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જેવો બનતો જશે.

ઉપરની જેમ જો આપણે વર્તુળને 64 ભાગમાં વિભાજિત કરીને આ વૃત્તાંશોને ગોઠવીએ તો તે લગભગ ચતુષ્કોણ આકાર થશે (આકૃતિ 9.28).



આકૃતિ 9.28

આ લંબચોરસની પહોળાઈ કેટલી છે ? લંબચોરસની પહોળાઈ વર્તુળની ત્રિજ્યા 'r' જેટલી છે.

આખા વર્તુળને 64 વૃત્તાંશોમાં વહેંચેલું છે અને બંને બાજુએ 32 વૃત્તાંશો ગોઠવ્યાં છે. આથી આ લંબચોરસની લંબાઈ, 32 વૃત્તાંશોની લંબાઈ જેટલી છે, જે પરિઘ કરતાં અડધી છે (આકૃતિ 9.28).

વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = બનેલા લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = $l \times b$

= (પરિઘનું અડધું) × ત્રિજ્યા = $\left(\frac{1}{2} \times 2\pi r\right) \times r = \pi r^2$

આથી, વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2

પ્રયત્ન કરો

આલેખપત્ર પર ભિન્ન ત્રિજ્યાવાળાં વર્તુળ દોરો. અંદરનાં ચોરસની સંખ્યા ગણીને ક્ષેત્રફળ શોધો. સૂત્રના ઉપયોગથી પણ ક્ષેત્રફળ ગણો. તમારા બંને જવાબો સરખાવો.

ઉદાહરણ 12 30 સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધો. ($\pi = 3.14$ લો.)

ઉકેલ ત્રિજ્યા $r = 30$ સેમી

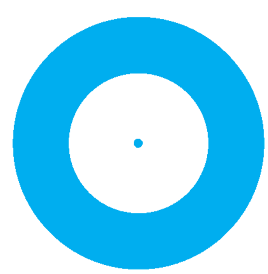
વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = $\pi r^2 = 3.14 \times 30^2 = 2826$ સેમી^{2}

ઉદાહરણ 13 એક વર્તુળાકાર બાગનો વ્યાસ 9.8 મીટર છે. તેનું ક્ષેત્રફળ ગણો.

ઉકેલ વ્યાસ $d = 9.8$ મીટર, આથી ત્રિજ્યા $r = 9.8 \div 2 = 4.9$ મીટર

વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times (4.9)^2$ મીટર^2 = $\frac{22}{7} \times 4.9 \times 4.9$ મીટર^2 = 75.46 મીટર^2

ઉદાહરણ 14 બાજુની આકૃતિમાં એક જ કેન્દ્રવાળાં (concentric) બે વર્તુળ દર્શાવ્યાં છે. મોટા વર્તુળની ત્રિજ્યા 10 સેમી અને નાના વર્તુળની ત્રિજ્યા 4 સેમી છે.



(a) મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(b) નાના વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(c) બંને વર્તુળ વચ્ચેના રંગીન ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો ($\pi = 3.14$).

ઉકેલ

(a) મોટા વર્તુળની ત્રિજ્યા = 10 સેમી

આથી, મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2

$= 3.14 \times 10 \times 10 = 314$ સેમી^{2}

(b) નાના વર્તુળની ત્રિજ્યા = 4 સેમી

આથી, નાના વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2

$= 3.14 \times 4 \times 4 = 50.24$ સેમી^{2}

(c) રંગીન ભાગનું ક્ષેત્રફળ = $(314 - 50.24)$ સેમી^{2} = 263.76 સેમી^{2}

સ્વાધ્યાય 9.2

1. નીચે વર્તુળની ત્રિજ્યા આપેલી છે. તેના પરથી વર્તુળનો પરિઘ શોધો : ($\pi = \frac{22}{7}$ લો)

   (a) 14 સેમી (b) 28 મિમી (c) 21 સેમી

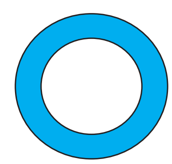
2. નીચેના વર્તુળના ક્ષેત્રફળ ગણો, જ્યાં

   (a) ત્રિજ્યા = 14 મિમી ($\pi = \frac{22}{7}$ લો) (b) વ્યાસ = 49 મી

   (c) ત્રિજ્યા = 5 સેમી

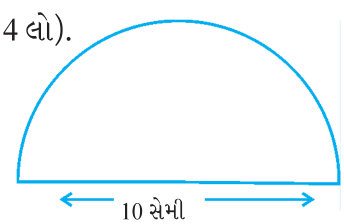
3. એક વર્તુળાકાર કાગળનો પરિઘ 154 મી છે તો તેની ત્રિજ્યા શોધો. તેનું ક્ષેત્રફળ પણ શોધો ($\pi = \frac{22}{7}$ લો).

4. એક માળી 21 મીટર વ્યાસવાળા બાગને ફરતેથી બંધ કરવા માગે છે. જો તે દોરડાને બાગ ફરતે બે વાર ફેરવવા માગતો હોય તો દોરડાની લંબાઈ શોધો. જો દોરડાની કિંમત એક મીટરના ₹ 4 હોય તો જરૂરી દોરડાની કિંમત શોધો ($\pi = \frac{22}{7}$ લો).



5. 4 સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર કાગળમાંથી, 3 સેમી ત્રિજ્યાવાળો વર્તુળાકાર કાગળ દૂર કરવામાં આવે છે. બાકીના કાગળનું ક્ષેત્રફળ શોધો ($\pi = 3.14$ લો).

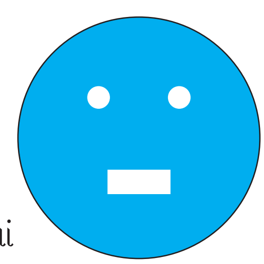
6. 1.5 મીટર વ્યાસવાળા વર્તુળાકાર ટેબલક્લોથની કિનારી પર, સાધના લેસ મૂકવા માગે છે, જરૂરી લેસની લંબાઈ શોધો અને જો 1 મીટર લેસના ₹ 15 હોય તો તેની કિંમત પણ શોધો. ($\pi = 3.14$ લો).



7. બાજુમાં દર્શાવેલ અર્ધવર્તુળાકાર આકૃતિની વ્યાસ સહિત પરિમિતિ શોધો.

8. જો પૉલિશ કરવાનો દર ₹ 15/મી^{2} હોય તો 1.6 મીટર વ્યાસવાળા વર્તુળાકાર ટેબલની ઉપરની સપાટીને પૉલિશ કરવાનો ખર્ચ શોધો ($\pi = 3.14$ લો).

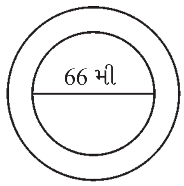
9. શ્રુતિએ 44 સેમી લંબાઈના તારને વર્તુળાકારમાં વાળ્યો. તે વર્તુળની ત્રિજ્યા શોધો. તેનું ક્ષેત્રફળ પણ શોધો. જો એ જ તારને ચોરસ આકારમાં વાળવામાં આવે તો તેની દરેક બાજુની લંબાઈ કેટલી થશે ? વર્તુળ અને ચોરસ એ બેમાંથી કઈ આકૃતિ વધુ ક્ષેત્રફળ આવરે છે ? ($\pi = \frac{22}{7}$ લો).



10. બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે 14 સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર પૂંઠામાંથી, 3.5 સેમી ત્રિજ્યાવાળા બે વર્તુળ અને 3 સેમી લંબાઈ અને 1 સેમી પહોળાઈવાળો એક લંબચોરસ કાપવામાં આવે છે. બાકીના પૂંઠાનું ક્ષેત્રફળ ગણો ($\pi = \frac{22}{7}$ લો).

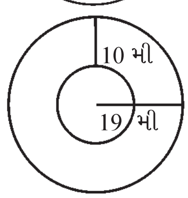
11. ચોરસ આકારના 6 સેમી બાજુવાળા એલ્યુમિનિયમ પતરામાંથી 2 સેમી ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ કાપવામાં આવે છે. બાકીના પતરાનું ક્ષેત્રફળ કેટલું ? ($\pi = 3.14$ લો).

12. એક વર્તુળનો પરિઘ 31.4 સેમી છે. તેની ત્રિજ્યા અને ક્ષેત્રફળ ગણો. ($\pi = 3.14$ લો).



13. એક વર્તુળાકાર ફૂલનો બાગ, ચારે બાજુથી 4 મીટર પહોળા રસ્તાથી ઘેરાયેલો છે. બાગનો વ્યાસ 66 મીટર છે. રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય ? ($\pi = 3.14$ લો).

14. એક વર્તુળાકાર ફૂલના બાગનું ક્ષેત્રફળ 314 મીટર^2 છે. બાગના કેન્દ્રમાં મૂકેલ પાણી છાંટવાનું મશીન, 12 મીટર ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર ભાગ પર પાણી છાંટી શકે છે. આ મશીન, આખા બાગને પાણી છાંટી શકે ? ($\pi = 3.14$ લો).



15. બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવેલ અંદરના અને બહારનાં વર્તુળોના પરિઘ શોધો ($\pi = 3.14$ લો).

16. એક પૈડાંની ત્રિજ્યા 28 સેમી છે. આ પૈડાંએ 352 મીટર અંતર કાપવા માટે કેટલા આંટા ફરવું પડે ? ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)

17. વર્તુળાકાર ચંદાવાળી ઘડિયાળનો મિનિટકાંટો 15 સેમી લાંબો છે. આ કાંટાનું ટોચનું બિંદુ 1 કલાકમાં કેટલું અંતર કાપશે ? ($\pi = 3.14$ લો).

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = આધાર × ઊંચાઈ
2. ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$ (તેમનાથી બનતાં સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ)

   = $\frac{1}{2}$ × આધાર × ઊંચાઈ
3. વર્તુળાકાર પ્રદેશની સીમારેખાનું માપ તેનો પરિઘ કહેવાય છે. વર્તુળનો પરિઘ = πd, જ્યાં d = વર્તુળનો વ્યાસ અને $\pi = \frac{22}{7}$ અથવા $\pi = 3.14$ (આશરે).
4. વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2, જ્યાં r = વર્તુળની ત્રિજ્યા

પ્રકરણ 10

FL99KM

બીજગણિતીય પદાવલિ

10.1 પ્રાસ્તાવિક (Introduction)

આપણે ધોરણ-6માં કેટલીક બીજગણિતીય અભિવ્યક્તિ (algebric expression) શીખી ગયાં છીએ. જેવી કે $x + 3$, $y - 5$, $4x + 5$, $10y - 5$ વગેરે. આપણે જોયું કે અભિવ્યક્તિ આપણને કોયડાની રચના અને પ્રશ્નના ઉકેલ માટે કેટલી ઉપયોગી છે. કેટલીક અભિવ્યક્તિનાં ઉદાહરણ સાદા સમીકરણના પ્રકરણમાં આપણે જોઈ ગયાં છીએ.

અભિવ્યક્તિ એ બીજગણિતના પાયાનો ખ્યાલ છે. આ પ્રકરણમાં તેને આપણે બીજગણિતીય પદાવલિ તરીકે ઓળખીશું. તમે જ્યારે આ પ્રકરણનો અભ્યાસ કરશો ત્યારે તમે શીખશો કે બીજગણિતીય પદાવલિની રચના કેવી રીતે થાય છે, અને કેવી રીતે તેની કિંમત શોધી શકાય છે.

10.2 પદાવલિની રચના કેવી રીતે થાય છે ? (How are Expressions Formed ?)

આપણે સારી રીતે જાણીએ છીએ કે ચલ શું છે ? આપણે x, y, l, m જેવા અક્ષરોનો ઉપયોગ ચલને દર્શાવવા માટે કરીએ છીએ. **ચલ (variable)** જુદી-જુદી કિંમતો ધારણ કરી શકે છે. તેની કિંમત ચોક્કસ હોતી નથી. બીજી બાજુ **અચલ (constant)**ને ચોક્કસ કિંમત હોય છે. 4, 100, (–17) વગેરે અચલનાં ઉદાહરણ છે.

ચલ અને અચલના જોડાણથી બીજગણિતીય પદાવલિ (algebric expression) રચાય છે. આ માટે આપણે સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર જેવી ક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. ખરેખર તો આપણે $4x + 5$, $10y - 20$ જેવી બીજગણિતીય પદાવલિ શીખી ગયાં છીએ. પદાવલિ $4x + 5$ આપણને ચલ x નો અચલ 4 સાથે ગુણાકાર કરી તેમાં 5 ઉમેરવાથી મળે છે. તે જ રીતે $10y - 20$ એ પહેલાં y નો 10 વડે ગુણાકાર કરી તેમાંથી 20 બાદ કરતાં મળે છે.

ઉપરની પદાવલિ ચલ અને અચલના જોડાણથી મેળવી શક્યા છીએ. આપણે એવી પદાવલિ મેળવીશું કે જેમાં ચલનું પોતાની સાથે અથવા બીજા ચલ સાથે જોડાણ થયેલું હોય. નીચેની પદાવલિ કેવી રીતે મેળવી છે તે જુઓ :

$$x^2, 2y^2, 3x^2 - 5, xy, 4xy + 7$$

(i) પદાવલિ x^2 એ ચલ xના તેની સાથેના ગુણાકાર વડે મળે છે.

$$x \times x = x^2$$

જેમ $4 \times 4 = 4^2$ લખીએ છીએ તેમ $x \times x = x^2$ લખાય. તેને સામાન્ય રીતે xનો વર્ગ એમ વંચાય છે.

(આગળ આપણે ઘાત અને ઘાતાંકના પ્રકરણમાં જોઈશું કે x^2 ને x ની બે ઘાત એમ વંચાય.)

તે જ રીતે આપણે $x \times x \times x = x^3$ લખીએ છીએ.

સામાન્ય રીતે x^3 ને "xનો ઘન" એમ વંચાય છે. x^3ને x ની ત્રણ ઘાત એમ પણ વંચાય.

$x, x^2, x^3, ...$ એ તમામ xમાંથી મળતી બીજગણિતીય પદાવલિ છે.

(ii) પદાવલિ $2y^2$ એ y વડે મેળવાય છે : $2y^2 = 2 \times y \times y$

અહીં yનો y સાથે ગુણાકાર કરવાથી y^2 મળે છે અને પછી y^2 નો અચલ 2 સાથે ગુણાકાર કરવામાં આવે છે.

આ પ્રયત્ન કરો

નીચેનાં પદ કેવી રીતે મેળવવામાં આવે છે તે વર્ણવો.

$7xy + 5, x^2y, 4x^2 - 5x$

(iii) $3x^2 - 5$ માં પહેલાં x^2 લઈ તેને 3 વડે ગુણાકાર કરી $3x^2$ મેળવવામાં આવે છે. $3x^2$ માંથી 5 બાદ કરી છેવટે $3x^2 - 5$ મળે છે.

(iv) xy માં આપણે ચલ x નો બીજા ચલ y સાથે ગુણાકાર કરીએ છીએ. આમ, $x \times y = xy$.

(v) $4xy + 7$માં પહેલા xy લઈ તેનો 4 સાથે ગુણાકાર કરી $4xy$ મેળવી તેમાં 7 ઉમેરી $4xy + 7$ પદાવલિ મેળવવામાં આવે છે.

10.3 પદાવલિના પદ (Terms of an Expression) :

CLBE9Q

આગળ આપણે જે પદાવલિની રચના શીખી ગયાં તેની પદ્ધતિસરની રચના આપણે જોઈએ. આ માટે આપણને પદાવલિના **પદ** અને તેના **અવયવ**ની સમજણ હોવી જરૂરી છે.

$(4x + 5)$ અભિવ્યક્તિ લઈએ. આ પદાવલિની રચના માટે પહેલાં આપણે 4 અને x નો ગુણાકાર કરી તેમાં 5 ઉમેરીએ છીએ તે જ રીતે પદાવલિ $(3x^2 + 7y)$માં પહેલાં 3, x અને xનો ગુણાકાર કરી $3x^2$ મેળવીએ છીએ તે જ રીતે 7 અને y નો ગુણાકાર કરી $7y$ મેળવીએ છીએ. $3x^2$ અને $7y$ નો સરવાળો કરી આપેલ પદાવલિ મેળવીએ છીએ.

તમે જોયું હશે કે આપણે આ જ રીતે પદાવલિ બનાવી છે. તેમાંના ભાગોને અલગ રીતે મેળવી અને પછી સરવાળો કરવામાં આવ્યો. પદાવલિના આ ભાગો કે જેને અલગ રીતે મેળવીને સરવાળો કરવામાં આવ્યો તે ભાગોને **પદ** તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. પદાવલિ $(4x^2 - 3xy)$ જુઓ. આપણે કહી શકીશું કે તેમાં બે પદ $4x^2$ અને $-3xy$ છે. $4x^2$ એ 4, x અને x નો ગુણાકાર જ્યારે પદ $(-3xy)$ એ (-3), x અને y નો ગુણાકાર છે.

પદાવલિની રચના માટે પદોનો સરવાળો કરવામાં આવે છે. પદાવલિ $4x + 5$ એ પદ $4x$ અને 5નો સરવાળો કરી મેળવવામાં આવે છે. $4x^2$ અને $(-3xy)$નો સરવાળો કરી $(4x^2 - 3xy)$ મેળવવામાં આવે છે. કારણ કે $4x^2 + (-3xy) = 4x^2 - 3xy$.

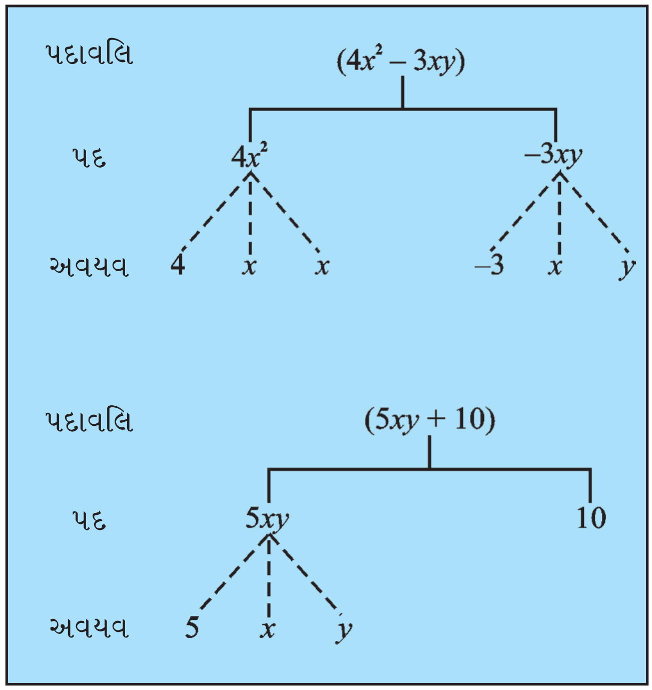
> નોંધો કે ઋણ ચિહ્ન(–)નો પદમાં સમાવેશ કરેલ છે. પદાવલિ $4x^2 - 3xy$ માં આપણે પદ $(-3xy)$ લીધું છે $3xy$ નહીં અને તેથી જ આપણે પદ ઉમેરવું કે બાદ કરવું તે કહેવાની જરૂર નથી. પદાવલિની રચનામાં ઉમેરવું એમ કહેવું પૂરતું છે.

પદના અવયવ (Factors of a term)

આપણે જોઈ ગયાં કે પદાવલિ $(4x^2 - 3xy)$ એ બે પદ $4x^2$ અને $-3xy$ની બનેલી છે. પદ $4x^2$ એ 4, x અને x નો ગુણાકાર છે. આપણે કહીશું કે, 4, x અને x એ $4x^2$ ના અવયવ છે. આપેલું પદ એ તેના અવયવોનો ગુણાકાર છે. પદ $-3xy$ એ અવયવ -3, x અને y નો ગુણાકાર છે.

આપણે પદાવલિ અને તેના પદ તથા તે પદોના અવયવને "ટ્રી ચાર્ટ" (વૃક્ષ જેવી રચના) વડે સરળ અને સુંદર રીતે દર્શાવી શકીએ. ($4x^2 - 3xy$) પદાવલિનો ટ્રી ચાર્ટ બાજુની આકૃતિમાં બતાવેલ છે.

> નોંધો કે, ટ્રી ચાર્ટમાં અવયવ અને પદને જુદા પાડવા માટે આપણે તૂટક રેખાનો ઉપયોગ અવયવ અને રેખાનો ઉપયોગ પદ માટે કરીએ છીએ.



પદાવલિ $5xy + 10$ માટે રેખાકૃતિ જુઓ.

અવયવ એ છે કે જેમનું આગળ અવયવીકરણ થઈ શકતું નથી. તેથી આપણે $5xy$ ને $5 \times xy$ લખી શકતાં નથી. કારણ કે xy નું અવયવીકરણ થઈ શકે છે. તે જ રીતે, x^3 એ પદ હોય તો તેને $x \times x \times x$ લખાશે, નહિ કે $x^2 \times x$. એ યાદ રાખો કે 1 ને અલગ અવયવ તરીકે લેવામાં આવતો નથી.

સહગુણક (Coefficient)

આપણે શીખી ગયાં કે પદને અવયવના ગુણાકાર વડે કેવી રીતે લખી શકાય. તેમાંનો એક અવયવ સંખ્યાત્મક (numerical) અને બીજો બીજગણિતીય હશે (એટલે કે ચલને સમાવતા હશે). સંખ્યાત્મક અવયવને સંખ્યાત્મક સહગુણક અથવા પદના **સહગુણક** તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. તેને બાકીના પદ માટેનો સહગુણક કહે છે (જે દેખીતી રીતે પદના બીજગણિતીય અવયવો (algebric factors)ના ગુણાકારથી મળે છે). આમ, $5xy$ માં 5 એ પદનો સહગુણક છે. તે xy નો પણ સહગુણક છે. $10xyz$ પદમાં 10 એ xyz નો સહગુણક છે. પદ $-7x^2y^2$ માં -7 એ x^2y^2 નો સહગુણક છે.

આ પ્રયત્ન કરો

1. નીચેની પદાવલિઓમાં કયાં પદો છે ? પદો કેવી રીતે બન્યા છે તે દર્શાવો. દરેક પદાવલિ માટે ટ્રી ચાર્ટ બનાવો :

   $8y + 3x^2$, $7mn - 4$, $2x^2y$
2. 4 પદો વાળી ત્રણ પદાવલિઓ લખો.

જ્યારે પદનો સહગુણક +1 હોય ત્યારે તેને સામાન્ય રીતે અવગણવામાં આવે છે. દાખલા તરીકે $1x$ ને x લખવામાં આવે છે. $1x^2y^2$ ને x^2y^2 લખવામાં આવે છે. સહગુણક (-1) એ માત્ર ઋણ ચિહ્ન જ સૂચવે છે. આમ $(-1)x$ ને $-x$ લખવામાં આવે છે. $(-1)x^2y^2$ ને $-x^2y^2$ લખવામાં આવે છે.

આ પ્રયત્ન કરો

નીચેની પદાવલિઓમાં પદોના સહગુણકો ઓળખો :

$4x - 3y$, $a + b + 5$, $2y + 5$, $2xy$

કેટલીક વખતે સહગુણક શબ્દનો ઉપયોગ ઘણો વ્યાપક રીતે કરવામાં આવે છે. આમ આપણે કહી શકીએ કે $5xy$ પદમાં 5 એ xy નો સહગુણક છે. x એ $5y$ નો સહગુણક છે અને y એ $5x$નો સહગુણક છે. $10xy^2$ માં 10 એ xy^2 નો સહગુણક છે. x એ $10y^2$ નો અને y^2 એ $10x$ નો સહગુણક છે. આમ વધુ વ્યાપક રીતે સહગુણક એ સંખ્યાત્મક અવયવ અથવા બીજગણિતીય અવયવ અથવા બે કે વધુ અવયવનો ગુણાકાર છે. તેને બાકીના અવયવોના ગુણાકારનો સહગુણક કહે છે.

ઉદાહરણ 1 : નીચેની પદાવલિઓમાં અચળ સિવાયના પદો દર્શાવો. તેમના સંખ્યાત્મક સહગુણકો લખો.

$$xy + 4,\ 13 - y^2,\ 13 - y + 5y^2,\ 4p^2q - 3pq^2 + 5$$

ઉકેલ

ક્રમ	પદાવલિ	પદ (જે અચળ નથી)	સંખ્યાત્મક સહગુણક
(i)	$xy + 4$	xy	1
(ii)	$13 - y^2$	$-y^2$	–1
(iii)	$13 - y + 5y^2$	$-y$ $5y^2$	–1 5
(iv)	$4p^2q - 3pq^2 + 5$	$4p^2q$ $-3pq^2$	4 –3

ઉદાહરણ 2

(a) નીચેની પદાવલિમાં xના સહગુણક કયા છે તે લખો.

$4x - 3y,\ 8 - x + y,\ y^2x - y,\ 2z - 5xz$

(b) નીચેની પદાવલિમાં y ના સહગુણક કયા છે તે લખો.

$4x - 3y,\ 8 + yz,\ yz^2 + 5,\ my + m$

ઉકેલ

(a) દરેક પદાવલિમાં આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે x એક અવયવ છે. પદનો બાકીનો ભાગ એ x નો સહગુણક છે.

ક્રમ	પદાવલિ	અવયવ x સાથેનું પદ	x નો સહગુણક
(i)	$4x - 3y$	$4x$	4
(ii)	$8 - x + y$	$-x$	–1
(iii)	$y^2x - y$	y^2x	y^2
(iv)	$2z - 5xz$	$-5xz$	$-5z$

(b) ઉપર પ્રમાણેની સમાન પદ્ધતિથી.

ક્રમ	પદાવલિ	અવયવ y સાથેનું પદ	y નો સહગુણક
(i)	$4x - 3y$	$-3y$	–3
(ii)	$8 + yz$	yz	z
(iii)	$yz^2 + 5$	yz^2	z^2
(iv)	$my + m$	my	m

10.4 સજાતીય અને વિજાતીય પદ (Like and Unlike Terms) :

જે પદમાં સમાન બીજગણિતીય અવયવો હોય, તે પદોને **સજાતીય પદો** કહે છે. જ્યારે પદમાં અસમાન બીજગણિતીય અવયવો હોય તો તેને **વિજાતીય પદ** કહે છે. દાખલા તરીકે પદાવલિ $2xy - 3x + 5xy - 4$ના પદ $2xy$ અને $5xy$ જુઓ. $2xy$ના અવયવ 2, x અને y છે. $5xy$ના અવયવ 5, x અને y છે. આમ

CLKABD

તેમના બીજગણિતીય (એટલે કે તે ચલના બનેલા) અવયવ સરખા છે તેથી તે સજાતીય પદ છે. બીજી બાજુ $2xy$ અને $-3x$માં બીજગણિતીય અવયવ જુદા જુદા છે. તેથી તેઓ વિજાતીય પદ છે. તે જ રીતે પદ $2xy$ અને 4 એ વિજાતીય પદ છે. $-3x$ અને 4 પણ વિજાતીય પદ છે.

પ્રયત્ન કરો

નીચે આપેલામાંથી સજાતીય પદોનું જૂથ બનાવો.

$12x, 12, -25x, -25, -25y, 1, x, 12y, y$

10.5 (એકપદી) (Monomials), (દ્વિપદી) (Binomials), (ત્રિપદી) (Trinomials) અને (બહુપદી) (Polynomials)

એવી પદાવલિ કે જેમાં માત્ર એક જ પદ હોય તો તેને એકપદી કહેવાય.

દા.ત. $7xy$, $-5m$, $3z^2$, 4 વગેરે

એવી પદાવલિ કે જેમાં બે વિજાતીય પદો હોય તો તેને **દ્વિપદી** કહે છે. $x + y$, $m - 5$, $mn + 4m$, $a^2 - b^2$ વગેરે. પદાવલિ $10pq$ એ દ્વિપદી નથી. તે એકપદી છે. પદાવલિ $(a + b + 5)$ એ દ્વિપદી નથી કારણ કે તેમાં ત્રણ પદ છે.

એવી પદાવલિ કે જેમાં ત્રણ પદ હોય, તેને **ત્રિપદી** કહે છે. પદાવલિ $x + y + 7$, $ab + a + b$, $3x^2 - 5x + 2$, $m + n + 10$ એ ત્રિપદી છે. પદાવલિ $ab + a + b + 5$ એ **ત્રિપદી** નથી કારણ કે તેમાં ત્રણ નહિ પણ 4 પદ છે. પદાવલિ $x + y + 5x$ એ ત્રિપદી નથી, કારણ કે x અને $5x$ એ સજાતીય પદ છે.

પ્રયત્ન કરો

નીચે આપેલ પદાવલિઓને એકપદી, દ્વિપદી અને ત્રિપદીમાં વર્ગીકૃત કરો.

$a + b$, $ab + a + b$, $ab + a + b - 5$, xy, $xy + 5$, $5x^2 - x + 2$, $4pq - 3q + 5p$, 7, $4m - 7n + 10$, $4mn + 7$.

ટૂંકમાં, આપેલ પદાવલિમાં એક અથવા વધુ પદો હોય તો તેને **બહુપદી** કહે છે. આમ એકપદી, દ્વિપદી અને ત્રિપદી એ બહુપદી છે.

ઉદાહરણ 3 કારણ સહિત કહો કે નીચે આપેલાં પદની જોડમાંથી ક્યાં પદ સજાતીય અને ક્યા પદ વિજાતીય છે.

(i) $7x, 12y$ (ii) $15x, -21x$ (iii) $-4ab, 7ba$ (iv) $3xy, 3x$

(v) $6xy^2, 9x^2y$ (vi) $pq^2, -4pq^2$ (vii) $mn^2, 10\,mm$

ઉકેલ

ક્રમ	જોડ	અવયવો	બીજગણિતીય અવયવો સરખા છે કે જુદા	સજાતીય કે વિજાતીય	નોંધ
(i)	$7x$ $12y$	$\left.\begin{array}{l}7, x\\12, y\end{array}\right\}$	જુદા	વિજાતીય	પદોમાં ચલ જુદા જુદા છે.
(ii)	$15x$ $-21x$	$\left.\begin{array}{l}15, x\\-21, x\end{array}\right\}$	સરખા	સજાતીય	
(iii)	$-4ab$ $7ba$	$\left.\begin{array}{l}-4, a, b\\7, a, b\end{array}\right\}$	સરખા	સજાતીય	યાદ રાખો કે $ab = ba$

(iv)	$3xy$ $3x$	$\left.\begin{matrix}3, x, y\\3, x\end{matrix}\right\}$	જુદા	વિજાતીય	ચલ y માત્ર એક જ પદમાં છે.
(v)	$6xy^2$ $9x^2y$	$\left.\begin{matrix}6, x, y, y\\9, x, x, y\end{matrix}\right\}$	જુદા	વિજાતીય	બે પદોમાં ચલ સરખા છે પરંતુ ઘાત સમાન નથી.
(vi)	pq^2 $-4pq^2$	$\left.\begin{matrix}1, p, q, q\\-4, p, q, q\end{matrix}\right\}$	સરખા	સજાતીય	નોંધો કે સંખ્યાત્મક અવયવ 1 દેખાતો નથી.
(vii)	mn^2 $10mn$	$\left.\begin{matrix}m, n, n\\10, m, n\end{matrix}\right\}$	જુદા	વિજાતીય	n ના ઘાત સરખા નથી.

નીચેનાં પગથિયાં તમને આપેલાં પદ **સજાતીય** છે કે **વિજાતીય** તે નક્કી કરવામાં ઉપયોગી થશે.

(i) સંખ્યાત્મક સહગુણકને અવગણો. પદના બીજગણિતીય ભાગ પર ધ્યાન આપો.

(ii) પદમાંના ચલને તપાસો. તે સરખા જ હોવા જોઈએ.

(iii) હવે, પદમાંના દરેક ચલના ઘાતાંક (power/index/exponent) તપાસો. તે પણ સરખા જ હોવા જોઈએ.

ધ્યાને લો કે સજાતીય પદ નક્કી કરવા માટે બે બાબતોનો કોઈ જ વાંધો નથી : (1) પદના સહગુણક (2) પદમાં ગુણાકાર સ્વરૂપે ગોઠવાયેલા ચલનો ક્રમ.

સ્વાધ્યાય 10.1

1. નીચે આપેલી બાબતોમાં ચલ, અચલ અને ગાણિતિક પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરી બીજગણિતીય પદાવલિઓ બનાવો.

(i) yમાંથી z બાદ કરો.

(ii) x અને yના સરવાળાના અડધા.

(iii) સંખ્યા zનો તે જ સંખ્યા સાથેનો ગુણાકાર

(iv) p અને qના ગુણાકારનો ચતુર્થ ભાગ

(v) x અને y બંને સંખ્યાનો વર્ગ અને તેમનો સરવાળો

(vi) m અને n સંખ્યાના ગુણાકારના ત્રણ ગણામાં 5 ઉમેરતાં

(vii) y અને zના ગુણાકારને 10માંથી બાદ કરતાં

(viii) a અને bના ગુણાકારમાંથી તેમનો સરવાળો બાદ કરતાં

2. (i) નીચે આપેલ પદાવલિમાંથી પદ અને તેમના અવયવ ઓળખી કાઢો.
આ પદ અને અવયવને ટ્રી ચાર્ટ વડે દર્શાવો.

(a) $x - 3$ (b) $1 + x + x^2$ (c) $y - y^3$

(d) $5xy^2 + 7x^2y$ (e) $-ab + 2b^2 - 3a^2$

(ii) નીચે આપેલી પદાવલિમાંથી પદ અને અવયવ ઓળખી કાઢો.

(a) $-4x + 5$ (b) $-4x + 5y$ (c) $5y + 3y^2$

(d) $xy + 2x^2y^2$ (e) $pq + q$ (f) $1.2ab - 2.4\,b + 3.6\,a$

(g) $\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$ (h) $0.1\,p^2 + 0.2\,q^2$

3. નીચે આપેલી પદાવલિમાં (અચલ સિવાયના) પદનો સંખ્યાત્મક સહગુણક શોધીને લખો.
   (i) $5 - 3t^2$ (ii) $1 + t + t^2 + t^3$ (iii) $x + 2xy + 3y$
   (iv) $100m + 1000n$ (v) $-p^2q^2 + 7pq$ (vi) $1.2\ a + 0.8\ b$
   (vii) $3.14\ r^2$ (viii) $2\ (l + b)$ (ix) $0.1\ y + 0.01\ y^2$
4. (a) x વાળાં પદો શોધો અને તેમાં xના સહગુણક લખો.
   (i) $y^2x + y$ (ii) $13y^2 - 8yx$ (iii) $x + y + 2$
   (iv) $5 + z + zx$ (v) $1 + x + xy$ (vi) $12xy^2 + 25$ (vii) $7x + xy^2$
   (b) y^2 વાળું પદ શોધી તેમાં y^2નો સહગુણક લખો.
   (i) $8 - xy^2$ (ii) $5y^2 + 7x$ (iii) $2x^2y - 15\ xy^2 + 7y^2$
5. નીચેનાનું એકપદી, દ્વિપદી અને ત્રિપદીમાં વર્ગીકરણ કરો.
   (i) $4y - 7z$ (ii) y^2 (iii) $x + y - xy$ (iv) 100
   (v) $ab - a - b$ (vi) $5 - 3t$ (vii) $4p^2q - 4pq^2$ (viii) $7mn$
   (ix) $z^2 - 3z + 8$ (x) $a^2 + b^2$ (xi) $z^2 + z$ (xii) $1 + x + x^2$
6. નીચે આપેલી જોડ સજાતીય કે વિજાતીય પદોની છે તે કહો.
   (i) $1, 100$ (ii) $-7x, \frac{5}{2}x$ (iii) $-29x, -29y$
   (iv) $14xy, 42yx$ (v) $4m^2p, 4mp^2$ (vi) $12xz, 12x^2z^2$
7. નીચેનામાંથી સજાતીય પદ શોધી કાઢો.
   (a) $-xy^2, -4yx^2, 8x^2, 2xy^2, 7y, -11x^2, -100x, -11yx, 20x^2y, -6x^2, y, 2xy, 3x$
   (b) $10pq, 7p, 8q, -p^2q^2, -7qp, -100q, -23, 12q^2p^2, -5p^2, 41, 2405p,$
   $78qp, 13p^2q, qp^2, 701p^2$

10.6 આપેલી પદાવલિની કિંમત શોધવી (Finding the Value of an Expression)

D1U9B2

આપણે જાણીએ છીએ કે બીજગણિતીય પદાવલિની કિંમત તે પદાવલિની રચના કરતાં ચલની કિંમત પર આધારિત હોય છે. ઘણી એવી પરિસ્થિતિ હોય છે કે જેમાં આપણને પદાવલિની કિંમત શોધવાની જરૂર પડે છે. જેમ કે જ્યારે આપણને એમ થાય કે આપેલ ચલની ચોક્કસ કિંમત સમીકરણનું સમાધાન કરે છે કે નહિ તે ચકાસવા માટે.

ભૂમિતિના સૂત્રના ઉપયોગમાં અને રોજિંદા ગણિતમાં આપણે પદાવલિની કિંમત શોધી તેનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. દા.ત. ચોરસનું ક્ષેત્રફળ l^2 છે. જ્યાં l એ ચોરસની એક બાજુની લંબાઈ છે. જો $l = 5$ સેમી તો ક્ષેત્રફળ 5^2 સેમી^{2} અથવા 25 સેમી^{2} છે. જો બાજુ 10 સેમી હોય તો ક્ષેત્રફળ 10^2 સેમી^{2} અથવા 100 સેમી^{2} થાય. હવે પછીના ભાગમાં આપણે આ પ્રકારનાં વધુ ઉદાહરણો જોઈશું.

ઉદાહરણ 4 $x = 2$ માટે નીચે આપેલી પદાવલિની કિંમત શોધો.

(i) $x + 4$ (ii) $4x - 3$ (iii) $19 - 5x^2$ (iv) $100 - 10x^3$

ઉકેલ $x = 2$ મૂકતાં,

(i) આપણે $x + 4$ની કિંમત શોધીએ.

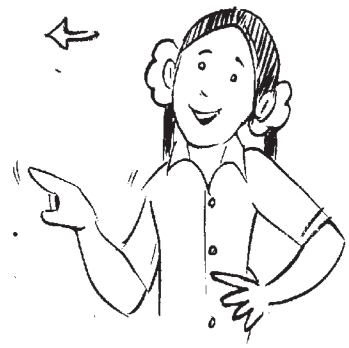
એટલે કે $x + 4 = 2 + 4 = 6$

(ii) $4x - 3$ માં આપણે

$4x - 3 = (4 \times 2) - 3 = 8 - 3 = 5$ મેળવીશું.

(iii) $19 - 5x^2$ માં આપણે

$19 - 5x^2 = 19 - (5 \times 2^2) = 19 - (5 \times 4) = 19 - 20 = (-1)$ મેળવીશું.



(iv) $100 - 10x^3$ માં આપણે

$100 - (10 \times 2^3) = 100 - (10 \times 8)$ (નોંધ : $2^3 = 8$ થાય.)

$= 100 - 80 = 20$

ઉદાહરણ 5 $n = -2$ માટે નીચેની પદાવલિઓની કિંમત શોધો.

(i) $5n - 2$ (ii) $5n^2 + 5n - 2$ (iii) $n^3 + 5n^2 + 5n - 2$

ઉકેલ

(i) $n = -2$ કિંમત $5n - 2$ માં મૂકતાં

$5(-2) - 2 = -10 - 2 = -12$

(ii) $5n^2 + 5n - 2$ માં

$n = -2$, માટે $5n - 2 = -12$

અને $5n^2 = 5 \times (-2)^2 = 5 \times 4 = 20$ [જ્યાં $(-2)^2 = 4$]

સાથે લખતાં,

$5n^2 + 5n - 2 = 20 - 12 = 8$

(iii) હવે $n = -2$ માટે

$5n^2 + 5n - 2 = 8$ અને

$n^3 = (-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = (-8)$

હવે, સાથે લખતાં,

$n^3 + 5n^2 + 5n - 2 = -8 + 8 = 0$

હવે, આપણે બે ચલની પદાવલિ જોઈશું. ઉદારણ તરીકે, $x + y$ અને xy બે ચલ ધરાવતી પદાવલિની સંખ્યાત્મક કિંમત શોધીએ. અહીં આપણને બંને ચલની કિંમતની જરૂર પડશે. જેમ કે, $x = 3$ અને $y = 5$ માટે $(x + y)$ ની કિંમત $3 + 5 = 8$ થશે.

ઉદાહરણ 6 $a = 3$ અને $b = 2$ માટે નીચેની પદાવલિની કિંમત શોધો.

(i) $a + b$ (ii) $7a - 4b$ (iii) $a^2 + 2ab + b^2$ (iv) $a^3 - b^3$

ઉકેલ $a = 3$ અને $b = 2$ મૂકતાં

(i) $a + b = 3 + 2 = 5$

(ii) $7a - 4b$ માટે

$7a - 4b = 7 \times 3 - 4 \times 2 = 21 - 8 = 13$

(iii) $a^2 + 2ab + b^2$ માટે

$a^2 + 2ab + b^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 2 + 2^2 = 9 + 2 \times 6 + 4 = 9 + 12 + 4 = 25$

(iv) $a^3 - b^3$ માટે

$a^3 - b^3 = 3^3 - 2^3 = 3 \times 3 \times 3 - 2 \times 2 \times 2 = 9 \times 3 - 4 \times 2 = 27 - 8 = 19$

સ્વાધ્યાય 10.2

1. જો $m = 2$ હોય તો નીચેનાં પદોની કિંમત શોધો :

   (i) $m - 2$ (ii) $3m - 5$ (iii) $9 - 5m$

   (iv) $3m^2 - 2m - 7$ (v) $\frac{5m}{2} - 4$

2. જો $p = -2$ હોય, તો નીચેનાની કિંમત શોધો :

   (i) $4p + 7$ (ii) $-3p^2 + 4p + 7$ (iii) $-2p^3 - 3p^2 + 4p + 7$

3. $x = -1$ માટે નીચેની પદાવલિની કિંમત શોધો.

   (i) $2x - 7$ (ii) $-x + 2$ (iii) $x^2 + 2x + 1$

   (iv) $2x^2 - x - 2$

4. જો $a = 2$ અને $b = -2$ હોય તો નીચેનાંની કિંમત શોધો :

   (i) $a^2 + b^2$ (ii) $a^2 + ab + b^2$ (iii) $a^2 - b^2$

5. $a = 0$, $b = -1$ માટે આપેલ પદાવલિની કિંમત શોધો.

   (i) $2a + 2b$ (ii) $2a^2 + b^2 + 1$ (iii) $2a^2b + 2ab^2 + ab$

   (iv) $a^2 + ab + 2$

6. આપેલી પદાવલિઓનું સાદું રૂપ આપી $x = 2$ માટે કિંમત શોધો.

   (i) $x + 7 + 4(x - 5)$ (ii) $3(x + 2) + 5x - 7$

   (iii) $6x + 5(x - 2)$ (iv) $4(2x - 1) + 3x + 11$

7. આપેલી પદાવલિઓનું સાદું રૂપ આપો અને $x = 3$, $a = -1$ અને $b = -2$ લઈ કિંમત શોધો.

   (i) $3x - 5 - x + 9$ (ii) $2 - 8x + 4x + 4$

   (iii) $3a + 5 - 8a + 1$ (iv) $10 - 3b - 4 - 5b$

   (v) $2a - 2b - 4 - 5 + a$

8. (i) જો $z = 10$ હોય તો, $z^3 - 3(z - 10)$ની કિંમત શોધો.

   (ii) $p = -10$ હોય તો, $p^2 - 2p - 100$ની કિંમત શોધો.

9. $x = 0$ માટે $2x^2 + x - a$ ની કિંમત 5 હોય તો aની કિંમત શોધો.

10. આપેલી પદાવલિનું સાદુંરૂપ આપી $a = 5$ અને $b = -3$ માટે કિંમત શોધો.

    $2(a^2 + ab) + 3 - ab$

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. બીજગણિતીય પદાવલિ ચલ અને અચલની બનેલી હોય છે. આપણે પદાવલિની રચના કરવામાં **સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર** અને **ભાગાકાર** જેવી ક્રિયાઓ પદાવલિના ચલ અને અચલ પર કરીએ છીએ. ઉદાહરણ તરીકે પદાવલિ $4xy + 7$ એ ચલ x અને y તથા અચલ પદ 4 અને અચલ 4 અને ચલ x અને yનો ગુણાકાર કરી $4xy$ મેળવવામાં આવે છે. જેમાં 7 ઉમેરી આ પદાવલિ 7ની બનેલી છે. બનાવવામાં આવે છે.
2. પદાવલિ **પદ**ની બનેલી હોય છે. પદોના **સરવાળા**થી પદાવલિ બને છે. દાખલા તરીકે પદો $4xy$ અને 7નો સરવાળો પદાવલિ $4xy + 7$ બનાવે છે.
3. પદ એ **અવયવોનો ગુણાકાર** છે. પદાવલિ $4xy + 7$ માં $4xy$ એ અવયવ x, y અને 4નો ગુણાકાર છે. અવયવ જો ચલ હોય તો તેને **બીજગણિતીય અવયવ (algebric factor)** કહે છે.
4. **સહગુણક** એ પદમાં આંકડાકીય અવયવ છે. કેટલીક વખત પદમાંના કોઈ પણ અવયવને તે પદના બાકીના ભાગનો સહગુણક કહે છે.
5. પદાવલિમાં એક અથવા વધુ પદ હોય તો તેને **બહુપદી** કહે છે. ખાસ કરીને જો એક જ પદ પદાવલિમાં હોય તો તેને **એકપદી**, પદાવલિમાં બે પદ હોય તો **દ્વિપદી** અને ત્રણ પદ હોય તો તેને ત્રિપદી કહે છે.
6. પદો કે જેમાં સરખા બીજગણિતીય અવયવો હોય તો તે **સજાતીય પદો** છે. પદો કે જેમાં ભિન્ન બીજગણિતીય અવયવો હોય તો તે **વિજાતીય પદો** છે. આમ, પદો $4xy$ અને $-3xy$ સજાતીય પદો છે પરંતુ પદો $4xy$ અને$-3x$ સજાતીય પદો નથી.
7. એવી સ્થિતિં, જેમ કે સમીકરણ ઉકેલવું અને સૂત્રનો ઉપયોગ કરવામાં આપણે પદાવલિની કિંમત શોધીએ છીએ. પદાવલિની કિંમત પદાવલિની રચના કરતા ચલની કિંમત પર આધાર રાખે છે. આમ $7x - 3$ ની કિંમત $x = 5$ માટે 32 છે, જ્યાં $7(5) - 3 = 35 - 3 = 32$.

પ્રકરણ 11

ઘાત અને ઘાતાંક

FLI5MA

11.1 પ્રાસ્તાવિક (Introduction)

શું તમે જાણો છો કે પૃથ્વીનું દળ કેટલું છે ? હા, તે
5, 976, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 કિગ્રા છે.
તમે આ સંખ્યા વાંચી શકશો ?
યુરેનસનું દળ 86, 800, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 કિગ્રા છે.
કોનું દળ વધુ છે પૃથ્વીનું કે યુરેનસનું ?
સૂર્ય અને શનિ વચ્ચેનું અંતર 1, 433, 500, 000, 000 મીટર તેમજ સૂર્ય અને યુરેનસ વચ્ચેનું અંતર 1, 439, 000, 000, 000 મીટર છે. શું તમે આ સંખ્યા વાંચી શકશો ? કયું અંતર ઓછું છે ?
આ એટલી મોટી સંખ્યા છે કે જે વાંચવા, સમજવા અને સરખામણી કરવામાં મુશ્કેલ છે. આ સંખ્યાને સરળતાથી વાંચવા, સમજવા અને તેમની સરખામણી કરવા માટે આપણે ઘાતાંકનો ઉપયોગ કરીશું. આ પ્રકરણમાં આપણે ઘાતાંક અને તેનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરવામાં આવે છે એ શીખીશું.

11.2 ઘાતાંક (Exponents) :

આપણે મોટી સંખ્યાને ઘાતાંકનો ઉપયોગ કરી ટૂકમાં નીચે પ્રમાણે લખી શકીએ.

જુઓ $10,000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

ગુણાકાર $10 \times 10 \times 10 \times 10$ માટેનો ટૂંકો સંકેત 10^4 છે. અહીં '10'ને **આધાર (base)** અને '4'ને **ઘાતાંક** કહે છે. સંખ્યા 10^4 ને 10 ની 4 ઘાત એટલે કે દસની ચાર ઘાત એમ વાંચવામાં આવે છે. 10^4 ને 10000 નું ઘાતાંકીય સ્વરૂપ કહે છે.

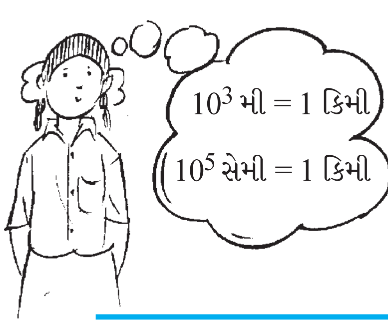
તે જ રીતે આપણે 1000 ને 10ના ઘાતાંક સ્વરૂપે લઈ શકીએ.

નોંધો કે,

$1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$

ફરીથી અહીં 10^3 એ, 1000 નું ઘાતાંકીય સ્વરૂપ છે.

તે જ રીતે, $1,00,000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$



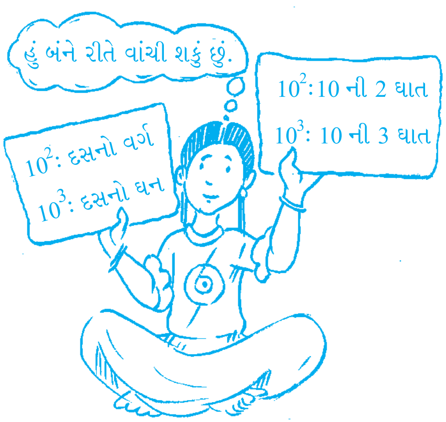
10^5 એ 1,00,000 નું ઘાતાંકીય સ્વરૂપ છે. 10^3 ના કિસ્સામાં ઘાતાંક 3 અને 10^5 ના કિસ્સામાં ઘાતાંક 5 છે.

સંખ્યાઓને વિસ્તૃત સ્વરૂપે લખવા માટે આપણે 10, 100, 1000 જેવી સંખ્યાઓનો ઉપયોગ કર્યો છે.

ઉદાહરણ તરીકે, $47561 = 4 \times 10000 + 7 \times 1000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 1$.
આને આમ પણ લખી શકાય

$$4 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10 + 1$$

આ જ રીતે, સંખ્યાઓ 172, 5642 અને 6374ને લખવા પ્રયત્ન કરો. ઉપરનાં બધાં જ ઉદાહરણમાં આપણે જોયું કે સંખ્યાઓનો આધાર 10 છે. જો કે આધાર બીજી કોઈ સંખ્યા પણ હોઈ શકે.



જેમ કે, $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$ ને $81 = 3^4$ એમ લખી શકાય.
અહીં 3 એ આધાર છે અને 4 એ ઘાતાંક છે.
કેટલાક ઘાતાંકને ચોક્કસ નામ હોય છે. જેમ કે, 10^2, જેને 10ની બે ઘાત (10 raised to power 2) કહે છે. પણ તેને '10નો વર્ગ' (10 squared) એમ પણ કહેવાય. 10^3, જેને 10ની ત્રણ ઘાત કહે છે. તેને 10નો ઘન (10 cubed) પણ કહેવાય. 5^3(5નો ઘન)નો અર્થ શું થાય તે કહી શકશો ?
$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
તેથી, આપણે કહી શકીશું કે 125 એ 5ની 3 ઘાત છે.
5^3નો આધાર અને ઘાતાંક કયો છે ?
તે જ રીતે $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ જે 2ની પંચ ઘાત છે.
2^5 માં 2 એ આધાર અને 5 એ ઘાતાંક છે.
તેવી જ રીતે, $243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$
$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$
$625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

પ્રયત્ન કરો

આ પ્રકારનાં વધુ પાંચ ઉદાહરણ શોધો જેમાં સંખ્યાને ઘાતાંકીય સ્વરૂપે (exponential form) રજૂ કરી શકાય. દરેક કિસ્સામાં આધાર અને ઘાતાંક પણ ઓળખી કાઢો.

જ્યારે આધાર ઋણ પૂર્ણાંક હોય ત્યારે પણ આ રીતે વિસ્તૃત કરી લખી શકો.
$(-2)^3$ નો અર્થ શું છે ?
તે છે $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = (-8)$
$(-2)^4 = 16$ છે ? તે ચકાસો.
કોઈ ચોક્કસ સંખ્યા લેવાને બદલે આધાર તરીકે કોઈ પૂર્ણાંક a લઈએ અને સંખ્યાની જેમ લખતાં,

$a \times a = a^2$ (જે aનો વર્ગ અથવા aની બે ઘાત કહેવાય)
$a \times a \times a = a^3$ (જેને aનો ઘન અથવા aની ત્રણ ઘાત કહેવાય)
$a \times a \times a \times a = a^4$ (જેને aનો ચાર ઘાત અથવા aની ચતુર્થ ઘાત વંચાય)
....
$a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^7$ (જેને aની સાત ઘાત અથવા aનો સપ્ત ઘાત એમ વંચાય)
અને તે પરથી,
$a \times a \times a \times b \times b$ ને $a^3 b^2$ વડે દર્શાવી શકાય. (જેને a ઘન b વર્ગ વંચાય)
$a \times a \times b \times b \times b \times b$ ને $a^2 b^4$ વડે દર્શાવી શકાય. (જેને aની બે ઘાત bની ચાર ઘાત એમ વંચાય)

ઉદાહરણ 1 256ને 2ના ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવો.

ઉકેલ આપણી પાસે

$256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

તેથી આપણે કહી શકીએ કે $256 = 2^8$

ઉદાહરણ 2 2^3 અને 3^2 માં કઈ મોટી છે ?

ઉકેલ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ અને $3^2 = 3 \times 3 = 9$

$9 > 8$ તેથી 3^2 એ 2^3 થી મોટી છે.

ઉદાહરણ 3 8^2 અને 2^8 માંથી કઈ મોટી છે ?

ઉકેલ $8^2 = 8 \times 8 = 64$

$2^8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$

સ્પષ્ટ છે કે, $2^8 > 8^2$

ઉદાહરણ 4 વિસ્તરણ કરો $a^3 b^2$, $a^2 b^3$, $b^2 a^3$, $b^3 a^2$ શું તે બધા સરખા છે ?

ઉકેલ $a^3 b^2 = a^3 \times b^2$

$= (a \times a \times a) \times (b \times b)$

$= a \times a \times a \times b \times b$

$a^2 b^3 = a^2 \times b^3$

$= a \times a \times b \times b \times b$

$b^2 a^3 = b^2 \times a^3$

$= b \times b \times a \times a \times a$

$b^3 a^2 = b^3 \times a^2$

$= b \times b \times b \times a \times a$

નોંધો કે $a^3 b^2$ અને $a^2 b^3$ પદોના કિસ્સામાં a અને bના ઘાતાંક જુદા-જુદા છે. આમ $a^3 b^2$ અને $a^2 b^3$ જુદા જુદા છે.

બીજી બાજુ, $a^3 b^2$ અને $b^2 a^3$ એ સરખા છે. અહીં બંને પદોમાં a અને bના ઘાતાંક સરખા છે. તેમના અવયવના ક્રમનો કોઈ વાંધો નથી.

આ રીતે, $a^3 b^2 = a^3 \times b^2 = b^2 \times a^3 = b^2 a^3$ તે જ રીતે, $a^2 b^3$ અને $b^3 a^2$ સરખા છે.

પ્રયત્ન કરો

અભિવ્યક્તિ કરો :

(i) 729ને 3ની ઘાતમાં

(ii) 128ને 2ની ઘાતમાં

(iii) 343ને 7ની ઘાતમાં

ઉદાહરણ 5 નીચેની સંખ્યાઓને અવિભાજ્ય અવયવોની ઘાતના ગુણાકાર સ્વરૂપે દર્શાવો.

(i) 72 (ii) 432 (iii) 1000 (iv) 16000

ઉકેલ

(i) $72 = 2 \times 36 = 2 \times 2 \times 18$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 9$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

આમ, $72 = 2^3 \times 3^2$ (માંગેલા અવિભાજ્ય અવયવના ગુણાકાર સ્વરૂપ)

2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

(ii) $432 = 2 \times 216 = 2 \times 2 \times 108 = 2 \times 2 \times 2 \times 54$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 27 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 9$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

અથવા $432 = 2^4 \times 3^3$ (માગેલું સ્વરૂપ)

(iii) $1000 = 2 \times 500 = 2 \times 2 \times 250 = 2 \times 2 \times 2 \times 125$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 25 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$

અથવા $1000 = 2^3 \times 5^3$

> અતુલ આ ઉદાહરણને જુદી રીતે ઉકેલવા માંગે છે.
>
> $1000 = 10 \times 100 = 10 \times 10 \times 10$
>
> $= (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5)$ (જ્યાં $10 = 2 \times 5$)
>
> $= 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$
>
> અથવા $1000 = 2^3 \times 5^3$
>
> શું અતુલની રીત સાચી છે ?

(iv) $16{,}000 = 16 \times 1000 = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times 1000 = 2^4 \times 10^3$ (જ્યાં $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$)

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5) = 2^4 \times 2^3 \times 5^3$

(જ્યાં $1000 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$)

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (5 \times 5 \times 5)$

અથવા $16{,}000 = 2^7 \times 5^3$

ઉદાહરણ 6 કિંમત શોધો : $(1)^5, (-1)^3, (-1)^4, (-10)^3, (-5)^4$.

ઉકેલ

(i) $(1)^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

હકીકતમાં, તમને ખ્યાલ આવશે કે 1ના કોઈ પણ ઘાતની કિંમત 1 જ થાય.

> $(-1)^{\text{એકી સંખ્યા}} = -1$
>
> $(-1)^{\text{બેકી સંખ્યા}} = +1$

(ii) $(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = 1 \times (-1) = (-1)$

(iii) $(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1 \times 1 = 1$

તમે જોશો કે (–1) ના **એકી** ઘાત (odd power)ની કિંમત (–1) થાય અને (–1) ના **બેકી** ઘાત (even power) ની કિંમત (+1) થાય.

(iv) $(-10)^3 = (-10) \times (-10) \times (-10) = 100 \times (-10) = -1000$

(v) $(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 25 \times 25 = 625$

સ્વાધ્યાય 11.1

1. કિંમત શોધો :

   (i) 2^6 (ii) 9^3 (iii) 11^2 (iv) 5^4

2. નીચે દર્શાવેલ સ્વરૂપને ઘાત સ્વરૂપે લખો.

   (i) $6 \times 6 \times 6 \times 6$ (ii) $t \times t$ (iii) $b \times b \times b \times b$

   (iv) $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$ (v) $2 \times 2 \times a \times a$ (vi) $a \times a \times a \times c \times c \times c \times c \times d$

3. નીચે દર્શાવેલ દરેક સંખ્યાને ઘાતસ્વરૂપે ઘાતાંક સંકેતનો ઉપયોગ કરીને લખો :
   (i) 512 (ii) 343 (iii) 729 (iv) 3125
4. નીચેના દરેકમાંથી શક્ય હોય ત્યાં મોટી સંખ્યા શોધી કાઢો.
   (i) 4^3 અને 3^4 (ii) 5^3 અને 3^5 (iii) 2^8 અને 8^2
   (iv) 100^2 અને 2^{100} (v) 2^{10} અને 10^2
5. નીચેના દરેકના અવિભાજ્ય અવયવ (prime factors) પાડીને તેના અવયવોને ઘાતના ગુણાકાર સ્વરૂપે દર્શાવો.
   (i) 648 (ii) 405 (iii) 540 (iv) 3,600
6. સાદુંરૂપ આપો :
   (i) 2×10^3 (ii) $7^2 \times 2^2$ (iii) $2^3 \times 5$ (iv) 3×4^4
   (v) 0×10^2 (vi) $5^2 \times 3^3$ (vii) $2^4 \times 3^2$ (viii) $3^2 \times 10^4$
7. સાદુંરૂપ આપો :
   (i) $(-4)^3$ (ii) $(-3) \times (-2)^3$ (iii) $(-3)^2 \times (-5)^2$ (iv) $(-2)^3 \times (-10)^3$
8. નીચેની સંખ્યાઓની સરખામણી કરો :
   (i) 2.7×10^{12} ; 1.5×10^8 (ii) 4×10^{14} ; 3×10^{17}

11.3 ઘાતાંકના નિયમો (Laws of Exponents)

11.3.1 સમાન આધારની ઘાતનો ગુણાકાર (Multiplying Powers with the Same Base)

CM42EN

(i) ચાલો ગણીએ : $2^2 \times 2^3$

$$2^2 \times 2^3 = (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 2^{2+3}$$

નોંધ કરો કે 2^2 અને 2^3 નો આધાર સરખો છે અને તેમના ઘાતાંકો એટલે કે 2 અને 3 નો સરવાળો 5 છે.

(ii) $(-3)^4 \times (-3)^3 = [(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)] \times [(-3) \times (-3) \times (-3)]$
$$= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$$
$$= (-3)^7$$
$$= (-3)^{4+3}$$

ફરીથી નોંધો કે, જો આધાર સરખો હોય તો ઘાતાંકોનો સરવાળો થાય, એટલે કે 4 અને 3નો સરવાળો 7 થાય.

(iii) $a^2 \times a^4 = (a \times a) \times (a \times a \times a \times a)$
$$= a \times a \times a \times a \times a \times a = a^6$$

(નોંધ : આધાર સરખો છે અને ઘાતાંકોનો સરવાળો $2 + 4 = 6$)

તે જ રીતે ચકાસો,

$$4^2 \times 4^2 = 4^{2+2}$$
$$3^2 \times 3^3 = 3^{2+3}$$

પ્રયત્ન કરો

સાદુંરૂપ આપો અને ઘાત સ્વરૂપે લખો :

(i) $2^5 \times 2^3$

(ii) $p^3 \times p^2$

(iii) $4^3 \times 4^2$

(iv) $a^3 \times a^2 \times a^7$

(v) $5^3 \times 5^7 \times 5^{12}$

(vi) $(-4)^{100} \times (-4)^{20}$

હવે, તમે યોગ્ય સંખ્યા આપેલા બૉક્સમાં લખી શકશો.

$$(-11)^2 \times (-11)^6 = (-11)^{\square}$$

$b^2 \times b^3 = b^{\square}$ (યાદ રાખો કે આધાર સરખો છે અને b પૂર્ણાંક છે.)

$c^3 \times c^4 = c^{\square}$ (c એ કોઈ પૂર્ણાંક છે.)

$d^{10} \times d^{20} = d^{\square}$

આ પરથી આપણે સામાન્ય રીતે તારવી શકીશું કે કોઈ પણ શૂન્ય સિવાયનો પૂર્ણાંક a હોય અને m અને n પૂર્ણ સંખ્યાઓ હોય તો.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

વિચારો !

ગણો $2^3 \times 3^2$

શું તમે ઘાતાંકોનો સરવાળો કરી શકશો ? ના, તમે જોયું, શા માટે ? 2^3 નો આધાર 2 છે જ્યારે 3^2 નો આધાર 3 છે. આધાર સરખા નથી.

11.3.2 સરખા આધાર પર ઘાતાંકોનો ભાગાકાર (Dividing Powers with the Same Base)

ચાલો સાદુંરૂપ આપીએ $3^7 \div 3^4$?

$$3^7 \div 3^4 = \frac{3^7}{3^4} = \frac{3\times3\times3\times3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3}$$
$$= 3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 3^{7-4}$$

આમ, $3^7 \div 3^4 = 3^{7-4}$

(નોંધ 3^7 અને 3^4 નો આધાર સરખો છે અને $3^7 \div 3^4$ એ 3^{7-4} બને છે.)

તે જ રીતે,

$$5^6 \div 5^2 = \frac{5^6}{5^2} = \frac{5\times5\times5\times5\times5\times5}{5\times5}$$
$$= 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4 = 5^{6-2}$$

અથવા, $5^6 \div 5^2 = 5^{6-2}$

શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક હોય ત્યારે,

$$a^4 \div a^2 = \frac{a^4}{a^2} = \frac{a\times a\times a\times a}{a\times a} = a \times a = a^2 = a^{4-2}$$

અથવા, $a^4 \div a^2 = a^{4-2}$

હવે, તમે ઝડપથી જવાબ આપી શકશો ?

$$10^8 \div 10^3 = 10^{8-3} = 10^5$$

$$7^9 \div 7^6 = 7^{\square}$$

$$a^8 \div a^5 = a^{\square}$$

શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંકો b અને c માટે,

$$b^{10} \div b^5 = b^{\square}$$

$$c^{100} \div c^{90} = c^{\square}$$

વ્યાપક રીતે, શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક a માટે,

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

જ્યાં m અને n પૂર્ણાંક સંખ્યા છે અને $m > n$.

પ્રયત્ન કરો

સાદુંરૂપ આપી તેને ઘાત સ્વરૂપે લખો :

(દા.ત. $11^6 \div 11^2 = 11^4$)

(i) $2^9 \div 2^3$ (ii) $10^8 \div 10^4$

(iii) $9^{11} \div 9^7$ (iv) $20^{15} \div 20^{13}$

(v) $7^{13} \div 7^{10}$

11.3.3 ઘાતનો ઘાત (Taking Power of a Power)

સાદું રૂપ આપો : $(2^3)^2$; $(3^2)^4$

હવે, $(2^3)^2$, નો અર્થ (2^3) નો તેની સાથેનો બે વખત ગુણાકાર

$$(2^3)^2 = 2^3 \times 2^3$$

$$= 2^{3+3} \quad (a^m \times a^n = a^{m+n})$$

$$= 2^6 = 2^{3\times2}$$

આમ, $(2^3)^2 = 2^{3\times2}$

તે જ રીતે, $(3^2)^4 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2$

$$= 3^{2+2+2+2}$$

$$= 3^8 \quad \text{(8 એ 2 અને 4નો ગુણાકાર છે)}$$

$$= 3^{2\times4}$$

તમે કહી શકશો કે, $(7^2)^{10}$ ને સમાન શું થશે ?

અહીં, $(2^3)^2 = 2^{3\times2} = 2^6$

$$(3^2)^4 = 3^{2\times4} = 3^8$$

તે જ રીતે, $(7^2)^{10} = 7^{2\times10} = 7^{20}$

$$(a^2)^3 = a^{2\times3} = a^6$$
$$(a^m)^3 = a^{m\times3} = a^{3m}$$

આ ઉપરથી આપણે તારવી શકીએ કે કોઈ શૂન્ય સિવાયનો પૂર્ણાંક 'a' હોય અને જ્યાં m અને n પૂર્ણ સંખ્યાઓ હોય, તો

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

આ પ્રયત્ન કરો

સાદું રૂપ આપી ઘાતાંક સ્વરૂપે જવાબ લખો :

(i) $(6^2)^4$ (ii) $(2^2)^{100}$

(iii) $(7^{50})^2$ (iv) $(5^3)^7$

ઉદાહરણ 7 $(5^2) \times 3$ અને $(5^2)^3$ માંથી કયું પદ મોટું છે તે તમે કહી શકશો ?

ઉકેલ $(5^2) \times 3$નો અર્થ 5^2નો 3 સાથેનો ગુણાકાર છે એટલે કે $5 \times 5 \times 3 = 75$

પરંતુ $(5^2)^3$ નો અર્થ 5^2નો પોતાની સાથેનો ત્રણ વખત ગુણાકાર છે. એટલે કે,

$$5^2 \times 5^2 \times 5^2 = 5^6 = 15,625$$

તેથી, $(5^2)^3 > (5)^2 \times 3$

11.3.4 સરખા ઘાતાંકના ઘાતનો ગુણાકાર (Multiplying Powers with the Same Exponents)

તમે $2^3 \times 3^3$ નું સાદું રૂપ આપી શકશો ? નોંધો કે અહીં બે પદો 2^3 અને 3^3 ના આધાર જુદા છે પણ ઘાતાંક સરખા છે.

હવે, $2^3 \times 3^3 = (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3)$

$= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$= 6 \times 6 \times 6$

$= 6^3$ (6 એ 2 વડે 3નો ગુણાકાર છે)

ગણો $4^4 \times 3^4 = (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)$

$= (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3)$

$= 12 \times 12 \times 12 \times 12$

$= 12^4$

ગણો $3^2 \times a^2 = (3 \times 3) \times (a \times a)$

$= (3 \times a) \times (3 \times a)$

$= (3 \times a)^2$

$= (3a)^2$ (નોંધ $3 \times a = 3a$)

તે જ રીતે, $a^4 \times b^4 = (a \times a \times a \times a) \times (b \times b \times b \times b)$

$= (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b)$

$= (a \times b)^4$

$= (ab)^4$ (નોંધ $a \times b = ab$)

આમ કરો

$a^m \times b^m = (ab)^m$; નો ઉપયોગ કરીને તે સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

(i) $4^3 \times 2^3$ (ii) $2^5 \times b^5$

(iii) $a^2 \times t^2$ (iv) $5^6 \times (-2)^6$

(v) $(-2)^4 \times (-3)^4$

તારવી શકાય કે, કોઈ શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક a અને b માટે.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$ (જ્યાં m એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.)

ઉદાહરણ 8 નીચેનાં પદોને ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવો.

(i) $(2 \times 3)^5$ (ii) $(2a)^4$ (iii) $(-4m)^3$

ઉકેલ

(i) $(2 \times 3)^5 = (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)$

$= 2^5 \times 3^5$

(ii) $(2a)^4 = 2a \times 2a \times 2a \times 2a$

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (a \times a \times a \times a)$

$= 2^4 \times a^4$

(iii) $(-4m)^3 = (-4 \times m)^3$

$= (-4 \times m) \times (-4 \times m) \times (-4 \times m)$

$= (-4) \times (-4) \times (-4) \times (m \times m \times m)$

$= (-4)^3 \times m^3$

11.3.5 સરખા ઘાતાંકવાળી સંખ્યાઓનો ભાગાકાર (Dividing Powers with the Same Exponents)

નીચે આપેલું સાદુંરૂપ જુઓ :

(i) $\dfrac{2^4}{3^4} = \dfrac{2\times2\times2\times2}{3\times3\times3\times3} = \dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^4$

(ii) $\dfrac{a^3}{b^3} = \dfrac{a\times a\times a}{b\times b\times b} = \dfrac{a}{b}\times\dfrac{a}{b}\times\dfrac{a}{b} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^3$

ઉદાહરણો પરથી આપણે તારવી શકીએ કે,

$a^m \div b^m = \dfrac{a^m}{b^m} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$ જ્યા a અને b શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક છે અને m એ પૂર્ણ સંખ્યા છે.

પ્રયત્ન કરો

$a^m \div b^m = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$ નો ઉપયોગ કરી બીજી રીતે લખો.

(i) $4^5 \div 3^5$

(ii) $2^5 \div b^5$

(iii) $(-2)^3 \div b^3$

(iv) $p^4 \div q^4$

(v) $5^6 \div (-2)^6$

ઉદાહરણ 9 વિસ્તાર કરો : (i) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^4$ (ii) $\left(\dfrac{-4}{7}\right)^5$

ઉકેલ

(i) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^4 = \dfrac{3^4}{5^4} = \dfrac{3\times3\times3\times3}{5\times5\times5\times5}$

(ii) $\left(\dfrac{-4}{7}\right)^5 = \dfrac{(-4)^5}{7^5} = \dfrac{(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)}{7\times7\times7\times7\times7}$

● ઘાતાંક 0 સાથેની સંખ્યા (Numbers with Exponent Zero)

$\dfrac{3^5}{3^5}$ ને સમાન શું હશે ? તે તમે કહી શકશો ?

$\dfrac{3^5}{3^5} = \dfrac{3\times3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3\times3} = 1$

ઘાતાંકના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં

a^0 શું છે ?

નીચેની પેટર્નનું અવલોકન કરો

$2^6 = 64$

$2^5 = 32$

$2^4 = 16$

$2^3 = 8$

$2^2 = ?$

$2^1 = ?$

$2^0 = ?$

આ પેટર્નના અભ્યાસ પરથી તમે 2^0ની કિંમતનું અનુમાન કરી શકશો. તમે શોધી શકશો કે $2^0 = 1$ જો તમે $3^6 = 729$ થી શરૂ કરો અને ઉપર દર્શાવેલ પદ્ધતિને અનુસરો તો લખી શકશો કે 3^5, 3^4, 3^3, ... વગેરે, હવે 3^0 શું હશે ?

$3^5 \div 3^5 = 3^{5-5} = 3^0$

તેથી, $3^0 = 1$

7^0 ને સમાન સંખ્યા કઈ તે હવે તમે કહી શકશો ?

$7^3 \div 7^3 = 7^{3-3} = 7^0$

અને, $\frac{7^3}{7^3} = \frac{7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7} = 1$

તેથી, $7^0 = 1$

તેવી જ રીતે, $a^3 \div a^3 = a^{3-3} = a^0$

અને, $a^3 \div a^3 = \frac{a^3}{a^3} = \frac{a \times a \times a}{a \times a \times a} = 1$

આમ, $a^0 = 1$ (શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક a માટે)

તેથી, આપણે કહી શકીએ કે કોઈ પણ સંખ્યા(0 સિવાયની)ના 0 ઘાતની કિંમત 1 છે.

11.4 ઘાતાંકના નિયમોનો ઉપયોગ થતો હોય તેવાં ઉદાહરણો (Miscellaneous Examples using the Laws of Exponents)

ઘાતાંકના નિયમોનો ઉપયોગ થતો હોય તેવા કેટલાંક ઉદાહરણો આપણે જોઈએ,

ઉદાહરણ 10 2ને આધાર તરીકે લઈ $8 \times 8 \times 8 \times 8$ને ઘાતાંક સ્વરૂપે દર્શાવો.

ઉકેલ હવે, $8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4$

પરંતુ આપણે જાણીએ છીએ કે, $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

તેથી, $8^4 = (2^3)^4 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3$

$= 2^{3\times4}$ [અહીં તમે $(a^m)^n = a^{mn}$ નો ઉપયોગ કર્યો છે]

$= 2^{12}$

ઉદાહરણ 11 સાદુંરૂપ આપો અને જવાબને ઘાતાંક સ્વરૂપે લખો.

(i) $\left(\frac{3^7}{3^2}\right) \times 3^5$ (ii) $2^3 \times 2^2 \times 5^5$ (iii) $(6^2 \times 6^4) \div 6^3$

(iv) $[(2^2)^3 \times 3^6] \times 5^6$ (v) $8^2 \div 2^3$

ઉકેલ

(i) $\left(\frac{3^7}{3^2}\right) \times 3^5 = \left(3^{7-2}\right) \times 3^5$

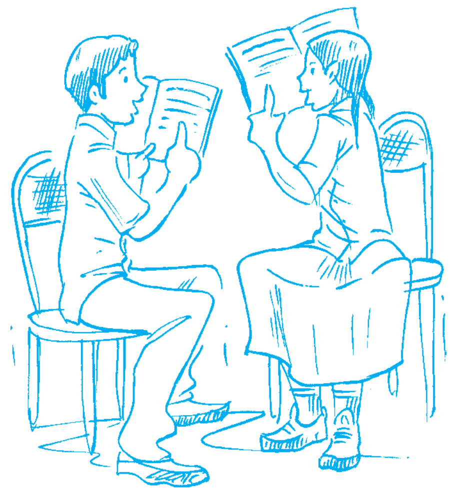
$= 3^5 \times 3^5 = 3^{5+5} = 3^{10}$

(ii) $2^3 \times 2^2 \times 5^5 = 2^{3+2} \times 5^5$

$= 2^5 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 = 10^5$

(iii) $(6^2 \times 6^4) \div 6^3 = 6^{2+4} \div 6^3$

$= \frac{6^6}{6^3} = 6^{6-3} = 6^3$



(iv) $\left[\left(2^2\right)^3 \times 3^6\right] \times 5^6 = \left[2^6 \times 3^6\right] \times 5^6$

$= (2 \times 3)^6 \times 5^6$

$= (2 \times 3 \times 5)^6 = 30^6$

(v) $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

તેથી, $8^2 \div 2^3 = (2^3)^2 \div 2^3$

$= 2^6 \div 2^3 = 2^{6-3} = 2^3$

ઉદાહરણ 12 સાદુંરૂપ આપો :

(i) $\frac{12^4 \times 9^3 \times 4}{6^3 \times 8^2 \times 27}$ (ii) $2^3 \times a^3 \times 5a^4$ (iii) $\frac{2 \times 3^4 \times 2^5}{9 \times 4^2}$

ઉકેલ

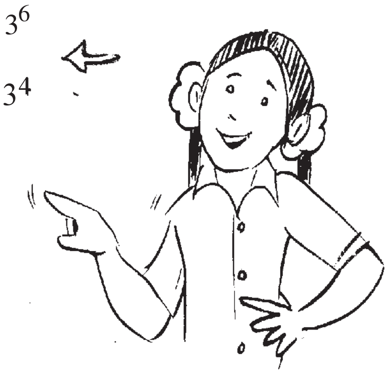
(i) અહીં, $\frac{12^4 \times 9^3 \times 4}{6^3 \times 8^2 \times 27} = \frac{(2^2 \times 3)^4 \times (3^2)^3 \times 2^2}{(2 \times 3)^3 \times (2^3)^2 \times 3^3}$

$= \frac{(2^2)^4 \times (3)^4 \times 3^{2\times 3} \times 2^2}{2^3 \times 3^3 \times 2^{2\times 3} \times 3^3} = \frac{2^8 \times 2^2 \times 3^4 \times 3^6}{2^3 \times 2^6 \times 3^3 \times 3^3}$

$= \frac{2^{8+2} \times 3^{4+6}}{2^{3+6} \times 3^{3+3}} = \frac{2^{10} \times 3^{10}}{2^9 \times 3^6}$

$= 2^{10-9} \times 3^{10-6} = 2^1 \times 3^4$

$= 2 \times 81 = 162$



(ii) $2^3 \times a^3 \times 5a^4 = 2^3 \times a^3 \times 5 \times a^4$

$= 2^3 \times 5 \times a^3 \times a^4 = 8 \times 5 \times a^{3+4}$

$= 40\, a^7$

(iii) $\frac{2\times3^4\times2^5}{9\times4^2} = \frac{2\times3^4\times2^5}{3^2\times(2^2)^2} = \frac{2\times2^5\times3^4}{3^2\times2^{2\times2}}$

$= \frac{2^{1+5}\times3^4}{2^4\times3^2} = \frac{2^6\times3^4}{2^4\times3^2} = 2^{6-4}\times3^{4-2}$

$= 2^2\times3^2 = 4\times9 = 36$

નોંધ : આ પ્રકરણનાં મોટાં ભાગનાં ઉદાહરણમાં ઘાતાંકનો આધાર પૂર્ણાંક સંખ્યા લેવામાં આવેલ છે. પરંતુ આધાર તરીકે સંમેય સંખ્યા હોય તો પણ પ્રકરણનાં બધાં જ નિયમો સમાન રીતે લાગુ પડે છે.

સ્વાધ્યાય 11.2

1. ઘાતાંકના નિયમોનો ઉપયોગ કરી સાદુંરૂપ આપો અને જવાબને ઘાત સ્વરૂપે લખો.

(i) $3^2\times3^4\times3^8$ (ii) $6^{15}\div6^{10}$ (iii) $a^3\times a^2$

(iv) $7^x\times7^2$ (v) $(5^2)^3\div5^3$ (vi) $2^5\times5^5$

(vii) $a^4\times b^4$ (viii) $(3^4)^3$ (ix) $(2^{20}\div2^{15})\times2^3$

(x) $8^t\div8^2$

2. સાદુંરૂપ આપી નીચેના દરેકને ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવો.

(i) $\frac{2^3\times3^4\times4}{3\times32}$ (ii) $\left[\left(5^2\right)^3\times5^4\right]\div5^7$ (iii) $25^4\div5^3$

(iv) $\frac{3\times7^2\times11^8}{21\times11^3}$ (v) $\frac{3^7}{3^4\times3^3}$ (vi) $2^0+3^0+4^0$

(vii) $2^0\times3^0\times4^0$ (viii) $(3^0+2^0)\times5^0$ (ix) $\frac{2^8\times a^5}{4^3\times a^3}$

(x) $\left(\frac{a^5}{a^3}\right)\times a^8$ (xi) $\frac{4^5\times a^8b^3}{4^5\times a^5b^2}$ (xii) $(2^3\times2)^2$

3. ખરાં છે કે ખોટાં તે કહો અને તમારા જવાબને ચકાસો.

(i) $10\times10^{11}=100^{11}$ (ii) $2^3>5^2$ (iii) $2^3\times3^2=6^5$

(iv) $3^0=(1000)^0$

4. નીચેના ગુણાકારના અવિભાજ્ય અવયવ પાડી તેને ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવો.

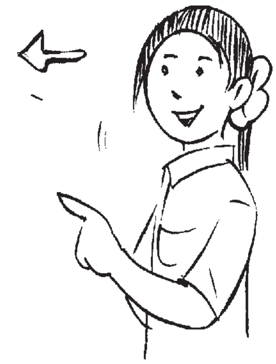
(i) 108×192 (ii) 270 (iii) 729×64

(iv) 768

5. સાદું રૂપ આપો :

(i) $\dfrac{(2^5)^2 \times 7^3}{8^3 \times 7}$ (ii) $\dfrac{25 \times 5^2 \times t^8}{10^3 \times t^4}$ (iii) $\dfrac{3^5 \times 10^5 \times 25}{5^7 \times 6^5}$

11.5 દશાંશ પદ્ધતિ (Decimal Number System)



47561નું વિસ્તૃત સ્વરૂપ જુઓ, કે જે આપણે જાણીએ છીએ :

$$47561 = 4 \times 10000 + 7 \times 1000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 1$$

આપણે તેને 10ના ઘાતનો ઉપયોગ કરી ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવીએ.

તેથી, $47561 = 4 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 1 \times 10^0$

(નોંધો કે, $10000 = 10^4$, $1000 = 10^3$, $100 = 10^2$, $10 = 10^1$ અને $1 = 10^0$)

ચાલો, બીજી સંખ્યાનું વિસ્તરણ જોઈએ :

$$104278 = 1 \times 100000 + 0 \times 10000 + 4 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1$$
$$= 1 \times 10^5 + 0 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8 \times 10^0$$
$$= 1 \times 10^5 + 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8 \times 10^0$$

નોંધો કે, 10નો ઘાત મહત્તમ કિંમત 5 થી શરૂ થાય છે અને દરેક પગથિયે 1નો ઘટાડો થઈ ડાબેથી જમણાં જતાં 0 થાય છે.

11.6 વિશાળ સંખ્યાઓને પ્રમાણભૂત સ્વરૂપમાં દર્શાવવી (Expressing Large Numbers in the Standard Form)

ચાલો, આપણે પ્રકરણની શરૂઆત થઈ ત્યાં પાછા જઈએ. આપણે કહ્યું હતું કે મોટી સંખ્યાઓને ઘાતાંકનો ઉપયોગ કરીને સરળતાથી દર્શાવી શકીએ છીએ. આપણે હજુ સુધી તે સંખ્યાઓ જોઈ નથી, હવે આપણે તે જોઈએ.

1. સૂર્ય એ આપણી આકાશગંગા ગેલેક્સીના કેન્દ્રથી 300, 000, 000, 000, 000, 000, 000 મીટર દૂર આવેલો છે.
2. આપણી ગેલેક્સીમાં 100, 000, 000, 000 તારાઓ આવેલા છે.
3. પૃથ્વીનું દળ 5, 976, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 કિગ્રા છે.

આ સંખ્યાઓ વાંચવા અને લખવા માટે સરળ નથી. તેને સરળ બનાવવા ઘાતનો ઉપયોગ કરીશું.

નીચેનાનું અવલોકન કરો :

$$59 = 5.9 \times 10 = 5.9 \times 10^1$$
$$590 = 5.9 \times 100 = 5.9 \times 10^2$$
$$5900 = 5.9 \times 1000 = 5.9 \times 10^3$$
$$59000 = 5.9 \times 10000 = 5.9 \times 10^4$$

પ્રયત્ન કરો

10 ના ઘાતમાં વિસ્તૃત રીતે દર્શાવી ઘાત સ્વરૂપ લખો.

(i) 172

(ii) 5,643

(iii) 56,439

(iv) 1,76,428

કોઈ પણ સંખ્યાને (1 તથા 1.0 અને 10.0 વચ્ચેની દશાંશ સંખ્યા $\times$ 10 નો ઘાત) સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાય છે. સંખ્યાના આવા સ્વરૂપને પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ કહે છે.

$5{,}985 = 5.985 \times 1000 = 5.985 \times 10^3$ એ 5985નું પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ છે.

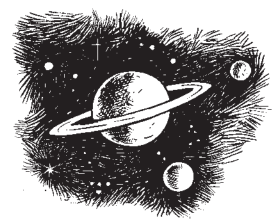
નોંધો કે 5985ને 59.85×100 અથવા 59.85×10^2 સ્વરૂપે લખી શકાય, પણ તે 5985નું પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ નથી. તે જ રીતે $5985 = 0.5985 \times 10{,}000 = 0.5985 \times 10^4$ લખી શકાય, તે પણ 5985નું પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ નથી. હવે આપણે પ્રકરણની શરૂઆતમાં આવતી વિશાળ સંખ્યાઓને આ સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકીશું. આપણી ગેલેક્સી (આકાશગંગા – milky way)ના કેન્દ્રથી સૂર્યનું અંતર

300, 000, 000, 000, 000, 000, 000 મીટરને

$3.0 \times 100, 000, 000, 000, 000, 000, 000 = 3.0 \times 10^{20}$ મીટર લખી શકીશું.

હવે, તમે 40, 000, 000, 000 ને આ સ્વરૂપે દર્શાવી શકશો ?

આમાં, કેટલા ‘0’ છે તે ગણો તે 10 છે.



તેથી, $40, 000, 000, 000 = 4.0 \times 10^{10}$

પૃથ્વીનું દળ = 5,976, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 કિગ્રા

$= 5.976 \times 10^{24}$ કિગ્રા

તમે એ હકીકત સાથે સહમત છો કે પ્રમાણભૂત સ્વરૂપમાં દર્શાવવામાં આવતી સંખ્યા એ 25 અંકમાં લખવામાં આવતી સંખ્યા કરતાં વાંચવા, સમજવા કે સરખામણી કરવામાં સરળ છે ?

યુરેનસનું દળ = 86, 800, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 કિગ્રા

$= 8.68 \times 10^{25}$ કિગ્રા

ઉપરના બંનેની 10 ની ઘાત સરળતાથી સરખાવી શકાય. તમે કહી શકશો કે યુરેનસનું દળ (mass) એ પૃથ્વીનાં દળ કરતાં વધુ હશે.

સૂર્ય અને શનિ વચ્ચેનું અંતર 1,433, 500, 000, 000 મીટર અથવા 1.4335×10^{12} મીટર છે. યુરેનસ અને શનિ વચ્ચેનું અંતર 1, 439, 000, 000, 000 મીટર અથવા 1.439×10^{12} મીટર થશે. સૂર્ય અને પૃથ્વી વચ્ચેનું અંતર 1, 49, 600, 000, 000 મીટર અથવા 1.496×10^{11} મીટર છે.

ઉપરના ત્રણમાંથી સૌથી ઓછું અંતર કયું છે તે તમે કહી શકશો ?

ઉદાહરણ 13 નીચેની સંખ્યાઓને પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ (standard form)માં દર્શાવો :

(i) 5985.3 (ii) 65,950

(iii) 3, 430,000 (iv) 70,040,000,000

ઉકેલ

(i) $5985.3 = 5.9853 \times 1000 = 5.9853 \times 10^3$

(ii) $65{,}950 = 6.595 \times 10{,}000 = 6.595 \times 10^4$

(iii) $3{,}430{,}000 = 3.43 \times 1{,}000{,}000 = 3.43 \times 10^6$

(iv) $70{,}040{,}000{,}000 = 7.004 \times 10{,}000{,}000{,}000 = 7.004 \times 10^{10}$

એ મુદ્દો યાદ રાખો કે જો સંખ્યામાં દશાંશચિહ્ન આપેલ હોય અને તેને 10 ની ઘાતના પ્રમાણભૂત સ્વરૂપમાં ફેરવવાની હોય તો દશાંશચિહ્નની ડાબી બાજુ જેટલા અંકો હોય તેના કરતાં એક અંક ઓછો આવશે. આમ 70,040,000,000 માં દશાંશચિહ્ન દેખાતું નથી. આપણે અનુમાન કરીએ કે તે જમણી બાજુના છેડે હશે, ત્યાંથી ડાબી બાજુના અંકોની સંખ્યા 11 છે. તેથી તેના પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં 10નો ઘાત 11 – 1 = 10 થશે. 5983.3 માં દશાંશ ચિહ્નની ડાબી બાજુ 4 અંક છે. તેથી તેના પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં 10નો ઘાત (4–1) = 3 થશે.

સ્વાધ્યાય 11.3

1. નીચેની સંખ્યાઓને વિસ્તૃત સ્વરૂપે લખો :

   279404, 3006194, 2806196, 120719, 20068

2. આપેલા દરેક વિસ્તૃત સ્વરૂપને સંખ્યામાં દર્શાવો.

   (a) $8 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0$

   (b) $4 \times 10^5 + 5 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 2 \times 10^0$

   (c) $3 \times 10^4 + 7 \times 10^2 + 5 \times 10^0$

   (d) $9 \times 10^5 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1$

3. નીચેની સંખ્યાઓને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં લખો :

   (i) 5, 00, 00, 000 (ii) 70,00,000 (iii) 3,18,65,00,000

   (iv) 3,90,878 (v) 39087.8 (vi) 3908.78

4. નીચેનાં વિધાનોમાં દેખાતી સંખ્યાઓને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવો.

   (a) પૃથ્વી અને ચંદ્ર વચ્ચેનું અંતર 384, 000, 000 મીટર છે.

   (b) શૂન્યાવકાશ (vacuum)માં પ્રકાશનો વેગ 300, 000, 000 મી/સે છે.

   (c) પૃથ્વીનો વ્યાસ 1, 27, 56, 000 મીટર છે.

   (d) સૂર્યનો વ્યાસ 1, 400, 000, 000 મીટર છે.

   (e) આકાશ ગંગામાં સરેરાશ 100, 000, 000, 000 તારાઓ છે.

   (f) વિશ્વ 12,000, 000, 000, વર્ષ પહેલાં અસ્તિત્વમાં આવ્યું છે.

   (g) આકાશગંગા ગેલેક્સીના કેન્દ્રથી સૂર્યનું અંતર 300, 000, 000, 000, 000, 000, 000 મીટર છે.

   (h) 1.8 ગ્રામ વજન ધરાવતાં પાણીનાં ટીપાંમાં 60, 230, 000, 000, 000, 000, 000, 000 પરમાણુંઓ સમાયેલાં હોય છે.

   (i) પૃથ્વી પર 1, 353, 000, 000, ઘન કિલોમીટર દરિયાનું પાણી છે.

   (j) માર્ચ 2001માં ભારતની વસ્તી (pupulation) આશરે 1, 027, 000, 000 હતી.

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. ઘણી મોટી સંખ્યાઓ વાંચવી, સમજવી, તેમની સરખામણી કરવી તથા તેમના પર કામ કરવાનું અઘરું છે, પરંતુ આપણે ઘાતાંકનો ઉપયોગ કરી આ મોટી સંખ્યાને નાના સ્વરૂપમાં ફેરવી તેને સરળ બનાવી શકીએ છીએ.

2. નીચે કેટલીક સંખ્યાઓનું ઘાત સ્વરૂપ આપેલ છે.

   $10{,}000 = 10^4$ (વંચાય 10નો 4 ઘાત)

   $243 = 3^5$, $128 = 2^7$

   અહીં, 10, 3 અને 2 આધાર છે, જ્યારે 4, 5 અને 7 તેને અનુરૂપ ઘાતાંક છે. આપણે તેમ પણ કહીશું કે 10,000 એ 10 નો 4 ઘાત છે, 243 એ 3નો 5 ઘાત છે. વગેરે...

3. ઘાતાંકીય સ્વરૂપમાં રહેલી સંખ્યાઓ ચોક્કસ નિયમોને અનુસરે છે, જે નીચે પ્રમાણે છે.

   શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક a અને b હોય અને m અને n પૂર્ણ સંખ્યાઓ હોય, તો

   (a) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

   (b) $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $m > n$

   (c) $(a^m)^n = a^{mn}$

   (d) $a^m \times b^m = (ab)^m$

   (e) $a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

   (f) $a^0 = 1$

   (g) (–1) નો બેકી ઘાત હોય તો કિંમત 1 મળે.

   (–1) નો એકી ઘાત હોય તો કિંમત (–1) મળે.

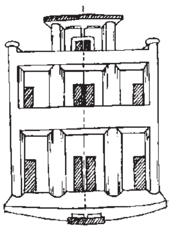
પ્રકરણ 12

સંમિતિ

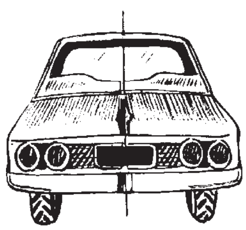
FLS1NX

12.1 પ્રાસ્તાવિક (Introduction)

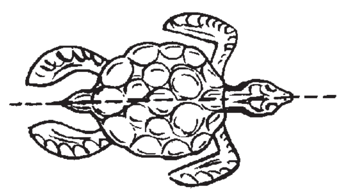
સંમિતિ (symmetry) એક મહત્ત્વપૂર્ણ ભૌમિતિક (geometrical) વિચાર છે, જે સામાન્ય રીતે પ્રકૃતિમાં પ્રદર્શિત થાય છે અને તેનો ઉપયોગ લગભગ દરેક ક્ષેત્રની પ્રવૃત્તિમાં કરવામાં આવે છે. કલાકારો, વ્યાવસાયિકો, કપડાં અથવા દાગીનાના ડિઝાઇનર, કાર ઉત્પાદકો, આર્કિટેક્ટ અને અન્ય ઘણા લોકો સંમિતિના વિચારનો ઉપયોગ કરે છે. મધપૂડો, ફૂલો, ઝાડના પાંદડાં, ધાર્મિક પ્રતીકો, ગાદલાં અને હાથ રૂમાલ જેવી દરેક જગ્યાએ તમને સંમિત આકૃતિઓની રચના મળશે.



સ્થાપત્ય



ઈજનેરી

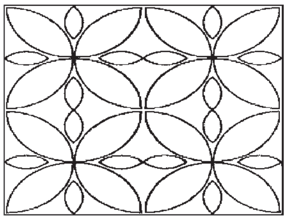


કુદરત

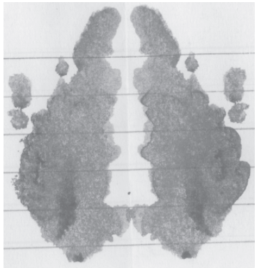
તમને રેખાની સંમિતિ વિશે સમજવામાં મદદ કરવા માટે અહીં કેટલીક પ્રવૃત્તિઓ આપી છે.

ઉપર દર્શાવેલ આકૃતિઓને દર્શાવેલી રેખા પાસેથી વાળી દેવાય તો આકૃતિના બંને ભાગ બંધ બેસતાં થાય છે તો આવી સમતુલિત આકૃતિ સંમિત છે એમ કહેવાય અને આ રેખાને સંમિતિની રેખા કહે છે.

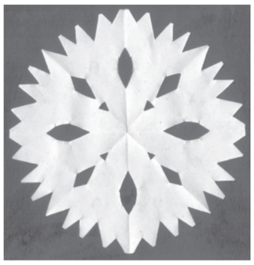
તમને આ વિચારોને તાજા કરવા ગમશે. તમને મદદ કરવા માટે અહીં કેટલીક પ્રવૃત્તિઓ આપી છે.



સંમિતિ દર્શાવતો ચિત્ર-સંગ્રહ બનાવો



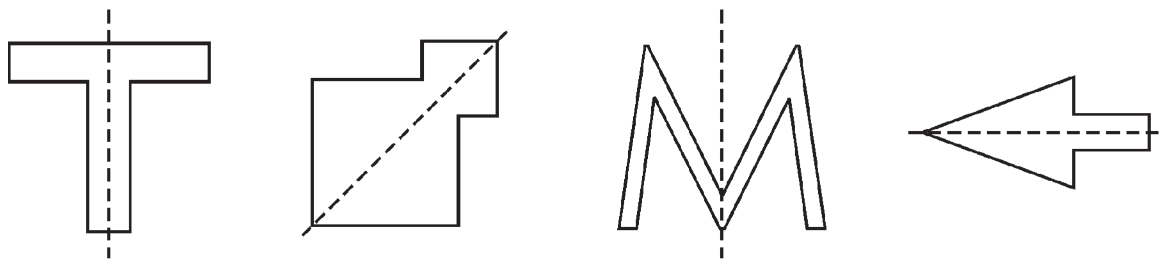
રંગીન શાહીના કેટલાક ડાઘા બનાવો



કાગળ કાપીને સંમિતિની રચના બનાવો

તમે એકત્રિત કરેલી રચનામાં રેખાઓની (જેને અક્ષ (axis) પણ કહેવાય છે) સંમિતિને ઓળખી તેનો આનંદ માણો.

ચાલો, આપણે હવે સંમિતિ પરના આપણા વિચારોને વધુ મજબૂત કરીએ. નીચેની આકૃતિઓનો અભ્યાસ કરો, જેમાં સંમિતિની રેખાને તૂટક રેખા વડે બતાવેલી છે (આકૃતિ 12.1 (i) થી (iv)).



(i) (ii) (iii) (iv)

આકૃતિ 12.1

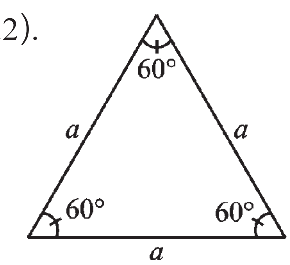
12.2 નિયમિત બહુકોણ આકૃતિ માટે રેખાઓની સંમિતિ (Lines of Symmetry for Regular Polygons)

CMLTHY

તમે જાણો છો કે બહુકોણ એ બંધ આકૃતિ છે, જે ઘણા રેખાખંડથી બને છે. રેખાખંડની ઓછામાં ઓછી સંખ્યાથી બનેલો બહુકોણ એ ત્રિકોણ છે.(શું કોઈ બહુકોણ હોઈ શકે કે જે તમે હજુ પણ ઓછા રેખાખંડથી દોરી શકો ? એના વિશે વિચારો.)

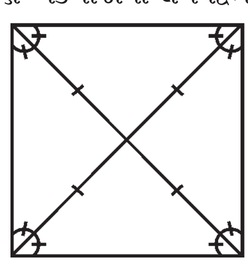
જો બહુકોણની તમામ બાજુઓ સમાન લંબાઈની હોય અને તમામ ખૂણા સમાન માપના હોય તો તેને નિયમિત બહુકોણ કહેવામાં આવે છે. આમ, એક સમબાજુ ત્રિકોણ એ ત્રણ બાજુઓનો નિયમિત બહુકોણ છે. શું તમે ચાર બાજુઓના નિયમિત બહુકોણનું નામ આપી શકો છો ?

એક સમબાજુ ત્રિકોણ નિયમિત છે કારણ કે તેની દરેક બાજુઓની લંબાઈ સમાન અને તેના દરેક ખૂણાનું માપ 60° છે (આકૃતિ 12.2).



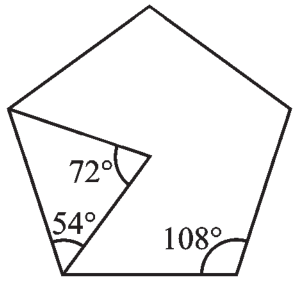
આકૃતિ 12.2

ચોરસ પણ નિયમિત છે. કારણ કે તેની બધી બાજુઓ સમાન લંબાઈની છે અને તેના દરેક ખૂણા કાટખૂણા (એટલે કે 90°) છે. તેના વિકર્ણ એકબીજાના લંબ દ્વિભાજક હોવાનું જણાય છે (આકૃતિ 12.3).

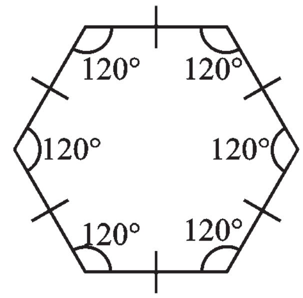


આકૃતિ 12.3

જો પંચકોણ નિયમિત હોય તો, સ્વાભાવિક રીતે તેની બાજુઓ સમાન લંબાઈની હોવી જોઈએ. તમને પાછળથી જાણવા મળશે કે, તે દરેકના ખૂણાનું માપ 108° થાય (આકૃતિ 12.4).



આકૃતિ 12.4



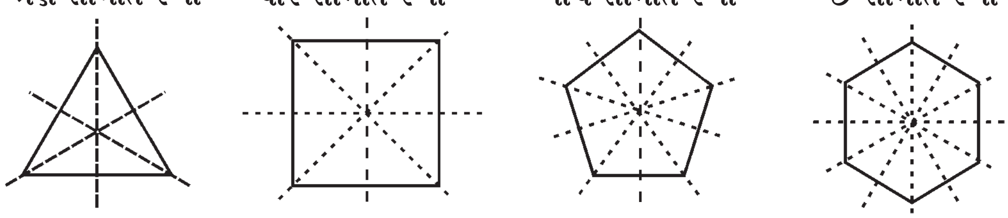
આકૃતિ 12.5

નિયમિત ષટ્કોણમાં તેની બાજુઓ સમાન હોય છે અને તેના દરેક ખૂણાનું માપ 120° હોય છે. તમે આ આકૃતિઓ વિશે આગળ વધુ અભ્યાસ કરશો (આકૃતિ 12.5).

નિયમિત બહુકોણની આકૃતિઓ સપ્રમાણ હોય છે અને તેથી તેમની સંમિતિની રેખાઓ થોડી રસપ્રદ હોય છે [આકૃતિ 12.6 (i) - (iv)].

દરેક નિયમિત બહુકોણ જેટલી બાજુઓ ધરાવે છે, તેટલી જ સંમિતિ રેખાઓ ધરાવે છે. આપણે કહી શકીએ છીએ, તેઓ બહુવિધ સંમિતિ રેખા (multiple lines of symmetry) ધરાવે છે.

ત્રણ સંમિતિ રેખા **ચાર સંમિતિ રેખા** **પાંચ સંમિતિ રેખા** **છ સંમિતિ રેખા**

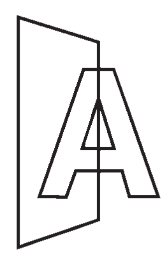


સમબાજુ ત્રિકોણ (i) **ચોરસ** (ii) **નિયમિત પંચકોણ** (iii) **નિયમિત ષટ્કોણ** (iv)

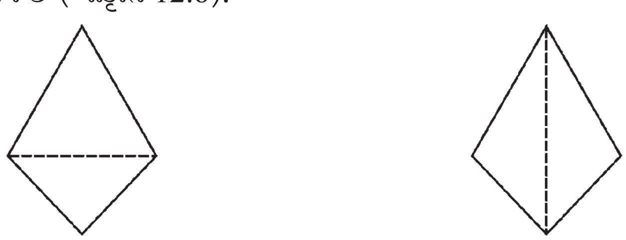
આકૃતિ 12.6

કદાચ, તમને આ વિશે કાગળને વાળીને જાણવાનું ગમશે, કરી જુઓ.

રૈખિક સંમિતિનો ખ્યાલ અરીસાના પ્રતિબિંબ (image) સાથે ગાઢ સંબંધ ધરાવે છે. જ્યારે કોઈ આકારનો અડધો ભાગ તેના બીજા અડધા ભાગનું પ્રતિબિંબ હોય, ત્યારે તે આકાર રૈખિક સંમિતિ (line symmetry) ધરાવે છે (આકૃતિ 12.7). આમ, અરીસાની રેખા, રૈખિક સંમિતિને જોવા માટે મદદરૂપ થાય છે (આકૃતિ 12.8).



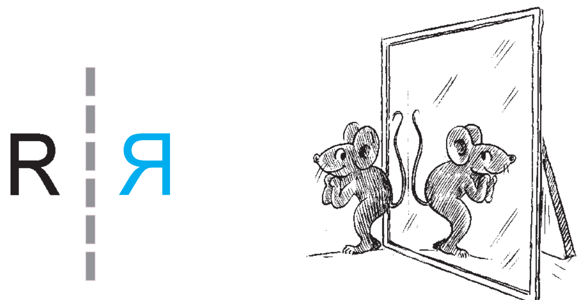
આકૃતિ 12.7



તૂટક રેખા એ અરીસાની રેખા છે ? ના **તૂટક રેખા એ અરીસાની રેખા છે ? હા**

આકૃતિ 12.8

જ્યારે આપણે અરીસાના પ્રતિબિંબની વાત કરીએ ત્યારે ડાબી અને જમણી બાજુના ફેરફારોને ધ્યાનમાં રાખવાની જરૂર છે. કે જે, અહીં આકૃતિમાં દર્શાવાયું છે (આકૃતિ 12.9).

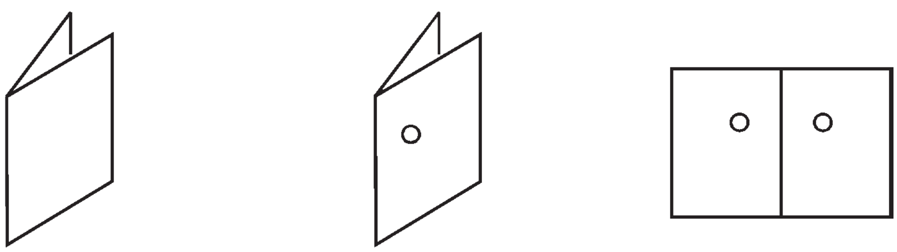


(i) (ii)

આકૃતિ 12.9

આકાર સરખા છે. પણ દિશા વિરુદ્ધ છે !

આ પંચિંગ ગેમ રમો



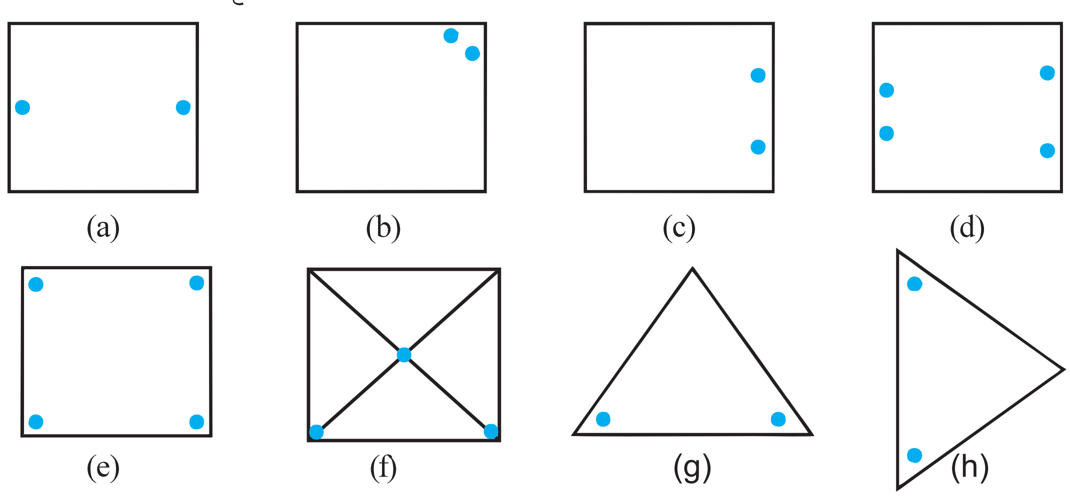
એક પૂંઠાને બે ભાગમાં વાળો | **તેમાં છિદ્ર પાડો** | **સંમિત ગડીની આજુબાજુ બે છિદ્રો**

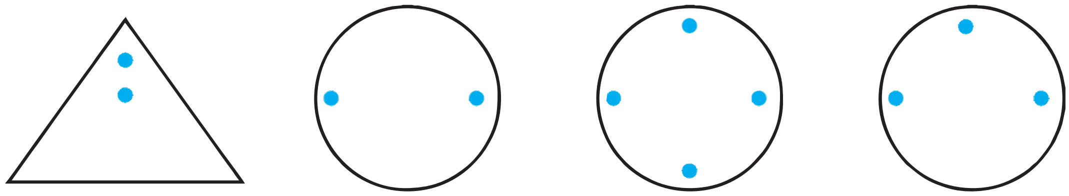
આકૃતિ 12.10

વાળેલા ભાગની રેખા (અથવા અક્ષ) એ રૈખિક સંમિતિ છે. વાળેલા પૂંઠા પર પાડવામાં આવેલ છિદ્રોનો, તેમનાં જુદાં જુદાં સ્થાનનો અને તેને અનુરૂપ રૈખિક સંમિતિઓનો અભ્યાસ કરો (આકૃતિ 12.10).

સ્વાધ્યાય 12.1

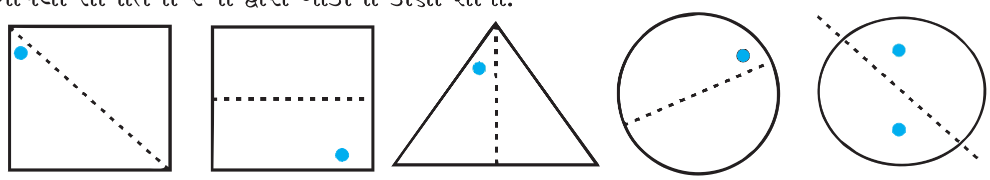
1. કાણાં પાડેલી આકૃતિની નકલ કરો અને સંમિતિની અક્ષ શોધો.





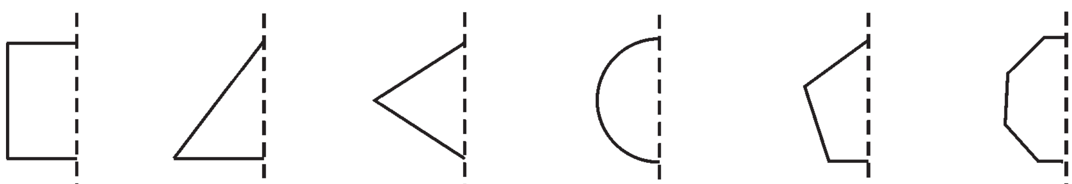
(i) (j) (k) (l)

2. આપેલી સંમિતિની રેખા દ્વારા બાકીનાં કાણાં શોધો.



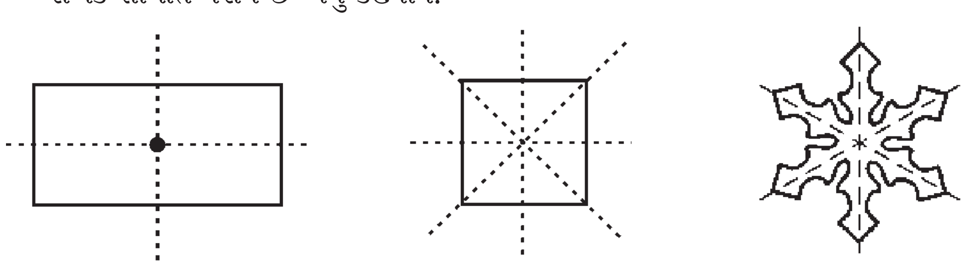
(a) (b) (c) (d) (e)

3. નીચેની આકૃતિઓમાં અરીસાની રેખા (એટલે કે સંમિતિની રેખા) તૂટક રેખા (dotted line) વડે દર્શાવવામાં આવી છે. તૂટક રેખા પર પ્રતિબિંબ વડે દરેક આકૃતિને પૂર્ણ કરો. (તમે તૂટક રેખા સામે અરીસો મૂકી અરીસામાં છબી જોઈ શકો છો.) શું તમે પૂર્ણ કરેલી આકૃતિઓના નામ ફરી યાદ કરી શકશો ?



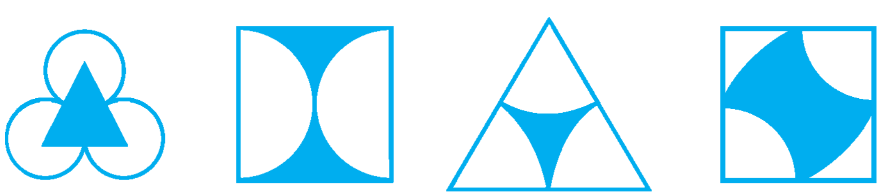
(a) (b) (c) (d) (e) (f)

4. નીચે આપેલી આકૃતિઓ એક કરતાં વધારે સંમિતિની રેખા ધરાવે છે. આવી આકૃતિઓ ઘણી રૈખિક સંમિતિ ધરાવે છે એવું કહેવાય.

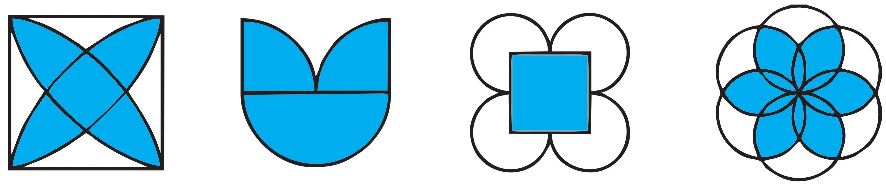


(a) (b) (c)

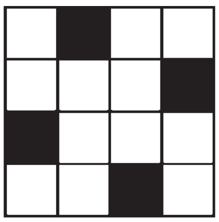
નીચેની આકૃતિઓમાં જો ઘણી રૈખિક સંમિતિ હોય, તો તે ઓળખો :



(a) (b) (c) (d)

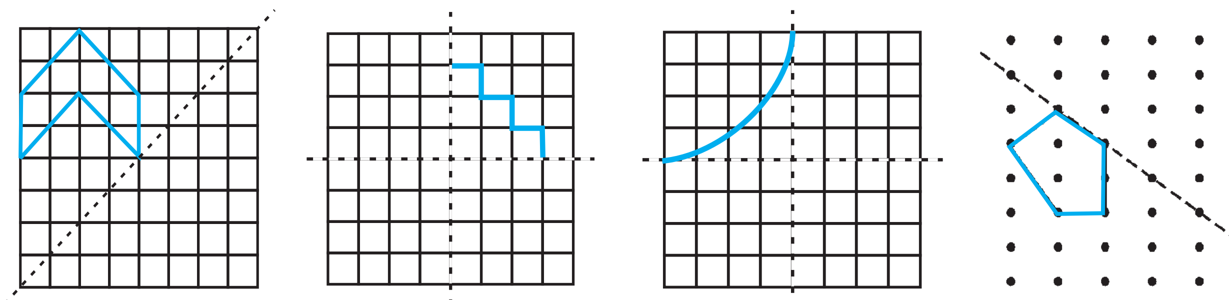


(e) (f) (g) (h)



5. અહીં આપેલ આકૃતિની નકલ કરો. રૈખિક સંમિતિ તરીકે કોઈ પણ એક વિકર્ણ લો અને વિકર્ણ વિશે આકૃતિને સંમિત બનાવવા માટે વધુ ચોરસ છાયાંકિત કરો. શું તેના માટે એક કરતાં વધુ રીત શક્ય છે ? શું આકૃતિ બંને વિકર્ણો વિશે સંમિત હશે ?

6. આપેલી આકૃતિની નકલ કરો. દરેક આકારને, દર્શાવેલી તૂટક રેખાની આસપાસ સંમિત બને તે રીતે પૂર્ણ કરો.



(a) (b) (c) (d)

7. નીચેની આકૃતિઓ માટે સંમિતિની રેખાઓની સંખ્યા જણાવો.

(a) સમબાજુ ત્રિકોણ (b) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ (c) વિષમબાજુ ત્રિકોણ
(d) ચોરસ (e) લંબચોરસ (f) સમબાજુ ચતુષ્કોણ
(g) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ (h) ચતુષ્કોણ (i) નિયમિત ષટ્કોણ
(j) વર્તુળ

8. અંગ્રેજી મૂળાક્ષરના કયા અક્ષર પરાવર્તિત સંમિતિ (reflectional symmetry) ધરાવે છે ? (એટલે કે અરીસામાં મળતાં પ્રતિબિંબ સંબંધિત સંમિતિ)

(a) ઊભો (vertical) અરીસો (b) આડો (horizontal) અરીસો
(c) આડો અને ઊભો બંને અરીસા

9. ત્રણ એવા આકારનાં ઉદાહરણ આપો કે જેમાં સંમિતિની રેખા ન હોય.

10. નીચેની આકૃતિઓની રૈખિક સંમિતિને બીજું કયું નામ આપી શકાય ?

(a) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ (b) વર્તુળ

CMVPJL

12.3 પરિભ્રમણિય સંમિતિ (Rotational Symmetry)

જ્યારે ઘડિયાળના કાંટા એક વર્તુળ ફરે ત્યારે તમે શું કહી શકો ?

તમે કહી શકો કે તે પરિભ્રમણ કરે છે.

ઘડિયાળના ચંદાના કેન્દ્ર (centre)ને નિશ્ચિત બિંદુ લઈ ઘડિયાળના કાંટા ફક્ત એક જ દિશામાં પરિભ્રમણ કરે છે. ઘડિયાળના કાંટાનું પરિભ્રમણ એ કાંટાની દિશાનું પરિભ્રમણ કહેવાય છે જ્યારે તેની વિરુદ્ધ દિશાનું પરિભ્રમણ ઘડિયાળના કાંટાની વિરુદ્ધ દિશાનું પરિભ્રમણ છે.

પંખાના પાંખિયાના પરિભ્રમણ વિશે તમે શું કહી શકો છો ? શું તે ઘડિયાળના કાંટાની દિશામાં અથવા ઘડિયાળના કાંટાની વિરુદ્ધ દિશામાં પરિભ્રમણ કરે છે ? અથવા તેઓ બંને દિશામાં પરિભ્રમણ કરે છે ?

જો તમે સાયકલનાં પૈડાંને ફેરવો તો તે પરિભ્રમણ કરે છે. તે બંને દિશામાં, ઘડિયાળના કાંટાની દિશામાં અને ઘડિયાળના કાંટાની વિરુદ્ધ દિશામાં ફરી શકે છે. ઘડિયાળના કાંટાની દિશામાં અને ઘડિયાળના કાંટાની વિરુદ્ધ દિશામાં થતાં પરિભ્રમણ માટે દરેકનાં ત્રણ ઉદાહરણ આપો.

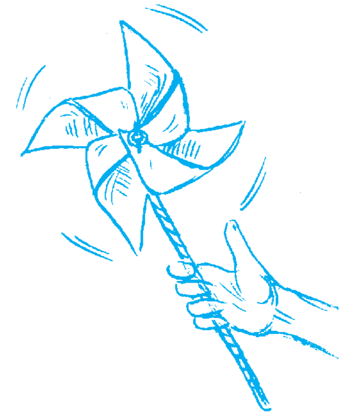
જ્યારે કોઈ વસ્તુ પરિભ્રમણ કરે છે ત્યારે તેનો આકાર અને કદ બદલાતાં નથી. પરિભ્રમણમાં નિશ્ચિત બિંદુની આસપાસ, વસ્તુ ફરે છે. આ નિશ્ચિત બિંદુ એ **પરિભ્રમણ કેન્દ્ર (centre of rotation)** છે. ઘડિયાળના કાંટાનું પરિભ્રમણ કેન્દ્ર કયું છે ? એના વિશે વિચારો.

પરિભ્રમણ દરમિયાન બનતા ખૂણાને **પરિભ્રમણ કોણ (angle of rotation)** કહેવાય છે. એક સંપૂર્ણ પરિભ્રમણ 360°નું હોય છે એ તમે જાણો છો. (i) અડધું પરિભ્રમણ (ii) ચોથા ભાગનું પરિભ્રમણ માટે પરિભ્રમણ કોણનું અંશ માપ કેટલું ?

અડધા-પરિભ્રમણનો અર્થ છે કે 180° દ્વારા પરિભ્રમણ, ચોથા ભાગનું પરિભ્રમણ 90° દ્વારા થાય છે.

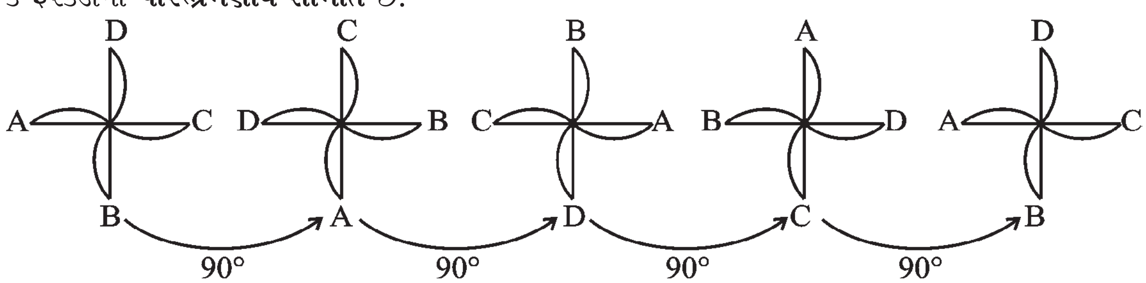
જ્યારે બાર વાગ્યે ત્યારે ઘડિયાળના કાંટા એક સાથે હોય છે. 3 વાગ્યા સુધીમાં મિનિટનો કાંટો ત્રણ પૂર્ણ આંટા ફરે, પરંતુ કલાકનો કાંટો માત્ર ચોથા ભાગનું પરિભ્રમણ જ કરે છે. તમે 6 વાગ્યાની તેમની સ્થિતિ વિશે શું કહી શકો છો ?

શું તમે ક્યારેય કાગળની ફરકડી બનાવી છે ? આકૃતિ 12.11માં કાગળની ફરકડી સંમિત દેખાય છે. પરંતુ તમને સંમિતિની કોઈપણ રેખા મળતી નથી.



આકૃતિ 12.11

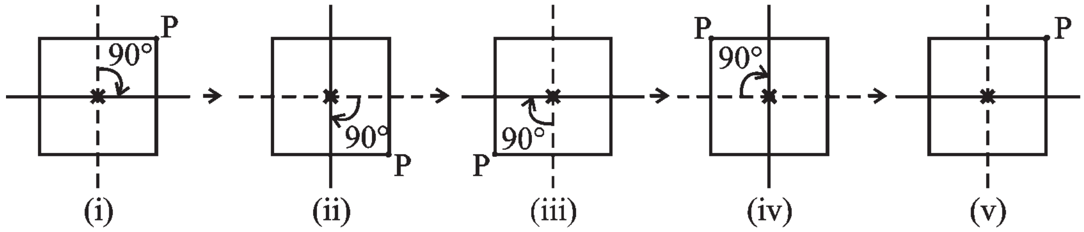
કોઈ પણ રીતે વાળવાથી તમને બે સમાન અડધિયાં મળતાં નથી. તેમ છતાં જો તેને 90°નું પરિભ્રમણ આપો તો ફરકડી સમાન જ દેખાશે. આપણે કહી શકીએ કે ફરકડીમાં **પરિભ્રમણીય સંમિતિ** છે.



આકૃતિ 12.12

સંપૂર્ણ પરિભ્રમણમાં ચાર સ્થાન ચોક્કસ હોય છે. (પરિભ્રમણ કોણ 90°, 180°, 270° અને 360°) ત્યારે ફરકડી બરાબર એ જ દેખાય છે. આ કારણે આપણે કહી શકીએ કે ચોથી કક્ષાની પરિભ્રમણીય સંમિતિ છે.

અહીં એક વધારે ઉદાહરણ પરિભ્રમણીય સંમિતિનું છે. આકૃતિ 12.13માં ચોરસનો એક ખૂણો P લો. ચાલો, ચોરસના કેન્દ્ર આગળ દર્શાવેલ નિશાની * ની આસપાસ ચોથા ભાગનું પરિભ્રમણ કરાવીએ.



આકૃતિ 12.13

આકૃતિ 12.13 (i) માં પ્રારંભિક સ્થિતિ છે. કેન્દ્ર આસપાસ 90°નું પરિભ્રમણ કરાવતાં આકૃતિ 12.13(ii) મળે છે. અહીં Pનું સ્થાન જુઓ. ફરી 90° નું પરિભ્રમણ કરાવતા આકૃતિ 12.13(iii) મળે છે. આ રીતે જ્યારે ચોથા ભાગના ચાર પરિભ્રમણ પૂરાં થાય છે ત્યારે ચોરસ તેની મૂળ સ્થિતિમાં આવે છે. તે હવે આકૃતિ 12.13(i) જેવી દેખાશે. દરેક વખતે Pના સ્થાન પરથી આ જોઈ શકાય છે.

આમ, ચોરસ તેના કેન્દ્ર વિશે ચોથી કક્ષાની પરિભ્રમણીય સંમિતિ ધરાવે છે. જુઓ કે :

(i) પરિભ્રમણનું કેન્દ્ર એ ચોરસનું કેન્દ્ર છે.

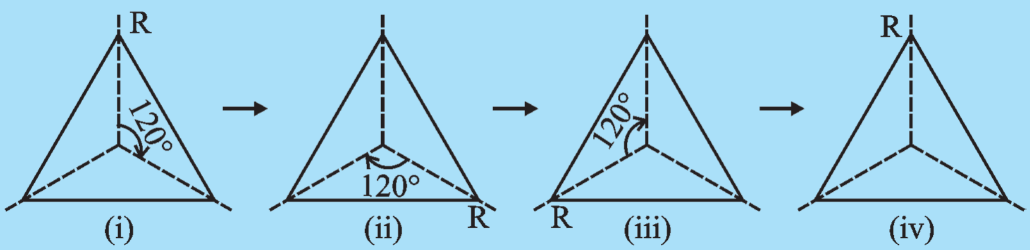
(ii) પરિભ્રમણનો કોણ 90° છે.

(iii) પરિભ્રમણની દિશા ઘડિયાળના કાંટાની દિશામાં છે.

(iv) પરિભ્રમણીય સંમિતિનો ક્રમ 4 છે.

પ્રયત્ન કરો

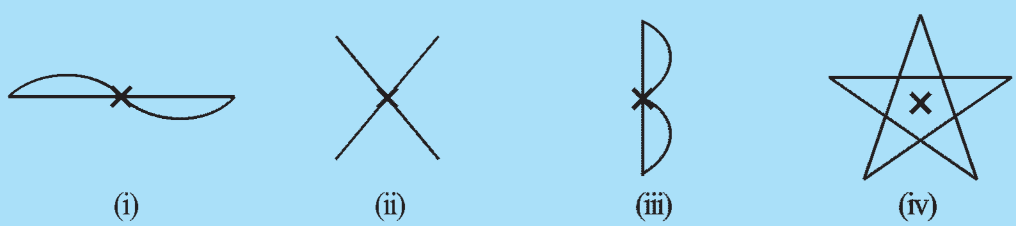
1. (a) તમે સમભુજ ત્રિકોણ માટે પરિભ્રમણીય સંમિતિની કક્ષા કહી શકો છો ? (આકૃતિ 12.14)



આકૃતિ 12.14

(b) કેન્દ્ર આસપાસ 120° દ્વારા પરિભ્રમણ કરવામાં આવે ત્યારે એવી કેટલી સ્થિતિ મળે છે કે જેના પર ત્રિકોણ એક સરખો જ દેખાય ?

2. નીચેનામાંથી કયા આકારમાં નિશાન કરેલા બિંદુ આગળ પરિભ્રમણીય સંમિતિ છે ?

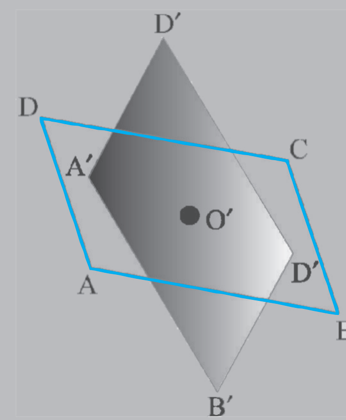


આકૃતિ 12.15

આટલું કરો

બે એકસરખા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD એક કાગળ પર અને A'B'C'D' બીજા એક પારદર્શક કાગળ પર દોરો. તેમના વિકર્ણોના છેદબિંદુઓ અનુક્રમે O અને O' દર્શાવો (આકૃતિ 12.16). આ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણોને એવી રીતે મૂકો કે જેથી A', A પર આવે; B', B પર આવે અને તેથી O', O પર આવશે.

હવે, O' બિંદુ પર એક ટાંકણી લગાવો. હવે, પારદર્શક આકારને ઘડિયાળના કાંટાની દિશામાં ફેરવો. એક પૂર્ણ આંટા દરમિયાન કેટલીવાર બંને આકારો બરાબર બંધબેસતા આવે છે ? પરિભ્રમણીય સંમિતતાનો ક્રમ કયો છે ?

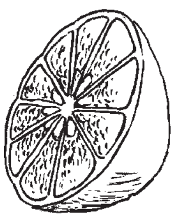


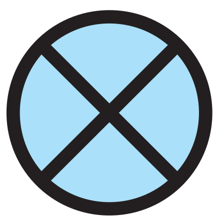
આકૃતિ 12.16

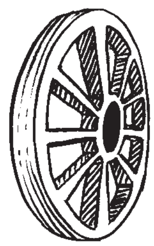
જે બિંદુ પર ટાંકણી છે તે પરિભ્રમણ કેન્દ્ર છે. તે આ કિસ્સામાં વિકર્ણોનું છેદ બિંદુ છે.

દરેક વસ્તુની પરિભ્રમણીય સંમિતિ 1 છે, કારણ કે તે 360°ના પરિભ્રમણ (એટલે કે એક સંપૂર્ણ પરિભ્રમણ) પછી સમાન સ્થિતિ ધરાવે છે. આવા કિસ્સામાં આપણને કોઈ રસ નથી.

તમારી આસપાસ ઘણા આકારો છે જે પરિભ્રમણીય સંમિતિ ધરાવે છે (આકૃતિ 12.17).


ફળ
(i)


માર્ગ ચિહ્ન
(ii)


પૈંડુ
(iii)

આકૃતિ 12.17

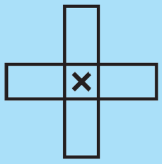
ઉદાહરણ તરીકે, જ્યારે તમે કેટલાંક ફળોને કાપો છો ત્યારે મળતો આડછેદ એ પરિભ્રમણ સંમિતિ ધરાવે છે. તમે આકૃતિને ધ્યાનથી જોશો ત્યારે તમને આશ્ચર્ય થશે [12.17 (i)]. એ ઉપરાંત રસ્તા પર દેખાતા ઘણા માર્ગ ચિહ્ન કે જે પરિભ્રમણીય સંમિતિ દર્શાવે છે. તમે આવા માર્ગ ચિહ્નોને ઓળખવાનો પ્રયત્ન કરો અને તેમની પરિભ્રમણીય સંમિતિનો ક્રમ શોધો [આકૃતિ 12.17 (ii)].

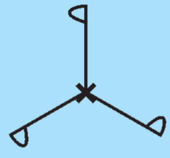
પરિભ્રમણીય સંમિતિ માટે કેટલાંક વધુ ઉદાહરણો વિચારી દરેક ઉદાહરણ માટે ચર્ચા કરો.

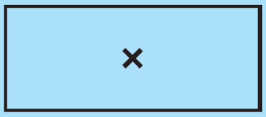
(i) પરિભ્રમણકેન્દ્ર વિશે
(ii) પરિભ્રમણકોણ વિશે
(iii) દિશાની પરિભ્રમણ પર અસર થાય તે વિશે અને
(iv) પરિભ્રમણીય સંમિતિના ક્રમ વિશે ચર્ચા કરો.

પ્રયત્ન કરો

X ચિહ્નથી દર્શાવેલ બિંદુ વિશે આપેલ આકૃતિની પરિભ્રમણીય સંમિતિનો ક્રમ જણાવો. (આકૃતિ 12.18)


(i)

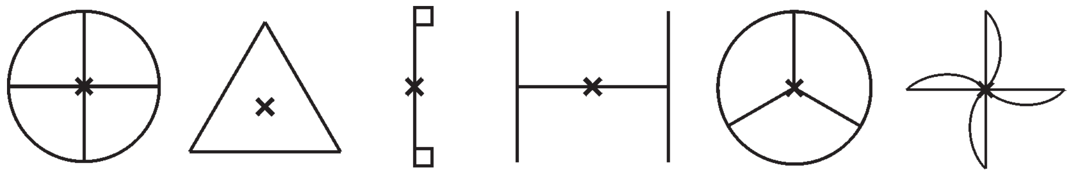

(ii)


(iii)

આકૃતિ 12.18

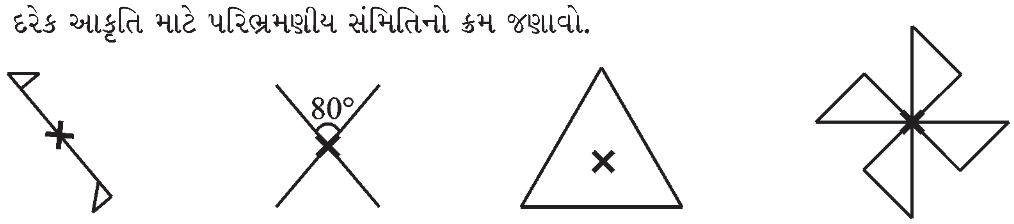
સ્વાધ્યાય 12.2

1. નીચે આપેલી કઈ આકૃતિમાં પરિભ્રમણીય સંમિતિનો ક્રમ 1 કરતાં વધુ છે ?

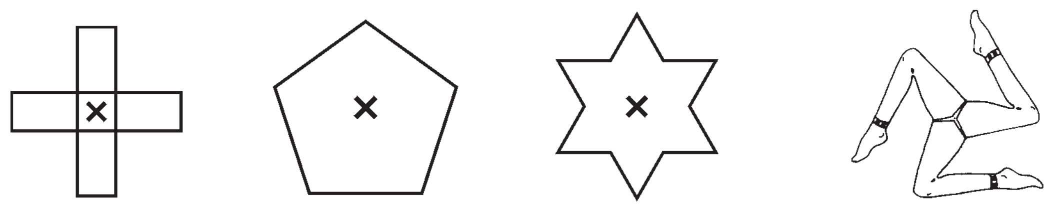


(a) (b) (c) (d) (e) (f)

2. દરેક આકૃતિ માટે પરિભ્રમણીય સંમિતિનો ક્રમ જણાવો.

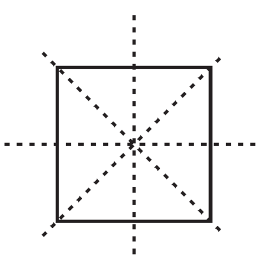


(a) (b) (c) (d)



(e) (f) (g) (h)

12.4 રૈખિક સંમિતિ અને પરિભ્રમણીય સંમિતિ (Line Symmetry and Rotational Symmetry)



આકૃતિ 12.19

તમે અત્યાર સુધી ઘણાં આકારો અને તેમની સંમિતિ જોઈ. હવે તમે સમજી ગયા હશો, કે કેટલાક આકારોમાં માત્ર રૈખિક સંમિતિ છે અને કેટલાકમાં માત્ર પરિભ્રમણીય સંમિતિ, તો કેટલાકમાં બંને છે.

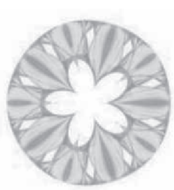
CZ12YI

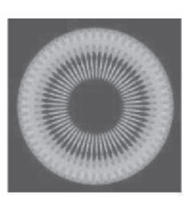
ઉદાહરણ તરીકે, વિચારો કે એક ચોરસ આકાર છે (આકૃતિ 12.19). તેમાં સંમિતિની કેટલી રેખાઓ છે ?

તેમાં પરિભ્રમણીય સંમિતિ છે ?

જો, હા, તો પરિભ્રમણીય સંમિતિનો ક્રમ કયો છે એના માટે વિચારો.

વર્તુળ એ સૌથી સંપૂર્ણ સંમિતિ ધરાવતી આકૃતિ છે, કારણ કે તેને કોઈ પણ ખૂણે તેના કેન્દ્રની ફરતે પરિભ્રમણ કરાવી શકાય છે અને સાથે સાથે તેમાં અમર્યાદિત સંખ્યામાં રૈખિક સંમિતિ છે.





કોઈ પણ વર્તુળની ભાતનું અવલોકન કરો. કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી દરેક રેખા (અર્થાત્ દરેક વ્યાસ) સંમિતિની રેખા છે (પ્રતિબિંબિત) અને તે દરેક ખૂણા માટે કેન્દ્રની આસપાસ પરિભ્રમણીય સંમિતિ ધરાવે છે.

આટલું કરો

કેટલાક અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોની સંમિતિ અદ્‌ભુત છે. કયા મૂળાક્ષરોમાં એક જ રૈખિક સંમિતિ છે ? (ઉદાહરણ - E) કયા મૂળાક્ષરોનો પરિભ્રમણીય સંમિતિનો કક્ષા 2 છે ?

આવી રીતે વિચારવાનો પ્રયત્ન કરીને નીચેનું કોષ્ટક પૂર્ણ કરી શકશો.

મૂળાક્ષરો	રૈખિક સંમિતિ	રૈખિક સંમિતિની સંખ્યા	પરિભ્રમણ સંમિતિ	પરિભ્રમણ સંમિતિની કક્ષા
Z	ના	0	હા	2
S				
H	હા		હા	
O	હા		હા	
E	હા			
N			હા	
C				

સ્વાધ્યાય 12.3

1. કોઈ બે એવા આંકડા જણાવો કે જેની રૈખિક સંમિતિ અને પરિભ્રમણ સંમિતિ બંને હોય.
2. નીચેના દરેકમાં શક્ય હોય તો, કાચી આકૃતિ દોરો.
   (i) એકથી વધુ ક્રમની રૈખિક અને પરિભ્રમણીય બંને સંમિતિ હોય તેવો ત્રિકોણ.
   (ii) એકથી વધુ ક્રમની માત્ર રૈખિક સંમિતિ હોય પણ પરિભ્રમણીય સંમિતિ ન હોય તેનો ત્રિકોણ.
   (iii) એકથી વધુ ક્રમની પરિભ્રમણીય સંમિતિ હોય પણ રૈખિક સંમિતિ ન હોય તેવો ચતુષ્કોણ.
   (iv) એકથી વધુ ક્રમની રૈખિક સંમિતિ હોય પણ પરિભ્રણીય સંમિતિ ન હોય તેવો ચતુષ્કોણ.
3. જો કોઈ આકૃતિમાં બે અથવા વધુ રૈખિક સંમિતિ છે,
   જો પરિભ્રમણ સંમિતિ હોય તો તેનો ક્રમ 1 કરતાં વધુ છે ?
4. ખાલી જગ્યા પૂરો.

આકાર	પરિભ્રમણ કેન્દ્ર	પરિભ્રમણનો ક્રમ	પરિભ્રમણ કોણ
ચોરસ			
લંબચોરસ			
સમબાજુ ચતુષ્કોણ			
સમબાજુ ત્રિકોણ			
નિયમિત ષટ્કોણ			
વર્તુળ			
અર્ધવર્તુળ			

5. એવા ચતુષ્કોણનું નામ જણાવો કે જેની રૈખિક સંમિતિ અને પરિભ્રમણ સંમિતિ બંનેનો ક્રમ 1 કરતાં વધુ હોય.
6. કેન્દ્રથી 60° ફર્યા પછી આકૃતિ તેની મૂળ સ્થિતિના જેવી જ દેખાય છે. બીજા કયા ખૂણાઓ માટે આવું થશે ?
7. નીચે આપેલા ખૂણાઓ માટે શું આપણે 1 કરતાં વધુ ક્રમની પરિભ્રમણીય સંમિતિ મેળવી શકીએ ?

(i) 45° (ii) 17°

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. જો કોઈ રેખા દ્વારા આકૃતિ બે ભાગમાં એવી રીતે વહેંચાતી હોય કે બંને ભાગ બંધ-બેસતાં આવે તો તે આકૃતિને રૈખિક સંમિતિ છે એમ કહેવાય.
2. નિયમિત બહુકોણ સમાન બાજુઓ અને સમાન ખૂણાઓ ધરાવે છે. તે ઘણી વધારે (1 કરતાં વધુ) રૈખિક સંમિતિ ધરાવે છે.

નિયમિત બહુકોણ	નિયમિત ષટ્કોણ	નિયમિત પંચકોણ	ચોરસ	સમબાજુ ત્રિકોણ
સંમિતિની રેખાની સંખ્યા	**6**	**5**	**4**	**3**

3. દરેક નિયમિત બહુકોણ તેની જેટલી બાજુઓ હોય, તેટલી રૈખિક સંમિતિઓ ધરાવે છે.
4. અરીસામાં મળતું પ્રતિબિંબ સંમિતિ ધરાવે છે પરંતુ તેમાં ડાબી અને જમણી બાજુના ફેરફારોને ધ્યાનમાં લેવા જરૂરી છે.
5. પરિભ્રમણ કોઈ વસ્તુ (અથવા આકાર)ને એક નિશ્ચિત બિંદુ આસપાસ ફેરવે છે.

   નિશ્ચિત બિંદુને **પરિભ્રમણનું કેન્દ્ર** કહે છે. જે ખૂણે પરિભ્રમણ થાય તેને **પરિભ્રમણકોણ** કહે છે. 180°નું પરિભ્રમણ એ અર્ધપરિભ્રમણ છે અને 90°નું પરિભ્રમણ એ ચોથા ભાગનું પરિભ્રમણ છે. પરિભ્રમણ ઘડીયાળના કાંટાની દિશામાં અથવા તેની વિરુદ્ધ દિશામાં હોઈ શકે.
6. જો પરિભ્રમણ પછી પણ વસ્તુ બરાબર તેવી જ દેખાય તો આપણે કહી શકીએ છીએ કે તેની પરિભ્રમણીય **સંમિતિ** છે.
7. કોઈ પણ આકૃતિને 360° પરિભ્રમણ કરતાં, પરિભ્રમણ દરમિયાન જેટલી વખત આકૃતિ મૂળ આકૃતિ જેવી દેખાય તેને **પરિભ્રમણીય સંમિતિનો ક્રમ** કહેવાય છે. ચોરસની પરિભ્રમણીય સંમિતિની કક્ષા 4 છે, સમબાજુ ત્રિકોણની સંમિતિની કક્ષા 3 છે.
8. અમુક આકારોની ફક્ત એક જ રૈખિક સંમિતિ હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે E. અમુક આકારોની ફક્ત પરિભ્રમણીય સંમિતિ હોય છે, ઉદાહરણ તરીકે S. અમુકની બંને સંમિતિ હોય છે, ઉદાહરણ H. સંમિતિનો અભ્યાસ જરૂરી છે કારણ કે તે રોજિંદા જીવનમાં વારંવાર ઉપયોગમાં આવે છે અને વધુ મહત્ત્વની છે કારણ કે તે આપણને સુંદર ભાત પૂરી પાડે છે.

પ્રકરણ 13

ઘન આકારોનું પ્રત્યક્ષીકરણ

13.1 પ્રાસ્તાવિક (Introduction)

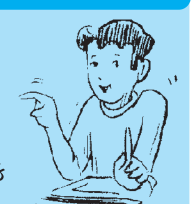
સમતલીય આકૃતિઓ અને ઘન આકારો (Plane Figures and Solid Shapes)

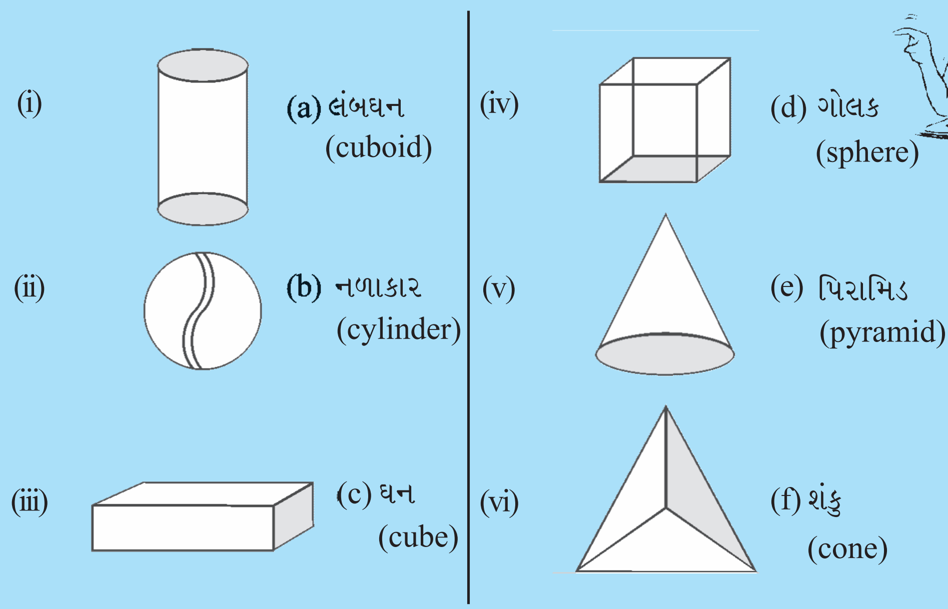
આ પ્રકરણમાં ''પરિમાણ (dimension)''ના સંદર્ભમાં તમારી જાણીતી આકૃતિઓનું વર્ગીકરણ કરીશું. આપણા દૈનિક જીવનમાં આપણી આસપાસ પુસ્તકો, દડા, આઈસ્ક્રીમના કોન વગેરે ભિન્ન આકારો ધરાવતી વસ્તુઓ આપણે જોઈએ છીએ. આમાંની ઘણી બધી વસ્તુઓમાં એક સામાન્ય બાબત એ છે કે તે દરેક લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ કે ઊંડાઈ ધરાવે છે. એટલે કે તે દરેક જગ્યા રોકે છે અને તેમને ત્રણ પરિમાણો હોય છે. આથી તેમને ત્રિપરિમાણીય આકારો કહેવાય છે.

તમે અગાઉનાં ધોરણમાં જોયા છે તેવા કેટલાક ત્રિપરિમાણીય આકારો યાદ છે ?

પ્રયત્ન કરો

આકારને નામ સાથે જોડો :



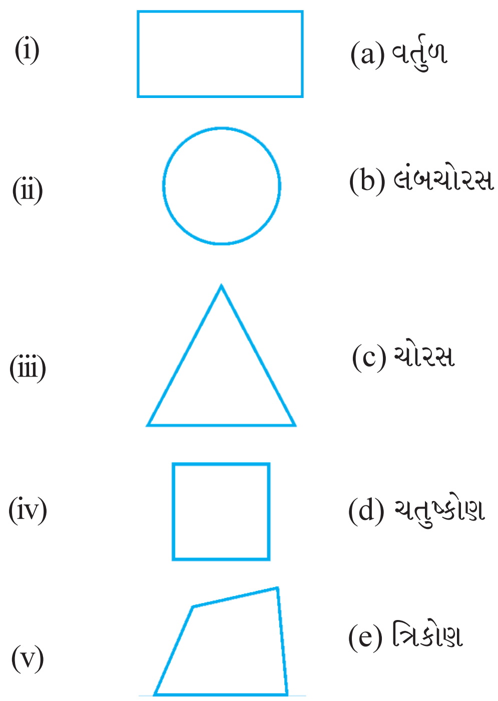


આકૃતિ 13.1

તેના જેવા આકાર ધરાવતી કેટલીક વસ્તુઓ ઓળખવા પ્રયત્ન કરો.

આ જ રીતે, કાગળ પર દોરેલી આકૃતિઓ કે જેને માત્ર લંબાઈ અને પહોળાઈ હોય તેમને દ્વિપરિમાણીય (સમતલીય) આકૃતિઓ કહેવાય છે. આગળના ધોરણમાં કેટલીક દ્વિપરિમાણીય આકૃતિઓ જોઈ છે.

નીચેની દ્વિપરિમાણીય આકૃતિઓને તેમનાં નામ સાથે જોડો (આકૃતિ 13.2).



આકૃતિ 13.2

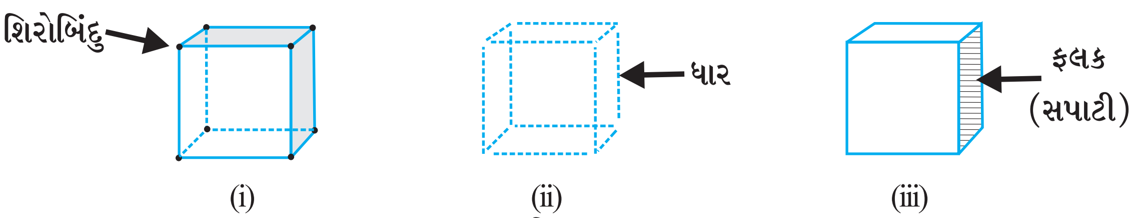
નોંધ : આપણે દ્વિપરિમાણીય (two dimensional) માટે ટૂંકમાં 2-D અને ત્રિપરિમાણીય (three dimensional) માટે ટૂંકમાં 3-D લખીશું.

13.2 ફલક, ધાર અને શિરોબિંદુ (Face, Edge and Vertex)

CZ9Y16

તમે ઘન આકારો શીખ્યાં છો.

હવે આકૃતિ 13.3 જુઓ.



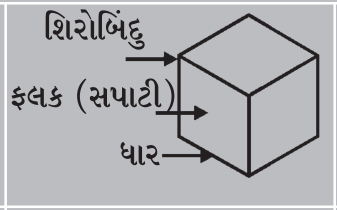
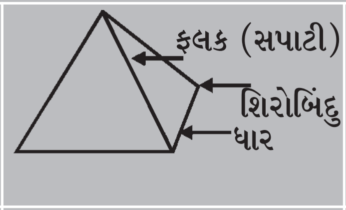
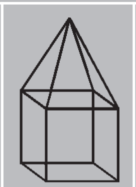
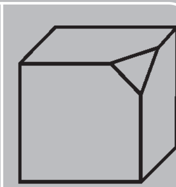
આકૃતિ 13.3

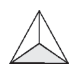
સમઘનના 8 ખૂણા એનાં શિરોબિંદુ છે. ઘનનું માળખું રચનાર 12 રેખાખંડ તેની ધાર છે. 6 સપાટ ચોરસ સપાટી તે ઘનના ફલક છે.

આટલું કરો

નીચેનું કોષ્ટક પૂર્ણ કરો :

કોષ્ટક 13.1

				
ફલક (F)	6	4		
ધાર (E)	12			
શિરોબિંદુ (V)	8	4		

શું તમે એ જોઈ શકો છો કે ત્રિપરિમાણીય આકારના ફલક, દ્વિપરિમાણીય આકૃતિઓ છે ? ઉદાહરણ તરીકે, નળાકારના બે ફલકો છે, જે બંને વર્તુળ છે અને  આકારના પિરામિડના ફલકો ત્રિકોણ છે.

હવે કેટલાક 3-D આકારોને કાગળની 2-D સપાટી પર કેવી રીતે કલ્પી શકાય તે જોવા પ્રયત્ન કરીએ.

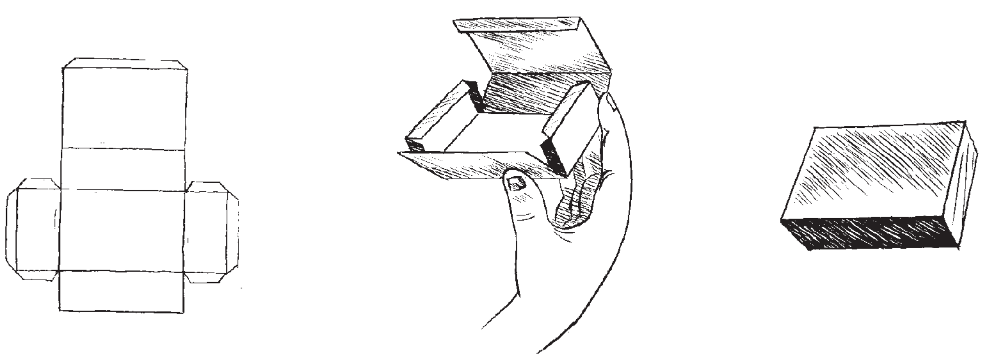
આમ કરવા માટે, ત્રિપરિમાણીય વસ્તુઓને બારીકાઈથી સમજવી પડશે. હવે આપણે 'નેટ' (Net) તરીકે ઓળખાતી રેખાકૃતિ બનાવીને આવા આકારો બનાવવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

13.3 3-D આકારો બનાવવા માટેની 'નેટ' (Net - રેખાકૃતિ) (Nets for Building 3-D Shapes)

CZIU2T

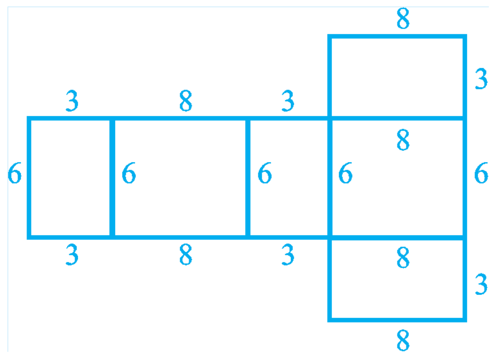
પૂંઠાનું એક બૉક્સ લો. તેની ધાર પરથી તેને કાપીને સમતલ પૂંઠું મેળવો. આ તે બૉક્સની નેટ છે.

નેટ એ 2-D [આકૃતિ 13.4 (i)] રેખાકૃતિ છે, જેને વાળવાથી [આકૃતિ 13.4 (ii)], પરિણામ સ્વરૂપે 3-D આકાર [આકૃતિ 13.4 (iii)] મળે છે.



(i) (ii) (iii)

આકૃતિ 13.4



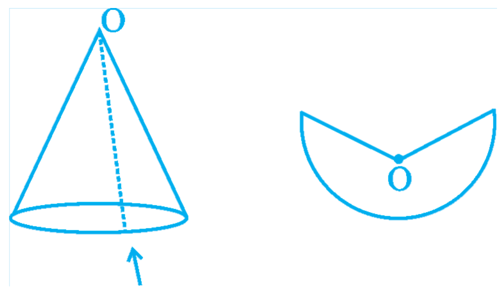
આકૃતિ 13.5

અહીં તમે ધારોને યોગ્ય રીતે જુદી કરીને રેખાકૃતિ મેળવી છે. શું આની ઉલટી ક્રિયા શક્ય છે ?

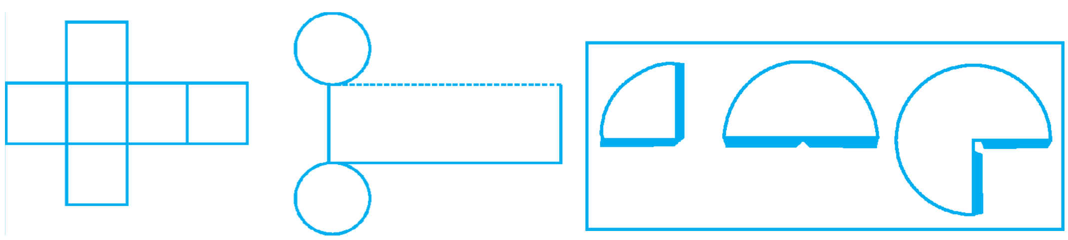
આકૃતિ 13.5 માં એક બોક્સની રેખાકૃતિ બતાવી છે. કાગળ પર એનું વિસ્તૃત સ્વરૂપ દોરી તેને યોગ્ય રીતે વાળીને ધાર ચોંટાડી બોક્સ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરો. (તમે યોગ્ય એકમ લઈ શકો છો) બોક્સ એ ઘન આકાર છે. તે એક 3-D વસ્તુ છે, જે લંબઘનના સ્વરૂપમાં છે.

આ જ રીતે તમે એક શંકુ આકારને તેની ત્રાંસી સપાટી પર કાપીને શંકુની રેખાકૃતિ મેળવી શકો (આકૃતિ 13.6).

તમારી પાસે ભિન્ન આકારો માટે ભિન્ન 'નેટ' છે. આ આપેલી રેખાકૃતિના વિસ્તૃત સ્વરૂપની નકલ કરી (આકૃતિ 13.7) અને દર્શાવેલ 3-D આકારો બનાવવાનો પ્રયત્ન કરો. (તમે કાર્ડબૉર્ડની પટ્ટીઓને પીનથી જોડીને પણ આકારો બનાવી શકો.)



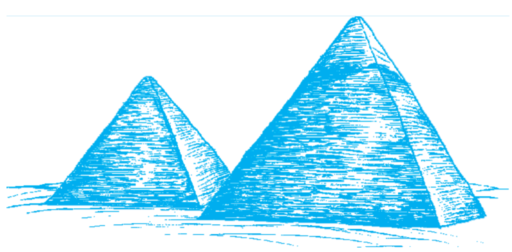
અહીંથી કાપો **આકૃતિ 13.6**



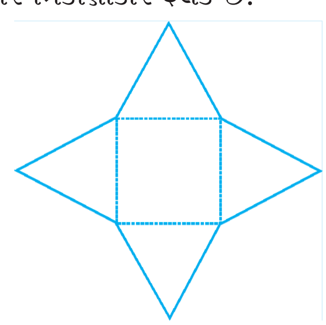
સમઘન (i) નળાકાર (ii) શંકુ (iii)

આકૃતિ 13.7

આપણે ઈજિપ્તના ગિઝાના મહાન પિરામિડના જેવો પિરામિડ બનાવવાની રેખાકૃતિ પણ બનાવી શકીએ (આકૃતિ 13.8). તે પિરામિડને ચોરસ આધાર અને ચાર ત્રિકોણાકાર ફલક છે.



આકૃતિ 13.8

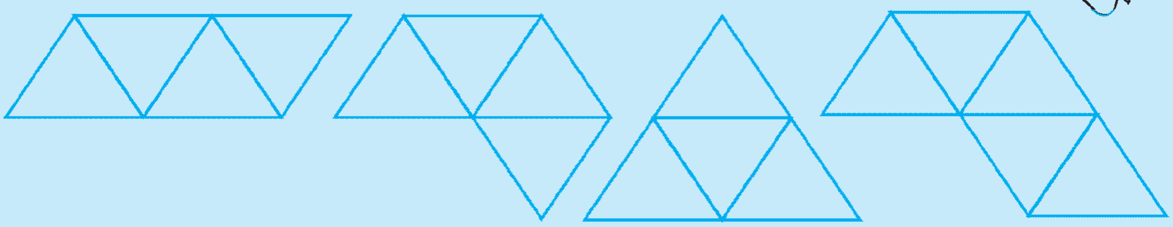


આકૃતિ 13.9

આકૃતિ 13.9માં આપેલ રેખાકૃતિ પ્રમાણે તમે તે બનાવી શકો કે કેમ તે જુઓ.

પ્રયત્ન કરો

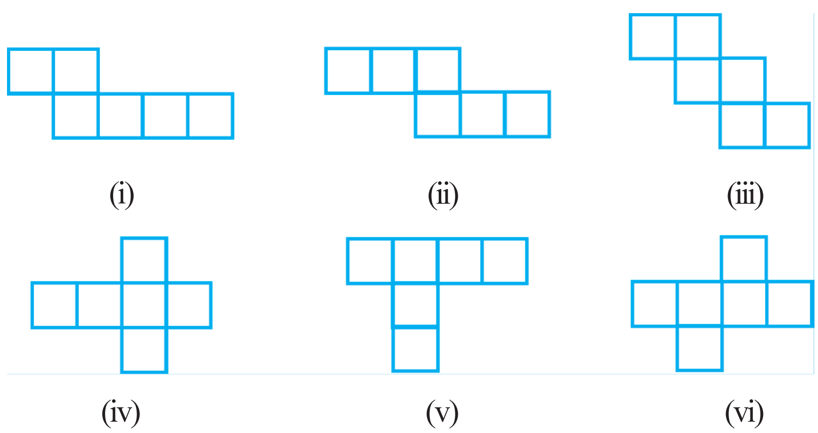
અહીં ચાર રેખાકૃતિઓ છે (આકૃતિ 13.10). આમાં ચતુષ્ફલક (tetrahedron) બનાવવા માટેની બે સાચી રેખાકૃતિઓ છે. કઈ આકૃતિમાંથી ચતુષ્ફલક બનાવી શકાય તે જુઓ.



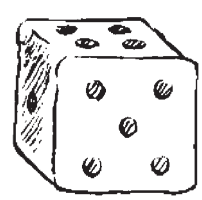
આકૃતિ 13.10

સ્વાધ્યાય 13.1

1. સમઘન બનાવવા માટે ઉપયોગમાં લઈ શકાય તેવી રેખાકૃતિ ઓળખો (રેખાકૃતિની નકલ કરીને કાપીને પ્રયત્ન કરો) :



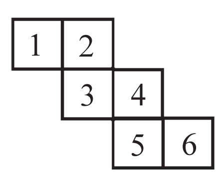
2. દરેક સપાટી પર ટપકાં હોય તેવા સમઘનને પાસો કહે છે. પાસાની સામસામેની સપાટીઓ પરના ટપકાંનો સરવાળો હંમેશા સાત થાય છે.



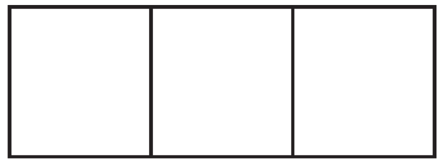
   અહીં પાસો બનાવવા માટેની બે રેખાકૃતિઓ દર્શાવી છે. દરેક ચોરસમાં લખેલા અંકો તે સપાટી પરનાં ટપકાં સંખ્યા દર્શાવે છે.

   ખાલી ખાનામાં યોગ્ય સંખ્યાઓ લખો અને યાદ રાખો કે સામસામેની સપાટી (બાજુ) પરના અંકોનો સરવાળો 7 થવો જોઈએ.

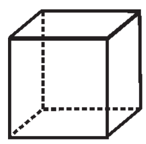
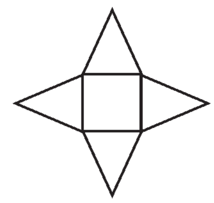
3. બાજુમાં દર્શાવેલી રેખાકૃતિ પાસાની રેખાકૃતિ હોઈ શકે ? તમારો જવાબ સમજાવો.

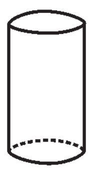
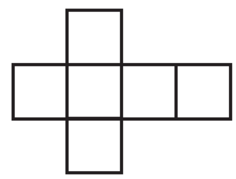


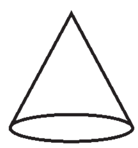
4. સમઘન બનાવવા માટેની એક અપૂર્ણ રેખાકૃતિ આપેલી છે. તેને ઓછામાં ઓછી બે રીતે પૂર્ણ કરો. યાદ રાખો કે સમઘનને છ ફલકો છે. અહીં આપેલી રેખાકૃતિમાં કેટલી છે ? (બે ભિન્ન આકૃતિઓ આપો. જો તમને ગમે તો સરળતા માટે ચોરસ ખાનાવાળા કાગળનો ઉપયોગ કરી શકો.)

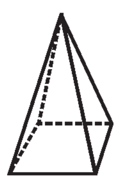
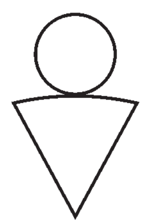


5. રેખાકૃતિને યોગ્ય ઘનાકાર સાથે જોડો :

(a)  (i) 

(b)  (ii) 

(c)  (iii)

(d)  (iv) 

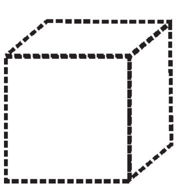
આ રમત રમો

તમે અને તમારો મિત્ર પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં મોં કરીને બેસો. તમારામાંથી એક, 3-D આકારની રેખાકૃતિનું વર્ણન મોટેથી બોલે અને બીજો દોરે અથવા 3-D વસ્તુ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરે.

CZSQ4G

13.4 સમતલ પર ઘન આકારો દોરવા (Drawing Solids on a Flat Surface)

તમે કાગળ પર ચિત્રો દોરો છો, જે સપાટ છે. તમે જ્યારે ઘન આકાર દોરો છો ત્યારે ત્રિપરિમાણીય દેખાય તે માટે કેટલેક અંશે ત્રાંસું દોરો છો, આ એક દૃષ્ટિભ્રમ (visual illusion) છે. અહીં તમને મદદરૂપ થાય તેવી બે ટેક્નિક બતાવી છે.



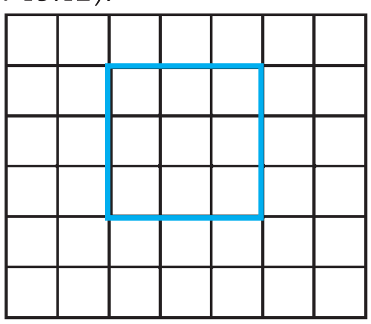
આકૃતિ 13.11

13.4.1 તિર્યક રેખાકૃતિઓ (Oblique Sketches)

અહીં એક સમઘનનું ચિત્ર છે (આકૃતિ 13.11). જ્યારે સામેથી જોવામાં આવે ત્યારે સમઘન કેવો દેખાય છે તેનો સ્પષ્ટ ખ્યાલ અહીં આવે છે. તમે (તેની) કેટલીક સપાટીઓ જોઈ શકતાં નથી. દોરેલા ચિત્રમાં

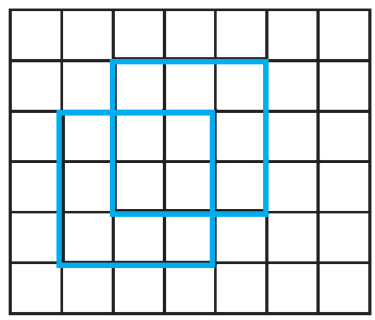
સમઘનમાં હોય તેવી જ બધી લંબાઈઓ સમાન નથી. છતાં તમે ઓળખી શકો છો કે એ સમઘન છે. ઘનની આવી રેખાકૃતિને તિર્યક રેખાકૃતિ કહે છે.
આવી આકૃતિઓ તમે કેવી રીતે દોરી શકો ? ચાલો તો ટેક્નિક શીખવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

તમારે ચોરસ ખાનાંવાળો (રેખા અથવા ટપકાંવાળો) કાગળ જોઈશે. શરૂઆતમાં ખાનાં પર દોરવાનો મહાવરો કર્યા પછી સાદા કાગળ પર (ટપકાંની મદદ સિવાય) દોરવાનું સરળ થશે. આપણે એક $3 \times 3 \times 3$ (દરેક ધાર 3 એકમ હોય) માપના સમઘનની તિર્યક રેખાકૃતિ દોરવાનો પ્રયત્ન કરીએ (આકૃતિ 13.12).



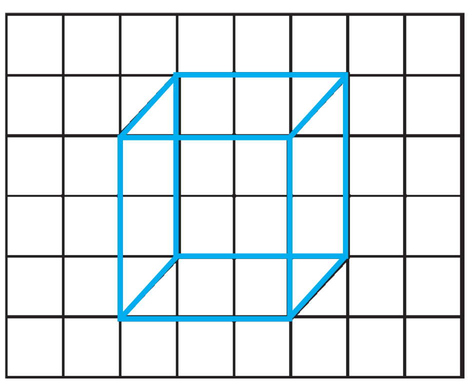
પગલું 1

આગળની સપાટી દોરો.



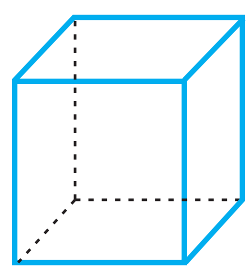
પગલું 2

તેની વિરુદ્ધની સપાટી દોરો. સપાટીનાં માપ સમાન હોવાં જોઈએ, પરંતુ આકૃતિ પ્રથમ પગલાં કરતાં થોડીક ખસેલી દેખાશે.



પગલું 3

અનુરૂપ ખૂણાઓને જોડો.



પગલું 4

ન દેખાતી ધાર માટે તૂટક રેખા દોરો (આ એક પરિપાટી (convention) છે).

હવે આકૃતિ તૈયાર છે.

આકૃતિ 13.12

ઉપરની તિર્યક રેખાકૃતિમાં તમે નીચેની બાબતોની નોંધ કરી ?

(i) સામેની સપાટી અને તેની વિરુદ્ધ બાજુની સપાટીનાં માપ સરખાં છે; અને

(ii) ધારનાં માપ, જે સમઘનમાં સમાન હોય છે તે અહીં પણ સમાન દેખાય છે, જો કે ધારનાં સાચાં માપ લીધેલાં નથી.

હવે તમે લંબઘનની તિર્યક આકૃતિ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરો. (યાદ રાખો કે આ કિસ્સામાં સપાટીઓ લંબચોરસ છે.)

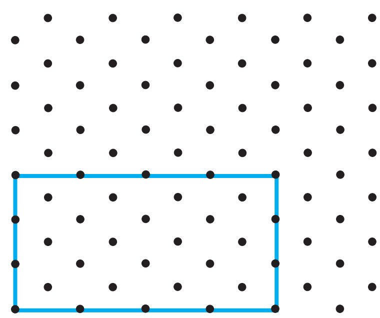
નોંધ : આપેલા ઘનનાં માપ જેટલાં જ માપ લઈને તમે આકૃતિ દોરી શકો. તે માટે આઈસોમેટ્રિક શીટ (સમમિતિય ટપકાવાળી શીટ)ની જરૂર પડશે. આપેલ આઈસોમેટ્રિક શીટ (isometric sheet) પર

આપણે 4 સેમી લંબાઈ, 3 સેમી પહોળાઈ અને 3 સેમી ઊંચાઈવાળા લંબઘનની આકૃતિ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

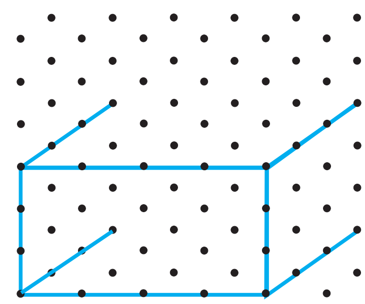
13.4.2 સમમિતીય આકૃતિઓ (Isometric Sketches)

તમે સમમિતીય ડોટશીટ જોઈ છે ? (આ પુસ્તકને અંતે તેનો નમૂનો આપેલ છે.) જે નાના સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવતા ટપકાઓથી અથવા રેખાઓથી કાગળને વિભાગતી શીટ છે.

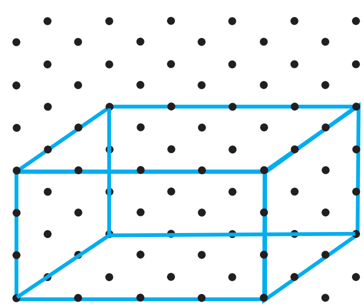
આપેલા ઘનનાં માપ જેટલા જ માપવાળી આકૃતિ દોરવા માટે આપણે 4 × 3 × 3 (એટલે કે લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈની ધારો અનુક્રમે 4, 3, 3, એકમની છે.) માપના લંબઘનનો સમમિતીય આકૃતિ દોરવાનો પ્રયત્ન કરીએ (આકૃતિ 13.13).



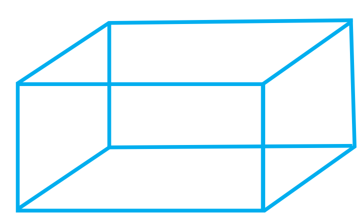
પગલું 1
સામેની સપાટી દર્શાવવા માટે લંબચોરસ દોરો.



પગલું 2
લંબચોરસના ચાર ખૂણાઓ પરથી 3 લંબાઈના ચાર સમાંતર રેખાખંડ દોરો.



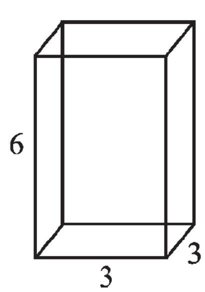
પગલું 3
યોગ્ય રેખાખંડોથી સામસામેના ખૂણાઓને જોડો.



પગલું 4
આ લંબઘનનો આઈસોમેટ્રિક સ્કેચ છે.

આકૃતિ 13.13

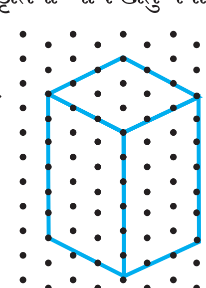
ધ્યાનમાં રાખો કે સમમિતીય આકૃતિમાં મૂળ લંબાઈ પ્રમાણે જ માપ હોય છે જ્યારે તિર્યક રેખાકૃતિમાં આમ હોતું નથી.



આકૃતિ 13.14 (i)

ઉદાહરણ 1 આકૃતિ 13.14 (i) માં લંબઘનની તિર્યક રેખાકૃતિ છે. આને અનુરૂપ આઈસોમેટ્રિક સ્કેચ દોરો.

ઉકેલ આકૃતિ 13.14 (ii) માં ઉકેલ બતાવેલો છે. માપની કેવી રીતે કાળજી લીધી છે તે જુઓ.

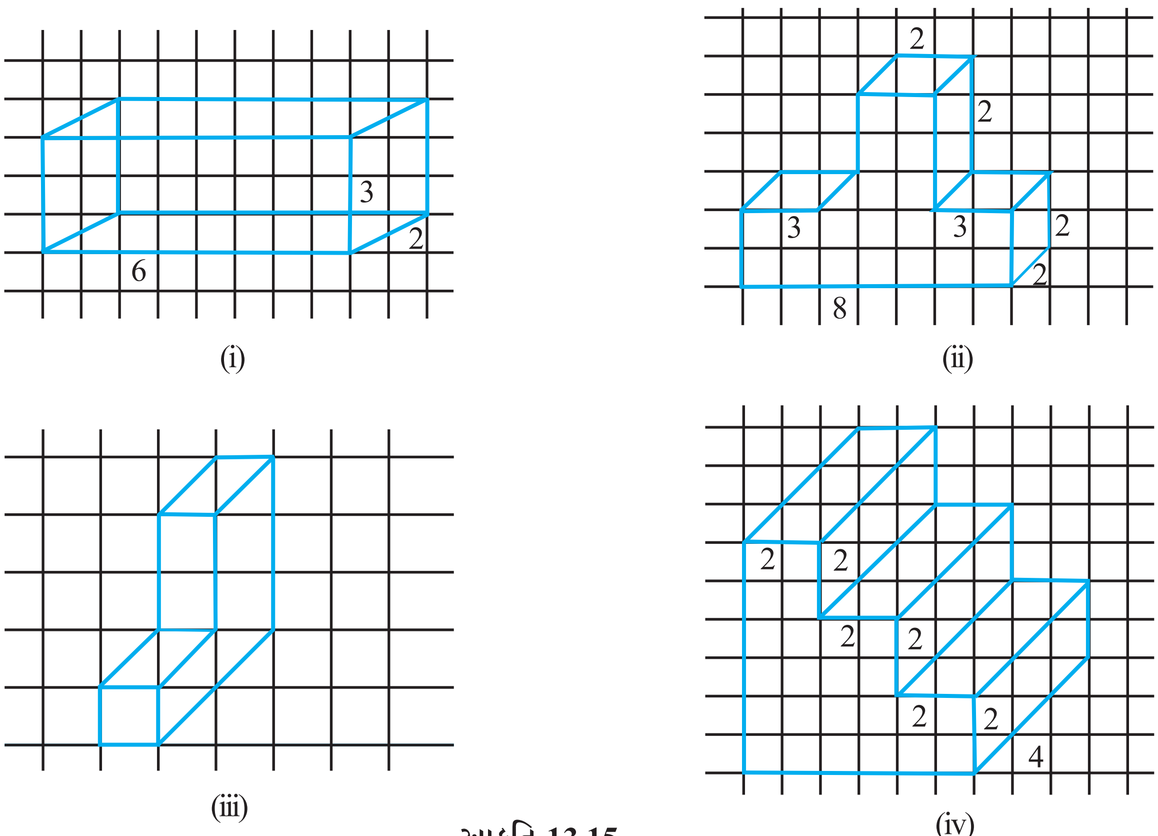


આકૃતિ 13.14 (ii)

તમે (i) લંબાઈ, (ii) પહોળાઈ અને (iii) ઊંચાઈમાં કેટલા એકમ લીધા છે ? તિર્યક રેખાકૃતિમાં દર્શાવેલ એકમો સાથે તેનો મેળ બેસે છે ?

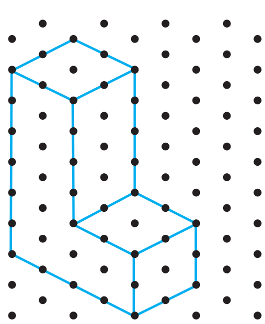
સ્વાધ્યાય 13.2

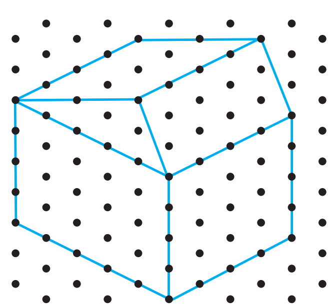
1. આઈસોમેટ્રિક ડોટ પેપર પર નીચેના દરેક આકારનો આઈસોમેટ્રિક સ્કેચ બનાવો :



આકૃતિ 13.15

2. એક લંબઘનનાં માપ 5 સેમી, 3 સેમી અને 2 સેમી છે. આ લંબઘનની ત્રણ જુદી જુદી આઈસોમેટ્રિક આકૃતિ બનાવો.
3. જેની બાજુ 2 સેમીની છે તેવા ત્રણ સમઘન, બાજુ બાજુમાં ગોઠવીને એક લંબઘન બનાવે છે. આ લંબઘનની તિર્યક અથવા આઈસોમેટ્રિક આકૃતિ બનાવો.
4. નીચેના દરેક આકાર માટે તિર્યક રેખાકૃતિ બનાવો.

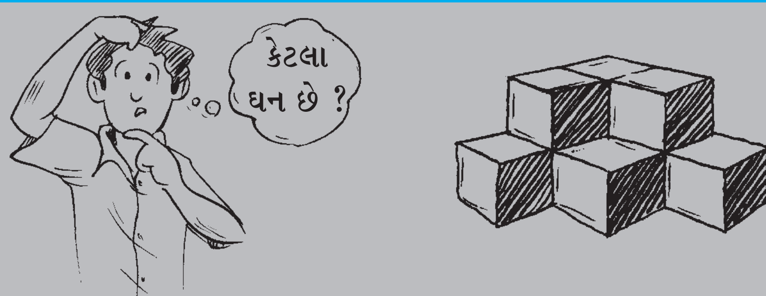




5. નીચેના દરેકની (i) તિર્યક રેખાકૃતિ અને (ii) આઈસોમેટ્રિક આકૃતિ બનાવો.
   (a) 5 સેમી, 3 સેમી અને 2 સેમી માપવાળો લંબઘન (તમારી આકૃતિ અનન્ય છે ?)
   (b) 4 સેમી લંબાઈની ધારવાળો એક સમઘન.
   આ પુસ્તકને અંતે આઈસોમેટ્રિક શીટ જોડેલ છે. તમે તેના પર તમારો મિત્ર કહે તે માપના સમઘન અને લંબઘનની આકૃતિ બનાવો.

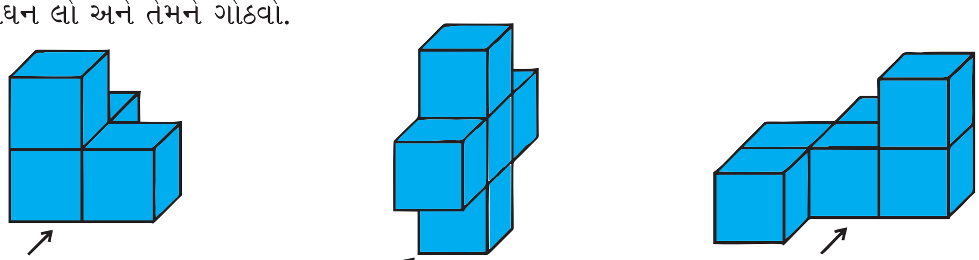
13.4.3 ઘન વસ્તુઓને જુઓ (Visualising Solid Object)

આટલું કરો



જ્યારે તમે કેટલાક સંયુક્ત આકારો જુઓ છો, ત્યારે તેમાંના કેટલાક તમારી નજરથી છુપાયેલા હોય છે.

તમારા નવરાશના સમયમાં કરી શકાય તેવી કેટલીક પ્રવૃત્તિઓ અહીં આપેલ છે, જે તમને કેટલીક ઘન વસ્તુઓ અને તે કેવી દેખાશે તે જોવામાં મદદરૂપ બનશે. આકૃતિ 13.16માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે કેટલાક સમઘન લો અને તેમને ગોઠવો.



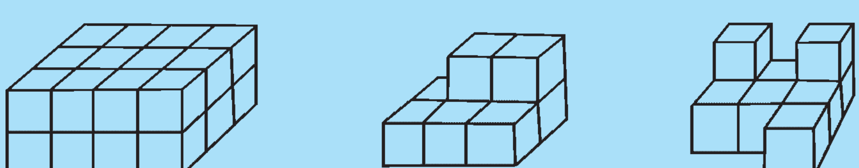
(i) (ii) (iii)

આકૃતિ 13.16

હવે તમારા મિત્રને આકૃતિમાં દર્શાવેલ તીરની નિશાની તરફથી જોઈ દરેકમાં કેટલા સમઘન ગોઠવેલા છે તેની ધારણા કરવા કહો.

પ્રયત્ન કરો

નીચેની ગોઠવણીઓમાં કેટલા સમઘન છે તેની ધારણા કરવાનો પ્રયત્ન કરો (આકૃતિ 13.17).

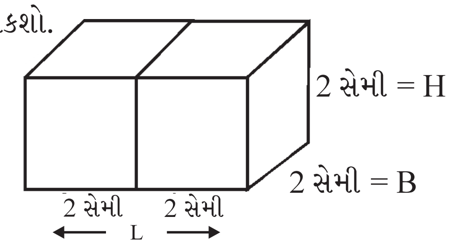


(i) (ii) (iii)

આકૃતિ 13.17

આવી રીતે જોવાની ટેવ ઉપયોગી છે. ધારો કે તમે આવા સમઘન જોડીને લંબઘન બનાવો છો તો તમે તેની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ વિશે અનુમાન કરી શકશો.

ઉદાહરણ 2 જો 2 સેમી × 2 સેમી × 2 સેમી માપવાળા બે સમઘન બાજુ-બાજુમાં ગોઠવવામાં આવે તો તેથી બનતાં લંબઘનનાં માપ કેટલાં હશે ?



આકૃતિ 13.18

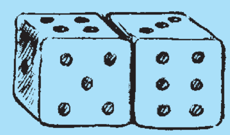
ઉકેલ બાજુની (આકૃતિ 13.18) પરથી તમે જોઈ શકો છો કે જ્યારે તમે આ રીતે બે સમઘનને પાસપાસે ગોઠવો છો ત્યારે માત્ર લંબાઈ જ વધે છે

2 + 2 = 4 સેમી થાય છે.

પહોળાઈ = 2 સેમી અને ઊંચાઈ = 2 સેમી.

પ્રયત્ન કરો

1. આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે બે પાસા બાજુ-બાજુમાં છે તમે કહી શકો કે દર્શાવેલ બાજુઓની વિરૂદ્ધ બાજુઓનો સરવાળો કેટલો થશે ? (i) (5 + 6) (ii) (4 + 3)
   (યાદ રાખો કે પાસામાં સામ સામેની બાજુ પર આવેલા અંકોનો સરવાળો 7 થાય છે.)
2. 2 સેમી બાજુ ધરાવતાં ત્રણ સમઘન પાસપાસે ગોઠવીને લંબઘન બનાવેલ છે. આની તિર્યક આકૃતિ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરો અને તેની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ શું હોઈ શકે તે કહો.



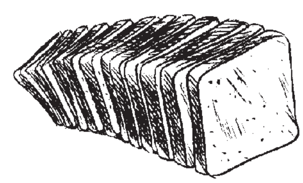
આકૃતિ 13.19

13.5 ઘનના જુદા-જુદા ભાગને જોવા (Viewing Different Sections of a Solid)

ચાલો હવે 3-D વસ્તુને જુદી જુદી રીતે જોઈએ.

13.5.1 વસ્તુને જોવાની એક રીત, કાપવું અથવા પાતળી કાતરી કરવી

કાતરી કરવી :



આકૃતિ 13.20

એક પાંઉ લો (આકૃતિ 13.20). તે ચોરસ ફલકવાળા લંબઘન આકારમાં છે. તમે ચપ્પુથી તેની પાતળી કાતરી કાપો.

તમે જ્યારે ઊભો કાપ મૂકશો, તમને આકૃતિ 13.20માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ઘણા ટુકડા (કાતરી) મળશે. દરેકની સપાટી ચોરસ છે ! આપણે આને આખી બ્રેડ(પાંઉ)નો **આડછેદ (cross-section)** કહીશું. અહીં આડછેદ લગભગ ચોરસ છે.

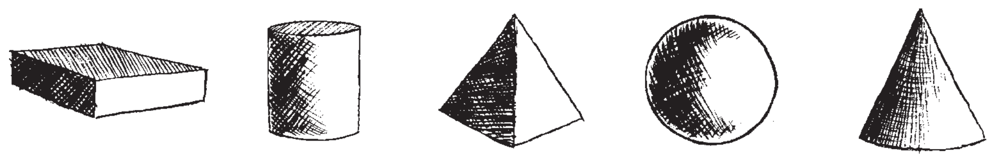
સાવધાન ! જો તમારો કાપ 'ઊભો' ન હોય તો તમને ભિન્ન આડછેદ મળે ! વિચારો. તમને મળતાં આડછેદની સીમારેખા, સમતલીય વક્ર છે. એ તમે નોંધ્યું ?

રસોડામાં રમત :

રસોડામાં રસોઈ કરવા માટે શાકભાજીને કાપવામાં આવે ત્યારે મળતાં આડછેદોની નોંધ લીધી છે ? અલગ અલગ ટુકડાઓનું અવલોકન કરો અને મળતાં આડછેદના આકારોથી પરિચિત થાઓ.

રમત રમો :

નીચેના ઘન આકારોના માટીના (અથવા પ્લાસ્ટિસાઈનના) નમૂનાઓ બનાવો અને તેને ઊભા અથવા આડા કાપો. તમને જે આડછેદ મળે તેની કાચી આકૃતિઓ દોરો. જ્યાં આપી શકાય ત્યાં તેમને નામ આપો.



આકૃતિ 13.21

સ્વાધ્યાય 13.3

1. નીચેની ઘન વસ્તુઓને તમે જો

   (i) ઊભી (ii) આડી

   કાપો તો કયા આડછેદ મળે છે ?

   (a) ઈંટ (b) ગોળ સફરજન (c) પાસો

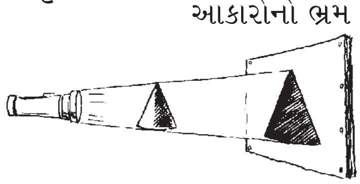
   (d) વર્તુળાકાર નળી (e) આઈસ્ક્રીમ કોન

13.5.2 બીજી રીત : પડછાયાની રીત

આકૃતિ 13.22

પડછાયાની રમત : (A Shadow Play)

ત્રિપરિમાણીય વસ્તુઓ દ્વિપરિમાણમાં કેવી દેખાય તે જોવા માટે પડછાયાનો સરસ ઉપયોગ થઈ શકે. તમે પડછાયાની રમત જોઈ છે ? ઘન આકૃતિઓના પડછાયા પડદા પર પાડીને હલનચલન કરતા આકારોનો ભ્રમ ઊભો કરી આનંદ લેવાની રમત છે. એમાં ગણિતના ખ્યાલોનો આડકતરો ઉપયોગ છે.



આકૃતિ 13.23

આ પ્રવૃત્તિ માટે તમને એક પ્રકાશનું ઉદ્ભવસ્થાન અને કેટલાક ઘન આકારો જોઈશે. (જો તમારી પાસે ઓવરહેડ પ્રોજેક્ટર હોય, તો તેની લાઈટની નીચે ઘન આકારો મૂકીને હવે તપાસો.)

એક શંકુની બરાબર સામે **બત્તી (torch light)** રાખો. તેનાથી પડદા પર કેવો પડછાયો પડે છે ? (આકૃતિ 13.23)

ઘન ત્રિપરિમાણીય છે તો પડછાયાનું પરિમાણ કેટલું છે ?

ઉપરની રમતમાં શંકુને બદલે સમઘન મૂકો તો કેવા પ્રકારનો પડછાયો મળશે ?

પ્રકાશનું ઉદ્ભવસ્થાન અને ઘન આકારની જગ્યાઓ આઘી-પાછી ખસેડીને પ્રયોગો કરો. આમ કરવાથી મળતા પડછાયાના આકાર અને કદમાં થતા ફેરફારોનો અભ્યાસ કરો.

આવો જ ગમ્મતભર્યો એક બીજો પ્રયોગ છે, જે કદાચ તમે કર્યો પણ હશે. સૂર્ય જ્યારે બરાબર માથા પર હોય ત્યારે બપોરે એક ચાનો કપ આકૃતિ 13.24 (i)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ખુલ્લામાં મૂકો. તમને કેવો પડછાયો મળે છે ?

(i)

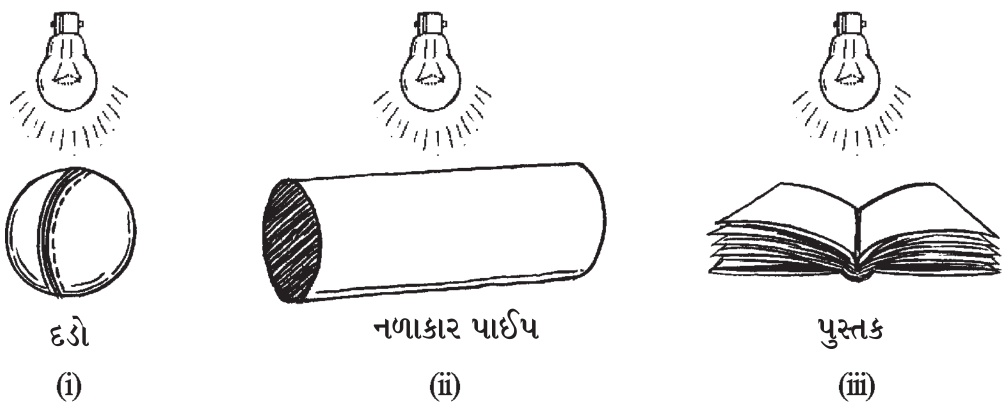
શું આ પડછાયો સરખો જ રહે છે ?

આકૃતિ 13.24 (i) - (iii)

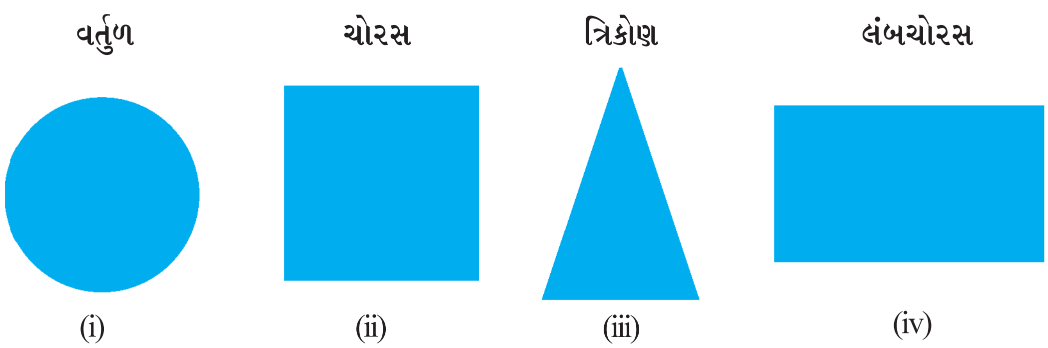
સૂર્યનું સ્થાન અને અવલોકનના સમયના સંદર્ભમાં પડછાયાનો અભ્યાસ કરો.

સ્વાધ્યાય 13.4

1. આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે નીચેના ઘન આકારોની ઉપર ઇલેક્ટ્રિક બલ્બ સળગાવવામાં આવે છે. દરેકના મળતા પડછાયાનું નામ આપો. પડછાયાની આકૃતિ દોરવાનો પ્રયત્ન કરો.
(તમે જવાબ આપતાં પહેલાં પ્રયોગ કરી શકો છો).



2. નીચે કેટલીક 3-D વસ્તુઓના ઓવરહેડ પ્રોજેક્ટરમાંથી નીકળતા પ્રકાશમાં મળતા પડછાયા આપ્યા છે. દરેકવસ્તુ કયા આકારની છે તે નક્કી કરો. (દરેકના એકથી વધુ ઉત્તરો હોઈ શકે !)



3. નીચેનાં વિધાનો ખરાં છે કે ખોટાં તે નક્કી કરો :

(i) સમઘનનો પડછાયો લંબચોરસ હોઈ શકે.

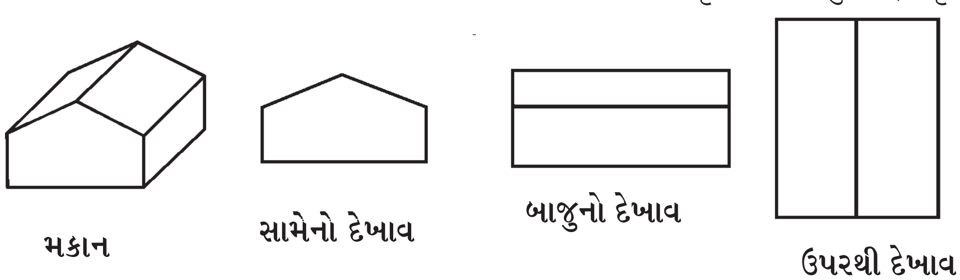
(ii) સમઘનનો પડછાયો ષટ્કોણ હોઈ શકે.

13.5.3 ત્રીજી રીત : વસ્તુને જુદા જુદા ખૂણાઓથી જોતાં જુદા જુદા દેખાવ મળે

કોઈ વ્યક્તિ એક વસ્તુને, તેની સામે ઊભી રહીને, તેની એક બાજુએ ઊભા રહીને કે તેને ઉપરની દિશામાંથી જોઈ શકે. દરેક વખતે તેને ભિન્ન દેખાવ જોવા મળશે (આકૃતિ 13.25).

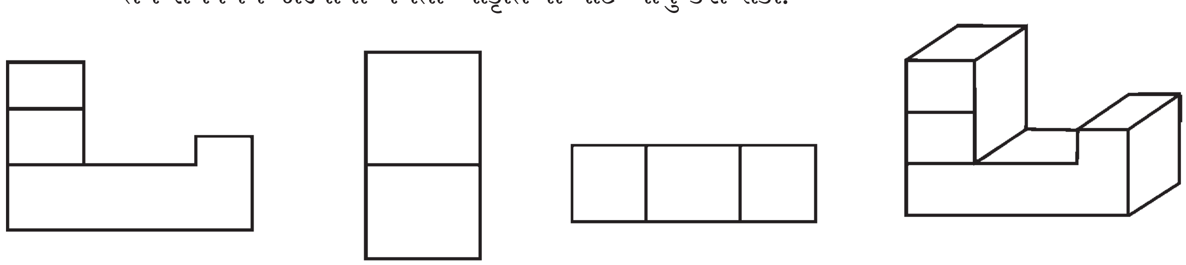
આકૃતિ 13.25

એક મકાનના કેવા ભિન્ન ભિન્ન દેખાવો જોવા મળે છે તે નીચેની આકૃતિમાં દર્શાવ્યું છે. (આકૃતિ 13.26)



આકૃતિ 13.26

તમે સમઘનને જોડવાથી મળતી આકૃતિઓ માટે આવું કરી શકો.

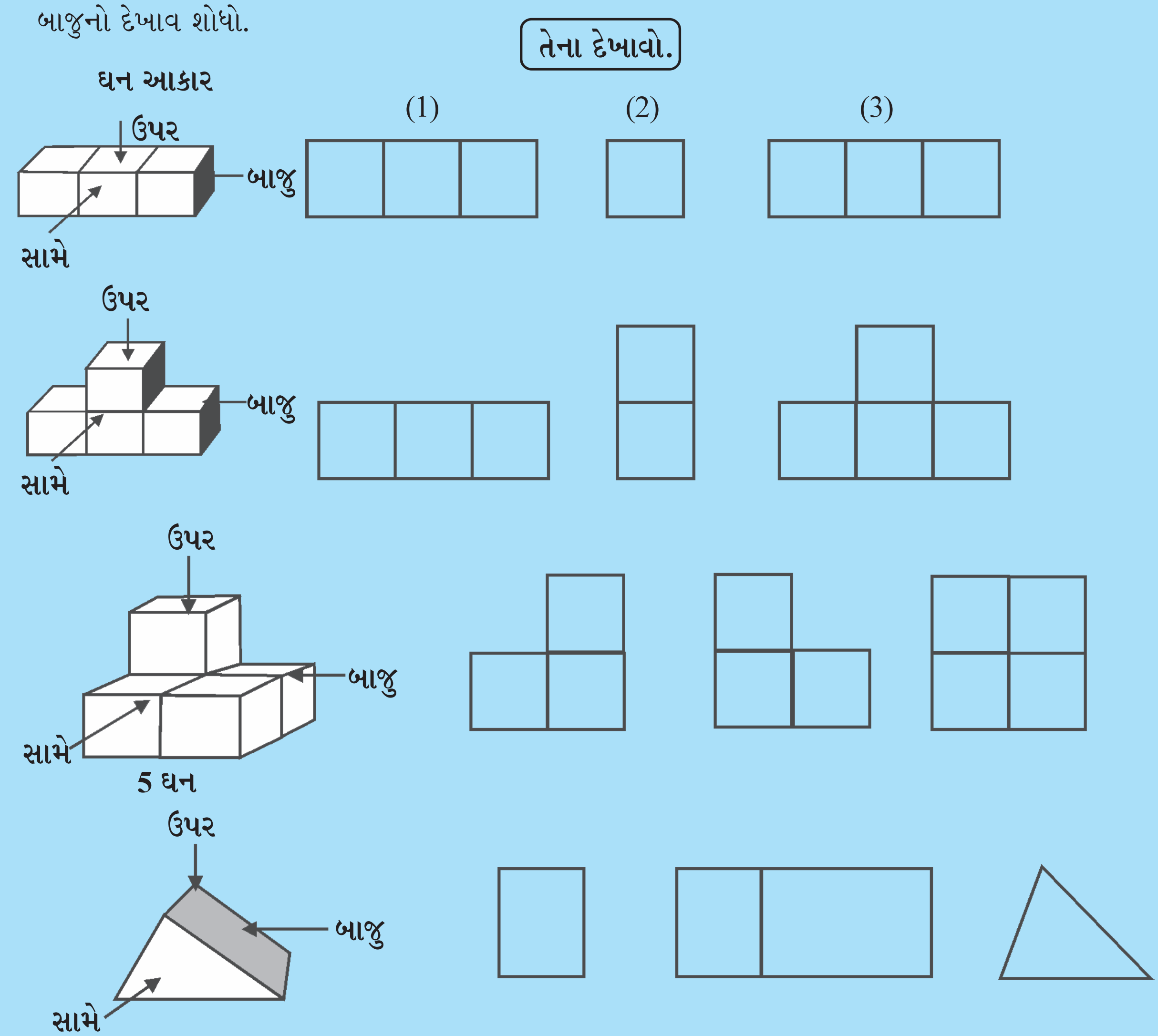


આકૃતિ 13.27

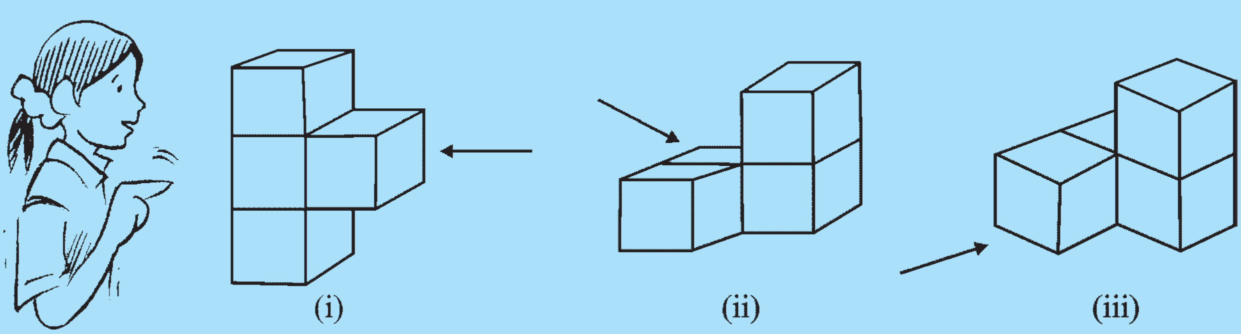
કેટલાક સમઘનને સાથે-સાથે મૂકીને પછી જુદી-જુદી બાજુએથી (જોઈને) આકૃતિઓ બનાવો.

પ્રયત્ન કરો

1. નીચે દરેક ઘન આકાર માટે (1), (2) અને (3)માં ત્રણ દેખાવો આપેલા છે. દરેકનો ઉપરનો, સામેનો અને બાજુનો દેખાવ શોધો.



2. દરેકમાં તીર વડે દર્શાવેલી દિશામાંથી જોતાં મળતાં દેખાવની આકૃતિ દોરો.



આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. વર્તુળ, ચોરસ, લંબચોરસ, ચતુષ્કોણ અને ત્રિકોણ એ **સમતલીય આકૃતિઓ**નાં ઉદાહરણ છે. સમઘન, લંબઘન, ગોલક, નળાકાર, શંકુ અને પિરામિડ એ **ઘન આકારો**નાં ઉદાહરણ છે.
2. સમતલીય આકૃતિઓ દ્વિપરિમાણીય (2-D) હોય અને ઘન આકારો ત્રિપરિમાણીય (3-D) હોય છે.
3. ઘન આકારના ખૂણાઓ, તેનાં શિરોબિંદુઓ કહેવાય છે. તેના માળખાને બનાવતા રેખાખંડોને ધાર અને તેની સમતલ સપાટીઓને ફલક કહેવાય છે.
4. રેખાકૃતિ એ ઘન આકારનું માળખું દર્શાવે છે, જેને વાળીને આકાર બનાવી શકાય છે. એક જ ઘન આકારની એકથી વધુ રેખાકૃતિઓ બની શકે.
5. ઘન આકારોને કાગળ જેવી સપાટી પર સાચા દેખાય તે રીતે દોરી શકાય. આપણે તેને 3-D આકારની 2-Dમાં મળતી આકૃતિ કહી શકીએ.
6. ઘન આકારની બે પ્રકારની રેખાકૃતિઓ શક્ય છે :
   (a) તિર્યક રેખાકૃતિ, જેમાં લંબાઈઓ પ્રમાણમાં નથી હોતી, છતાં ઘન આકારના અગત્યના **ગુણધર્મો** અને દેખાવ તેનાથી રજૂ થાય છે.
   (b) આઈસોમેટ્રિક આકૃતિ ટપકાંવાળા કાગળ પર દોરી શકાય છે, જેનો નમૂનો આ પુસ્તકને અંતે આપેલો છે. આવી આકૃતિમાં માપ સમપ્રમાણમાં હોય છે.
7. ઘન આકારોને જોવા એ એક ઉપયોગી આવડત છે. ઘન આકારના તેની પાછળની બાજુના ભાગને પણ તમે જોઈ શકતા હોવા જોઈએ.
8. ઘન આકારના ભિન્ન છેદને ઘણી રીતે જોઈ શકાય :
   (a) કાપીને અથવા પાતળી કાતરી કરીને, જેમાં ઘનનો આડછેદ મળે છે.
   (b) 3-D આકારના 2-D પડછાયાનું અવલોકન કરીને.
   (c) વસ્તુને અલગ-અલગ ખૂણેથી જોઈને જેમ કે **સામેનો દેખાવ**, **બાજુનો દેખાવ** અને **ઉપરનો દેખાવ** જોવાથી આકારની ઘણી બધી માહિતી મળી શકે.

જવાબો

સ્વાધ્યાય 1.1

1. આવી કોઈ જોડ હોઈ શકે :

(a) –10, 3 (b) –6, 4; (–6 –4 = –10) (c) –3, 3

2. આવી કોઈ જોડ હોઈ શકે :

(a) –2, –10; [–2 – (–10) = 8] (b) –6, 1

(c) –1, 2; (– 1 – 2 = – 3)

3. બંને ટીમનો સ્કોર સરખો છે, એટલે કે – 30; હા

4. (i) –5 (ii) 0 (iii) –17 (iv) –7 (v) –3

સ્વાધ્યાય 1.2

1. (a) –3 (b) –225 (c) 630 (d) 316 (e) 0

(f) 1320 (g) 162

3. (i) $-a$ (ii) (a) 22 (b) –37 (c) 0

4. $-1 \times 5 = -5, -1 \times 4 = -4 = -5 + 1, -1 \times 3 = -3 = -4 + 1,$

$-1 \times 2 = -2 = -3 + 1, -1 \times 1 = -1 = -2 + 1, -1 \times 0 = 0 = -1 + 1$

તેથી, $-1 \times (-1) = 0 + 1 = 1$

સ્વાધ્યાય 1.3

1. (a) –3 (b) –10 (c) 4 (d) –1

(e) –13 (f) 0 (g) 1 (h) –1 (i) 1

3. (a) 1 (b) 75 (c) –206 (d) –1

(e) –87 (f) –48 (g) –10 (h) –12

4. (–6, 2), (–12, 4), (12, –4), (9, –3) (–9, 3) (આ રીતે ઘણી જોડ હોઈ શકે.)

5. 9 p.m.; – 14° C **6.** (i) 8 (ii) 13 **7.** 1 કલાક

સ્વાધ્યાય 2.1

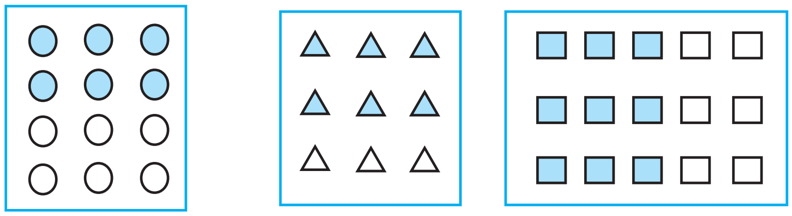
1. (i) (d) (ii) (b) (iii) (a) (iv) (c)

2. (i) (c) (ii) (a) (iii) (b)

3. (i) $4\frac{1}{5}$ (ii) $1\frac{1}{3}$ (iii) $1\frac{5}{7}$ (iv) $1\frac{1}{9}$ (v) $2\frac{2}{3}$

(vi) 15 (vii) $6\frac{2}{7}$ (viii) 16 (ix) $4\frac{1}{3}$ (x) 9

4. એક આ રીતે થઈ શકે :



(i) (ii) (iii)

5. (a) (i) 12 (ii) 23 (b) (i) 12 (ii) 18 (c) (i) 12 (ii) 27 (d) (i) 16 (ii) 28

6. (a) $15\frac{3}{5}$ (b) $33\frac{3}{4}$ (c) $15\frac{3}{4}$ (d) $25\frac{1}{3}$

(e) $19\frac{1}{2}$ (f) $27\frac{1}{5}$

7. (a) (i) $1\frac{3}{8}$ (ii) $2\frac{1}{9}$ (b) (i) $2\frac{19}{48}$ (ii) $6\frac{1}{24}$ **8.** (1) 2 લિટર (ii) $\frac{3}{5}$

સ્વાધ્યાય 2.2

1. (i) (a) $\frac{1}{16}$ (b) $\frac{3}{20}$ (c) $\frac{1}{3}$ (ii) (a) $\frac{2}{63}$ (b) $\frac{6}{35}$ (c) $\frac{3}{70}$

2. (i) $1\frac{7}{9}$ (ii) $\frac{2}{9}$ (iii) $\frac{9}{16}$ (iv) $1\frac{2}{25}$

(v) $\frac{5}{8}$ (vi) $1\frac{13}{20}$ (vii) $1\frac{13}{35}$

3. (i) $2\frac{1}{10}$ (ii) $4\frac{44}{45}$ (iii) 8 (iv) $2\frac{1}{42}$

(v) $1\frac{33}{35}$ (vi) $7\frac{4}{5}$ (vii) $2\frac{1}{7}$

4. (i) $\frac{5}{8}$ના $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{6}{7}$ના $\frac{1}{2}$ **5.** $2\frac{1}{4}$ મી **6.** $10\frac{1}{2}$ કલાક **7.** 44 કિમી

8. (a) (i) $\frac{5}{10}$ (ii) $\frac{1}{2}$ (b) (i) $\frac{8}{15}$ (ii) $\frac{8}{15}$

સ્વાધ્યાય 2.3

1. (i) 16 (ii) $\frac{84}{5}$ (iii) $\frac{24}{7}$ (iv) $\frac{3}{2}$ (v) $\frac{9}{7}$ (vi) $\frac{7}{5}$

2. (i) $\frac{7}{3}$ (અશુદ્ધ અપૂર્ણાંક) (ii) $\frac{8}{5}$ (અશુદ્ધ અપૂર્ણાંક) (iii) $\frac{7}{9}$ (શુદ્ધ અપૂર્ણાંક)

(iv) $\frac{5}{6}$ (શુદ્ધ અપૂર્ણાંક) (v) $\frac{7}{12}$ (શુદ્ધ અપૂર્ણાંક) (vi) 8 (પૂર્ણ સંખ્યા) (vii) 11 (પૂર્ણ સંખ્યા)

3. (i) $\frac{7}{6}$ (ii) $\frac{4}{45}$ (iii) $\frac{6}{91}$ (iv) $\frac{13}{9}$ (v) $\frac{7}{8}$ (vi) $\frac{31}{49}$

4. (i) $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{3}{8}$ (iv) $\frac{35}{9}$ (v) $\frac{21}{16}$ (vi) $\frac{4}{15}$

(vii) $\frac{48}{25}$ (viii) $\frac{11}{6}$

સ્વાધ્યાય 2.4

1. (i) 1.2 (ii) 36.8 (iii) 13.55 (iv) 80.4 (v) 0.35 (vi) 844.08
(vii) 1.72

2. 17.1 ચોસેમી

3. (i) 13 (ii) 368 (iii) 1537 (iv) 1680.7 (v) 3110 (vi) 15610
(vii) 362 (viii) 4307 (ix) 5 (x) 0.8 (xi) 90 (xii) 30

4. 553 કિમી

5. (i) 0.75 (ii) 5.17 (iii) 63.36 (iv) 4.03 (v) 0.025 (vi) 1.68
(vii) 0.0214 (viii) 10.5525 (ix) 1.0101 (x) 110.011

સ્વાધ્યાય 2.5

1. (i) 0.2 (ii) 0.07 (iii) 0.62 (iv) 10.9 (v) 162.8 (vi) 2.07
(vii) 0.99 (viii) 0.16

2. (i) 0.48 (ii) 5.25 (iii) 0.07 (iv) 3.31 (v) 27.223 (vi) 0.056
(vii) 0.397

3. (i) 0.027 (ii) 0.003 (iii) 0.0078 (iv) 4.326 (v) 0.236 (vi) 0.9853

4. (i) 0.0079 (ii) 0.0263 (iii) 0.03853 (iv) 0.1289 (v) 0.0005

5. (i) 2 (ii) 180 (iii) 6.5 (iv) 44.2 (v) 2 (vi) 31
(vii) 510 (viii) 27 (ix) 2.1

6. 18 કિમી

સ્વાધ્યાય 3.1

2.

ગુણ	આવૃત્તિ ચિહ્ન	આવૃત્તિ
1	ǀ	1
2	ǀǀ	2
3	ǀ	1
4	ǀǀǀ	3
5	卌	5
6	ǀǀǀǀ	4
7	ǀǀ	2
8	ǀ	1
9	ǀ	1

(i) 9 (ii) 1 (iii) 8 (iv) 5

3. 2 **4.** 50 **5.** (i) 12.5 (ii) 3, ખેલાડી c ત્રણ જ રમત રમેલ છે (iii) $\frac{0+8+6+4}{4} = \frac{18}{4}$ અથવા $\frac{9}{2}$ (iv)A

6. (i) સૌથી વધુ ગુણ = 95, સૌથી ઓછા ગુણ = 39 (ii) 56 (iii) 73 **7.** 2058

8. (i) 20.5 મિમી (ii) 5.9 મિમી (iii) 5 દિવસ

9. (i) 151 સેમી (ii) 128 સેમી (iii) 23 સેમી (iv) 141.4 સેમી (v) 5

સ્વાધ્યાય 3.2

1. બહુલક = 20, મધ્યસ્થ, = 20, હા **2.** સરાસરી = 39, બહુલક = 15, મધ્યસ્થ = 15, ના

3. (i) બહુલક 38, 43; મધ્યસ્થ 40 (ii) હા, તેમાં બે બહુલક છે.

4. બહુલક = 14; મધ્યસ્થ = 14

5. (i) ખરું (ii) ખોટું (iii) ખરું (iv) ખોટું

સ્વાધ્યાય 3.3

1. (a) બિલાડી (b) 8

4. (i) ગણિત (ii) સામાજિક વિજ્ઞાન (iii) હિન્દી

5. (ii) ક્રિકેટ (iii) રમત નિહાળે છે.

6. (i) જમ્મુ (ii) જમ્મુ, બૅંગ્લુરુ (iii) બૅંગ્લુરુ અને જયપુર અથવા બૅંગ્લુરુ અને અમદાવાદ (iv) મુંબઈ

સ્વાધ્યાય 4.1

1. (i) ના (ii) ના (iii) હા (iv) ના (v) હા (vi) ના
(vii) હા (viii) ના (ix) ના (x) ના (xi) હા

2. (a) ના (b) ના (c) હા (d) ના (e) ના (f) ના

3. (i) $p = 3$ (ii) $m = 6$

4. (i) $x + 4 = 9$ (ii) $y - 2 = 8$ (iii) $10a = 70$ (iv) $\frac{b}{5} = 6$

(v) $\frac{3t}{4} = 15$ (vi) $7m + 7 = 77$ (vii) $\frac{x}{4} - 4 = 4$ (viii) $6y - 6 = 60$

(ix) $\frac{z}{3} + 3 = 30$

5. (i) p અને 4નો સરવાળો 15 છે. (ii) mમાંથી 7 બાદ કરતાં 3 મળે.

(iii) m ના બે ગણા 7 છે. (iv) કોઈ સંખ્યા mનો 5મો ભાગ 3 છે.

(v) કોઈ સંખ્યા m નો $\frac{3}{5}$મો ભાગ 6 છે. (vi) p ના ત્રણ ગણામાં 4 ઉમેરતાં 25 મળે.

(vii) કોઈ સંખ્યા pના ચાર ગણામાંથી 2 બાદ કરતાં 18 મળે.

(viii) કોઈ સંખ્યા pના અડધા ભાગમાં 2 ઉમેરતાં 8 મળે.

6. (i) $5m + 7 = 37$ (ii) $3y + 4 = 49$ (iii) $2l + 7 = 87$ (iv) $4b = 180°$

સ્વાધ્યાય 4.2

1. (a) બંને બાજુ 1 ઉમેરતાં; $x = 1$ (b) બંને બાજુમાંથી 1 બાદ કરતાં; $x = -1$
   (c) બંને બાજુ 1 ઉમેરતાં; $x = 6$ (d) બંને બાજુમાંથી 6 બાદ કરતાં; $x = -4$
   (e) બંને બાજુ 4 ઉમેરતાં; $y = -3$ (f) બંને બાજુ 4 ઉમેરતાં; $y = 8$
   (g) બંને બાજુમાંથી 4 બાદ કરતાં; $y = 0$ (h) બંને બાજુમાંથી 4 બાદ કરતાં; $y = -8$
2. (a) બંને બાજુને 3 વડે ભાગતાં; $l = 14$ (b) બંને બાજુને 2 વડે ગુણતાં; $b = 12$
   (c) બંને બાજુને 7 વડે ગુણતાં; $p = 28$ (d) બંને બાજુને 4 વડે ભાગતાં; $x = \frac{25}{4}$
   (e) બંને બાજુને 8 વડે ભાગતાં; $y = \frac{36}{8}$ $\left(\text{અથવા} = \frac{9}{2}\right)$ (f) બંને બાજુને 3 વડે ગુણતાં; $z = \frac{15}{4}$
   (g) બંને બાજુને 5 વડે ગુણતાં; $a = \frac{7}{3}$ (h) બંને બાજુને 20 વડે ભાગતાં; $t = -\frac{1}{2}$
3. (a) પગલું 1 : બંને બાજુ 2 ઉમેરો
   પગલું 2 : બંને બાજુને 3 વડે ભાગતાં; $n = 16$
   (b) પગલું 1 : બંને બાજુમાંથી 7 બાદ કરતાં
   પગલું 2 : બંને બાજુને 5 વડે ભાગતાં; $m = 2$
   (c) પગલું 1 : બંને બાજુને 3 વડે ગુણતાં
   પગલું 2 : બંને બાજુને 20 વડે ભાગતાં $p = 6$
   (d) પગલું 1 : બંને બાજુને 10 વડે ગુણતાં
   પગલું 2 : બંને બાજુએ 3 વડે ભાગતાં; $p = 20$
4. (a) $p = 10$ (b) $p = 9$ (c) $p = 20$ (d) $p = -15$ (e) $p = 8$ (f) $s = -3$
   (g) $s = -4$ (h) $s = 0$ (i) $q = 3$ (j) $q = 3$ (k) $q = -3$ (l) $q = 3$

સ્વાધ્યાય 4.3

1. (a) $8x + 4 = 60; x = 7$ (b) $\frac{x}{5} - 4 = 3; x = 35$ (c) $\frac{3}{4}y + 3 = 21; y = 24$
   (d) $2m - 11 = 15; m = 13$ (e) $50 - 3x = 8; x = 14$ (f) $\frac{x+19}{5} = 8; x = 21$
   (g) $\frac{5n}{2} - 7 = 23; n = 12$
2. (a) સૌથી ઓછો સ્કોર = 40 (b) દરેક 70° (c) સચિન 132 રન, રાહુલ 66 રન
3. (i) 6 (ii) 15 વર્ષ (iii) 25
4. 30

સ્વાધ્યાય 5.1

1. (i) 70° (ii) 27° (iii) 33°
2. (i) 75° (ii) 93° (iii) 26°
3. (i) પૂરકકોણ (ii) કોટિકોણ (iii) પૂરકકોણ
   (iv) પૂરકકોણ (v) કોટિકોણ (vi) કોટિકોણ
4. 45°
5. 90°
6. $\angle 1$માં થતાં ઘટાડા જેટલા જ માપનો વધારો $\angle 2$માં થશે.
7. (i) ના (ii) ના (iii) હા
8. 45° કરતાં ઓછા
9. (i) 90° (ii) 180° (iii) રૈખિક જોડ

10. (i) ∠AOD, ∠BOC (ii) ∠EOA, ∠AOB (iii) ∠EOB, ∠EOD

(iv) ∠EOA, ∠EOC, વગેરે (v) ∠AOB, ∠AOE; ∠AOE, ∠EOD; ∠EOD, ∠COD

સ્વાધ્યાય 5.2

1. (i) અનુકોણ (ii) અંતઃયુગ્મકોણ

(iii) છેદિકાની એક જ બાજુએ આવેલા અંતઃકોણો જે પૂરકકોણની જોડ બનાવે છે.

2. (i) ∠1, ∠5; ∠2, ∠6; ∠3, ∠7; ∠4, ∠8 (ii) ∠2, ∠8; ∠3, ∠5

(iii) ∠2, ∠5; ∠3, ∠8 (iv) ∠1, ∠3; ∠2, ∠4; ∠5, ∠7; ∠6, ∠8

3. $a = 55°$; $b = 125°$; $c = 55°$; $d = 125°$; $e = 55°$; $f = 55°$;

4. (i) $x = 70°$ (ii) $x = 100°$

5. (i) ∠DGC = 70° (ii) ∠DEF = 70°

6. (i) l એ mને સમાંતર નથી. (ii) l એ mને સમાંતર નથી.

(iii) l એ mને સમાંતર છે. (iv) l એ mને સમાંતર નથી.

સ્વાધ્યાય 6.1

1. વેધ, મધ્યગા, ના

સ્વાધ્યાય 6.2

1. (i) 120° (ii) 110° (iii) 70° (iv) 120° (v) 100° (vi) 90°

2. (i) 65° (ii) 30° (iii) 35° (iv) 60° (v) 50° (vi) 40°

સ્વાધ્યાય 6.3

1. (i) 70° (ii) 60° (iii) 40° (iv) 65° (v) 60° (vi) 30°

2. (i) $x = 70°, y = 60°$ (ii) $x = 50°, y = 80°$ (iii) $x = 110°, y = 70°$

(iv) $x = 60°, y = 90°$ (v) $x = 45°, y = 90°$ (vi) $x = 60°, y = 60°$

સ્વાધ્યાય 6.4

1. (i) અશક્ય (ii) શક્ય (iii) અશક્ય

2. (i) હા (ii) હા (iii) હા **3.** હા **4.** હા **5.** હા

6. 3 અને 27 વચ્ચે

સ્વાધ્યાય 6.5

1. 26 સેમી **2.** 24 સેમી **3.** 9 મી **4.** (i) અને (iii) **5.** 18 મી **6.** (ii)

7. 98 સેમી **8.** 68 સેમી

સ્વાધ્યાય 7.1

1. (a) 12.5% (b) 125% (c) 7.5% (d) $28\frac{4}{7}\%$
2. (a) 65% (b) 210% (c) 2% (d) 1235%
3. (i) $\frac{1}{4};25\%$ (ii) $\frac{3}{5};60\%$ (iii) $\frac{3}{8};37.5\%$
4. (a) 37.5 (b) $\frac{3}{5}$ મિનિટ અથવા 36 સેકન્ડ (c) ₹ 500 (d) 0.75 કિગ્રા અથવા 750 ગ્રામ
5. (a) 12000 (b) ₹ 9,000 (c) 1250 કિમી (d) 20 મિનિટ (e) 500 લિટર
6. (a) 0.25; $\frac{1}{4}$ (b) 1.5; $\frac{3}{2}$ (c) 0.2; $\frac{1}{5}$ (d) 0.05; $\frac{1}{20}$ **7.** 30%
8. 40%; 6000 **9.** ₹ 40000 **10.** 5 મેચ

સ્વાધ્યાય 7.2

1. (a) નફો = ₹ 75, નફો = 30% (b) નફો = ₹ 1500, નફો = 12.5%
   (c) નફો = ₹ 500, નફો = 20% (d) ખોટ = ₹ 100, ખોટ = 40%
2. (a) 75%, 25% (b) 20%, 30%, 50 % (c) 20%, 80% (d) 12.50%, 25%, 62.5%

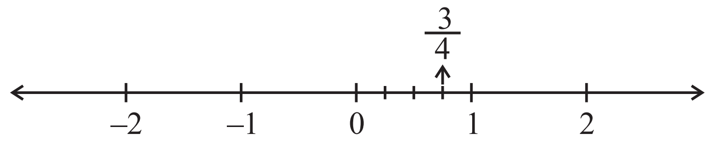
3. 2% **4.** $5\frac{5}{7}\%$ **5.** ₹ 12,000 **6.** ₹ 16,875

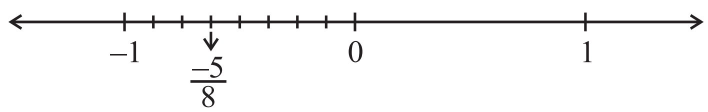
7. (i) 12% (ii) 25 ગ્રામ **8.** ₹ 233.75 **9.** (a) ₹ 1,632 (b) ₹ 8,625

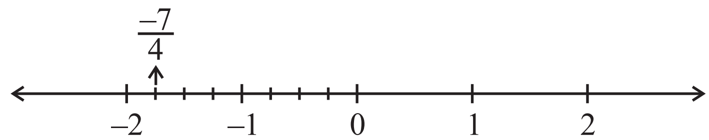
10. 0.25% **11.** ₹ 500

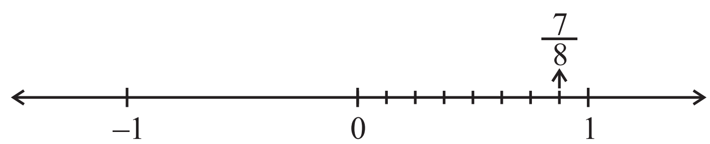
સ્વાધ્યાય 8.1

1. (i) $\frac{-2}{3}, \frac{-1}{2}, \frac{-2}{5}, \frac{-1}{3}, \frac{-2}{7}$ (ii) $\frac{-3}{2}, \frac{-5}{3}, \frac{-8}{5}, \frac{-10}{7}, \frac{-9}{5}$
   (iii) $\frac{-35}{45}\left(=\frac{-7}{9}\right), \frac{-34}{45}, \frac{-33}{45}\left(=\frac{-11}{15}\right), \frac{-32}{45}, \frac{-31}{45}$ (iv) $\frac{-1}{3}, \frac{-1}{4}, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$
2. (i) $\frac{-15}{25}, \frac{-18}{30}, \frac{-21}{35}, \frac{-24}{40}$ (ii) $\frac{-4}{16}, \frac{-5}{20}, \frac{-6}{24}, \frac{-7}{28}$
   (iii) $\frac{5}{-30}, \frac{6}{-36}, \frac{7}{-42}, \frac{8}{-48}$ (iv) $\frac{8}{-12}, \frac{10}{-15}, \frac{12}{-18}, \frac{14}{-21}$
3. (i) $\frac{-4}{14}, \frac{-6}{21}, \frac{-8}{28}, \frac{-10}{35}$ (ii) $\frac{10}{-6}, \frac{15}{-9}, \frac{20}{-12}, \frac{25}{-15}$
   (iii) $\frac{8}{18}, \frac{12}{27}, \frac{16}{36}, \frac{28}{63}$

4. (i) 

(ii) 

(iii) 

(iv) 

5. P એ $\frac{7}{3}$ દર્શાવે છે. Q એ $\frac{8}{3}$ દર્શાવે છે. R એ $\frac{-4}{3}$ દર્શાવે છે. S એ $\frac{-5}{3}$ દર્શાવે છે.

6. (ii), (iii), (v)

7. (i) $\frac{-4}{3}$ (ii) $\frac{5}{9}$ (iii) $\frac{-11}{18}$ (iv) $\frac{-4}{5}$

8. (i) $<$ (ii) $<$ (iii) $=$ (iv) $>$ (v) $<$ (vi) $=$ (vii) $>$

9. (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-5}{6}$ (iii) $\frac{-2}{3}$ (iv) $\frac{1}{4}$ (v) $-3\frac{2}{7}$

10. (i) $\frac{-3}{5}, \frac{-2}{5}, \frac{-1}{5}$ (ii) $\frac{-4}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{-2}{9}$ (iii) $\frac{-3}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{-3}{7}$

સ્વાધ્યાય 8.2

1. (i) $\frac{-3}{2}$ (ii) $\frac{34}{15}$ (iii) $\frac{17}{30}$ (iv) $\frac{82}{99}$

(v) $\frac{-26}{57}$ (vi) $\frac{-2}{3}$ (vii) $\frac{34}{15}$

2. (i) $\frac{-13}{72}$ (ii) $\frac{23}{63}$ (iii) $\frac{1}{195}$ (iv) $\frac{-89}{88}$ (v) $\frac{-73}{9}$

3. (i) $\frac{-63}{8}$ (ii) $\frac{-27}{10}$ (iii) $\frac{-54}{55}$ (iv) $\frac{-6}{35}$ (v) $\frac{6}{55}$ (vi) 1

4. (i) –6 (ii) $\frac{-3}{10}$ (iii) $\frac{4}{15}$ (iv) $\frac{-1}{6}$ (v) $\frac{-14}{13}$

(vi) $\frac{91}{24}$ (vii) $\frac{-15}{4}$

સ્વાધ્યાય 9.1

1. (a) 28 ચોસેમી (b) 15 ચોસેમી (c) 8.75 ચોસેમી (d) 24 ચોસેમી (e) 8.8 ચોસેમી
2. (a) 6 ચોસેમી (b) 8 ચોસેમી (c) 6 ચોસેમી (d) 3 ચોસેમી
3. (a) 12.3 સેમી (b) 10.3 સેમી (c) 5.8 સેમી (d) 1.05 સેમી
4. (a) 11.6 સેમી (b) 80 મિમી (c) 15.5 સેમી
5. (a) 91.2 ચોસેમી (b) 11.4 સેમી
6. BMની લંબાઈ = 30 સેમી, DLની લંબાઈ = 42 સેમી
7. ΔABCનું ક્ષેત્રફળ = 30 ચોસેમી, ADની લંબાઈ = $\frac{60}{13}$ સેમી
8. ΔABCનું ક્ષેત્રફળ = 27 ચોસેમી, CEની લંબાઈ = 7.2 સેમી

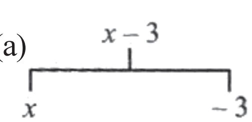
સ્વાધ્યાય 9.2

1. (a) 88 સેમી (b) 176 મિમી (c) 132 સેમી
2. (a) 616 ચોમિમી (b) 1886.5 ચોમી (c) $\frac{550}{7}$ ચોસેમી
3. 24.5 મી; 1886.5 ચોમી
4. 132 મી; ₹ 528
5. 21.98 ચોસેમી
6. 4.71 મી; ₹ 70.65
7. 25.7 સેમી
8. ₹ 30.14 (લગભગ)
9. 7 સેમી; 154 ચોસેમી, 11 સેમી વર્તુળ
10. 536 ચોસેમી
11. 23.44 ચોસેમી
12. 5 સેમી; 78.5 ચોસેમી
13. 879.20 ચોમી
14. હા
15. 119.32 મી; 56.52 મી
16. 200 વખત
17. 94.2 સેમી

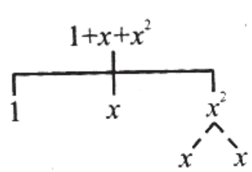
સ્વાધ્યાય 10.1

1. (i) $y-z$ (ii) $\frac{1}{2}(x+y)$ (iii) z^2 (iv) $\frac{1}{4}pq$ (v) x^2+y^2 (vi) $5+3mn$
   (vii) $10-yz$ (viii) $ab-(a+b)$

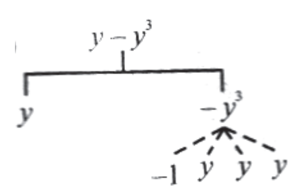
2. (i) (a)



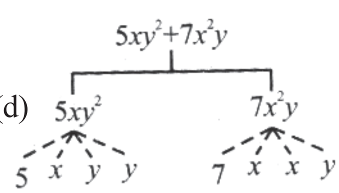
(b)



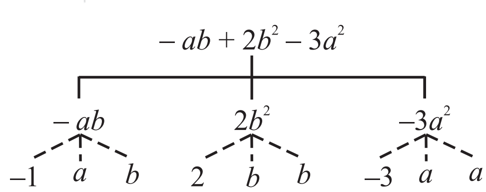
(c)



(d)



(e)



(ii)

	પદાવલી	પદ	અવયવ
(a)	$-4x + 5$	$-4x$ 5	$-4, x$ 5
(b)	$-4x + 5y$	$-4x$ $5y$	$-4, x$ $5, y$
(c)	$5y + 3y^2$	$5y$ $3y^2$	$5, y$ $3, y, y$
(d)	$xy + 2x^2y^2$	xy $2x^2y^2$	x, y $2, x, x, y, y$
(e)	$pq + q$	pq q	p, q q
(f)	$1.2ab - 2.4b + 3.6a$	$1.2ab$ $-2.4b$ $3.6a$	$1.2, a, b$ $-2.4, b$ $3.6, a$
(g)	$\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}x, \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}, x, \frac{1}{4}$
(h)	$0.1p^2 + 0.2q^2$	$0.1p^2$ $0.2q^2$	$0.1, p, p$ $0.2, q, q$

3.

	પદાવલી	પદ	સહગુણક
(i)	$5 - 3t^2$	$-3t^2$	-3
(ii)	$1 + t + t^2 + t^3$	t t^2 t^3	1 1 1
(iii)	$x + 2xy + 3y$	x $2xy$ $3y$	1 2 3
(iv)	$100m + 1000n$	$100m$ $1000n$	100 1000
(v)	$-p^2q^2 + 7pq$	$-p^2q^2$ $7pq$	-1 7
(vi)	$1.2a + 0.8b$	$1.2a$ $0.8b$	1.2 0.8
(vii)	$3.14r^2$	$3.14r^2$	3.14
(viii)	$2(l + b)$	$2l$ $2b$	2 2
(ix)	$0.1y + 0.01y^2$	$0.1y$ $0.01y^2$	0.1 0.01

4. (a)

	અભિવ્યક્તિ	x સાથેનું પદ	xનો સહગુણક
(i)	$y^2x + y$	y^2x	y^2
(ii)	$13y^2 - 8yx$	$-8yx$	$-8y$
(iii)	$x + y + 2$	x	1
(iv)	$5 + z + zx$	zx	z
(v)	$1 + x + xy$	x xy	1 y
(vi)	$12xy^2 + 25$	$12xy^2$	$12y^2$
(vii)	$7 + xy^2$	xy^2	y^2

(b)

	અભિવ્યક્તિ	y^2 સાથેનું પદ	y^2નો સહગુણક
(i)	$8 - xy^2$	$-xy^2$	$-x$
(ii)	$5y^2 + 7x$	$5y^2$	5
(iii)	$2x^2y - 15xy^2 + 7y^2$	$-15xy^2$ $7y^2$	$-15x$ 7

5. (i) દ્વિપદી (ii) એકપદી (iii) ત્રિપદી (iv) એકપદી
(v) ત્રિપદી (vi) દ્વિપદી (vii) દ્વિપદી (viii) એકપદી
(ix) ત્રિપદી (x) દ્વિપદી (xi) દ્વિપદી (xii) ત્રિપદી

6. (i) સજાતીય (ii) સજાતીય (iii) વિજાતીય (iv) સજાતીય (v) વિજાતીય (vi) વિજાતીય

7. (a) $-xy^2$, $2xy^2$, $-4yx^2$, $20x^2y$; $8x^2$, $-11x^2$, $-6x^2$; $7y$, y; $-100x$, $3x$; $-11yx$, $2xy$.
(b) $10pq$, $-7qp$, $78qp$, $7p$, $2405p$; $8q$, $-100q$; $-p^2q^2$, $12q^2p^2$; -23, 41; $-5p^2$, $701p^2$; $13p^2q$, qp^2.

સ્વાધ્યાય 10.2

1. (i) 0 (ii) 1 (iii) –1 (iv) 1 (v) 1
2. (i) –1 (ii) –13 (iii) 3 **3.** (i) –9 (ii) 3 (iii) 0 (iv) 1
4. (i) 8 (ii) 4 (iii) 0 **5.** (i) –2 (ii) 2 (iii) 0 (iv) 2
6. (i) $5x - 13; -3$ (ii) $8x - 1; 15$ (iii) $11x - 10; 12$ (iv) $11x + 7; 29$
7. (i) $2x + 4; 10$ (ii) $-4x + 6; -6$ (iii) $-5a + 6; 11$ (iv) $-8b + 6; 22$
(v) $3a - 2b - 9; -8$
8. (i) 1000 (ii) 20 **9.** –5 **10.** $2a^2 + ab + 3; 38$

સ્વાધ્યાય 11.1

1. (i) 64 (ii) 729 (iii) 121 (iv) 625
2. (i) 6^4 (ii) t^2 (iii) b^4 (iv) $5^2 \times 7^3$ (v) $2^2 \times a^2$ (vi) $a^3 \times c^4 \times d$
3. (i) 2^9 (ii) 7^3 (iii) 3^6 (iv) 5^5
4. (i) 3^4 (ii) 3^5 (iii) 2^8 (iv) 2^{100} (v) 2^{10}
5. (i) $2^3 \times 3^4$ (ii) 5×3^4 (iii) $2^2 \times 3^3 \times 5$ (iv) $2^4 \times 3^2 \times 5^2$
6. (i) 2000 (ii) 196 (iii) 40 (iv) 768 (v) 0
(iv) 675 (vii) 144 (viii) 90000
7. (i) –64 (ii) 24 (iii) 225 (iv) 8000
8. (i) $2.7 \times 10^{12} > 1.5 \times 10^8$ (ii) $4 \times 10^{14} < 3 \times 10^{17}$

સ્વાધ્યાય 11.2

1. (i) 3^{14} (ii) 6^5 (iii) a^5 (iv) 7^{x+2} (v) 5^3 (vi) $(10)^5$
(vii) $(ab)^4$ (viii) 3^{12} (ix) 2^8 (x) 8^{t-2}
2. (i) 3^3 (ii) 5^3 (iii) 5^5 (iv) 7×11^5 (v) 3^0 અથવા 1 (vi) 3
(vii) 1 (viii) 2 (ix) $(2a)^2$ (x) a^{10} (xi) a^3b (xii) 2^8

3. (i) ખોટું; $10 \times 10^{11} = 10^{12}$ અને $(100)^{11} = 10^{22}$ (ii) ખોટું; $2^3 = 8, 5^2 = 25$

(iii) ખોટું; $6^5 = 2^5 \times 3^5$ (iv) સાચું $3^0 = 1, (1000)^0 = 1$

4. (i) $2^8 \times 3^4$ (ii) $2 \times 3^3 \times 5$ (iii) $3^6 \times 2^6$ (iv) $2^8 \times 3$ **5.** (i) 98 (ii) $\frac{5t^4}{8}$ (iii) 1

સ્વાધ્યાય 11.3

1. $279404 = 2 \times 10^5 + 7 \times 10^4 + 9 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 4 \times 10^0$

$3006194 = 3 \times 10^6 + 0 \times 10^5 + 0 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 4 \times 10^0$

$2806196 = 2 \times 10^6 + 8 \times 10^5 + 0 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 6 \times 10^0$

$120719 = 1 \times 10^5 + 2 \times 10^4 + 0 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0$

$20068 = 2 \times 10^4 + 0 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 8 \times 10^0$

2. (a) 86045 (b) 405302 (c) 30705 (d) 900230

3. (i) 5×10^7 (ii) 7×10^6 (iii) 3.1865×10^9 (iv) 3.90878×10^5

(v) 3.90878×10^4 (vi) 3.90878×10^3

4. (a) 3.84×10^8 મીટર (b) 3×10^8 મી/સે (c) 1.2756×10^7 મી

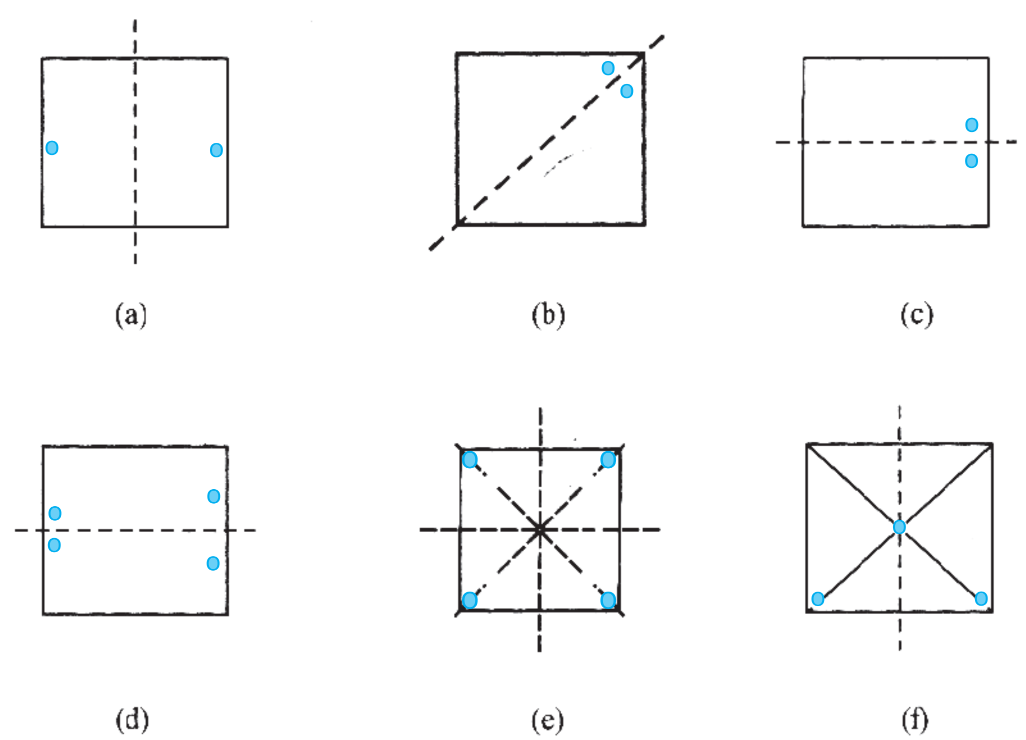
(d) 1.4×10^9 મી (e) 1×10^{11} તારા (f) 1.2×10^{10} વર્ષ

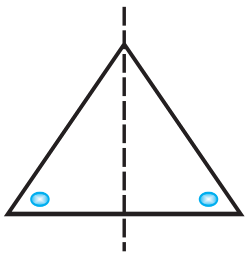
(g) 3×10^{20} મી (h) 6.023×10^{22} પરમાણુ (i) 1.353×10^9 કિમી^{3}

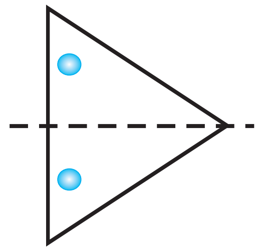
(j) 1.027×10^9

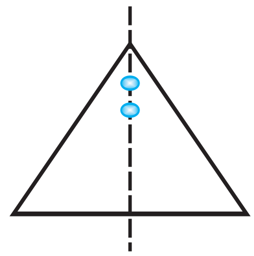
સ્વાધ્યાય 12.1

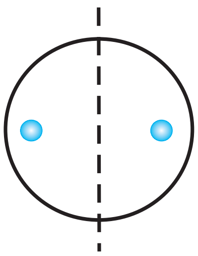
1.

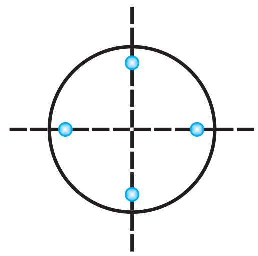


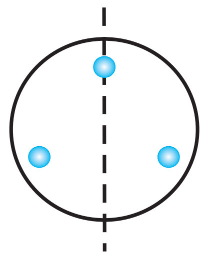

(g)


(h)

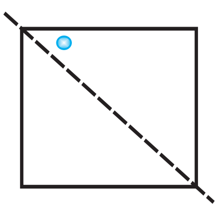

(i)

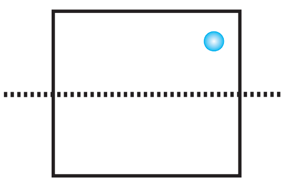

(j)

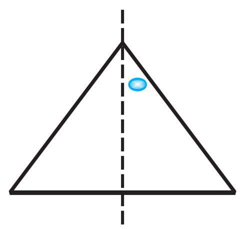

(k)

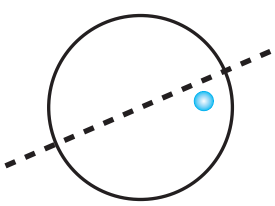

(l)

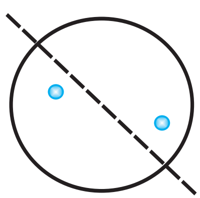
2.


(a)

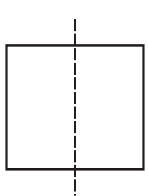

(b)

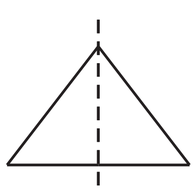

(c)

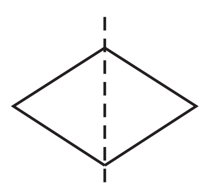

(d)

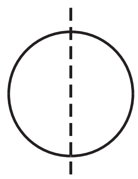

(e)

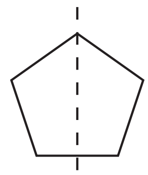
3.

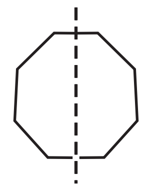

ચોરસ


ત્રિકોણ

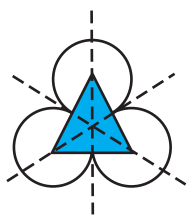

સમબાજુ ચતુષ્કોણ

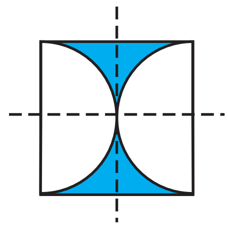

(d) વર્તુળ

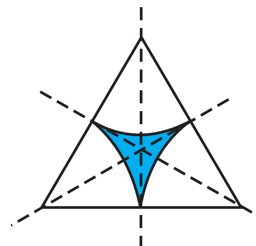

(e) પંચકોણ

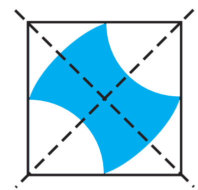

(f) અષ્ટકોણ

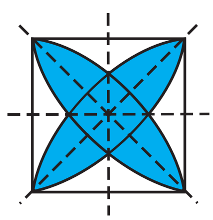
4.

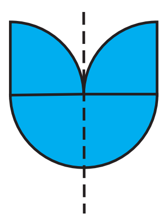

(a)

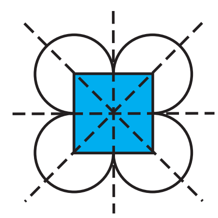

(b)

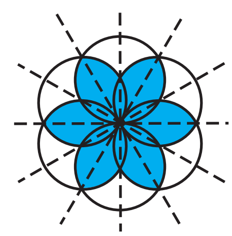

(c)


(d)


(e)


(f)


(g)


(h)

7. (a) 3 (b) 1 (c) 0 (d) 4 (e) 2 (f) 2
(g) 0 (h) 0 (i) 6 (j) અમર્યાદિત અથવા અસંખ્ય

8. (a) A, H, I, M, O, T, U, V, W, X, Y (b) B, C, D, E, H, I, O, X, K
(C) O, X, I, H

10. (a) મધ્યગા (b) વ્યાસ

સ્વાધ્યાય 12.2

1. (a), (b), (d), (e), (f)

2. (a) 2 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 4 (f) 5
(g) 6 (h) 3

સ્વાધ્યાય 12.3

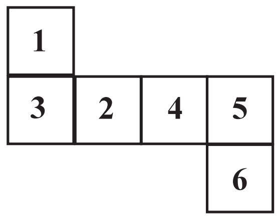
3. હા **5.** ચોરસ **6.** 120°, 180°, 240°, 300°, 360°,

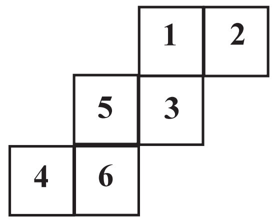
7. (i) હા (ii) ના

સ્વાધ્યાય 13.1

1. નેટ (ii), (iii), (iv), (vi) માં ઘન છે.

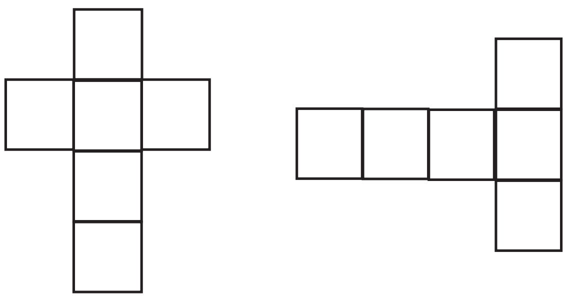
2.





3. ના, કારણ કે સામસામેની સપાટીઓ 1 અને 4 હશે કે જેમનો સરવાળો 7 નથી અને બીજી સામસામેની સપાટીની જોડ 3 અને 6 હશે તેમનો સરવાળો પણ 7 નથી.

4. ત્રણ સપાટીઓ



5. (a) (ii) (b) (iii) (c) (iv) (d) (i)

મગજ-કસો

1. કોયડા ઉકેલો :

(i) કહો હું કોણ છું ? હું કોણ છું ?
મારામાંથી સંખ્યા 8 દૂર કરવામાં આવે.
ફરીથી તેને એક ડઝન વડે ભાગવામાં આવે
ક્રિકેટની એક આખી ટીમ બને.

(ii) સંખ્યાના 6 ગણામાં 4 ઉમેરતાં
પૂરેપૂરા 64 મળી જાય !
ચોક્કસ ક્રેડિટ તમને આપવામાં આવશે.
જો કહેશો ઝડપથી તે સંખ્યા.

2. કોયડા ઉકેલો

(i) એક જંગલમાં એક જૂનું પીપળાનુંવૃક્ષ હતું.
આ ભવ્ય વૃક્ષને તેર ડાળીઓ હતી
દરેક ડાળી પર ચૌદ પક્ષીઓ રહેતા
ચકલીઓ ભૂરી, કાગડા કાળા અને પોપટ લીલા
કાગડા કરતાં પોપટ હતા બે ગણા
અને કાગડા હતા ચકલીઓ કરતાં બે ગણા !
મારે જાણવું છે કે દરેક પ્રકારના કેટલા પક્ષી છે ?
તમે અમને મદદ કરવા આવી ન શકો ?

(ii) મારી પાસે કેટલાક પાંચ રૂપિયાના અને કેટલાક બે રૂપિયાના સિક્કા છે. બે રૂપિયાના સિક્કાની સંખ્યા પાંચ રૂપિયાના સિક્કાની સંખ્યા કરતાં બમણી છે. મારી પાસે કુલ 108 રૂપિયા છે. તો મારી પાસે પાંચ રૂપિયાના કેટલા સિક્કા હશે અને બે રૂપિયાના કેટલા સિક્કા હશે ?

3. મારી પાસે 2 વેટ છે. જે દરેક 2 સાદળીના બનેલા છે. દરેક સાદળી પર 2 બિલાડીઓ બેઠી છે. દરેક બિલાડીએ 2 મજાની ટોપીઓ પહેરેલી છે. દરેક ટોપી પર બે પાતળા ઉંદર દોરેલા છે. દરેક ઉંદર પર બે કાળા બેટ છે. આ વેટમાં કેટલી વસ્તુઓ હશે ?

4. 27 નાના ઘન ભેગા થઈ એક મોટો ઘન બનાવે છે. આ મોટા ઘનનો બહારનો ભાગ પીળા રંગથી રંગેલ છે. 27 નાના ઘનમાંનાં કેટલા ઘન પીળા રંગથી રંગેલા દેખાશે ?

(i) જો તેની એક સપાટી હોય તો

(ii) જો તેની બે સપાટી હોય તો

(iii) જો તેની ત્રણ સપાટી હોય તો

5. રાહુલને તેના બગીચામાં રહેલા ઝાડની ઊંચાઈ શોધવી છે. તેણે તેની ઊંચાઈ અને તેના પડછાયાની લંબાઈનો ગુણોત્તર શોધી કાઢ્યો તે 4:1 હતો. પછી તેણે ઝાડના પડછાયાની લંબાઈ માપી તે 15 ફૂટ હતી તો ઝાડની ઊંચાઈ કેટલી હતી ?

6. એક કઠિયારાને લાકડાના 3 બ્લોક બનાવતાં 12 મિનિટ લાગે છે. આ જ રીતના 5 બ્લોક બનાવવા તેને કેટલો સમય જોઈશે ?

7. કપડાંને ધોવામાં આવે ત્યારે કપડાંને 0.5 % ઘસારો પડે છે. આ ઘસારો કયો અપૂર્ણાંક છે ?

8. સ્મિતાની માતા 34 વર્ષનાં છે. બે વર્ષ પછી તેની માતાની ઊંમર સ્મિતાની ઊંમર કરતાં 4 ગણી થશે તો સ્મિતાની હાલની ઊંમર કેટલી હશે ?

9. માયા, મધુરા અને મોહસિના એક જ વર્ગમાં અભ્યાસ કરતાં મિત્રો છે. વર્ગની ભૂગોળની પરીક્ષામાં માયાએ 25માંથી 16 અને મધુરાએ 20 ગુણ મેળવ્યાં. જો તેમના સરાસરી ગુણ 19 હોય તો મોહસિનાએ કેટલા ગુણ મેળવ્યા હશે ?

જવાબો :

1. (i) 140 (ii) 10

2. (i) ચકલીઓ 104, કાગડા 52 અને પોપટ 26

(ii) 5 રૂપિયાના સિક્કા-12, 2 રૂપિયાના સિક્કા-24

3. 124 **4.** (i) 6 (ii) 10 (iii) 8 **5.** 60 ફૂટ

6. 24 મિનિટ **7.** $\frac{1}{200}$ **8.** 7 વર્ષ **9.** 21

સમમિતીય ડોટશીટ

નોંધ