પ્રકરણ 2

એક ચલ સુરેખ સમીકરણ

2.1 પ્રાસ્તાવિક

અગાઉના ધોરણમાં તમે કેટલીક **બૈજિક પદાવલિઓ** અને **સમીકરણો** વિશે જાણકારી મેળવી છે. એવી પદાવલિઓ, જે આપણે શીખ્યાં છીએ, તેનાં થોડાંક ઉદાહરણ :

$$5x,\ 2x - 3,\ 3x + y,\ 2xy + 5,\ xyz + x + y + z,\ x^2 + 1,\ y + y^2$$

અને સમીકરણનાં થોડાં ઉદાહરણ : $5x = 25,\ 2x - 3 = 9,\ 2y + \frac{5}{2} = \frac{37}{2},\ 6z + 10 = -2$

તમને યાદ હશે કે સમીકરણમાં હંમેશાં સમતા (બરાબર) (=) ના ચિહ્નનો ઉપયોગ થાય છે, જ્યારે પદાવલિમાં તેનો ઉપયોગ થતો નથી.

ઉપરની અમુક પદાવલિઓમાં એકથી વધારે ચલનો ઉપયોગ કરેલ છે. ઉદાહરણ તરીકે $2xy + 5$માં બે ચલ છે. તેમ છતાં, હવે આપણે સમીકરણ બનાવવા ફક્ત એક જ ચલનો ઉપયોગ કરીશું. તદુપરાંત, ફક્ત સુરેખ પદાવલિઓ જ સમીકરણ બનાવવા ઉપયોગમાં લઈશું એટલે કે પદાવલિમાં રહેલા ચલની મોટામાં મોટી ઘાત 1 હશે.

સુરેખ પદાવલિના ઉદાહરણ આ મુજબ છે.

$$2x,\ 2x + 1,\ 3y - 7,\ 12 - 5z,\ \frac{5}{4}(x - 4) + 10$$

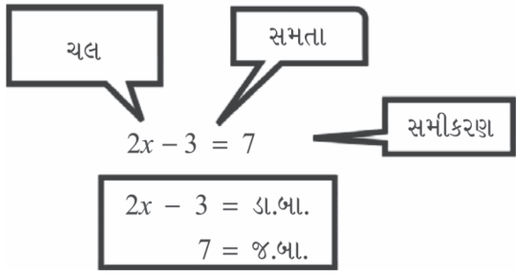
નીચે મુજબની પદાવલિઓ સુરેખ પદાવલિઓ નથી.

$x^2 + 1,\ y + y^2,\ 1 + z + z^2 + z^3$ (અહીં ચલની અધિકતમ ઘાત 1 કરતાં વધારે છે.)

હવે આપણે સમીકરણોમાં એક ચલવાળી સુરેખ પદાવલિઓનો જ ઉપયોગ કરીશું. આવા સમીકરણને **એક ચલ સુરેખ સમીકરણ** કહે છે. અગાઉના ધોરણમાં તમે જે સાદાં સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવવાનું શીખ્યા હતા તે આ પ્રકારનાં હતાં.

ચાલો, હવે જે જાણીએ છીએ તેનું ટૂંકમાં પુનરાવર્તન કરીએ.

(a) *બૈજિક સમીકરણ એ ચલોના ઉપયોગથી બનતી સમતા છે.* તેમાં સમતા (બરાબર) (=) નું ચિન્હ હોય છે. સમતાના ચિહ્નની ડાબી બાજુની પદાવલિને ડા.બા. (LHS) તથા જમણી બાજુની પદાવલિને જ.બા. (RHS) કહે છે.



(b) *સમીકરણમાં ડાબી બાજુ અને જમણી બાજુએ આવેલી પદાવલિઓનું મૂલ્ય સમાન હોય છે.* આવું, ફક્ત ચલનાં અમુક ચોક્કસ મૂલ્યો માટે જ સાચું છે. તેથી આવાં મૂલ્યને સમીકરણનો **ઉકેલ** કહે છે.

$x = 5$ એ સમીકરણ $2x - 3 = 7$નો ઉકેલ છે.
$x = 5$ માટે ડા.બા. $= 2 \times 5 - 3 = 7 =$ જ.બા.
જ્યારે $x = 10$ એ સમીકરણનો ઉકેલ નથી.
$x = 10$ માટે ડા.બા. $= 2 \times 10 - 3 = 17$
જે જ.બા.ને બરાબર નથી.

(c) *સમીકરણનો ઉકેલ કેવી રીતે મેળવીશું ?*
આપણે સમીકરણની બંને બાજુ ત્રાજવાનાં બે પલ્લાંની જેમ સંતુલિત છે તેમ માનીએ છીએ. આથી આપણે સમીકરણની બંને બાજુએ સમાન ગાણિતિક ક્રિયાઓ કરીશું જેથી તેની સંતુલિતતા ખોરવાય નહીં. આવાં થોડાંક પદો પછી તમને સમીકરણનો ઉકેલ મળી જશે.



2.2 બંને બાજુ ચલ હોય તેવા સમીકરણોનો ઉકેલ

સમીકરણ એ બે પદાવલિઓનાં મૂલ્યો વચ્ચેની સમતા છે.

સમીકરણ $2x - 3 = 7$ માં રહેલી બે પદાવલિઓ અનુક્રમે $2x - 3$ અને 7 છે. અત્યાર સુધી આપણે લીધેલા દરેક ઉદાહરણમાં જમણી બાજુ ફક્ત સંખ્યા જ હતી. પરંતુ, આવું આવશ્યક નથી. બંને બાજુ ચલવાળી પદાવલિ પણ હોઈ શકે. ઉદાહરણ તરીકે સમીકરણ $2x - 3 = x + 2$ માં બંને બાજુએ ચલ હોય તેવી પદાવલિઓ છે. ડાબી બાજુની પદાવલિ $2x - 3$ છે અને જમણી બાજુની પદાવલિ $x + 2$ છે.

- હવે આપણે બંને બાજુ ચલવાળી પદાવલિઓ હોય તેવાં સમીકરણોનો ઉકેલ કેવી રીતે મેળવવો તે વિશે ચર્ચા કરીએ.

ઉદાહરણ 1 : ઉકેલ શોધો : $2x - 3 = x + 2$

ઉકેલ : આપણી પાસે

$$\therefore \quad 2x = x + 2 + 3$$

$$\therefore \quad 2x = x + 5$$

$$\therefore \quad 2x - x = x + 5 - x \qquad \text{(બંને બાજુથી } x \text{ બાદ કરતાં)}$$

$$x = 5 \qquad \text{(ઉકેલ)}$$

અહીં, આપણે સમીકરણની બંને બાજુથી ફક્ત સંખ્યા (અચળ પદ) જ નહીં પરંતુ ચલવાળું પદ પણ બાદ કરેલ છે. કારણ કે, ચલ પોતે પણ એક સંખ્યા જ છે. ધ્યાન રાખો કે અહીં બંને બાજુથી x બાદ કરવું તે હકીકતમાં x ને ડાબી બાજુ લઈ જવાની ક્રિયા છે.

ઉદાહરણ 2 : ઉકેલ શોધો : $5x + \frac{7}{2} = \frac{3}{2}x - 14$

ઉકેલ : બંને બાજુને 2 વડે ગુણતાં,

$$2 \times (5x + \tfrac{7}{2}) = 2 \times (\tfrac{3}{2}x - 14)$$

$$\therefore \quad (2 \times 5x) + (2 \times \tfrac{7}{2}) = (2 \times \tfrac{3}{2}x) - (2 \times 14)$$

$\therefore\ 10x + 7 = 3x - 28$

$\therefore\ 10x - 3x + 7 = -28$ ($3x$ ને ડા.બા. લઈ જતાં)

$\therefore\ 7x + 7 = -28$

$7x = -28 - 7$

$\therefore\ 7x = -35$

$\therefore\ x = \frac{-35}{7}$ અથવા $x = -5$ (ઉકેલ)

સ્વાધ્યાય 2.1



નીચેનાં સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવો અને જવાબ ચકાસો :

1. $3x = 2x + 18$ **2.** $5t - 3 = 3t - 5$ **3.** $5x + 9 = 5 + 3x$

4. $4z + 3 = 6 + 2z$ **5.** $2x - 1 = 14 - x$ **6.** $8x + 4 = 3(x - 1) + 7$

7. $x = \frac{4}{5}(x + 10)$ **8.** $\frac{2x}{3} + 1 = \frac{7x}{15} + 3$ **9.** $2y + \frac{5}{3} = \frac{26}{3} - y$

10. $3m = 5m - \frac{8}{5}$

2.3 સમીકરણનું સરળ સ્વરૂપમાં રૂપાંતરણ

ઉદાહરણ 3 : ઉકેલ શોધો : $\frac{6x + 1}{3} + 1 = \frac{x - 3}{6}$

ઉકેલ : બંને બાજુને 6 વડે ગુણતાં

6 વડે જ કેમ ? અહીં બંને બાજુ પર રહેલ પદોના છેદનો લ. સા. અ. 6 છે.

$\frac{6(6x + 1)}{3} + 6 \times 1 = \frac{6(x - 3)}{6}$

$\therefore\ 2(6x + 1) + 6 = x - 3$

$\therefore\ 12x + 2 + 6 = x - 3$ (કૌંસ છોડતાં)

$\therefore\ 12x + 8 = x - 3$

$\therefore\ 12x - x + 8 = -3$

$\therefore\ 11x + 8 = -3$

$\therefore\ 11x = -3 - 8$

$\therefore\ 11x = -11$

$\therefore\ x = -1$ (જોઈતું પરિણામ)

ચકાસો : ડા.બા. $\frac{6(-1) + 1}{3} + 1 = \frac{-6 + 1}{3} + 1 = \frac{-5}{3} + \frac{3}{3}$

$= \frac{-5 + 3}{3} = \frac{-2}{3}$

જ.બા. $= \frac{(-1) - 3}{6} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$

$\therefore$ ડા.બા. = જ.બા.

ઉદાહરણ 4 : ઉકેલ શોધો : $5x - 2\ (2x - 7) = 2\ (3x - 1) + \frac{7}{2}$

ઉકેલ : કૌંસને દૂર કરતાં,

ડા.બા. $= 5x - 4x + 14 = x + 14$

જ.બા. $= 6x - 2 + \frac{7}{2} = 6x - \frac{4}{2} + \frac{7}{2} = 6x + \frac{3}{2}$

આમ સમીકરણ, $x + 14 = 6x + \frac{3}{2}$

$\therefore\ 14 = 6x - x + \frac{3}{2}$

$\therefore\ 14 = 5x + \frac{3}{2}$

$\therefore\ 14 - \frac{3}{2} = 5x$ ($\frac{3}{2}$ ને ડા.બા. લઈ જતાં)

$\therefore\ \frac{28 - 3}{2} = 5x$

$\therefore\ \frac{25}{2} = 5x$

$\therefore\ x = \frac{25}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{5 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{2}$



શું તમે જોયું કે સમીકરણને આપણે કેવી રીતે સરળ બનાવ્યું ? અહીંયાં, બંને તરફની પદાવલિઓમાં રહેલા પદોના છેદના લ. સા. અ. વડે બંને બાજુનો ગુણાકાર કર્યો.

આમ, $x = \frac{5}{2}$ એ સમીકરણનો જરૂરી ઉકેલ છે.

ચકાસો : ડા.બા. $= 5 \times \frac{5}{2} - 2\ (\frac{5}{2} \times 2 - 7)$

$= \frac{25}{2} - 2\ (5 - 7) = \frac{25}{2} - 2(-2)$

$= \frac{25}{2} + 4 = \frac{25 + 8}{2} = \frac{33}{2}$

જ.બા. $= 2(\frac{5}{2} \times 3 - 1) + \frac{7}{2} = 2(\frac{15}{2} - \frac{2}{2}) + \frac{7}{2}$

$= \frac{2 \times 13}{2} + \frac{7}{2}$

$= \frac{26 + 7}{2} = \frac{33}{2}$ = ડા.બા.

ધ્યાન આપો, આ ઉદાહરણમાં આપણે કૌંસને છોડીને બંને બાજુએ રહેલાં સમાન પદોને મેળવીને સમીકરણને સરળ બનાવેલ છે.

સ્વાધ્યાય 2.2

નીચેનાં સુરેખ સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવો :



1. $\frac{x}{2} - \frac{1}{5} = \frac{x}{3} + \frac{1}{4}$ **2.** $\frac{n}{2} - \frac{3n}{4} + \frac{5n}{6} = 21$ **3.** $x + 7 - \frac{8x}{3} = \frac{17}{6} - \frac{5x}{2}$

4. $\frac{x - 5}{3} = \frac{x - 3}{5}$ **5.** $\frac{3t - 2}{4} - \frac{2t + 3}{3} = \frac{2}{3} - t$ **6.** $m - \frac{m - 1}{2} = 1 - \frac{m - 2}{3}$

સાદુંરૂપ આપી નીચેનાં સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવો :

7. $3(t - 3) = 5(2t + 1)$

8. $15(y - 4) - 2(y - 9) + 5(y + 6) = 0$

9. $3(5z - 7) - 2(9z - 11) = 4(8z - 13) - 17$

10. $0{\cdot}25(4f - 3) = 0{\cdot}05(10f - 9)$

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. બૈજિક સમીકરણ એ ચલોના ઉપયોગથી બનતી સમતા છે. તે દર્શાવે છે કે સમતાના ચિહ્નની એક બાજુ આવેલ પદાવલિનું મૂલ્ય તેની બીજી બાજુ આવેલ પદાવલિના મૂલ્ય જેટલું જ હોય.

2. ધોરણ VI, VII અને VIII માં આપણે જે સમીકરણોનો અભ્યાસ કર્યો તે સમીકરણો એક ચલ સુરેખ સમીકરણો હતાં. આ સમીકરણોમાંની પદાવલિમાં ફક્ત એક જ ચલ હતો અને આ સમીકરણમાં રહેલા ચલની અધિકતમ ઘાત 1 હતી. તેથી તેઓ એકચલ સુરેખ સમીકરણ છે.

3. સમીકરણની બંને બાજુએ સુરેખ પદાવલિઓ હોઈ શકે છે. ધોરણ 6 અને 7 માં અભ્યાસ કરેલ સમીકરણમાં કોઈપણ એક બાજુ ફક્ત સંખ્યા હતી.

4. સંખ્યાની જેમ જ ચલને પણ એક બાજુથી બીજી બાજુ તરફ લઈ જઈ શકાય છે.

5. ક્યારેક ઉકેલ લાવતાં પહેલાં, સમીકરણ બનાવવામાં વપરાયેલ પદાવલિઓને તેમના સરળ સ્વરૂપમાં ફેરવવામાં આવે છે. શરૂઆતમાં અમુક સમીકરણ સુરેખ નથી હોતાં પરંતુ સમીકરણની બંને બાજુઓને યોગ્ય પદાવલિ વડે ગુણીને તેમને સુરેખ સમીકરણમાં બદલી શકાય છે.

