GT7Z85

માહિતીનું નિયમન

પ્રકરણ

4

4.1 માહિતી (Data)



તમારાં રોજબરોજનાં જીવનમાં તમને ઘણી બધી માહિતી મળે છે. જેમ કે,

(a) છેલ્લી 10 ક્રિકેટ ટેસ્ટ મેચમાં બૅટ્સમેને બનાવેલ રન.

(b) છેલ્લી 10 વન-ડે ક્રિકેટ મેચમાં બૉલરે લીધેલી વિકેટો.

(c) તમારા વર્ગમાં ગણિતની એકમ કસોટીમાં વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલ ગુણ.

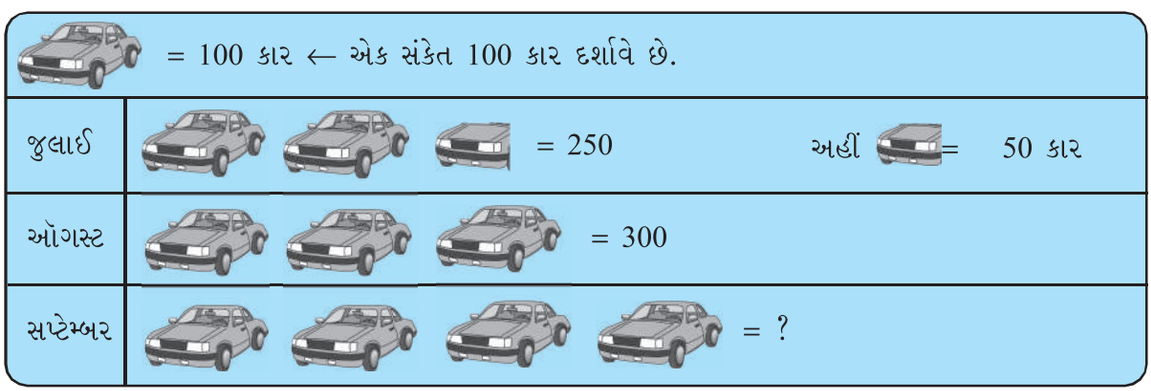
(d) તમારા દરેક મિત્રએ વાંચેલી વાર્તાની ચોપડીઓની સંખ્યા વગેરે.

ઉપરોક્ત કિસ્સાઓ જેવા અનેક કિસ્સામાં એકત્રિત કરાતી વિગતને માહિતી (Data) કહેવામાં આવે છે. સામાન્ય રીતે આપણે જે પરિસ્થિતિનો અભ્યાસ કરવાનો હોય તેને સંગત માહિતી એકત્રિત કરવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, કોઈ વર્ગશિક્ષક તેના વર્ગના વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈનું સરેરાશ માપ શોધવા માગે છે તો તેણે સૌ પ્રથમ પોતાના વર્ગના બધા જ વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈનાં માપ લખવાં જોઈએ અને સુવ્યવસ્થિત રીતે વર્ગીકરણ કરવું જોઈએ. ત્યાર બાદ તેનું અર્થઘટન કરવું જોઈએ.

કેટલીક વખત 'માહિતી'નો સ્પષ્ટ ચિતાર મેળવવા તેને **આલેખ સ્વરૂપે** દર્શાવવામાં આવે છે. તમે અગાઉનાં વર્ષોમાં વિવિધ પ્રકારના આલેખ વિશે અભ્યાસ કર્યો છે શું તમે તે યાદ કરી શકશો ?

1. **ચિત્ર આલેખ :** આપેલી 'માહિતી'ને સંકેતનો ઉપયોગ કરીને કરવામાં આવતી ચિત્રાત્મક રજુઆત એટલે ચિત્ર આલેખ (Pictograph).

ઉદાહરણ : નીચેનું દૃષ્ટાંત જુઓ :

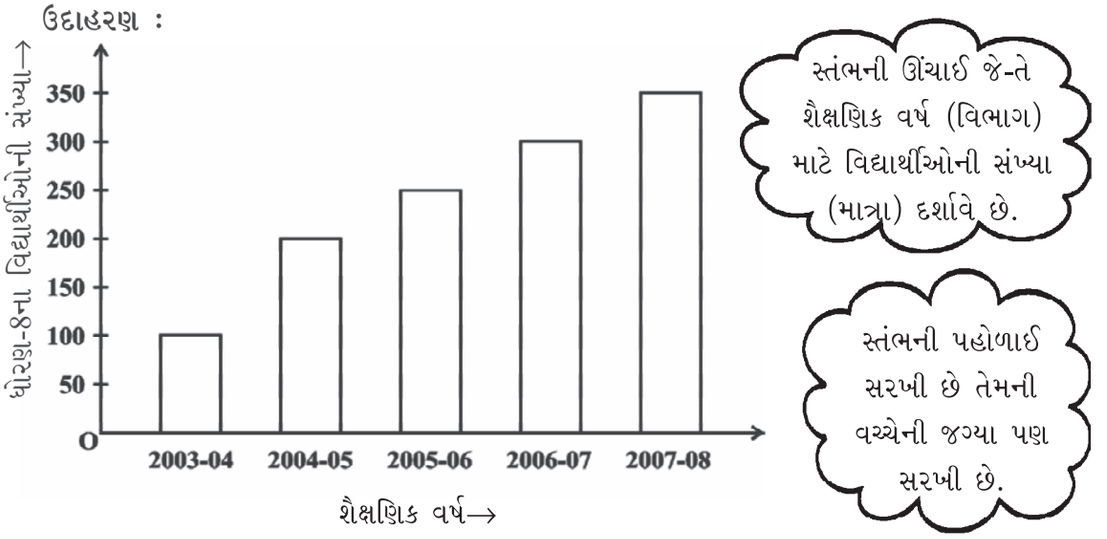


(i) જુલાઈ માસમાં કુલ કેટલી મોટરકારનું ઉત્પાદન થયું ?

(ii) કયા માસમાં સૌથી વધુ મોટરકારનું ઉત્પાદન થયું ?

2. **લંબ આલેખ (દંડ આલેખ) :** રેખાખંડ કે સમાન પહોળાઈવાળા સ્તંભોની મદદથી કરવામાં આવેલી માહિતીની રજુઆતને લંબાલેખ (Bar Graph) કહે છે. આ સ્તંભોની ઊંચાઈ જે-તે ચલની કિંમતના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

ઉદાહરણ :



(i) લંબાલેખ દ્વારા કઈ માહિતી દર્શાવવામાં આવી છે ?

(ii) કયા વર્ષમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યામાં વધારો સૌથી મહત્તમ છે ?

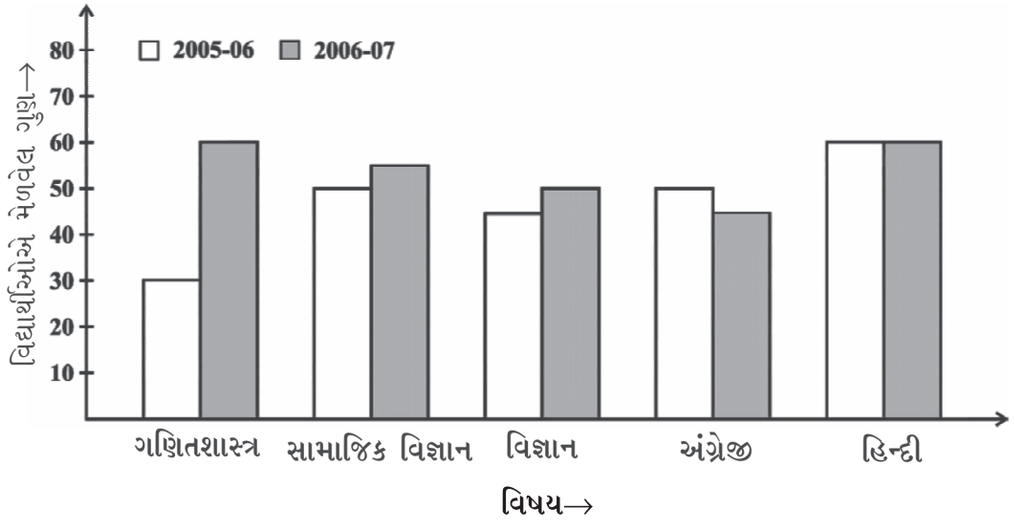
(iii) કયા વર્ષમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા સૌથી વધુ છે ?

(iv) નીચેનું વિધાન ખરું છે કે ખોટું ?

'વર્ષ 2005-06 ના વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા વર્ષ 2003-04 કરતાં બમણી છે.'

3. **દ્વિ-લંબાલેખ :** જે લંબાલેખમાં બે પ્રકારની માહિતીને એકસાથે દર્શાવવામાં આવે છે તેને દ્વિ-લંબાલેખ (Double Bar Graph) કહેવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ :



(i) દ્વિ-લંબાલેખ દ્વારા કઈ માહિતી દર્શાવવામાં આવી છે ?

(ii) કયા વિષયના દેખાવમાં સૌથી વધુ વધારો થયો છે ?

(iii) કયા વિષયના દેખાવમાં સૌથી વધુ ઘટાડો થયો છે ?

(iv) કયા વિષયમાં દેખાવ સમાન છે ?

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો



જો લંબાલેખના કોઈ સ્તંભની સ્થિતિમાં ફેરફાર કરવામાં આવે તો, શું આપેલી માહિતીનું અર્થઘટન બદલાય છે ? શા માટે ?

પ્રયત્ન કરો

નીચેની માહિતી દર્શાવતા યોગ્ય આલેખ દોરો.

1.

મહિના	જુલાઈ	ઑગસ્ટ	સપ્ટેમ્બર	ઑક્ટોબર	નવેમ્બર	ડિસેમ્બર
વેચાયેલ ઘડિયાળની સંખ્યા	1000	1500	1500	2000	2500	1500

2.

વિદ્યાર્થીની પસંદગી	શાળા A	શાળા B	શાળા C
ચાલવું (Walking)	40	55	15
સાયકલ સવારી (Cycling)	45	25	35

3. વન-ડે ક્રિકેટમાં વિશ્વની શ્રેષ્ઠ 8 ક્રિકેટ ટીમના વિજયનું પ્રતિશત પ્રમાણ

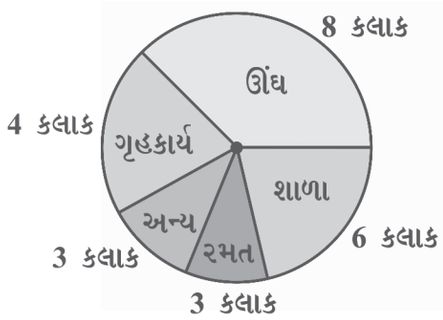
ટીમ	ચેમ્પિયન ટ્રોફીથી વર્લ્ડ કપ-06 સુધી	2007માં છેલ્લી 10 વન-ડે ક્રિકેટ
સાઉથ આફ્રિકા	75%	78%
ઑસ્ટ્રેલિયા	61%	40%
શ્રીલંકા	54%	38%
ન્યૂઝીલૅન્ડ	47%	50%
ઇંગ્લૅન્ડ	46%	50%
પાકિસ્તાન	45%	44%
વેસ્ટ ઇન્ડિઝ	44%	30%
ભારત	43%	56%

4.2 વર્તુળ આલેખ અથવા પાઈ-ચાર્ટ (Circle Graph or Pie Chart)

શું તમે ક્યારેય (આકૃતિ 4.1 મુજબ) વર્તુળાકાર સ્વરૂપે દર્શાવેલ માહિતી ઉપયોગમાં લીધી છે ?

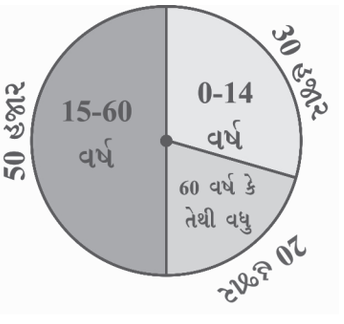
5CDVL8

દિવસ દરમિયાન બાળક દ્વારા પસાર કરાતો સમય



(i)

નગરમાં વસતા લોકોની ઉંમર મુજબ વસ્તી



(ii)

આકૃતિ 4.1

આવા આલેખને વર્તુળ આલેખ કહે છે. વર્તુળ આલેખ એ આપેલી વિગતનો ચોક્કસ ભાગ અને તેના કુલ ભાગ વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે. અહીં, આકૃતિ 4.1 માં આખું વર્તુળ એ ચોક્કસ વૃત્તાંશોમાં વહેંચાયેલ છે. દરેક વૃત્તાંશનું કદ એ જે-તે પ્રવૃત્તિઓ કે માહિતીના પ્રમાણમાં દર્શાવેલ છે.

ઉદાહરણ તરીકે,

ઉપરોક્ત આલેખમાં બાળક દ્વારા ઊંઘ માટે વપરાતો સમયગાળો (કે ઊંઘ માટે વપરાતા કલાકોનું પ્રમાણ)

$$= \frac{\text{ઊંઘના કલાકો}}{\text{દિવસના કુલ કલાકો}} = \frac{8 \text{ કલાક}}{24 \text{ કલાક}} = \frac{1}{3}$$

તેથી, ઊંઘનો સમયગાળો દર્શાવતા વૃત્તાંશનો ભાગ એ કુલ વર્તુળનો $\frac{1}{3}$ ભાગ બને. આ જ રીતે,

શાળા માટે બાળક દ્વારા વપરાતા કલાકોનું પ્રમાણ $= \frac{\text{શાળાના કલાકો}}{\text{દિવસના કુલ કલાકો}} = \frac{6 \text{ કલાક}}{24 \text{ કલાક}} = \frac{1}{4}$

આમ, શાળાના સમયગાળા માટે દર્શાવેલ વૃત્તાંશ એ આખા વર્તુળનો $\frac{1}{4}$ ભાગ છે.

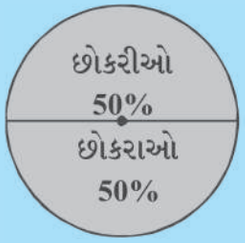
આ જ રીતે, બીજા વૃત્તાંશનો વિસ્તાર (કે કદ) પણ મેળવી શકાય. બધી જ પ્રવૃત્તિઓ માટે જરૂરી વૃત્તાંશ દર્શાવતાં અપૂર્ણાંક ભાગનો સરવાળો કરો. શું તમને સરવાળો એક મળે છે ?

વર્તુળ આલેખને પાઈ ચાર્ટ (Pie-Chart) પણ કહે છે.

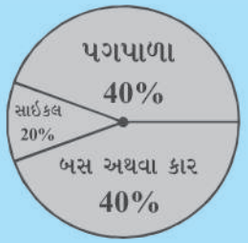
પ્રયત્ન કરો

1. નીચે દર્શાવેલ દરેક પાઈ-આલેખ (આકૃતિ 4.2) એક વર્ગની વિવિધ માહિતી દર્શાવે છે. આ દરેક માહિતી વર્તુળનો કેટલામો ભાગ દર્શાવે છે તે શોધો.

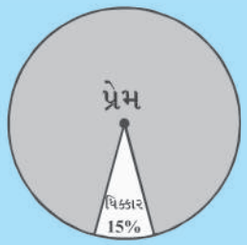
(i) (ii) (iii)



છોકરીઓ અથવા છોકરાઓ



શાળા પરિવહન



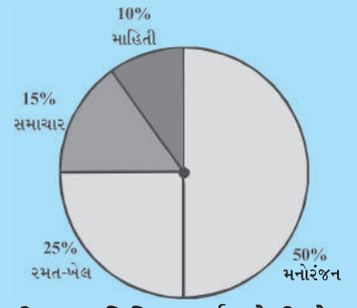
ગણિત

આકૃતિ 4.2

2. આકૃતિ 4.3 માં દર્શાવેલ પાઈ-ચાર્ટ પરથી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

(i) કયા પ્રકારના કાર્યક્રમો સૌથી વધુ જોવાય છે ?

(ii) કયા બે પ્રકારના કાર્યક્રમો નિહાળનાર દર્શકોની સંખ્યા રમત વિભાગના કાર્યક્રમો નિહાળનાર દર્શકોની સંખ્યા બરાબર છે ?



ટી.વી. પર વિવિધ કાર્યક્રમોની ચેનલ નિહાળનારા દર્શકો

આકૃતિ 4.3

4.2.1 પાઈ-ચાર્ટ દોરવો

શાળાના વિદ્યાર્થીઓના એક સમૂહને જુદા-જુદા પ્રકારના સ્વાદવાળા આઇસ્ક્રીમ આપવામાં આવ્યા તેની ટકાવારી નીચે મુજબ છે :

સ્વાદ	સ્વાદ પસંદગીમાં વિદ્યાર્થીઓની ટકાવારી
ચોકલેટ	50 %
વેનિલા	25 %
અન્ય	25 %

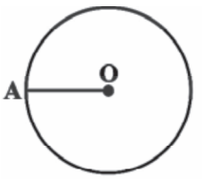
ઉપરોક્ત માહિતીનો આપણે પાઈ-ચાર્ટ બનાવીએ.

વર્તુળના કેન્દ્ર પાસે ખૂણાનું કુલ માપ 360° હોય. જે-તે વૃત્તાંશ માટે ખૂણાનું માપ એ 360°નો અપૂર્ણાંક ભાગ બને. આપણે જુદા-જુદા વૃત્તાંશો માટે તેના કેન્દ્ર પાસે બનતા ખૂણાનું માપ શોધવા માટેનું કોષ્ટક બનાવીએ (કોષ્ટક 4.1).

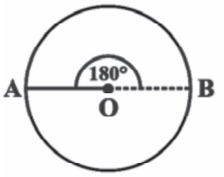
કોષ્ટક 4.1

સ્વાદ	**સ્વાદ પસંદગીમાં વિદ્યાર્થીઓની ટકાવારી**	**અપૂર્ણાંક**	**360° નો ભાગ**
ચોકલેટ	50%	$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$	360°નો $\frac{1}{2}$ ભાગ = 180°
વેનિલા	25%	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	360°નો $\frac{1}{4}$ ભાગ = 90°
અન્ય	25%	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	360°નો $\frac{1}{4}$ ભાગ = 90°

1. યોગ્ય ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ દોરો. તેના કેન્દ્રને O અને ત્રિજ્યાને OA કહો.



2. ચોકલેટી સ્વાદવાળા વૃત્તાંશનો ખૂણો 180° છે. કોણ-માપકનો ઉપયોગ કરીને $\angle AOB = 180°$ દોરો.



3. બાકીના વૃત્તાંશ માટે પણ કોણમાપકનો ઉપયોગ કરો.



ઉદાહરણ 1 : આકૃતિ 4.4માં દર્શાવ્યા મુજબ વિવિધ વસ્તુઓનો ખર્ચ (ટકાવારીમાં) અને કુટુંબની માસિક બચત દર્શાવતો પાઈ-ચાર્ટ આપેલ છે.

(i) કઈ વસ્તુનો ખર્ચ મહત્તમ છે ?

(ii) કઈ વસ્તુનો ખર્ચ એ કુટુંબની કુલ બચત જેટલો છે ?

(iii) જો કુટુંબની માસિક બચત ₹ 3000 હોય તો કપડાનો માસિક ખર્ચ કેટલો હોય ?



આકૃતિ 4.4

ઉકેલ :

(i) ખોરાકમાં મહત્તમ ખર્ચ છે.

(ii) બાળકોના શિક્ષણ માટેનો ખર્ચ (અર્થાત્ 15%) એ કુટુંબની બચત બરાબર છે.

(iii) ₹ 3000 એ 15% દર્શાવે છે.

તેથી કુલ ખર્ચના $10\% = ₹ \frac{3000}{15} \times 10 = ₹ 2000$

ઉદાહરણ 2 : કોઈ ચોક્કસ દિવસે, બેકરીની વિવિધ વસ્તુઓનું વેચાણ (₹ માં) નીચે મુજબ આપેલ છે :

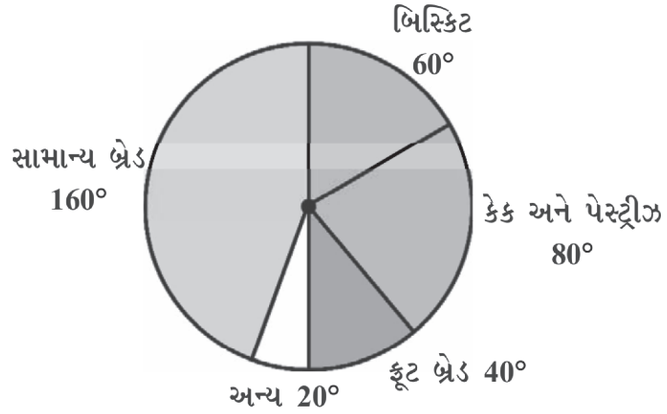
સામાન્ય બ્રેડ	:	320
ફૂટ બ્રેડ	:	80
કેક અને પેસ્ટ્રી	:	160
બિસ્કિટ	:	120
અન્ય	:	40
કુલ	:	**720**

આ માહિતી માટે પાઈ-ચાર્ટ દોરો

ઉકેલ : આપણે અહીં દરેક વૃત્તાંશ માટે તેનો કેન્દ્ર પાસેનો ખૂણો શોધીએ. અહીં, કુલ વેચાણ = ₹ 720 છે.

વસ્તુ	વેચાણ (₹)	અપૂર્ણાંક	કેન્દ્ર પાસેનો ખૂણો
સામાન્ય બ્રેડ	320	$\frac{320}{720} = \frac{4}{9}$	$\frac{4}{9} \times 360° = 160°$
બિસ્કિટ	120	$\frac{120}{720} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} \times 360° = 60°$
કેક અને પેસ્ટ્રીઝ	160	$\frac{160}{720} = \frac{2}{9}$	$\frac{2}{9} \times 360° = 80°$
ફૂટ બ્રેડ	80	$\frac{80}{720} = \frac{1}{9}$	$\frac{1}{9} \times 360° = 40°$
અન્ય	40	$\frac{40}{720} = \frac{1}{18}$	$\frac{1}{18} \times 360° = 20°$

હવે, ઉપરોક્ત કોષ્ટક (આકૃતિ 4.5) મુજબ પાઈ-ચાર્ટ બનાવીએ.



આકૃતિ 4.5

પ્રયત્ન કરો

નીચેની માહિતી માટે પાઈ-ચાર્ટ બનાવો :

દિવસ દરમિયાન બાળક દ્વારા પસાર કરાતો સમય.

ઊંઘ - 8 કલાક
શાળા - 6 કલાક
ગૃહકાર્ય - 4 કલાક
રમત - 4 કલાક
અન્ય - 2 કલાક



વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો



નીચેની માહિતી દર્શાવવા કયા પ્રકારનો આલેખ દોરવો વધુ યોગ્ય છે ?

1. રાજ્યનું ખાદ્ય અનાજનું ઉત્પાદન

વર્ષ	2001	2002	2003	2004	2005	2006
ઉત્પાદન લાખ (ટનમાં)	60	50	70	55	80	85

2. લોકોની ખોરાક માટેની પસંદગી

પસંદગીનો ખોરાક	લોકોની સંખ્યા
ઉત્તર ભારતીય	30
દક્ષિણ ભારતીય	40
ગુજરાતી	25
અન્ય	25
કુલ	**120**

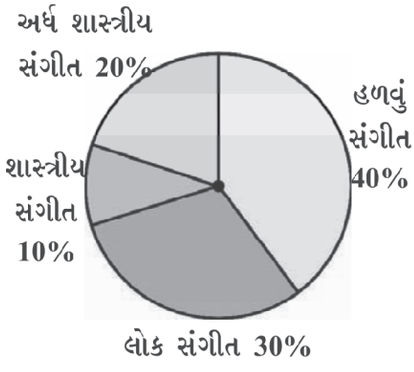
3. કારખાનાનાં કામદારોની દૈનિક આવક

દૈનિક આવક (₹)	કામદારોની સંખ્યા
75-100	45
100-125	35
125-150	55
150-175	30
175-200	50
200-225	125
225-250	140
કુલ	**480**

સ્વાધ્યાય 4.1

1. એક શહેરના યુવા વર્ગને ગમતાં વિવિધ પ્રકારનાં સંગીત વિશે એક મોજણી (Survey) કરવામાં આવી. બાજુમાં દર્શાવેલ વર્તુળ આલેખ (પાઈ-ચાર્ટ) મુજબ તેનાં પરિણામો મળ્યાં હતાં. આ વર્તુળ આલેખ (પાઈ-ચાર્ટ)ની મદદથી નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો :

(i) જો 20 યુવાનો શાસ્ત્રીય સંગીત પસંદ કરે છે તો, કેટલા યુવાનોની મોજણી કરી હતી ?



(ii) કયા પ્રકારનું સંગીત મહત્તમ યુવાનો પસંદ કરે છે ?

(iii) જો કોઈ કેસેટ કંપની આ સંગીતની 1000 CD તૈયાર કરે તો દરેક પ્રકારનાં સંગીત માટે કેટલી CD તૈયાર થાય ?

ઋતુ	મતની સંખ્યા
ઉનાળો	90
ચોમાસું	120
શિયાળો	150

2. 360 લોકોને શિયાળો, ઉનાળો અને ચોમાસું એમ ત્રણ ઋતુમાંથી પોતાની પસંદગીની ઋતુ માટે મત આપવા જણાવવામાં આવ્યું.

(i) કઈ ઋતુને સૌથી વધુ મત મળ્યા ?

(ii) દરેક ઋતુના વૃત્તાંશ માટે તેના કેન્દ્ર પાસેના ખૂણાનું માપ શોધો.

(iii) ઉપરોક્ત માહિતી દર્શાવતો પાઈ-ચાર્ટ તૈયાર કરો.

3. નીચેની માહિતી માટે પાઈ-ચાર્ટ તૈયાર કરો. કોષ્ટકમાં આપેલી વિગતો લોકોના પસંદગીના રંગ અંગેની માહિતી દર્શાવે છે.

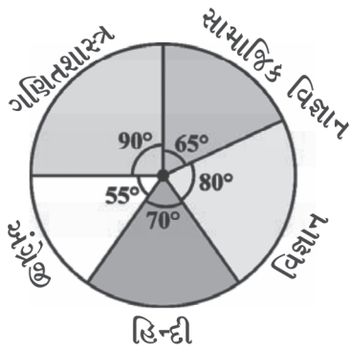
રંગ	લોકોની સંખ્યા
વાદળી	18
લીલો	9
લાલ	6
પીળો	3
કુલ	**36**

દરેક વૃત્તાંશ માટે પ્રમાણ શોધો.

ઉદાહરણ : વાદળી માટે $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$; લીલા માટે $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ વિગેરે. સંગત ખૂણો દર્શાવવા માટે તેનો ઉપયોગ કરો.



4. અહીં આપેલ પાઈ-ચાર્ટમાં વિદ્યાર્થીઓ દ્વારા હિન્દી, અંગ્રેજી, ગણિતશાસ્ત્ર, સામાજિક વિજ્ઞાન અને વિજ્ઞાનની પરીક્ષામાં 540 ગુણમાંથી મેળવેલા ગુણ દર્શાવેલ છે.



(i) કયા વિષયમાં વિદ્યાર્થીઓએ 105 ગુણ મેળવ્યા છે ?
(**સૂચન :** 540 ગુણ માટે વૃતાંશકોણ 360° તેથી, 105 ગુણ માટે વૃતાંશકોણ કેટલો ?)

(ii) હિન્દી વિષય કરતાં ગણિતશાસ્ત્રમાં વિદ્યાર્થીઓએ કેટલા વધારે ગુણ મેળવ્યા છે ?

(iii) ચકાસો કે શું વિજ્ઞાન અને હિન્દી વિષયમાં મેળવેલ ગુણના સરવાળા કરતાં સામાજિક વિજ્ઞાન અને ગણિતશાસ્ત્રમાં મેળવેલ ગુણ વધારે છે ?
(**સૂચન :** વૃત્તાંશનાં કેન્દ્ર પાસેના ખૂણાના માપનો ઉપયોગ કરો.)

5. એક છાત્રાલયમાં જુદી-જુદી ભાષાઓ બોલતાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા નીચે મુજબ છે, તો પાઈ-ચાર્ટ તૈયાર કરો :

ભાષા	ગુજરાતી	અંગ્રેજી	ઉર્દુ	હિન્દી	સિંધી	કુલ
વિદ્યાર્થીની સંખ્યા	40	12	9	7	4	72

4.3 તક અને સંભાવના (Chance and Probability)

ઘણી વખત ચોમાસાની ઋતુમાં એવું બને છે કે નિયમિત રીતે તમે રેઈન-કોટ સાથે રાખો છો પણ તે દિવસોમાં વરસાદ આવતો નથી અને જે દિવસે તમે તમારો રેઈન-કોટ ભૂલી જાઓ છો તે જ દિવસે ધોધમાર વરસાદ આવે છે.



ઘણી વખત એવું બને છે કે તમે પરીક્ષા માટે નક્કી કરાયેલાં 5 પ્રકરણોમાંથી 4 પ્રકરણ ખૂબ જ સારી રીતે તૈયાર કર્યાં હોય છે અને પ્રશ્નપત્રમાં જુઓ તો જે પ્રકરણ ઓછું તૈયાર કર્યું હોય તેમાંથી જ સૌથી વધુ પ્રશ્નો પૂછાય છે.

આ જ રીતે નિયમિત સમય પર દોડતી ટ્રેન પકડવા તમે સમયસર રેલવે-સ્ટેશન પર પહોંચી જાઓ છો, પરંતુ તે દિવસે જ એ ટ્રેન મોડી આવે છે.

આવું ઘણી વખત બને છે કે જે પરિસ્થિતિને તમે સાનુકૂળ બનાવવા પ્રયત્ન કરો એ વખતે જ તમારે પ્રતિકૂળતા ઊભી થાય છે. શું તમે આવાં વધુ ઉદાહરણો આપી શકો ?

ઉપર્યુક્ત ઉદાહરણો એવાં છે કે જેમાં કોઈ ચોક્કસ ઘટના બનશે કે નહીં બને તે એકસમાન હોતું નથી. કોઈ ટ્રેન નિર્ધારિત સમયે જ આવે કે મોડી પહોંચે તેની તકો (chances) એકસમાન હોતી નથી. તમે જ્યારે પ્રતિક્ષાયાદી (waiting list)માં હોય તેવી ટિકિટ ખરીદો છો, ત્યારે ખરેખર તો તમે એક તક ઝડપો છો, એવી આશા સાથે કે તમારી મુસાફરી શરૂ કરવાના સમય પહેલાં તમે તમારી બેઠક (seat) ચોક્કસ મેળવી શકશો.

અહીં, આપણે કેટલાક એવા પ્રયોગો કરીશું કે જેમાં જે-તે ઘટના ઘટવાની તકો એકસમાન હોય.

4.3.1 પરિણામ મેળવવું

તમે એવું નિહાળ્યું હશે કે કોઈ ક્રિકેટ મેચ શરૂ થતાં પહેલાં બંને ટીમના કપ્તાનો કઈ ટીમ પ્રથમ બેટીંગ કરશે તે નક્કી કરવા માટે એક સિક્કો ઉછાળે છે.

જ્યારે સિક્કાને ઉછાળવામાં આવે છે ત્યારે સંભવિત પરિણામ શું હોઈ શકે ?

અલબત્ત, H (છાપ - Head) અથવા T (કાંટો - Tail). કલ્પના કરો કે તમે એક ટીમના કપ્તાન છો અને તમારો મિત્ર બીજી ટીમનો કપ્તાન છે. તમે સિક્કો ઉછાળો છો અને તમારા મિત્રને તે અંગે બોલવા કહો છો. શું તમે આ અંગેનાં પરિણામ પર કાબુ રાખી શકો છો ? શું તમારે (H) જોઈતો હોય તો તે મેળવી શકો છો ? અથવા (T) જોઈતો હોય તો મળે છે ? ના, આ શક્ય નથી. આ પ્રકારના પ્રયોગને **યાદચ્છિક પસંદગીના પ્રયોગો** કહે છે, અહીં છાપ અથવા કાંટો એ આપણને મળતી બે શક્યતાઓ છે.

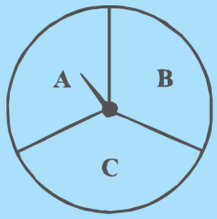
પ્રયત્ન કરો



1. તમે કોઈ સ્કૂટર શરૂ કરવા જઈ રહ્યા છો તો તેની સંભવીત શક્યતાઓ શું હોઈ શકે ?
2. જ્યારે આપણે એક પાસો (die) ફેંકીએ છીએ ત્યારે કઈ છ સંભવીત શક્યતાઓ રહેલી હોય છે ?

3. આકૃતિ 4.6 માં દર્શાવ્યા મુજબનું એક ચક્ર જ્યારે તમે ઘુમાવો છો ત્યારે શું શક્યતાઓ રહેલી છે ? (યાદી કરો.)

(અહીં શક્યતાઓ એટલે જ્યારે ચક્ર ઊભું રહે ત્યારે દર્શકકાંટો કયા વૃત્તાંશ ઉપર આવશે તે.)



આકૃતિ 4.6



આકૃતિ 4.7

4. તમારી પાસે આકૃતિ 4.7 માં દર્શાવ્યા મુજબના એક ઘડામાં વિવિધ રંગોવાળા પાંચ દડાઓ રાખેલા છે. તમારે તેમાં જોયા વગર કોઈ એક દડો પસંદ કરવાનો છે. તમને કયા રંગનો દડો મળશે તેની પ્રયત્નોની યાદી બનાવો.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો



પાસો (Die) ઉછાળવાની રમતમાં,

- શું પહેલા પાસો ફેંકનાર ખેલાડીને 6 મળવાની તકો વધુ રહે છે ?
- શું પ્રથમ ખેલાડી બાદ રમનાર બીજા ખેલાડીને 6 મળવાની તકો ઓછી રહે છે ?
- ધારો કે બીજા ખેલાડીને 6 મળે છે, તો તેનો એવો અર્થ કરી શકાય કે ત્રીજા ખેલાડીને 6 મળવાની કોઈ શક્યતા નથી ?

4.3.2 સમસંભાવી શક્યતાઓ (Equally Likely Outcomes)

ધારો કે, એક સિક્કો અનેક વખત ઉછાળવામાં આવે છે અને કેટલી વખત H (છાપ) કે T (કાંટો) મળે છે તે નોંધવામાં આવે છે. હવે નીચેનું પરિણામપત્રક જુઓ, જેમાં સિક્કો ઉછાળવાની સંખ્યા સતત વધતી જાય છે.

સિક્કો ઉછાળવાની સંખ્યા	આવૃત્તિ ચિહ્ન (H માટે)	H ની સંખ્યા	આવૃત્તિ ચિહ્ન (T માટે)	T ની સંખ્યા
50	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ||	27	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||	23
60	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||	28	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ||	32
70	–	33	–	37
80	–	38	–	42
90	–	44	–	46
100	–	48	–	52

અહીં, આપણે અવલોકન કરી શકીએ છીએ કે જેમ સિક્કો ઉછાળવાની સંખ્યા વધતી જાય છે તેમ H અને T મળવાની સંખ્યા વધુ ને વધુ નજીક આવતી જાય છે.

આ જ ઘટના પાસો ઉછાળવામાં પણ બને છે. જેમ પાસો ઉછાળવાની સંખ્યા વધતી જાય છે તેમ 1 થી 6 ક્રમાંક મળવાની સંખ્યા લગભગ એકબીજાને સમાન જેવી હોય છે.

આવા કિસ્સાઓમાં આપણે કહી શકીએ કે પ્રયોગ દરમિયાન જુદાં-જુદાં પરિણામો મળવાની તકો સમસંભાવી હોય છે. આનો મતલબ એ થયો કે, પ્રયોગ દરમ્યાન દરેક ઘટના બનવાની શક્યતા એકસમાન હોય છે.



4.3.3 તક અને સંભાવના વચ્ચે સંબંધ

એક સિક્કો ઉછાળવાનો પ્રયોગ વિચારો. શું શક્યતાઓ હોઈ શકે ? અહીં માત્ર બે જ શક્યતાઓ હોઈ શકે : H (છાપ) અથવા T (કાંટો) બંને પરિણામ મળવાની શક્યતા સમસંભાવી છે. H મળવાની શક્યતા એ કુલ બે શક્યતાઓ પૈકીની એક શક્યતા છે. અર્થાત્ $\frac{1}{2}$. બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો, H મળવાની સંભાવના = $\frac{1}{2}$. તો પછી, T મળવાની સંભાવના કેટલી હોઈ શકે ?

હવે, પાસો ફેંકવાનો પ્રયોગ વિચારો. (અહીં આપણે ઉપયોગમાં લેવાના પાસાની કુલ છ બાજુઓ પર 1 થી 6 નંબર લખેલા હોવા જોઈએ અર્થાત્ દરેક બાજુ પર માત્ર એક જ નંબર અને બધા જ નંબર અલગ-અલગ હોવા જોઈએ.) જો તમે આ પાસો 1 વખત ઉછાળો તો શું શક્યતા (outcomes) હોઈ શકે ?
અહીં, 1, 2, 3, 4, 5, 6 મળવાની શક્યતા છે. આમ, અહીં છ શક્યતાઓ સમાન રીતે એકસરખી બને છે. ''2 મળવાની સંભાવના કેટલી થાય ?''

અહીં $\frac{1}{6}$ ← 2 મળવાની શક્યતાની સંખ્યા
← સમસંભાવી કુલ શક્યતાની સંખ્યા

5 મળવાની સંભાવના શું હોઈ શકે ? 7 મળવાની સંભાવના શું હોઈ શકે ? 6 માંથી 1 મળે તેની સંભાવના કેટલી ?

4.3.4 શક્યતા ઘટના સ્વરૂપે

દરેક પ્રયોગમાં મળતી શક્યતા કે શક્યતાઓનો સમૂહ 'ઘટના' (event)ને સ્વરૂપ આપે છે.
ઉદાહરણ તરીકે, સિક્કો ઉછાળવાના પ્રયોગમાં 'H' મળવો એ એક ઘટના છે અને તે જ રીતે 'T' મળવો એ પણ એક ઘટના છે.

પાસો ફેંકવાના પ્રયોગમાં દરેક પ્રયત્નને અંતે મળતી સંખ્યા 1, 2, 3, 4, 5 કે 6 એ એક ઘટના જ છે.

શું યુગ્મ સંખ્યા મળવી એ એક ઘટના છે ? યુગ્મ સંખ્યાઓ 2, 4 અથવા 6 હોઈ શકે, તેથી યુગ્મ સંખ્યા મળવી એ પણ એક ઘટના જ છે. યુગ્મ સંખ્યા પ્રાપ્ત થવાની સંભાવના કેટલી ?

અહીં, $\frac{3}{6}$ ← શક્યતાની સંખ્યા જે ઘટના બનાવે છે.
← કુલ શક્યતાની સંખ્યા

ઉદાહરણ 3 : એક થેલામાં 4 લાલ રંગના અને 2 પીળા રંગના દડા છે. (અહીં, દરેક દડા રંગ સિવાય અન્ય કોઈ રીતે જુદા પડતા નથી.) જો થેલામાં જોયા વગર એક દડો યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે (બહાર કાઢવામાં આવે) છે તો આ દડો લાલ રંગનો જ હોય તેની સંભાવના કેટલી ? શું તે સંભાવના પીળા રંગનો દડો હોવાની સંભાવના કરતાં વધુ કે ઓછી છે ?

ઉકેલ : આ ઘટના માટે કુલ $(4 + 2 =)$ 6 શક્યતાઓ છે. લાલ રંગનો દડો મળે તેવી શક્યતા 4 છે. (શા માટે ?) તેથી યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરેલો દડો લાલ રંગનો હોય તેની સંભાવના $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ થાય.

આ જ રીતે, યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરેલ દડો પીળા રંગનો હોય તેની સંભાવના $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ થાય. (શા માટે ?) આમ, પસંદ થયેલ દડો લાલ રંગનો હોય તેની સંભાવના પીળા રંગનો દડો હોવાની સંભાવના કરતાં વધુ છે.

પ્રયત્ન કરો



ધારો કે તમે એક ચક્ર ઘુમાવો છો.

1. (i) આકૃતિ 4.8 માં દર્શાવ્યા મુજબ, લીલા રંગનું વૃત્તાંશ હોય તેવી શક્યતાની યાદી કરો અને લીલા રંગનું વૃત્તાંશ ન હોય તેવી શક્યતાની યાદી કરો.

   (ii) લીલા રંગનું વૃત્તાંશ મળે તેની સંભાવના શોધો.

   (iii) લીલા રંગનું વૃત્તાંશ ન મળે તેની સંભાવના શોધો.



આકૃતિ 4.8

4.3.5 વ્યવહારિક જીવનમાં તકો અને સંભાવનાઓ

જે દિવસે તમારી પાસે રેઈનકોટ ન હોય તે જ દિવસે વરસાદ આવે તેવી તકો વિશે આપણે અગાઉ ચર્ચા કરી.

તમે આ તકને સંભાવનાના સ્વરૂપમાં શું કહી શકો ? શું ચોમાસાના 10 દિવસમાંથી માત્ર એક દિવસ જ આવું બને ? તો તેનો અર્થ એવો થયો કે વરસાદ આવવાની સંભાવના $\frac{1}{10}$ છે અને તેથી વરસાદ ન આવવાની સંભાવના $\frac{9}{10}$ છે. (અહીં, આપણે ધારી લઈએ કે જે-તે દિવસે વરસાદ આવે કે ન આવે તેની શક્યતા એકસરખી છે.)

આપણા વ્યવહારુ જીવનમાં ઘણા કિસ્સામાં સંભાવનાનો ઉપયોગ થાય છે.

1. કોઈ એક મોટા સમૂહની લાક્ષણિકતા શોધવા માટે તે જ સમૂહના નાનકડા ભાગની લાક્ષણિકતા શોધવી.
   ઉદાહરણ તરીકે, ચૂંટણી દરમિયાન એક્ઝિટ પોલ (Exit poll) લેવામાં આવે છે. આમાં જે લોકો પોતાનો મત આપીને આવ્યા હોય છે તેવા લોકોમાંથી એક સમૂહ બનાવી તેઓનો અભિપ્રાય લેવામાં આવે છે. આવું દરેક વિસ્તારના લોકો (સમૂહ) સાથે કરવામાં આવે છે અને તેના પરથી દરેક ઉમેદવારની જીતવાની તકો વિશે અનુમાન કરાય છે.



2. ભૂતકાળનાં વર્ષોની માહિતી પરથી તે વખતના પ્રવાહો (Trends)નું અવલોકન કરી હવામાન ખાતું (Meteorological department) હવામાન વિશે આગાહી કરે છે.

સ્વાધ્યાય 4.2

1. અહીં આપેલા પ્રયોગમાં તમને જોવા મળતી શક્યતાઓની યાદી બનાવો.

(a) ફરતું ચક્ર



(b) એક સાથે બે સિક્કા ઉછાળવા

2. પાસાને ફેંકવાથી મળતાં પરિણામની મદદથી નીચે પૈકીની ઘટના બનવાની શક્યતા

(i) (a) અવિભાજ્ય સંખ્યા (b) અવિભાજ્ય ન હોય તેવી સંખ્યા

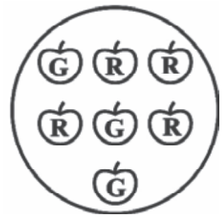
(ii) (a) 5 કરતાં મોટી સંખ્યા (b) 5 કરતાં મોટી ન હોય તેવી સંખ્યા

3. સંભાવના શોધો.

(a) પ્રશ્ન 1 (a)ની આકૃતિમાં દર્શક કાંટો વૃત્તાંશ D પર સ્થિર થાય.

(b) સારી રીતે ચીપેલાં (Well shuffled) 52 પાનાની જોડમાંથી એક પાનું યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરીએ અને તે એક્કો હોય.

(c) લાલ સફરજન મળવાની શક્યતા. (નીચેની આકૃતિ જુઓ.)



4. એક ચબરખી પર માત્ર એક જ નંબર લખેલ હોય તેવી કુલ 10 ચબરખી પર 1 થી 10 અંકો લખીને તેને એક ખોખામાં રાખી તેને સારી રીતે ભેળવવામાં (Mix) આવે છે. તેમાંથી કોઈ એક ચબરખી જોયા વગર પસંદ કરવામાં આવે છે. તો, નીચેની ઘટનાઓ માટે સંભાવના શોધો.

(i) ચબરખી પરની સંખ્યા 6 હોય.

(ii) ચબરખી પર લખાયેલ સંખ્યા 6 કરતાં નાની હોય.

(iii) ચબરખી પર લખાયેલ સંખ્યા 6 કરતાં મોટી હોય.

(iv) ચબરખી પર લખાયેલ સંખ્યા એક અંકવાળી હોય.

5. જો તમારી પાસે 3 લીલાં રંગનાં વૃત્તાંશો, 1 વાદળી રંગનું વૃત્તાંશ અને 1 લાલ રંગનું વૃત્તાંશ ધરાવતું ફરતું ચક્ર હોય તો લીલા રંગનું વૃત્તાંશ મળવાની સંભાવના કેટલી ? વાદળી રંગનું ન હોય, તેવાં વૃત્તાંશ મળવાની સંભાવના કેટલી ?

6. ઉપરોક્ત પ્રશ્ન-2 માં આપેલી ઘટનાઓ માટે સંભાવના શોધો.

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. સામાન્ય રીતે આપણને મળતી માહિતી અવ્યવસ્થિત સ્વરૂપે મળતી હોય છે જેને કાચી માહિતી કહે છે.
2. માહિતીને વર્તુળ આલેખ કે પાઈ-ચાર્ટની મદદથી પણ દર્શાવી શકાય છે. વર્તુળ આલેખ એ સમગ્ર માહિતી અને તેના થોડા ભાગ વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે.
3. એવા ઘણા પ્રયોગો છે જેમાં મળતાં પરિણામ અંગે એકસમાન તક હોય છે.
4. યાદચ્છિક પ્રયોગ એ એવો પ્રયોગ છે જેમાં કોઈ ઘટના બને તે પહેલાં તેનાં પરિણામ/શક્યતા વિશે અગાઉથી ચોક્કસ તારણ આપી શકાતું નથી.
5. જો કોઈ પ્રયોગમાં દરેક ઘટના બનવાની એકસમાન તક હોય તો તેવા પ્રયોગમાં મળતાં ઇચ્છિત પરિણામો મળવાની તકો એકસમાન હોય છે.
6. ઘટનાની સંભાવના $= \frac{\text{જે-તે ઘટના બનવાની શક્યતા}}{\text{પ્રયોગમાં રહેલ કુલ શક્યતાની સંખ્યા}}$
7. કોઈ પ્રયોગમાં એક કે એકથી વધુ શક્યતા ''ઘટના'' દર્શાવે છે.
8. આપણાં વ્યવહારુ જીવન સાથે પણ તકો અને સંભાવનાઓ સંકળાયેલી છે.

