V2E9Q5

પ્રકરણ 3

યામ ભૂમિતિ

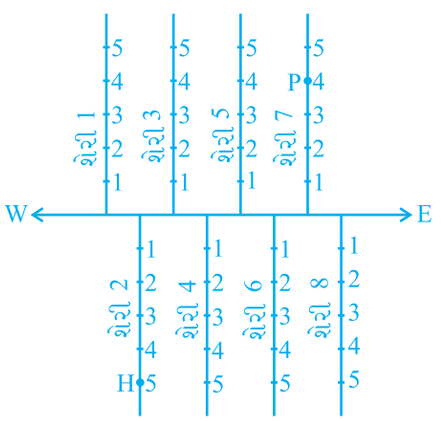
What's the good of Mercator's North Poles and Equators, Tropics, Zones and Meridian Lines ?' So the Bellman would cry; and crew would reply ' They are merely conventional signs!'

LEWIS CARROLL, ***The Hunting of the Snark***

3.1 પ્રાસ્તાવિક

અગાઉ તમે સંખ્યારેખા પર બિંદુનું નિરૂપણ કરવાનું શીખી ગયાં છો. તમે એ પણ જાણો છો કે બિંદુને રેખા પર કેવી રીતે દર્શાવવું. વાસ્તવમાં મોટા ભાગની પરિસ્થિતિઓમાં, બિંદુનું ચોક્કસ સ્થાન દર્શાવવા એક કરતાં વધારે રેખાઓના સંદર્ભની જરૂર પડે છે. દાખલા તરીકે નીચે દર્શાવેલ પરિસ્થિતિનો વિચાર કરો :

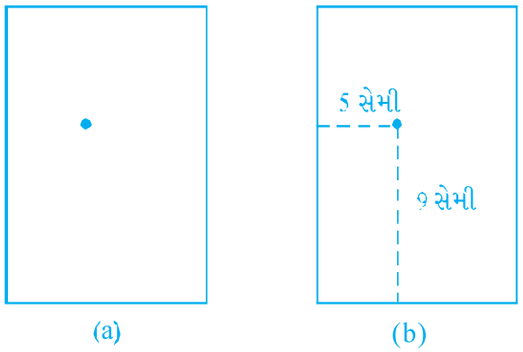
I. આકૃતિ 3.1 માં, રહેણાંક વિસ્તારમાં મુખ્ય રસ્તો પૂર્વથી પશ્ચિમ દિશા તરફ અને શેરીનું નામાભિધાન પશ્ચિમથી પૂર્વ તરફ કરેલું છે. વળી, દરેક શેરી પર ઘરના નંબર દર્શાવેલ છે. અહીં આ પરિસ્થિતિમાં આપણા મિત્રનું ઘર શોધવા માત્ર એક સંદર્ભ જાણતા હોઈએ તે પર્યાપ્ત છે ? તે માટે જો આપણે જાણીએ કે તે શેરી 2 માં રહે છે, તો આપણે તેનું ઘર સરળતાથી શોધી લઈશું ? ના. જે શેરીમાં મિત્રનું ઘર આવેલું છે તે શેરીનો નંબર અને તેના ઘરનો નંબર બંને જાણતા હોઈએ તો આવી માહિતી પરથી જેટલી સરળતા રહે તેટલી સરળતાથી નહિ. જો આપણે બીજી શેરીમાં અને ઘર નંબર 5 માં પહોંચવું હોય, તો સૌપ્રથમ બીજી શેરી ઓળખવી પડે અને ત્યાં પહોંચીને એ શેરીમાં 5 નંબરનું ઘર શોધી શકાય. આકૃતિ 3.1 માં



આકૃતિ 3.1

આ ચોક્કસ સ્થાન H દ્વારા દર્શાવવામાં આવ્યું છે. આ જ પ્રમાણે શેરી 7 માં 4 નંબરનું ઘર P દ્વારા દર્શાવેલ છે.

II. ધારો કે તમે કાગળના ટુકડા પર એક ટપકું કરો છો. [આકૃતિ.3.2(a)]. જો અમે તમને પૂછીએ કે 'કહો કાગળ પર ટપકાનું સ્થાન ક્યાં છે?' તમે કેવી રીતે જણાવશો ? કદાચ તમે તમારી રીતે કેટલાક પ્રયત્ન કરશો કે 'ટપકું કાગળના ઉપરના અર્ધતલના ભાગમાં છે' અથવા 'તે કાગળ પર ડાબી ધારની નજીક છે અથવા તે કાગળના ડાબી બાજુના ઉપરના ખૂણાની ઘણી નજીક છે.' શું આ મંતવ્યો પરથી ટપકાનું ચોક્કસ સ્થાન નક્કી કરાય ? ના ! પણ તમે એવું કહો કે ''ટપકું કાગળની ડાબી ધારથી 5 સેમી દૂર છે.'' તો તે આપણને વિચારવામાં મદદ કરશે. પણ ટપકાનું સ્થાન ચોક્કસ નક્કી કરાતું નથી. એક વધુ માર્ગદર્શન આપવામાં આવે, કે ટપકાનું સ્થાન તળિયેથી 9 સેમી ઉપર છે તો હવે તે ટપકું ખરેખર ક્યાં છે તે જાણી શકાય.



આકૃતિ 3.2

આપણે ટપકાનું સ્થાન બે રેખા એટલે કે ડાબી ધાર અને તળિયાની ધારથી કેટલું અંતર છે તે પરથી નિશ્ચિત કરીએ છીએ [આકૃતિ.3.2(b)]. બીજા શબ્દોમાં, આપણા માટે બે સ્વતંત્ર માહિતી ટપકાનું સ્થાન નક્કી કરવા માટે જરૂરી છે.

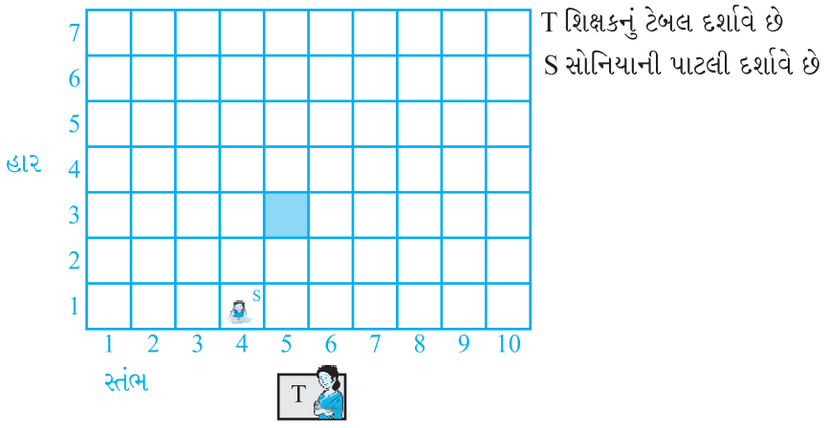
હવે, આપણે નીચે પ્રમાણે વર્ગખંડમાં 'બેઠક-વ્યવસ્થા'ની પ્રવૃત્તિ જાણીએ :

પ્રવૃત્તિ 1 (બેઠક-વ્યવસ્થા) : બધી પાટલીઓ સાથે રાખીને, તમારા વર્ગખંડની બધી પાટલીઓની બેઠક વ્યવસ્થાનું ચિત્ર તૈયાર કરીએ. દરેક પાટલીને ચોરસ તરીકે દર્શાવીએ. દરેક ચોરસમાં, જે પાટલી પર વિદ્યાર્થી બેસે છે તે દરેક પાટલી ઉપર વિદ્યાર્થીનું નામ લખીએ. દરેક વિદ્યાર્થીનું સ્થાન વર્ગખંડમાં બે સ્વતંત્ર માહિતીથી ચોક્કસ દર્શાવી શકાય.

(i) સ્તંભમાં તે ક્યાં બેસે છે.

(ii) હારમાં તે ક્યાં બેસે છે.

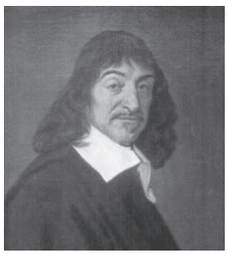
જો તમે પાંચમો સ્તંભ અને ત્રીજી હારમાં બેસો છો (આકૃતિ 3.3 માં રંગીન ચોરસ દર્શાવેલ છે.) તો તમારું સ્થાન (5,3) લખી શકાય. પ્રથમ સ્તંભ નંબર અને પછી હાર નંબર છે. શું આ સ્થાન (3, 5) ને સમાન છે ? તમારા વર્ગમાં બીજા વિદ્યાર્થીઓનાં નામો અને સ્થાનો દર્શાવો. ઉદાહરણ માટે જો સોનિયા ચોથા સ્તંભમાં અને પ્રથમ હારમાં બેઠી છે, તો તેનું સ્થાન S(4, 1) લખો. શિક્ષકનું ટેબલ તમારી બેઠક-વ્યવસ્થાનો ભાગ નથી. આપણે શિક્ષકને માત્ર કોઈ નિરીક્ષકના રૂપમાં લઈએ છીએ.



આકૃતિ 3.3

ઉપરની ચર્ચા પરથી એવું અવલોકન કરી શકાય કે તમે કોઈ પણ પદાર્થનું સ્થાન બે લંબરેખાઓની મદદથી દર્શાવી શકો. 'ટપકા'ના સ્થાનમાં આપણને ટપકા માટે તળિયાની ધારથી અંતર તેમજ ડાબી ધારથી અંતર જરૂરી છે. બેઠક-વ્યવસ્થાની ગોઠવણીમાં, આપણને સ્તંભનો ક્રમાંક અને હારનો ક્રમાંક જરૂરી છે. આ સરળ વિચાર જ ગણિતશાસ્ત્રની ખૂબ જ પ્રતિષ્ઠિત મહત્ત્વની શાખા *'યામ ભૂમિતિ'*ના ઉદ્‌ભવનું પ્રથમ પગલું બન્યો. આપણું ધ્યેય આ પ્રકરણમાં યામ ભૂમિતિની કેટલીક પાયાની સંકલ્પનાઓ આપવાનો છે. આ વિશે તમે તમારાં ઉચ્ચ ધોરણોમાં આનાથી વધારે અભ્યાસ કરશો. આ અભ્યાસના વિકાસની શરૂઆત ફ્રેન્ચ તત્ત્વજ્ઞાની અને ગણિતજ્ઞ René Déscartes એ કરી હતી.

René Déscartes, the great French mathematician of the seventeenth century, liked to lie in bed and think! One day, when resting in bed, he solved the problem of describing the position of a point in a plane. His method was a development of the older idea of latitude and longitude. In honour of Déscartes, the system used for describing the position of a point in a plane is also known as the *Cartesian system.*



René Déscartes (1596 -1650)

આકૃતિ 3.4

સ્વાધ્યાય 3.1

1. બીજી કોઈ વ્યક્તિને તમારા અભ્યાસના ટેબલ પરના ટેબલ લૅમ્પનું સ્થાન કેવી રીતે વર્ણવશો ?
2. (શેરીનો નકશો) એક શહેરના બે મુખ્ય રસ્તાઓ શહેરના કેન્દ્ર આગળ એકબીજાને છેદે છે. આ બે રસ્તાઓ ઉત્તર-દક્ષિણ દિશાઓ અને પૂર્વ-પશ્ચિમ દિશાઓમાં છે. શહેરની બાકીની બધી શેરીઓ આ રસ્તાની સમાંતરે છે અને પરસ્પર 200 મીટર દૂર છે. દરેક દિશામાં 5 શેરીઓ છે. 1 સેમી = 200 મીટર માપ લઈ, તમારી નોટબુકમાં શહેરનું આદર્શ ચિત્ર દોરો. રસ્તાઓ/શેરીઓને સીધી રેખાઓ દ્વારા દર્શાવો.

તમારા નમૂનામાં શહેરમાં ઘણીબધી છેદતી શેરીઓ છે. આ છેદતી શેરીઓ એક ઉત્તર-દક્ષિણ દિશામાં અને બીજી પૂર્વ-પશ્ચિમ દિશામાં જતી હોય તેવી બે શેરીઓની બનેલી છે. દરેક છેદતી શેરી નીચેના અનુસંધાનમાં દર્શાવાય છે. જો બીજી શેરી ઉત્તર-દક્ષિણ દિશામાં અને પાંચમી શેરી પૂર્વ-પશ્ચિમ દિશામાં ક્યાંક મળતી હોય, તો આપણે તેને છેદતી શેરી (2, 5) કહીશું. આ રૂઢિનો ઉપયોગ કરી નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો :

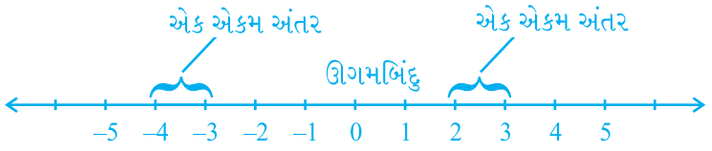
(i) કેટલી છેદતી શેરીઓનું નામાભિધાન (4, 3) તરીકે થઈ શકે ?

(ii) કેટલી છેદતી શેરીઓનું નામાભિધાન (3, 4) તરીકે થઈ શકે ?

3.2 કાર્તેઝિય પદ્ધતિ

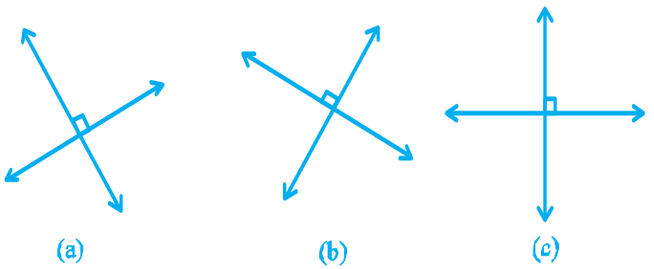
સંખ્યારેખાનો અભ્યાસ તમે 'સંખ્યા પદ્ધતિ'ના પ્રકરણમાં કરી ગયાં છો.

રેખા પર એક નિશ્ચિત બિંદુથી એકમ લંબાઈના ધન અંતર એક દિશામાં અને ઋણ અંતર બીજી દિશામાં દર્શાવ્યા છે. જે બિંદુથી અંતરો દર્શાવેલ છે તેને ઊગમબિંદુ કહે છે. સમાન અંતરે બિંદુઓ લઈને સંખ્યા દર્શાવવા આપણે સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. એકમ અંતરે સંખ્યા 1 દર્શાવાય, જ્યારે 3 એકમ અંતરે સંખ્યા '3' દર્શાવાય છે. '0' એ ઊગમબિંદુ દર્શાવે છે. ધન દિશામાં ઊગમબિંદુથી r અંતરે આવેલ બિંદુ સંખ્યા r દર્શાવે છે. ઋણ દિશામાં ઊગમબિંદુથી r અંતરે આવેલું બિંદુ સંખ્યા $-r$ દર્શાવે છે. સંખ્યારેખા પર ભિન્ન સંખ્યાઓનું સ્થાન આકૃતિ 3.5 માં દર્શાવ્યું છે.



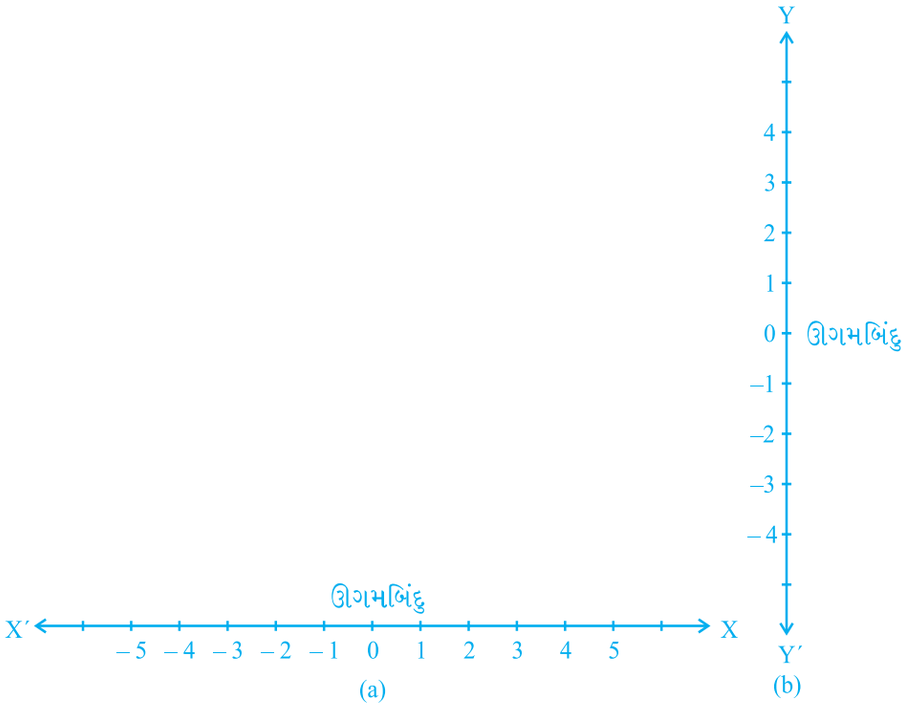
આકૃતિ 3.5

René Déscartesએ સમતલમાં બે રેખાઓને એકબીજીને લંબ દર્શાવવાનો વિચાર કર્યો અને સમતલમાં બિંદુનું સ્થાન નક્કી કરવા માટે આ રેખાઓનો સંદર્ભ લીધો. આકૃતિ 3.6માં દર્શાવ્યા મુજબ લંબરેખાઓ કોઈ પણ દિશામાં હોઈ શકે છે.



આકૃતિ 3.6

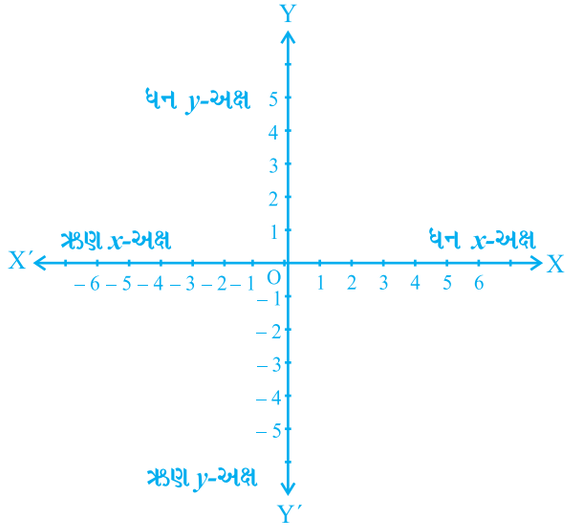
પણ જ્યારે આપણે આ પ્રકરણમાં બે રેખાઓથી બિંદુનું સ્થાન સમતલમાં નક્કી કરીએ ત્યારે એક સમક્ષિતિજ અને બીજી શિરોલંબ રેખા લઈશું. તે આકૃતિ 3.6(c) માં છે.



આકૃતિ 3.7

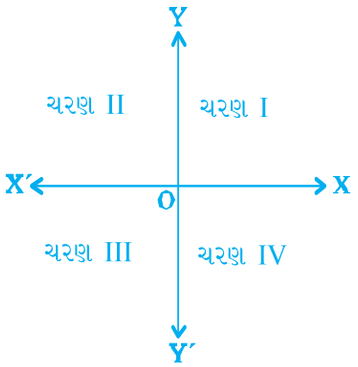
વાસ્તવિક રીતે આ બે રેખાઓ આ પ્રમાણે મેળવવામાં આવે છે. બે સંખ્યારેખાઓ X'X અને Y'Y પસંદ કરો. X'X ને સમક્ષિતિજ [આકૃતિ.3.7(a)] લઈ તેની ઉપર સંખ્યારેખાની જેમ સંખ્યાઓ લખો. આપણે તે જ રીતે સંખ્યારેખા Y'Y માટે કરો. ફેર એટલો છે કે Y'Y શિરોલંબ થશે, નહિ કે સમક્ષિતિજ. [આકૃતિ.3.7(b)]

બંને રેખાઓ એકબીજાને તેમનાં શૂન્યોમાં છેદે અથવા ઊગમબિંદુએ છેદે તે રીતે ગોઠવો. [આકૃતિ.3.8] સમક્ષિતિજ રેખા X'X ને x-અક્ષ અને શિરોલંબ રેખા Y'Y ને y-અક્ષ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. X'X અને Y'Y જે બિંદુએ લંબ છે તે બિંદુને ઊગમબિંદુ કહેવામાં આવે છે અને તેને O વડે દર્શાવાય છે. ધન સંખ્યાઓ OX અને OY પર હોય છે અને તેથી OX અને OY ને અનુક્રમે x-અક્ષ અને y-અક્ષની ધન દિશાઓ કહે છે. તે જ રીતે OX' અને OY' ને અનુક્રમે x-અક્ષ અને y-અક્ષની ઋણ દિશાઓ કહે છે.



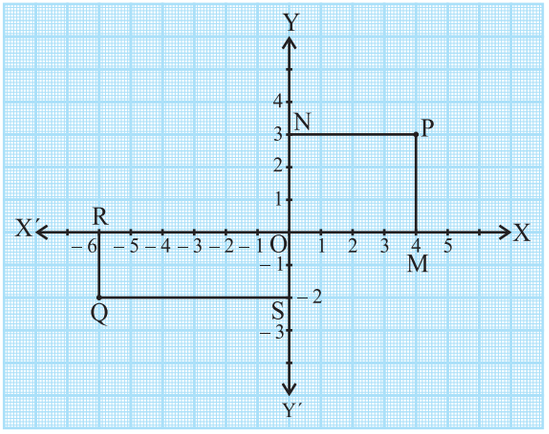
આકૃતિ.3.8

તમે કહી શકો છો કે, અક્ષો (એકવચનમાં શબ્દ 'અક્ષ') સમતલને ચાર ભાગમાં વહેંચે છે. આ ચાર ભાગને ચરણ કે પાદ કહેવામાં આવે છે (એક ચતુર્થાંશ ભાગ). OX થી વિષમઘડી દિશામાં તેમને ક્રમાંક I, II, III અને IV વડે દર્શાવાય છે(જુઓ આકૃતિ 3.9.) તેથી સમતલ, યામાક્ષો અને ચાર ચરણનો યોગ છે. આપણે સમતલને કાર્તેઝિય સમતલ અથવા યામ સમતલ અથવા xy-સમતલ કહીશું. અક્ષોને યામાક્ષો તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.



આકૃતિ 3.9

હવે, આપણે જોઈએ કે શા માટે આ પદ્ધતિ ગણિત માટે પાયાની છે અને તે કેવી રીતે ઉપયોગી છે. વિચારો કે નીચેના આલેખપત્રમાં અક્ષો દર્શાવ્યા છે. P અને Q અક્ષોથી કેટલા અંતરે છે તે તપાસીએ. આ માટે x-અક્ષ પર લંબરેખાખંડ PM અને y-અક્ષ પર લંબરેખાખંડ PN દોરો. તેવી જ રીતે આપણે લંબરેખાખંડ QR અને QS આકૃતિ 3.10 માં દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 3.10

તમે જોઈ શકશો કે,

(i) P બિંદુનું x-અક્ષની ધન દિશામાં y-અક્ષથી લંબઅંતર PN = OM = 4 એકમ છે.

(ii) P બિંદુનું y-અક્ષની ધન દિશામાં x-અક્ષથી લંબઅંતર PM = ON = 3 એકમ છે.

(iii) Q બિંદુનું x-અક્ષની ઋણ દિશામાં y-અક્ષથી લંબઅંતર OR = SQ = 6 એકમ છે.

(iv) Q બિંદુનું y-અક્ષની ઋણ દિશામાં x-અક્ષથી લંબઅંતર OS = RQ = 2 એકમ છે.

હવે, આ અંતરનો ઉપયોગ કરીને બિંદુઓ કેવી રીતે દર્શાવવા કે જેથી કોઈ મુશ્કેલી ના રહે ?

હવે આપણે નીચેની રીતનો ઉપયોગ કરીને બિંદુના યામ લખીશું :

(i) કોઈપણ બિંદુનો x-યામ એ તેનું y-અક્ષથી x-અક્ષની દિશામાં માપેલ લંબઅંતર છે.(જો અંતર x-અક્ષની ધન દિશામાં હોય તો તેનો x-યામ ધન છે અને જો અંતર x-અક્ષની ઋણ દિશામાં માપવામાં આવે, તો તેનો x-યામ ઋણ હોય છે). આમ, P નો x-યામ $+4$ છે અને Q નો x-યામ -6 છે. x-યામને ભુજ પણ કહે છે.

(ii) કોઈ પણ બિંદુનો y-યામ તેનું x-અક્ષથી y-અક્ષની દિશામાં માપેલ લંબઅંતર છે.(જો તે અંતર y-અક્ષની ધન દિશામાં માપવામાં આવે, તો y-યામ ધન હોય છે તથા જો તે અંતર y-અક્ષની ઋણ દિશામાં માપવામાં આવે, તો તે y-યામ ઋણ હોય છે). બિંદુ P માટે તે $+3$ છે અને બિંદુ Q માટે -2 છે. y-યામને કોટિ પણ કહે છે.

(iii) બિંદુના યામ લખતી વખતે પ્રથમ x-યામ અને તે પછી y-યામ લખવામાં આવે છે. યામને કૌંસમાં લખવામાં આવે છે. આથી બિંદુ P ના યામ (4, 3) અને બિંદુ Q ના યામ $(-6, -2)$ છે. સમતલના પ્રત્યેક બિંદુને યામ દ્વારા અનન્ય રીતે દર્શાવાય છે. (3, 4) એ (4, 3) ને સમાન નથી.

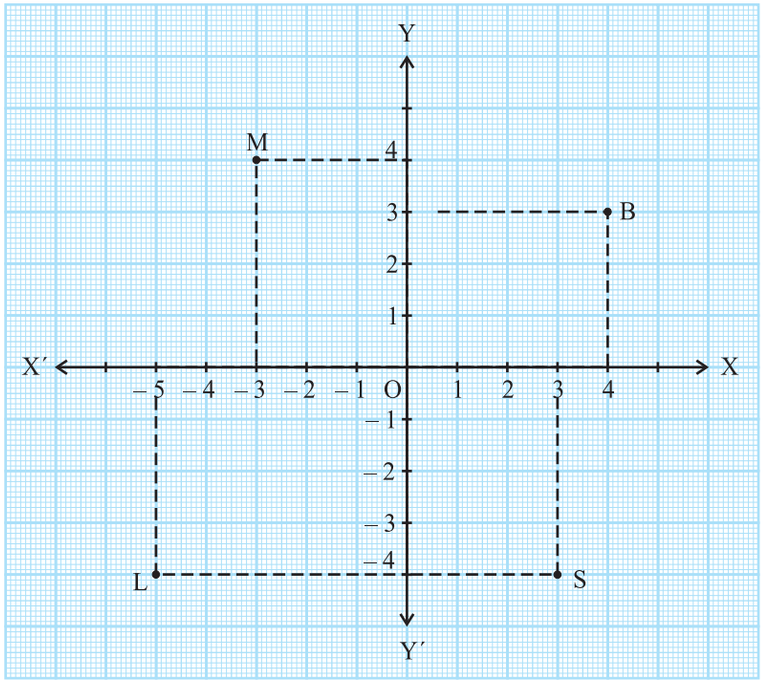
ઉદાહરણ 1 : આકૃતિ 3.11 જુઓ અને નીચેનાં વિધાનો પૂર્ણ કરો :

(i) બિંદુ B ના ભુજ અને કોટિ અનુક્રમે ..... અને ..... છે. આથી બિંદુ B ના યામ (....., ...) છે.

(ii) બિંદુ M ના x-યામ અને y-યામ અનુક્રમે ..... અને ..... છે. આથી બિંદુ M ના યામ (....., ...) છે.

(iii) બિંદુ L ના x-યામ અને y-યામ અનુક્રમે ..... અને ..... છે. આથી બિંદુ L ના યામ (....., ...) છે.

(iv) બિંદુ S ના x-યામ અને y-યામ અનુક્રમે ..... અને ..... છે. આથી બિંદુ S ના યામ (....., ...) છે.



આકૃતિ 3.11

ઉકેલ : (i) બિંદુ B એ y-અક્ષથી 4 એકમ અંતરે છે. આથી બિંદુ B નો x-યામ અથવા ભુજ 4 છે. બિંદુ B એ x-અક્ષથી 3 એકમ અંતરે છે, તેથી બિંદુ B નો y-યામ અથવા કોટિ 3 છે. આથી બિંદુ B ના યામ (4, 3) છે.

ઉપર (i) મુજબ,

(ii) બિંદુ M ના x-યામ અને y-યામ અનુક્રમે -3 અને 4 છે. આથી બિંદુ M ના યામ $(-3, 4)$ છે.

(iii) બિંદુ L ના x-યામ અને y-યામ અનુક્રમે -5 અને -4 છે. આથી બિંદુ L ના યામ $(-5, -4)$ છે.

(iv) બિંદુ S ના x-યામ અને y-યામ અનુક્રમે 3 અને -4 છે. આથી બિંદુ S ના યામ $(3, -4)$ છે.

ઉદાહરણ 2 : આકૃતિ 3.12 માં અક્ષો ઉપરનાં બિંદુઓના યામ લખો :

ઉકેલ : તમે જોઇ શકશો કે,

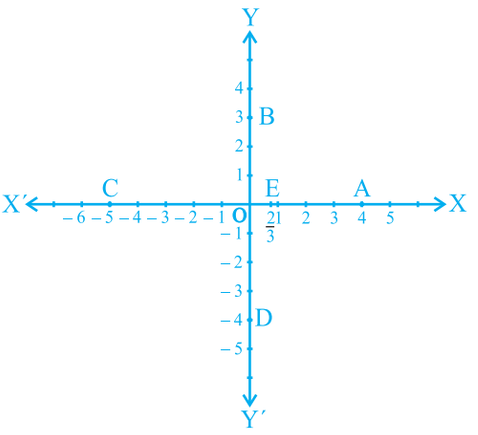
(i) બિંદુ A y-અક્ષથી $+4$ અંતરે છે અને x-અક્ષ થી 0 અંતરે છે તેથી બિંદુ A નો x- યામ 4 છે અને y-યામ 0 છે. આથી બિંદુ A ના યામ (4, 0) છે.

(ii) શા માટે બિંદુ B ના યામ (0, 3) છે ?

(iii) શા માટે બિંદુ C ના યામ $(-5, 0)$ છે ?

(iv) શા માટે બિંદુ D ના યામ $(0, -4)$ છે ?

(v) શા માટે બિંદુ E ના યામ $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ છે ?



આકૃતિ.3.12

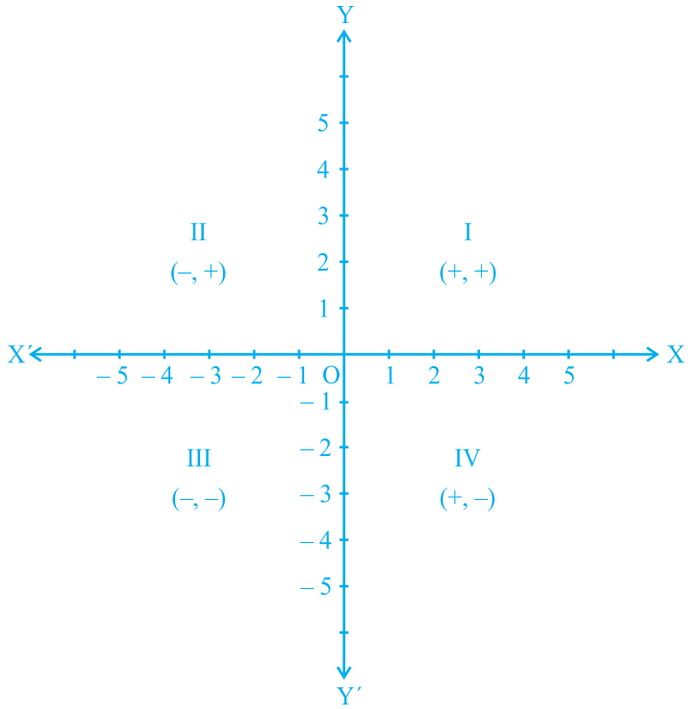
x-અક્ષના દરેક બિંદુનું x-અક્ષથી અંતર શૂન્ય છે. તેથી x-અક્ષ પરનાં પ્રત્યેક બિંદુનો y-યામ કાયમ માટે શૂન્ય છે. આ રીતે કોઈપણ બિંદુ x-અક્ષ પર હોય તો તેના યામ $(x, 0)$ થાય છે. અહીં x એ બિંદુનું y-અક્ષથી નિરપેક્ષ અંતર છે. તે જ રીતે કોઈ પણ બિંદુ y-અક્ષ પર હોય તો તેના યામ $(0, y)$ થાય છે. અહીં y એ x-અક્ષથી તે બિંદુનું નિરપેક્ષ અંતર છે. શા માટે ?

ઊગમબિંદુના યામો શું છે? તેનાં બંને અક્ષોથી અંતર શૂન્ય છે, તેથી x-યામ અને y-યામ બંને શૂન્ય છે, માટે ઊગમબિંદુના યામ (0, 0) છે.

ઉપરના ઉદાહરણ પરથી તમે નીચે પ્રમાણે અવલોકન કરી શકો કે બિંદુના યામોનાં ચિહ્નો પરથી બિંદુ કયા ચરણમાં છે તે નક્કી થાય છે.

(i) જો બિંદુ પ્રથમ ચરણમાં હોય તો, બિંદુનું સ્વરૂપ (+, +) થશે. પ્રથમ ચરણ ધન x-અક્ષ અને ધન y-અક્ષથી ઘેરાયેલ છે.

(ii) જો બિંદુ બીજા ચરણમાં હોય તો, બિંદુનું સ્વરૂપ (–, +) થશે. બીજું ચરણ ઋણ x-અક્ષ અને ધન y-અક્ષથી ઘેરાયેલ છે.



આકૃતિ 3.13

(iii) જો બિંદુ ત્રીજા ચરણમાં હોય, તો બિંદુનું સ્વરૂપ (–, –) થશે. ત્રીજું ચરણ ઋણ x-અક્ષ અને ઋણ y-અક્ષથી ઘેરાયેલ છે.

(iv) જો બિંદુ ચોથા ચરણમાં હોય, તો બિંદુનું સ્વરૂપ (+, –) થશે. ચોથું ચરણ ધન x-અક્ષ અને ઋણ y-અક્ષથી ઘેરાયેલ છે.(જુઓ આકૃતિ 3.13)

ટિપ્પણી : સમતલમાં બિંદુનું સ્થાન સૂચવવા માટે ઉપર જે પદ્ધતિની ચર્ચા કરી છે તે ફક્ત એક રૂઢિ છે, જે વિશ્વભરમાં સ્વીકાર્ય છે. અહીં કોટિ (y-યામ) પહેલા અને ભુજ (x-યામ) બીજા સ્થાને આવે તેવી પદ્ધતિ પણ વિકસાવી શકાય. તેમ છતાં કોઈ પણ સંદિગ્ધતાને દૂર રાખવા આપણે સમગ્ર વિશ્વમાં પ્રચલિત રૂઢિગત પદ્ધતિને અનુસરીશું.

સ્વાધ્યાય 3.2

1. નીચેના દરેક પ્રશ્નના જવાબ આપો :

(i) યામ-સમતલમાં કોઈપણ બિંદુ દર્શાવવા ઉપયોગમાં લેવાતી સમક્ષિતિજ અને શિરોલંબ રેખાઓનાં નામ શું છે ?

(ii) આ બે રેખાઓથી બનતા સમતલના દરેક ભાગનું નામ શું છે ?

(iii) આ બે રેખાઓ જ્યાં છેદે તે બિંદુનું નામ લખો.

2. આકૃતિ 3.14 જુઓ અને માગ્યા પ્રમાણે જવાબ લખો :

(i) બિંદુ B ના યામ જણાવો.

(ii) બિંદુ C ના યામ જણાવો.

(iii) $(-3, -5)$ દ્વારા દર્શાવાતું બિંદુ લખો.

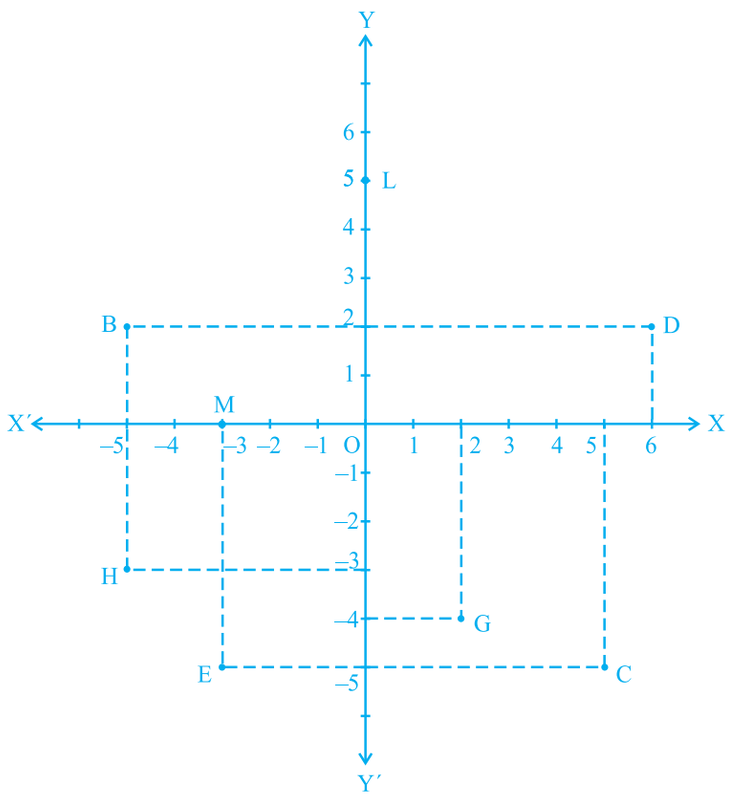
(iv) $(2, -4)$ દ્વારા દર્શાવાતું બિંદુ લખો.

(v) બિંદુ D નો x-યામ જણાવો.

(vi) બિંદુ H નો y-યામ જણાવો.

(vii) બિંદુ L ના યામ જણાવો.

(viii) બિંદુ M ના યામ જણાવો.



આકૃતિ 3.14

3.3 સારાંશ

આ પ્રકરણમાં નીચેના મુદ્દાઓ વિશે અભ્યાસ કર્યો :

1. સમતલમાં વસ્તુનું સ્થાન અથવા બિંદુનું નિરૂપણ કરવામાં આપણને બે પરસ્પર લંબરેખાની જરૂર પડે. એક સમક્ષિતિજ અને બીજી શિરોલંબ.
2. સમતલને કાર્તેઝિય સમતલ અથવા યામ-સમતલ અથવા કાર્તેઝિય યામ સમતલ પણ કહે છે અને રેખાઓને યામાક્ષો કહે છે.
3. સમક્ષિતિજ રેખાને x-અક્ષ અને શિરોલંબ રેખાને y-અક્ષ કહે છે.
4. યામાક્ષો સમતલને ચાર ભાગોમાં વિભાજિત કરે છે. તેમને ચરણ કહે છે.
5. બે અક્ષોના છેદબિંદુને ઊગમબિંદુ કહેવાય છે.
6. બિંદુથી y-અક્ષ સુધીના યોગ્ય દિશામાં અંતરને x-યામ અથવા ભુજ અને બિંદુથી x-અક્ષ સુધીના યોગ્ય દિશામાં અંતરને y-યામ અથવા કોટિ કહેવાય છે.
7. જો x- યામ x અને y-યામ y હોય, તો (x, y) ને બિંદુના યામ કહેવાય છે.
8. x-અક્ષ પરના પ્રત્યેક બિંદુનું સ્વરૂપ $(x, 0)$ અને y-અક્ષ પરના પ્રત્યેક બિંદુનું સ્વરૂપ $(0, y)$ છે.
9. ઊગમબિંદુના યામ $(0, 0)$ છે.
10. પ્રથમ ચરણમાં બિંદુના યામ $(+, +)$, બીજા ચરણમાં $(-, +)$, ત્રીજા ચરણમાં $(-, -)$ અને ચોથા ચરણમાં $(+, -)$ સ્વરૂપના હોય છે. $+$ ધન વાસ્તવિક સંખ્યા અને $-$ ઋણ વાસ્તવિક સંખ્યા દર્શાવે છે.
11. જો $x \neq y$ તો $(x, y) \neq (y, x)$ અને જો $x = y$ તો $(x, y) = (y, x)$