# પ્રકરણ 9

T8R9A1

# ગુરુત્વાકર્ષણ (Gravitation)

આપણે પદાર્થોની ગતિ તથા ગતિ માટે જવાબદાર બળનો અભ્યાસ કર્યો. આપણે શીખ્યાં કે પદાર્થની ઝડપ કે ગતિની દિશા બદલવા માટે બળ જરૂરી છે. આપણે હંમેશાં જોઈએ છીએ કે કોઈ પદાર્થને ઊંચાઈ પરથી પડવા દેવામાં આવે ત્યારે તે પૃથ્વી તરફ ગતિ કરે છે. આપણે જાણીએ છીએ કે બધા જ ગ્રહો સૂર્યની આસપાસ પરિક્રમા કરે છે. ચંદ્ર પૃથ્વીની આસપાસ પરિક્રમા કરે છે. આ દરેક પરિસ્થિતિઓમાં પદાર્થો પર, ગ્રહો પર તથા ચંદ્ર પર કોઈ બળ ચોક્કસ લાગતું હોવું જોઈએ. આઇઝેક ન્યૂટન એ હકીકત સમજી ગયા હતાં કે આ બધાં જ માટે એક જ બળ જવાબદાર છે. આ બળને ગુરુત્વાકર્ષણ બળ કહે છે.

આ પ્રકરણમાં આપણે ગુરુત્વાકર્ષણ તથા ગુરુત્વાકર્ષણના સાર્વત્રિક નિયમનો અભ્યાસ કરીશું. આપણે પૃથ્વી પર ગુરુત્વાકર્ષણ બળની અસર હેઠળ પદાર્થોની ગતિની ચર્ચા કરીશું. આપણે અભ્યાસ કરીશું કે કોઈ પદાર્થનું વજન એક સ્થાનથી બીજા સ્થાન પર કેવી રીતે બદલાય છે. આપણે પ્રવાહીઓમાં પદાર્થોને તરવા માટેની શરતોની પણ ચર્ચા કરીશું.

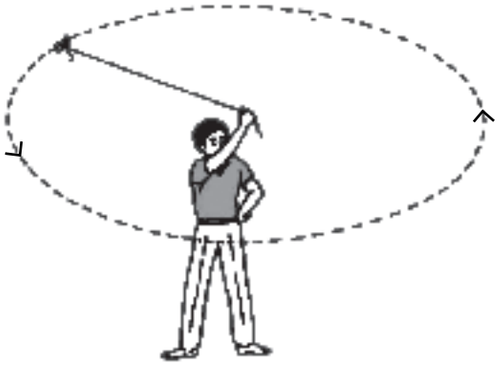
## 9.1 ગુરુત્વાકર્ષણ (Gravitation)

આપણે જાણીએ છીએ કે ચંદ્ર પૃથ્વીની આસપાસ પરિક્રમણ કરે છે. જ્યારે કોઈ પદાર્થને ઊર્ધ્વદિશામાં ફેંકવામાં આવે ત્યારે તે અમુક ઊંચાઈ સુધી પહોંચ્યા બાદ ફરી નીચે તરફ પડવા લાગે છે. એવું કહેવાય છે કે ન્યૂટન જ્યારે ઝાડ નીચે બેઠા હતા ત્યારે એક સફરજન તેમના પર પડ્યું. સફરજનના નીચે તરફ પડવાની ઘટનાએ ન્યૂટનને વિચારવા માટે પ્રેરિત કર્યા. તેમણે વિચાર્યું કે જો પૃથ્વી સફરજનને પોતાની તરફ આકર્ષી શકે છે તો શું ચંદ્રને આકર્ષિત નહિ કરતી હોય ? શું બંને પરિસ્થિતિઓમાં એક જ બળ લાગે છે ? તેમણે અનુમાન લગાવ્યું કે બંને અવસ્થાઓ માટે એક જ પ્રકારનું બળ જવાબદાર છે. તેમણે તર્ક આપ્યો કે પોતાની કક્ષાના દરેક બિંદુ પાસે ચંદ્ર કોઈ સુરેખ પથ પર ગતિ કરવાને બદલે પૃથ્વી તરફ પડતો રહે છે. એટલે કે તે પૃથ્વી દ્વારા ચોક્કસપણે આકર્ષિત થાય છે; પરંતુ વાસ્તવમાં આપણે ચંદ્રને પૃથ્વી પર પડતો જોતાં નથી.

ચંદ્રની ગતિને સમજવા માટે પ્રવૃત્તિ 7.11 પર ફરીથી વિચાર કરીએ.

**પ્રવૃત્તિ 9.1**

- દોરીનો એક ટુકડો લો.
- તેના એક છેડા પર એક નાનો પથ્થર બાંધો. દોરીના બીજા છેડાને પકડીને પથ્થરને વર્તુળાકાર માર્ગે આકૃતિ 9.1માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ઘુમાવો.
- પથ્થરની ગતિની દિશા જુઓ.
- હવે દોરીને છોડી દો.
- ફરીથી પથ્થરની ગતિની દિશા જુઓ.



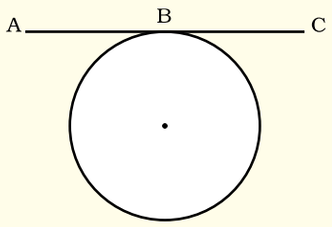
*આકૃતિ 9.1 : પથ્થર દ્વારા અચળ ઝડપે વર્તુળાકાર પથ પર થતી ગતિ*

દોરીને છોડતાં પહેલાં પથ્થર એક નિશ્ચિત ઝડપથી વર્તુળાકાર માર્ગે ગતિ કરે છે અને દરેક બિંદુ પાસે તેની દિશા બદલાય છે. દિશામાં થતા ફેરફારમાં વેગનો ફેરફાર અથવા પ્રવેગ સંકળાયેલ છે. જે બળને લીધે આ પ્રવેગ ઉદ્ભવે છે તથા જે પદાર્થને વર્તુળાકાર પથ પર ગતિશીલ રાખે છે તે બળ કેન્દ્ર તરફ લાગે છે. આ બળને કેન્દ્રગામી બળ કહે છે (અર્થાત્ કેન્દ્ર તરફ).

આ બળની ગેરહાજરીમાં પથ્થર સુરેખ પથ પર ગતિ કરે છે. આ સુરેખ પથ વર્તુળાકાર માર્ગનો સ્પર્શક હશે.

**વધારે જાણવા જેવું**

**વર્તુળનો સ્પર્શક**




કોઈ સુરેખા જે વર્તુળના માત્ર એક જ બિંદુને છેદે છે તેને વર્તુળનો સ્પર્શક (સ્પર્શરેખા) કહે છે. સુરેખા ABC વર્તુળના B બિંદુ પર સ્પર્શક છે.

ચંદ્રની પૃથ્વીની આસપાસ ગતિ કેન્દ્રગામી બળને કારણે છે. આ કેન્દ્રગામી બળ પૃથ્વીના આકર્ષણ બળ દ્વારા પૂરું પડે છે. જો આવું કોઈ બળ ન હોત, તો ચંદ્ર સુરેખ પથ પર નિયમિત ગતિ કરતો હોત.

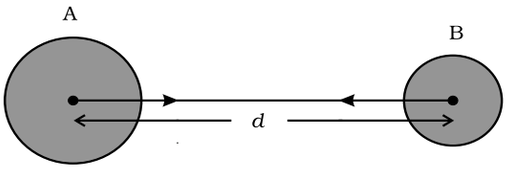
આપણે જોઈએ છીએ કે સફરજન પૃથ્વી તરફ આકર્ષાય છે. શું સફરજન પણ પૃથ્વીને પોતાની તરફ આકર્ષે છે ? જો તેમ હોય તો આપણે પૃથ્વીને સફરજનની તરફ ગતિ કરતી કેમ જોઈ શકતાં નથી ?

ગતિના ત્રીજા નિયમ અનુસાર સફરજન પણ પૃથ્વીને આકર્ષે છે; પરંતુ ગતિના બીજા નિયમ અનુસાર આપેલ બળ માટે પદાર્થમાં ઉદ્ભવતો પ્રવેગ તેના દળના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે (સમીકરણ 8.4). પૃથ્વીની સાપેક્ષમાં સફરજનનું દળ અવગણ્ય છે. તેથી આપણે પૃથ્વીને સફરજન તરફ ગતિ કરતી જોઈ શકતાં નથી. આ જ તર્કના આધાર પર આપણે જાણી શકીએ છીએ કે કેમ પૃથ્વી ચંદ્ર તરફ ગતિ કરતી નથી.

આપણા સૂર્યમંડળમાં બધા જ ગ્રહો સૂર્યની આસપાસ પરિક્રમણ કરે છે. આગળ જણાવેલ તર્ક અનુસાર આપણે કહી શકીએ કે સૂર્ય તથા ગ્રહો વચ્ચે એક બળ અસ્તિત્વ ધરાવે છે. ઉપર્યુક્ત તથ્યોના આધારે ન્યૂટન એ તારણ પર આવ્યા કે ફક્ત પૃથ્વી જ સફરજન કે ચંદ્રને આકર્ષિત કરતી નથી; પરંતુ વિશ્વના બધા જ પદાર્થો એકબીજાને આકર્ષે છે. પદાર્થો વચ્ચેના આ આકર્ષણબળને ગુરુત્વાકર્ષણ બળ કહે છે.

### 9.1.1 ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક નિયમ (Universal law of gravitation)

વિશ્વનો પ્રત્યેક પદાર્થ બીજા દરેક પદાર્થ પર આકર્ષણબળ લગાડે છે, જે બંને પદાર્થોના દળના ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં તથા તેમની વચ્ચેના અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. આ બળ બંને પદાર્થોના કેન્દ્રને જોડતી રેખાની દિશામાં હોય છે.




$$F = G\frac{Mm}{d^2}$$

*આકૃતિ 9.2 : કોઈ બે પદાર્થો વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષણબળ તેમનાં કેન્દ્રોને જોડતી રેખાની દિશામાં લાગે છે*

ધારો કે, આકૃતિ 9.2માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બે પદાર્થો A અને Bનાં દળ અનુક્રમે M અને m તથા તેમની વચ્ચેનું અંતર $d$ છે. ધારો કે, બંને પદાર્થો વચ્ચે લાગતું આકર્ષણ બળ F છે. ગુરુત્વાકર્ષણના સાર્વત્રિક નિયમ અનુસાર બે પદાર્થો વચ્ચે લાગતું બળ તેમના દળના ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં હોય છે. એટલે કે,

$$F \propto M \times m \qquad (9.1)$$

અને આ બળ બંને પદાર્થો વચ્ચેના અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. એટલે કે,

$$F \propto \frac{1}{d^2} \qquad (9.2)$$

સમીકરણ (9.1) અને (9.2)નો સમન્વય કરતાં,

$$F \propto \frac{M \times m}{d^2} \qquad (9.3)$$

અથવા

$$F = G\frac{M \times m}{d^2} \qquad (9.4)$$

જ્યાં G સપ્રમાણતાનો અચળાંક છે અને તેને ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક અચળાંક કહે છે.

સમીકરણ (9.4)માં ચોકડી ગુણાકાર કરતાં,

$$F \times d^2 = GM \times m$$

અથવા $$G = \frac{Fd^2}{M \times m} \qquad (9.5)$$

સમીકરણ (9.5) માં બળ, અંતર તથા દળના એકમો મૂકતાં આપણને G નો SI એકમ N $m^2$ $kg^{-2}$ મળે છે.

હેનરી કેવેન્ડિશે (Henry Cavendish) (1731-1810) સંવેદનશીલ તુલાની મદદથી G નું મૂલ્ય શોધ્યું હતું. G નું હાલમાં સર્વસ્વીકૃત મૂલ્ય $6.673 \times 10^{-11}$ N $m^2$ $kg^{-2}$ છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે, કોઈ પણ બે પદાર્થો વચ્ચે આકર્ષણ બળ અસ્તિત્વ ધરાવે છે. તમે તમારી તથા તમારી નજીક બેઠેલા તમારા મિત્ર વચ્ચે લાગતાં આ બળની ગણતરી કરો. આ પરથી નિષ્કર્ષ તારવો કે તમે આ બળનો અનુભવ કેમ કરતાં નથી.

**યાદ રાખવા જેવું**

આ નિયમ સાર્વત્રિક એ રીતે છે કે તે દરેક પદાર્થો પર લાગુ પડે છે, પછી તે પદાર્થ નાનો હોય કે મોટો, ખગોળીય હોય કે પાર્થિવ.

**વર્ગનો વ્યસ્ત**

$F$ એ $d$ ના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં છે, એનો અર્થ એ થયો કે જો $d$ ને 6 ગણું કરવામાં આવે તો F નું મૂલ્ય $\frac{1}{36}$ ગણું નાનું થાય છે.

**ઉદાહરણ 9.1 :** પૃથ્વીનું દળ $6 \times 10^{24}$ kg તથા ચંદ્રનું દળ $7.4 \times 10^{22}$ kg છે. જો પૃથ્વી અને ચંદ્ર વચ્ચેનું અંતર $3.84 \times 10^5$ km હોય, તો પૃથ્વી દ્વારા ચંદ્ર પર લાગતું બળ ગણો ($G = 6.7 \times 10^{-11}$ N $m^2$ $kg^{-2}$ લો.).

**ઉકેલ :**

પૃથ્વીનું દળ, $M = 6 \times 10^{24}$ kg

ચંદ્રનું દળ, $m = 7.4 \times 10^{22}$ kg

પૃથ્વી તથા ચંદ્ર વચ્ચેનું અંતર

$d = 3.84 \times 10^5$ km

$= 3.84 \times 10^5 \times 1000$ m

$= 3.84 \times 10^8$ m

$G = 6.7 \times 10^{-11}$ $Nm^2$ $kg^{-2}$

સમીકરણ (9.4) પરથી, પૃથ્વી દ્વારા ચંદ્ર પર લાગતું બળ,

$$F = G\frac{M \times m}{d^2}$$

$$= \frac{6.7 \times 10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2} \times 6 \times 10^{24}\ kg \times 7.4 \times 10^{22}\ kg}{\left(3.84 \times 10^8\ m\right)^2}$$

$= 2.02 \times 10^{20}$ N

આમ, પૃથ્વી દ્વારા ચંદ્ર પર લગાડેલ બળ $2.02 \times 10^{20}$ N છે.

**પ્રશ્નો :**

1. ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક નિયમ જણાવો.
2. પૃથ્વી તથા તેની સપાટી પર રાખેલ કોઈ પદાર્થ વચ્ચે લાગતાં ગુરુત્વાકર્ષણ બળનું મૂલ્ય શોધવા માટેનું સૂત્ર લખો.

### 9.1.2 ગુરુત્વાકર્ષણના સાર્વત્રિક નિયમનું મહત્ત્વ (Importance of the universal law of gravitation)

ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક નિયમ અનેક એવી ઘટનાઓ સફળતાપૂર્વક સમજાવે છે જે અસંબંધિત (unconnected) માનવામાં આવતી હતી.

(i) આપણને પૃથ્વી સાથે બાંધી રાખતું બળ;

(ii) પૃથ્વીની ફરતે થતું ચંદ્રનું પરિક્રમણ;

(iii) સૂર્યની ફરતે થતું ગ્રહોનું પરિક્રમણ અને

(iv) ચંદ્ર તથા સૂર્યને કારણે આવતી ભરતી અને ઓટ

## 9.2 મુક્ત પતન (Free Fall)

મુક્ત પતનનો અર્થ જાણવા માટે ચાલો, આપણે એક પ્રવૃત્તિ કરીએ.

**પ્રવૃત્તિ 9.2**

- એક પથ્થર લો.
- તેને ઉપર તરફ ફેંકો.
- તે એક નિશ્ચિત ઊંચાઈ સુધી પહોંચે છે પછી તે નીચે પડવા લાગે છે.

આપણે અભ્યાસ કર્યો કે પૃથ્વી પદાર્થોને પોતાની તરફ આકર્ષે છે. આમ, થવાનું કારણ ગુરુત્વાકર્ષણ બળ છે. જ્યારે કોઈ પદાર્થ પૃથ્વી તરફ ફક્ત આ બળને કારણે ગતિ કરતો હોય ત્યારે આપણે કહી શકીએ કે પદાર્થ મુક્ત પતન કરે છે.

શું નીચે પડતાં પદાર્થના વેગમાં કોઈ ફેરફાર થશે ? પડતી વખતે પદાર્થની ગતિની દિશામાં કોઈ પરિવર્તન થતું નથી; પરંતુ પૃથ્વીના આકર્ષણના કારણે વેગના મૂલ્યમાં ફેરફાર થાય છે. વેગમાં થતો કોઈ પણ ફેરફાર પ્રવેગ ઉત્પન્ન કરે છે. જ્યારે કોઈ પદાર્થ પૃથ્વી તરફ પડતો હોય ત્યારે પ્રવેગ ઉત્પન્ન થાય છે. આ પ્રવેગ પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષણ બળને લીધે હોય છે. તેથી આ પ્રવેગને પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષણ બળને કારણે ઉદ્ભવતો પ્રવેગ (અથવા ગુરુત્વીય પ્રવેગ) કહે છે. તેને g વડે દર્શાવાય છે. gનો એકમ તે જ છે જે પ્રવેગનો એકમ છે. એટલે કે $m\ s^{-2}$.

ગતિના બીજા નિયમ પરથી આપણે જાણીએ છીએ કે, બળ એ દળ તથા પ્રવેગનો ગુણાકાર છે. ધારો કે, પ્રવૃત્તિ 9.2માં પથ્થરનું દળ m છે. આપણે જાણીએ છીએ કે મુક્ત પતન કરતાં પદાર્થમાં ગુરુત્વીય બળને કારણે પ્રવેગ ઉત્પન્ન થાય છે અને તેને g વડે દર્શાવાય છે. તેથી ગુરુત્વીય બળનું મૂલ્ય F, દળ m તથા ગુરુત્વીય પ્રવેગ gના ગુણાકાર જેટલું હોય છે. એટલે કે,

$$F = mg \qquad (9.6)$$

સમીકરણ (9.4) તથા (9.6) પરથી,

$$mg = G\ \frac{M \times m}{d^2}$$

$$\text{અથવા } g = G\ \frac{M}{d^2} \qquad (9.7)$$

અહીં M પૃથ્વીનું દળ છે તથા $d$ પદાર્થ તથા પૃથ્વી વચ્ચેનું અંતર છે.

ધારો કે, એક પદાર્થ પૃથ્વી પર કે તેની સપાટીની નજીક છે. સમીકરણ (9.7)માં અંતર $d$, પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R જેટલી થશે. તેથી પૃથ્વીની સપાટી પર કે તેની નજીક રાખેલ પદાર્થો માટે,

$$mg = G\ \frac{M \times m}{R^2} \qquad (9.8)$$

$$g = G\ \frac{M}{R^2} \qquad (9.9)$$

પૃથ્વી સંપૂર્ણ ગોળ નથી. પૃથ્વીની ત્રિજ્યા ધ્રુવોથી વિષુવવૃત્ત તરફ જતાં વધતી જાય છે, તેથી gનું મૂલ્ય ધ્રુવો પર વિષવવૃત્તની સાપેક્ષમાં વધુ હોય છે. મોટાભાગની ગણતરીઓમાં પૃથ્વીની સપાટી પર અથવા તેની નજીક g નું મૂલ્ય લગભગ અચળ ગણી શકીએ પરંતુ પૃથ્વીથી દૂર રહેલા પદાર્થો માટે પૃથ્વીના ગુરુત્વીય બળના કારણે ઉદ્ભવતો પ્રવેગ સમીકરણ (9.7) પરથી મેળવી શકાય છે.

### 9.2.1 ગુરુત્વપ્રવેગ g ના મૂલ્યની ગણતરી : (To calculate the value of g)

ગુરુત્વપ્રવેગ g ના મૂલ્યની ગણતરી કરવા માટે આપણે સમીકરણ (9.9) માં G, M તથા R નાં મૂલ્યો મૂકીશું.

સાર્વત્રિક ગુરુત્વાકર્ષી અચળાંક $G = 6.7 \times 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$

પૃથ્વીનું દળ $M = 6 \times 10^{24}\ kg$ તથા

પૃથ્વીની ત્રિજ્યા $R = 6.4 \times 10^{6}\ m$

$$g = G\ \frac{M}{R^2}$$

$$= \frac{6.7 \times 10^{-11}\ N m^2\ kg^{-2} \times 6 \times 10^{24}\ kg}{\left(6.4 \times 10^{6}\ m\right)^2}$$

$$= 9.8\ m\ s^{-2}$$

આમ, પૃથ્વીના ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય $g = 9.8\ m\ s^{-2}$

### 9.2.2 પૃથ્વીના ગુરુત્વીય બળની અસર હેઠળ પદાર્થોની ગતિ (Motion of objects under the influence of gravitational force of the earth)

શું બધા જ પદાર્થો પોલા કે નક્કર, મોટા કે નાના કોઈ ઊંચાઈ પરથી સમાન દરથી નીચે પડે છે ? તે જાણવા માટે આવો, આપણે એક પ્રવૃત્તિ કરીએ.

**પ્રવૃત્તિ 9.3**

- કાગળની એક શીટ તથા એક પથ્થર લો. બંનેને એક સાથે કોઈ ઈમારતના પ્રથમ માળેથી એક સાથે પડતાં મૂકો. જુઓ કે તે બંને એકસાથે જમીન પર પહોંચે છે કે નહિ.
- આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે કાગળ જમીન પર પથ્થર કરતાં થોડો મોડો પહોંચે છે. આવું હવાના અવરોધક બળને કારણે થાય છે. નીચે તરફ ગતિ કરતાં ગતિશીલ પદાર્થો પર હવા ઘર્ષણના કારણે અવરોધ કરે છે. કાગળ પર લાગતું હવાનું અવરોધક બળ પથ્થર પર લાગતાં અવરોધક બળ કરતાં વધારે હોય છે. જો આપણે આ પ્રયોગ હવા કાઢી લીધેલ (શૂન્યાવકાશિત) કાચના જારમાં કરીએ તો કાગળ અને પથ્થર બંને એકસાથે નીચે પડશે.

આપણે જાણીએ છીએ કે મુક્ત પતનમાં પદાર્થ પ્રવેગનો અનુભવ કરે છે. સમીકરણ (9.9) પરથી, પદાર્થ દ્વારા અનુભવાતો પ્રવેગ તેના દ્રવ્યમાન પર આધાર રાખતો નથી. એનો અર્થ એ થયો કે, પદાર્થ પોલો હોય કે નક્કર, મોટો હોય કે નાનો, એક સરખા દરથી નીચે તરફ પડવો જોઈએ. એક હકીકત મુજબ આ વિચારના સમર્થન માટે ગેલીલિયોએ ઇટાલીમાં આવેલા પીસાના ઢળતા મિનારા પરથી જુદા-જુદા પદાર્થો પડતા મૂક્યા હતા.

પૃથ્વીની નજીક g નું મૂલ્ય અચળ હોવાથી નિયમિત પ્રવેગી ગતિનાં સમીકરણોમાં પ્રવેગ $a$ ના બદલે g મૂકવાથી દરેક સમીકરણો માન્ય રહેશે. આ સમીકરણો છે :

$$v = u + at \qquad (9.10)$$

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2 \qquad (9.11)$$

$$v^2 = u^2 + 2as \qquad (9.12)$$

જ્યાં $u$ તથા $v$ અનુક્રમે પ્રારંભિક તેમજ અંતિમ વેગ તથા s વસ્તુ દ્વારા $t$ સમયમાં કાપેલ અંતર છે.

આ સમીકરણોના ઉપયોગ વખતે જો પ્રવેગ ($a$) વેગની દિશામાં એટલે કે ગતિની દિશામાં હોય તો ધન લઈશું. જો પ્રવેગ ($a$) ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં હોય તો ઋણ લઈશું.

**ઉદાહરણ 9.2 :** એક કાર કોઈ છાજલી પરથી 0.5 s માં નીચે જમીન પર પડે છે. ગણતરીની સરળતા ખાતર g નું મૂલ્ય 10 m $s^{-2}$ લો.

(i) જમીન પર અથડાતી વખતે કારની ઝડપ કેટલી હશે ?

(ii) 0.5 s દરમિયાન કારની સરેરાશ ઝડપ કેટલી હશે ?

(iii) જમીનથી છાજલી કેટલી ઊંચાઈ પર હશે ?

**ઉકેલ :**

સમય $t = \frac{1}{2}$ s

પ્રારંભિક વેગ $u = 0\ m\ s^{-1}$

ગુરુત્વીય પ્રવેગ $g = 10\ m\ s^{-2}$

કારનો પ્રવેગ $a = +10\ m\ s^{-2}$. (નીચેની તરફ)

(i) ઝડપ $v = at$

$$v = 10\ m\ s^{-2} \times 0.5\ s$$

$$= 5\ m\ s^{-1}$$

(ii) સરેરાશ ઝડપ $= \frac{u + v}{2}$

$$= \frac{\left(0\ m s^{-1} + 5\ m\ s^{-1}\right)}{2}$$

$$= 2.5\ m\ s^{-1}$$

(iii) કાપેલ અંતર $s = \frac{1}{2} a t^2$

$$= \frac{1}{2} \times 10\ m\ s^{-2} \times (0.5\ s)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 10\ m\ s^{-2} \times 0.25\ s^2$$

$$= 1.25\ m$$

આમ,

(i) જમીન પર અથડાતી વખતે તેની ઝડપ = 5 m $s^{-1}$

(ii) 0.5 s દરમિયાન તેની સરેરાશ ઝડપ = 2.5 m $s^{-1}$

(iii) જમીનથી છાજલીની ઊંચાઈ = 1.25 m

**ઉદાહરણ 9.3 :** એક પદાર્થને ઊર્ધ્વદિશામાં ફેંકતા તે 10 mની ઊંચાઈએ પહોંચે છે. તો (i) પદાર્થને કેટલા વેગથી ઉપર તરફ ફેંકેલ હશે તથા (ii) પદાર્થને મહત્તમ ઊંચાઈએ પહોંચતા લાગતાં સમયની ગણતરી કરો.

**ઉકેલ :**

કાપેલ અંતર s = 10 m

અંતિમ વેગ $v = 0\ m\ s^{-1}$

ગુરુત્વીય પ્રવેગ $g = 9.8\ m\ s^{-2}$

પદાર્થનો પ્રવેગ $a = -9.8\ m\ s^{-2}$. (ઊર્ધ્વદિશામાં)

(i) $v^2 = u^2 + 2as$

$$0 = u^2 + 2(-9.8\ m\ s^{-2}) \times 10\ m$$

$$-u^2 = -2 \times 9.8 \times 10\ m^2 s^{-2}$$

$$u = \sqrt{196}\ m s^{-1}, \quad u = 14\ m s^{-1}$$

(ii) $v = u + at$

$$0 = 14\ m\ s^{-1} - 9.8\ m\ s^{-2} \times t$$

$$t = 1.43\ s$$

આમ,

(i) પ્રારંભિક વેગ $u = 14\ m s^{-1}$ તથા

(iii) લીધેલ સમય $t = 1.43$ s

## પ્રશ્નો :

1. મુક્ત પતનનું તમે શું અર્થઘટન કરશો ?
2. ગુરુત્વીય પ્રવેગનું તમે શું અર્થઘટન કરશો ?

## 9.3 દળ (દ્રવ્યમાન) (Mass)

આપણે અગાઉના પ્રકરણમાં અભ્યાસ કર્યો કે પદાર્થનું દળ તેના જડત્વનું માપ છે. આપણે એ પણ શીખ્યાં કે, પદાર્થનું દળ જેટલું વધારે હશે તેનું જડત્વ પણ તેટલું જ વધારે હશે. પદાર્થનું દળ હંમેશાં અચળ રહે છે, પછી તે પૃથ્વી પર હોય, ચંદ્ર પર હોય કે બાહ્ય અંતરિક્ષમાં હોય. આમ, પદાર્થનું દળ અચળ હોય છે તથા એક સ્થાનેથી બીજા સ્થાને લઈ જતાં તે બદલાતું નથી.

## 9.4 વજન (Weight)

આપણે જાણીએ છીએ, કે પૃથ્વી દરેક પદાર્થને એક નિશ્ચિત બળથી આકર્ષે છે તથા આ બળ પદાર્થના દળ (m) અને પૃથ્વીના ગુરુત્વીય પ્રવેગ g પર આધાર રાખે છે. પૃથ્વી જે બળથી પદાર્થને પોતાનાં તરફ આકર્ષે છે, તેને પદાર્થનું વજન કહે છે.

આપણે જાણીએ છીએ, કે

$$F = m \times a, \qquad (9.13)$$

એટલે કે,

$$F = m \times g \qquad (9.14)$$

પદાર્થ પર પૃથ્વીનું આકર્ષણબળ પદાર્થનું વજન કહેવાય છે. તેને W સંજ્ઞા વડે દર્શાવાય છે. જે સમીકરણ (9.14) માં મૂકતાં,

$$W = m \times g \qquad (9.15)$$

પદાર્થનું વજન એક બળ છે કે જેના વડે તે પૃથ્વી તરફ આકર્ષાય છે તેથી વજનનો SI એકમ બળનો જ એકમ છે એટલે કે ન્યૂટન (N) છે. વજનબળ હંમેશાં નીચેની તરફ લાગે છે. આમ, તેને મૂલ્ય અને દિશા બંને હોય છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે, આપેલ સ્થળે g નું મૂલ્ય અચળ છે. તેથી કોઈ આપેલ સ્થળે પદાર્થનું વજન તેના દળ mના સમપ્રમાણમાં હોય છે એટલે કે, $W \propto m$. આ કારણે જ આપેલ સ્થળે પદાર્થના વજનને આપણે તેના દળના માપ સ્વરૂપે ઉપયોગમાં લઈ શકીએ છીએ. કોઈ પદાર્થનું દળ દરેક સ્થાને એટલે કે પૃથ્વી પર કે અન્ય ગ્રહ પર સમાન રહે છે જ્યારે પદાર્થનું વજન તેનાં સ્થાન પર આધાર રાખે છે. કારણ કે $g$ સ્થાન પર આધારિત છે.

### 9.4.1 પદાર્થનું ચંદ્ર પર વજન

### (Weight of an object on the moon)

આપણે અભ્યાસ કર્યો કે પૃથ્વી પર કોઈ પદાર્થનું વજન એ બળ છે કે જેના દ્વારા પૃથ્વી પદાર્થને પોતાની તરફ આકર્ષે છે. આ રીતે ચંદ્ર પર કોઈ પદાર્થનું વજન એ બળ છે કે જેના દ્વારા ચંદ્ર તે પદાર્થને પોતાની તરફ આકર્ષે છે. ચંદ્રનું દળ, પૃથ્વીની સાપેક્ષમાં ઓછું છે. તેથી ચંદ્ર પદાર્થો પર ઓછું આકર્ષણ બળ લગાડે છે.

ધારો કે, કોઈ પદાર્થનું દળ m છે તથા ચંદ્ર પર તેનું વજન $W_m$ છે. ધારો કે, ચંદ્રનું દળ $M_m$ છે અને તેની ત્રિજ્યા $R_m$ છે.

ગુરુત્વાકર્ષણના સાર્વત્રિક નિયમ અનુસાર ચંદ્ર પર

પદાર્થનું વજન $W_m = G \dfrac{M_m \times m}{R_m^2}$ (9.16)

ધારો કે આ જ પદાર્થનું પૃથ્વી પર વજન $W_e$ છે. પૃથ્વીનું દ્રવ્યમાન M તથા તેની ત્રિજ્યા R છે.

**કોષ્ટક 9.1**

| ખગોળીય પદાર્થ | દ્રવ્યમાન (kg) | ત્રિજ્યા (m) |
|---|---|---|
| પૃથ્વી | $5.98 \times 10^{24}$ | $6.37 \times 10^{6}$ |
| ચંદ્ર | $7.36 \times 10^{22}$ | $1.74 \times 10^{6}$ |

સમીકરણો (9.9) તથા (9.15) પરથી,

$$W_e = G \frac{M \times m}{R^2} \qquad (9.17)$$

સમીકરણ (9.16) તથા (9.17) માં કોષ્ટક 9.1 માંથી મૂલ્યો મૂકતાં,

$$W_m = G \frac{7.36 \times 10^{22}\ \text{kg} \times \text{m}}{\left(1.74 \times 10^{6}\ \text{m}\right)^2}$$

$$W_m = 2.431 \times 10^{10}\ \ G \times m \qquad (9.18a)$$

તથા $W_e = 1.474 \times 10^{11}\ \ G \times m \qquad (9.18b)$

સમીકરણ (9.18a) ને (9.18b) વડે ભાગતાં,

$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{2.431 \times 10^{10}}{1.474 \times 10^{11}}$$

અથવા $\dfrac{W_m}{W_e} = 0.165 \approx \dfrac{1}{6} \qquad (9.19)$

$$\frac{\text{પદાર્થનું ચંદ્ર પર વજન}}{\text{પદાર્થનું પૃથ્વી પર વજન}} = \frac{1}{6}$$

પદાર્થનું ચંદ્ર પર વજન $= \left(\dfrac{1}{6}\right) \times$ તેનું પૃથ્વી પર વજન

**ઉદાહરણ 9.4 :** એક પદાર્થનું દળ 10 kg છે. પૃથ્વી પર તેનું વજન કેટલું હશે ?

**ઉકેલ :**

દળ $m = 10$ kg

ગુરુત્વપ્રવેગ $g = 9.8\ ms^{-2}$

$W = m \times g$

$W = 10\ kg \times 9.8\ ms^{-2}$

$= 98$ N

આમ, પદાર્થનું વજન 98 N છે.

**ઉદાહરણ 9.5 :** એક પદાર્થનું વજન પૃથ્વીની સપાટી પર માપતાં 10 N મળે છે. તેનું વજન ચંદ્રની સપાટી પર માપતાં કેટલું મળશે ?

**ઉકેલ :**

આપણે જાણીએ છીએ કે,

ચંદ્ર પર પદાર્થનું વજન $= \left(\frac{1}{6}\right) \times$ પૃથ્વી પર તેનું વજન

એટલે કે,

$$W_m = \frac{W_e}{6} = \frac{10}{6}\ N$$

$$= 1.67\ N$$

આમ, ચંદ્રની સપાટી પર પદાર્થનું વજન 1.67 N હશે.

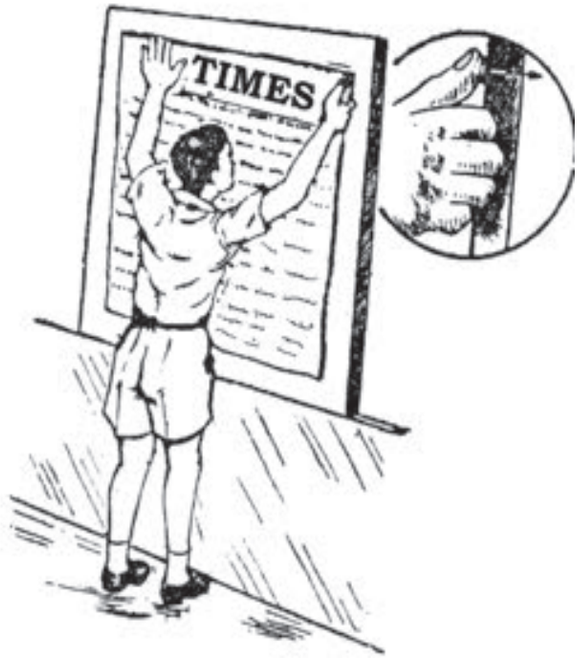
**પ્રશ્નો :**

1. પદાર્થના દળ તથા તેના વજન વચ્ચે શું તફાવત છે ?
2. કોઈ પદાર્થનું ચંદ્ર પર વજન પૃથ્વી પરના વજન કરતાં $\frac{1}{6}$ ભાગનું કેમ હોય છે ?

## 9.5 ધક્કો અને દબાણ (Thrust and Pressure)

શું તમે ક્યારેય વિચાર્યું છે કે ઊંટ રણમાં સરળતાથી કેમ દોડી શકે છે ? સેનાની ટૅન્ક કે જેનું વજન એક હજાર ટનથી પણ વધારે હોય છે, તે એક સતત ગતિ કરતી ચેઇન પર કેવી રીતે ટકે છે ? કોઈ બસ કે ટ્રકનાં ટાયર પ્રમાણમાં વધારે પહોળાં કેમ હોય છે ? કાપવા માટે વપરાતાં ઓજારોની ધાર તીક્ષ્ણ કેમ હોય છે ? આ પ્રશ્નોના જવાબ જાણવા માટે તથા તેની સાથે સંકળાયેલ ઘટનાઓને સમજવા માટે આપેલ વસ્તુ પર એક ચોક્કસ દિશામાં લાગતા ચોખ્ખા બળ (ધક્કો-thrust) તથા એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ લાગતુ બળ (દબાણ)ની ધારણા સમજવી જરૂરી છે. આવો, નીચે દર્શાવેલ પરિસ્થિતિઓની મદદથી ધક્કો અને દબાણનો અર્થ સમજીએ :

**સ્થિતિ 1 :** આકૃતિ 9.3માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે કોઈ બુલેટિન બોર્ડ પર તમે એક ચાર્ટ લગાવવા ઇચ્છો છો. આ કાર્ય કરવા માટે તમારે ડ્રૉઇંગ પિનોને અંગૂઠા વડે દબાવવી પડશે. આ સ્થિતિમાં તમે પિનના શીર્ષ (ચપટા ભાગ)ની સપાટીના ક્ષેત્રફળ પર બળ લગાડો છો. આ બળ બોર્ડની સપાટી (પૃષ્ઠ)ને લંબરૂપે લાગે છે. આ બળ પિનની અણી પરના નાના ક્ષેત્રફળ પર લાગે છે.




*આકૃતિ 9.3 : ચાર્ટ લગાડવા માટે ડ્રૉઇંગ પિનને અંગૂઠાથી બોર્ડ પર લંબરૂપે દબાવવામાં આવે છે*

**સ્થિતિ 2 :** જ્યારે તમે ઢીલી (loose) રેતી પર ઊભા હો ત્યારે તમારા પગ રેતીમાં ઊંડે સુધી ખૂંપી જાય છે. હવે તમે રેતી પર સૂઈ જાઓ. તમે જોશો કે હવે તમારું શરીર રેતીમાં પહેલાં જેટલું ખૂંપતુ નથી. બંને સ્થિતિમાં રેતી પર લાગતું બળ તમારા શરીરનું વજન છે.

તમે અભ્યાસ કરી ચૂક્યાં છો કે વજન એ શિરોલંબ અધોદિશામાં લાગતું બળ છે. અહીં બળ રેતીની સપાટીને લંબરૂપે લાગી રહ્યું છે. કોઈ વસ્તુની સપાટીને લંબરૂપે લાગતા બળને ધક્કો (thrust) કહે છે.

જ્યારે તમે ઢીલી રેતી પર ઊભા હો ત્યારે આ બળ એટલે કે તમારા શરીરનું વજન તમારા પગના ક્ષેત્રફળ જેટલા ક્ષેત્રફળ પર લાગી રહ્યું હોય છે. જ્યારે તમે સૂઈ જાઓ છો ત્યારે આ જ બળ આખા શરીરના સંપર્ક ક્ષેત્રફળ પર લાગે છે, જે તમારા પગના ક્ષેત્રફળની સાપેક્ષે વધારે છે. આમ, સમાન મૂલ્યનું બળ જુદાં-જુદાં ક્ષેત્રફળો પર જુદો-જુદો પ્રભાવ પાડે છે. આ સ્થિતિમાં ધક્કો (thrust) સમાન રહે છે, પરંતુ તેનો પ્રભાવ જુદો-જુદો હોય છે. આમ ધક્કા (thrust)ની અસર તે ક્ષેત્રફળ પર આધાર રાખે છે જેના પર તે લાગતું હોય.

તમે સૂતા હોય તે સ્થિતિ કરતાં ઊભા હોય ત્યારે રેતી પર ધક્કા (thrust)ની અસર વધુ હોય છે. એકમ ક્ષેત્રફળ પર લાગતાં ધક્કાને દબાણ કહે છે. આમ,

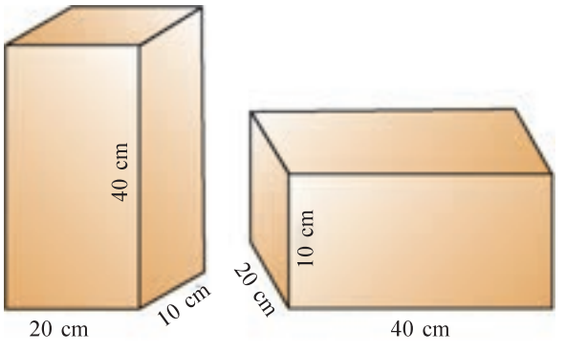
$$\text{દબાણ} = \frac{\text{ધક્કો}}{\text{ક્ષેત્રફળ}} \qquad (9.20)$$

સમીકરણ (9.20)માં ધક્કા અને ક્ષેત્રફળના SI એકમો મૂકતાં આપણને દબાણનો SI એકમ મળે છે જે $N/m^2$ અથવા $N\ m^{-2}$ છે.

વૈજ્ઞાનિક બ્લેઝ પાસ્કલના માનમાં દબાણના SI એકમને પાસ્કલ કહે છે, જેને Pa સંજ્ઞાથી દર્શાવાય છે.

જુદાં-જુદાં ક્ષેત્રફળો પર લાગતાં ધક્કાની અસર સમજવા માટે ચાલો, આપણે એક દાખલો જોઈએ.

**ઉદાહરણ 9.6 :** લાકડાનો એક બ્લૉક ટેબલ પર રાખેલ છે. બ્લૉકનું દળ 5 kg છે તથા તેનાં પરિમાણ 40 cm × 20 cm × 10 cm છે. જ્યારે (a) 20 cm × 10 cm તથા (b) 40 cm × 20 cm ક્ષેત્રફળ ધરાવતી સપાટીઓ ટેબલના સંપર્કમાં હોય, ત્યારે લાકડાના બ્લૉક દ્વારા ટેબલની સપાટી પર લાગતાં દબાણની ગણતરી કરો.




*આકૃતિ 9.4*

**ઉકેલ :**

લાકડાના બ્લૉકનું દળ = 5 kg

તેનું પરિમાણ = 40 cm × 20 cm × 10 cm

અહીં લાકડાના બ્લૉકનું વજન ટેબલની સપાટી પર ધક્કો લગાડે છે.

તેથી ધક્કો = F = m × g

= 5 kg × 9.8 m $s^{-2}$

= 49 N

સપાટીનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ

= 20 cm × 10 cm

= 200 $cm^2$

= 0.02 $m^2$

સમીકરણ (9.20) પરથી,

$$\text{દબાણ} = \frac{49\,\text{N}}{0.02\,\text{m}^2}$$

= 2450 N $m^{-2}$

જ્યારે બ્લૉકની 40 cm × 20 cm બાજુઓ ધરાવતી સપાટી ટેબલ પર રાખેલ હોય ત્યારે ટેબલ પર ધક્કો પહેલાં જેટલો જ લાગે છે.

ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ

= 40 cm × 20 cm

= 800 $cm^2$ = 0.08 $m^2$

સમીકરણ (9.20) પરથી,

$$\text{દબાણ} = \frac{49\,\text{N}}{0.08\,\text{m}^2}$$

= 612.5 $Nm^{-2}$

આમ, 20 cm × 10 cm ની સપાટી દ્વારા લાગતું દબાણ 2450 N $m^{-2}$ જ્યારે 40 cm × 20 cm ની સપાટી દ્વારા લાગતું દબાણ 612.5 N $m^{-2}$ છે.

આમ, સમાન મૂલ્યનાં બળો, જ્યારે ઓછા ક્ષેત્રફળ પર લાગે ત્યારે, વધારે દબાણ અને મોટા ક્ષેત્રફળ પર લાગે ત્યારે ઓછું દબાણ ઉત્પન્ન કરે છે. આ જ કારણસર ખીલીની ધાર અણીવાળી, ચપ્પાની ધાર તીક્ષ્ણ અને ઈમારતોના પાયા પહોળા હોય છે.

### 9.5.1 તરલમાં દબાણ (Pressure in fluids)

દરેક પ્રવાહી અને વાયુ તરલ છે. ઘન પદાર્થો પોતાના વજનને

કારણે કોઈ સપાટી પર દબાણ લગાડે છે. તે જ રીતે તરલોમાં પણ વજન હોય છે તથા તેને જે પાત્રમાં રાખવામાં આવે છે તેનાં તળિયા પર અને દીવાલો પર દબાણ લગાડે છે. કોઈ મર્યાદિત દળના તરલમાં લાગતું દબાણ બધી જ દિશાઓમાં એકસરખું પ્રસરણ પામે છે.

### 9.5.2 ઉત્પ્લાવકતા (Buoyancy)

શું તમે ક્યારેય સ્વીમિંગ પુલમાં તરતી વખતે પોતાને કંઈક હલકા હોવાનો અનુભવ કરેલ છે ? શું તમે ક્યારેક કૂવામાંથી પાણી ખેંચતી વખતે એવો અનુભવ કર્યો છે કે જ્યારે પાણી ભરેલ ડોલ કૂવાનાં પાણીમાંથી બહાર આવે, ત્યારે વધારે વજનદાર લાગતી હોય ? શું તમે ક્યારેય એવો વિચાર કર્યો છે કે લોખંડ અને સ્ટીલમાંથી બનેલ જહાજ સમુદ્રના પાણીમાં ડૂબતું નથી પરંતુ તેટલી જ માત્રામાં લોખંડ તથા સ્ટીલને પતરાના સ્વરૂપમાં લેવામાં આવે તો તે કેમ ડૂબી જાય છે ? આ બધા પ્રશ્નોના જવાબ જાણવા માટે ઉત્પ્લાવકતા વિશે જાણવું જરૂરી છે. ઉત્પ્લાવકતાનો અર્થ જાણવા માટે આપણે એક પ્રવૃત્તિ કરીશું.

**પ્રવૃત્તિ 9.4**

- પ્લાસ્ટિકની એક ખાલી બૉટલ લો. બૉટલના મુખને હવાચુસ્ત ઢાંકણથી બંધ કરી દો. તેને એક પાણી ભરેલ ડોલમાં મૂકો. તમે જોશો કે બૉટલ તરે છે.
- બૉટલને પાણીમાં ધકેલો. તમે ઉપરની તરફ એક ધક્કો અનુભવશો. તેને હજુ વધારે અંદર તરફ ધકેલો. તમે તેને વધારે ઊંડાઈએ લઈ જવામાં મુશ્કેલી અનુભવશો. જે દર્શાવે છે કે પાણી બૉટલ પર ઉપરની દિશામાં એક બળ લગાડે છે. જેમ-જેમ બૉટલને પાણીમાં અંદરની તરફ ધકેલવામાં આવે છે તેમ-તેમ તેની પર પાણી દ્વારા લાગતું બળ વધતું જાય છે, જ્યાં સુધી તે પૂરી ડૂબી ન જાય.
- હવે બૉટલને છોડી દો. તે ઉછળીને સપાટી પર પાછી આવે છે.
- શું પૃથ્વીનું ગુરુત્વાકર્ષણબળ આ બૉટલ પર કાર્યરત છે ? જો એમ હોય તો બૉટલને છોડી દેતાં તે પાણીમાં ડૂબતી કેમ નથી ? તમે બૉટલને પાણીમાં કેવી રીતે ડૂબાડશો ?

પૃથ્વીનું ગુરુત્વાકર્ષણ બળ બૉટલ પર અધોદિશામાં લાગે છે. તેનાં કારણે બૉટલ અધોદિશામાં ખેંચાય છે; પરંતુ પાણી બૉટલ પર ઉપરની તરફ બળ લગાડે છે. તેથી બૉટલ ઊર્ધ્વ દિશામાં ધકેલાય છે. આપણે અભ્યાસ કરી ચૂક્યા છીએ કે પદાર્થનું વજન પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષણ બળના કારણે હોય છે. જ્યારે બૉટલને ડૂબાડવામાં આવે છે ત્યારે બૉટલ પર પાણી દ્વારા લાગતું ઉપર તરફનું બળ તેના વજન કરતાં વધુ હોય છે. તેથી તેને છોડતાં તે ઉપરની તરફ ગતિ કરે છે.

બૉટલને પૂરી ડૂબાડી રાખવા માટે પાણી દ્વારા બૉટલ પર, ઉપરની તરફ લાગતાં બળને સંતુલિત કરવું પડશે. જે અધોદિશામાં એક બાહ્યબળ લગાડીને મેળવી શકાય છે. આ બળ ઓછામાં ઓછું ઊર્ધ્વગામી બળ તથા બૉટલના વજનના તફાવત બરાબર હોવું જોઈએ.

બૉટલ પર પાણી દ્વારા ઉપર તરફ લાગતાં ઊર્ધ્વગામી બળને ઉત્પ્લાવક બળ કહે છે. વાસ્તવમાં કોઈ પણ પદાર્થને જ્યારે તરલમાં ડૂબાડવામાં આવે છે ત્યારે તેના પર ઉત્પ્લાવકબળ લાગે છે. ઉત્પ્લાવક બળનું મૂલ્ય તરલની ઘનતા પર આધારિત છે.

### 9.5.3 શા માટે પાણીની સપાટી પર રાખવામાં આવતા પદાર્થો તરે છે અથવા ડૂબી જાય છે ? (Why objects float or sink when placed on the surface of water ?)

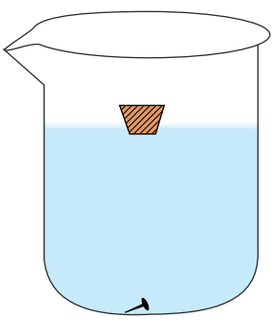
આ પ્રશ્નનો જવાબ આપવા માટે આપણે એક પ્રવૃત્તિ કરીએ.

**પ્રવૃત્તિ 9.5**

- પાણીથી ભરેલ એક બીકર લો.
- એક લોખંડની ખીલી લો તેને પાણીની સપાટી પર મૂકો.
- જુઓ શું થાય છે ?

ખીલી ડૂબી જાય છે. ખીલી પર લાગતું પૃથ્વીનું ગુરુત્વાકર્ષણ બળ તેને અધોદિશામાં ખેંચે છે. પાણી ખીલી પર ઉત્પ્લાવક બળ લગાડે છે જે તેને ઊર્ધ્વદિશામાં ધકેલે છે; પરંતુ ખીલી પર અધોદિશામાં લાગતું બળ, ખીલી પર પાણી દ્વારા લાગતા ઉત્પ્લાવક બળ કરતાં વધારે છે. તેથી તે ડૂબી જાય છે આકૃતિ (9.5).

**પ્રવૃત્તિ 9.6**



*આકૃતિ 9.5 : પાણીની સપાટી પર મૂકેલ લોખંડની ખીલી ડૂબી જાય છે જ્યારે બૂચ તરે છે*

## પ્રવૃત્તિ 9.6

- પાણીથી ભરેલ એક બીકર લો.
- એક ખીલી તથા સમાન દ્રવ્યમાન ધરાવતો એક બૂચ (Cork)નો ટુકડો લો.
- બંનેને પાણીની સપાટી પર મૂકો.
- જુઓ શું થાય છે ?

બૂચનો ટુકડો તરે છે જ્યારે ખીલી ડૂબી જાય છે. આમ થવાનું કારણ તેમની ઘનતાઓ વચ્ચેનો તફાવત છે. કોઈ પદાર્થની ઘનતા એટલે તેના એકમ કદ દીઠ દળ બૂચની ઘનતા પાણીની ઘનતા કરતાં ઓછી હોય છે. તેનો અર્થ એ છે કે બૂચ પર પાણીનું ઉત્પ્લાવક બળ બૂચના વજન કરતાં વધુ છે. તેથી તે તરે છે. (આકૃતિ 9.5).

લોખંડની ખીલીની ઘનતા પાણીની ઘનતા કરતાં વધારે છે. એનો અર્થ એ થયો કે લોખંડની ખીલી પર પાણીનું ઉત્પ્લાવક બળ ખીલીના વજન કરતાં ઓછું લાગે છે. તેથી તે ડૂબી જાય છે.

આમ, પ્રવાહીની ઘનતા કરતાં ઓછી ઘનતા ધરાવતાં દરેક દ્રવ્યો તે પ્રવાહી પર તરે છે અને પ્રવાહી કરતાં વધારે ઘનતા ધરાવતાં દ્રવ્યો ડૂબી જાય છે.

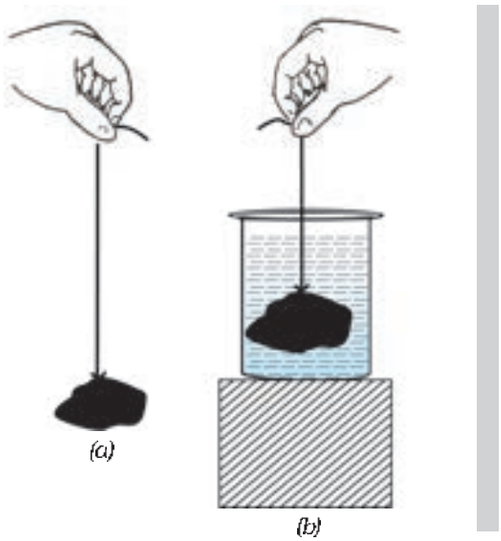
### પ્રશ્નો :

1. એક પાતળી અને મજબૂત દોરીથી બનેલી પટ્ટીની મદદથી સ્કૂલબૅગને ઉપાડવાનું મુશ્કેલ કેમ હોય છે ?
2. ઉત્પ્લાવકતાનું તમે શું અર્થઘટન કરશો ?
3. પાણીની સપાટી પર કોઈ વસ્તુને રાખતાં તે કેમ તરે છે અથવા ડૂબે છે ?

## 9.6 આર્કિમિડીઝનો સિદ્ધાંત (Archimedes Principle)

## પ્રવૃત્તિ 9.7

- એક પથ્થરનો ટુકડો લો અને તેને એક છેડેથી રબરની દોરી કે સ્પ્રિંગ બૅલેન્સ સાથે બાંધો.
- આકૃતિ 9.6 (a)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બૅલેન્સ કે રબરની દોરીને પકડીને પથ્થરને લટકાવો.
- પથ્થરના વજનને કારણે રબરની દોરીની લંબાઈમાં થતો વધારો અથવા સ્પ્રિંગ બૅલેન્સનું વાંચન નોંધી લો.
- હવે પથ્થરને એક વાસણમાં રાખેલા પાણીમાં આકૃતિ 9.6 (b)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ધીરે-ધીરે ડૂબાડો.




*આકૃતિ 9.6 : (a) હવામાં લટકાવેલ પથ્થરના ટુકડાના વજનને કારણે રબરની દોરીની લંબાઈમાં વધારો થાય છે. (b) પથ્થરને પાણીમાં ડુબાડતાં દોરીની લંબાઈના વધારામાં ઘટાડો થાય છે.*

- દોરીની લંબાઈમાં અથવા સ્પ્રિંગ બૅલેન્સના વજનમાં શું ફેરફાર થાય છે તે નોંધો.

તમે જોશો કે પથ્થરને ધીમે-ધીમે પાણીમાં નીચેની તરફ લઈ જવામાં આવે તેમ-તેમ દોરીની લંબાઈમાં અથવા બૅલેન્સના અવલોકનમાં ઘટાડો થાય છે. જ્યારે પથ્થર પાણીમાં સંપૂર્ણ ડૂબી જાય છે ત્યાર બાદ અવલોકનમાં કોઈ ફેરફાર થતો નથી. દોરીની લંબાઈમાં કે બૅલેન્સના માપનમાં થતા ઘટાડા પરથી તમે શું નિષ્કર્ષ તારવો છો ?

આપણે જાણીએ છીએ કે રબરની દોરીની લંબાઈમાં કે સ્પ્રિંગ બૅલેન્સના અવલોકનમાં વધારો પથ્થરના વજનના કારણે થાય છે. પથ્થરને પાણીમાં ડૂબાડતા આ વધારામાં ઘટાડો થાય છે. એનો અર્થ એ થયો કે પથ્થર પર ઊર્ધ્વદિશામાં કોઈ બળ લાગે છે. જેના પરિણામ સ્વરૂપે રબરની દોરી પર લાગતા પરિણામી બળમાં ઘટાડો થાય છે અને તેથી લંબાઈના વધારામાં ઘટાડો થાય છે. અગાઉ કરેલી ચર્ચા મુજબ પાણી દ્વારા ઊર્ધ્વદિશામાં લાગતાં આ બળને ઉત્પ્લાવક બળ કહે છે.

કોઈ પદાર્થ પર લાગતાં ઉત્પ્લાવક બળનું મૂલ્ય કેટલું હોય છે ? શું તે આપેલ એક જ વસ્તુ માટે બધાં જ તરલોમાં સમાન હોય છે ? શું આપેલ કોઈ એક તરલમાં બધી જ વસ્તુઓ સમાન ઉત્પ્લાવક બળ અનુભવે છે ? આ પ્રશ્નોનો જવાબ આર્કિમિડીઝના સિદ્ધાંત પરથી મળે છે. જેને નીચે પ્રમાણે રજૂ કરી શકાય છે :

જ્યારે કોઈ પદાર્થને તરલમાં આંશિક કે સંપૂર્ણપણે ડૂબાડવામાં આવે ત્યારે તે ઊર્ધ્વદિશામાં જે બળનો અનુભવ કરે છે તે પદાર્થ દ્વારા ખસેડાયેલા તરલના વજન બરાબર હોય છે.

શું હવે તમે એ સ્પષ્ટ કરી શકશો કે પ્રવૃત્તિ 9.7 માં પથ્થરને પાણીમાં પૂરેપૂરો ડૂબાડ્યા બાદ દોરીની લંબાઈમાં પછી કોઈ ઘટાડો કેમ થતો નથી ?


આર્કિમિડીઝ

આર્કિમિડીઝ (Archimedes) એક ગ્રીક વૈજ્ઞાનિક હતા. તેમણે એક સિદ્ધાંતની શોધ કરી જે તેમના નામથી પ્રખ્યાત છે. આ સિદ્ધાંત તેમણે એ અવલોકન પરથી તારવ્યો કે જ્યારે નહાવાના ટબમાં પ્રવેશતાં પાણી ટબની બહાર વહેવા લાગે છે. તે રસ્તાઓ પર યૂરેકા (Eureka) યૂરેકા બૂમો પાડતાં દોડવા લાગ્યાં. જેનો અર્થ થાય છે 'મેં શોધી લીધું છે.' આ જ્ઞાનનો ઉપયોગ તેમણે રાજાના મુગટમાં ઉપયોગમાં લીધેલ સોનાની શુદ્ધતા માપવામાં કર્યો.

તેમના યંત્રશાસ્ત્ર અને ભૂમિતિમાં કરવામાં આવેલાં કાર્યોએ તેમને પ્રસિદ્ધ કરી દીધા. તેમના ઉચ્ચાલન, ગરગડી, પૈડાં તેમજ ધરી (axle)ના જ્ઞાનથી ગ્રીક સેનાને રોમન સેના વિરુદ્ધ લડાઈમાં ખૂબ જ સહાયતા મળી.

આર્કિમિડીઝના સિદ્ધાંતના ઘણા ઉપયોગો છે. તેને જહાજ તેમજ સબમરીનની રચનામાં તેમજ ડિઝાઇનમાં ઉપયોગમાં લેવામાં આવે છે. દૂધના નમૂનાની શુદ્ધતા માપવા વપરાતા લૅક્ટૉમિટર તથા દ્રવ્યની ઘનતા માપવા માટે વપરાતા હાઇડ્રોમિટર આ સિદ્ધાંત પર આધારિત છે.

**પ્રશ્નો :**

1. એક વજનકાંટા પર તમારું દળ 42 kg નોંધાય છે. શું તમારું દળ 42 kg કરતાં વધારે છે કે ઓછું ?
2. તમારી પાસે રૂ ભરેલો કોથળો અને લોખંડનો સળિયો છે તેમને વજનકાંટા પર મૂકતાં બંનેનું દળ 100 kg નોંધાય છે. વાસ્તવમાં એક પદાર્થ બીજા કરતાં ભારે છે. શું તમે કહી શકશો કે કયો પદાર્થ ભારે છે અને કેમ ?



## તમે શું શીખ્યાં

## What You Have Learnt

- ગુરુત્વાકર્ષણના નિયમ અનુસાર કોઈ બે પદાર્થો વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષણ બળ તેમના દળના ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં તથા તેમની વચ્ચેના અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. આ નિયમ દરેક પદાર્થને લાગુ પડે છે પછી તે વિશ્વમાં ગમે ત્યાં હોય. આ પ્રકારના નિયમને સાર્વત્રિક નિયમ કહે છે.
- ગુરુત્વાકર્ષણ એક નિર્બળ બળ છે જ્યાં સુધી ખૂબ જ વધારે દળ ધરાવતો પદાર્થ સંકળાયેલ ન હોય.
- ગુરુત્વાકર્ષણ બળ પૃથ્વીની સપાટીથી ઊંચાઈના વધવા સાથે ઘટવા લાગે છે. તેનું મૂલ્ય પૃથ્વી પરનાં વિવિધ સ્થળોએ પણ જુદું-જુદું હોય છે તેનું મૂલ્ય ધ્રુવોથી વિષુવવૃત્ત તરફ જતાં ઘટતું જાય છે.
- કોઈ પદાર્થનું વજન એ બળ છે કે જેના દ્વારા પૃથ્વી તેને પોતાની તરફ આકર્ષિત કરતી હોય.
- કોઈ પદાર્થનું વજન તેના દળ અને ગુરુત્વપ્રવેગના ગુણાકાર બરાબર હોય છે.
- કોઈ પદાર્થનું વજન જુદાં-જુદાં સ્થળોએ જુદું-જુદું હોઈ શકે; પરંતુ દળ અચળ રહે છે.

- દરેક પદાર્થને કોઈ તરલમાં ડૂબાડતા તે ઉત્પ્લાવક બળનો અનુભવ કરે છે.
- જે દ્રવ્યમાં પદાર્થને ડૂબાડવામાં આવે છે તેની ઘનતાથી ઓછી ઘનતા ધરાવતા પદાર્થ સપાટી પર તરતા હોય છે. જો કોઈ પદાર્થની ઘનતા તેને જેમાં ડૂબાડવામાં આવે છે તે દ્રવ્યની ઘનતા કરતાં વધુ હોય તો તે પદાર્થ ડૂબી જાય છે.

## સ્વાધ્યાય (Exercise)



1. જો બે પદાર્થો વચ્ચેનું અંતર અડધું કરવામાં આવે, તો તેમની વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષબળ કેટલું થશે ?
2. દરેક પદાર્થ પર લાગતું ગુરુત્વાકર્ષણ બળ તેમના દળના સમપ્રમાણમાં હોય છે, તો પછી એક ભારે પદાર્થ હલકા પદાર્થની સાપેક્ષમાં વધારે ઝડપથી નીચે કેમ પડતો નથી ?
3. પૃથ્વી તથા તેની સપાટી પર રાખેલ 1 kg ના પદાર્થ વચ્ચે લાગતા ગુરુત્વીય બળનું મૂલ્ય કેટલું હશે ? (પૃથ્વીનું દળ $6 \times 10^{24}$ kg તથા પૃથ્વીની ત્રિજ્યા $6.4 \times 10^{6}$ m છે.)
4. પૃથ્વી તથા ચંદ્ર એકબીજાને ગુરુત્વાકર્ષી બળથી આકર્ષે છે. શું પૃથ્વી જે બળથી ચંદ્રને આકર્ષે છે તે બળ, ચંદ્ર પૃથ્વીને આકર્ષે છે તે બળ કરતાં મોટું હોય છે, નાનું હોય છે કે સમાન હોય છે ? સમજાવો કેમ ?
5. જો ચંદ્ર પૃથ્વીને આકર્ષિત કરતો હોય તો પૃથ્વી ચંદ્ર તરફ ગતિ કેમ નથી કરતી ?
6. બે પદાર્થો વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષણ બળ કેટલું થશે જો
   (i) એક પદાર્થનું દળ બમણું કરવામાં આવે.
   (ii) પદાર્થો વચ્ચેનું અંતર બમણું અને ત્રણગણું કરવામાં આવે.
   (iii) બંને પદાર્થોનું દળ બમણું કરવામાં આવે.
7. ગુરુત્વાકર્ષણના સાર્વત્રિક નિયમનું શું મહત્ત્વ છે ?
8. મુક્ત પતનનો પ્રવેગ કેટલો છે ?
9. પૃથ્વી તથા કોઈ પદાર્થ વચ્ચે લાગતાં ગુરુત્વાકર્ષણ બળને આપણે શું કહીશું ?
10. અમિત પોતાના એક મિત્રના કહેવાથી ધ્રુવો પર કેટલાક ગ્રામ સોનું ખરીદે છે. તે સોનું વિષુવવૃત્ત પર પોતાના મિત્રને આપી દે છે. શું તેનો મિત્ર ખરીદાયેલા સોનાના વજનથી સંતુષ્ટ હશે ? જો ના તો કેમ ? (સૂચન : ધ્રુવો પર g નું મૂલ્ય વિષુવવૃત્ત પરના મૂલ્ય કરતાં વધુ હોય છે.)
11. એક કાગળની શીટ તેના જેવી જ શીટને વાળીને બનાવેલ દડાની સાપેક્ષમાં ધીમેથી નીચે પડે છે - કેમ ?
12. ચંદ્રની સપાટી પર ગુરુત્વાકર્ષણ બળ, પૃથ્વીની સપાટી પરના ગુરુત્વીય બળની સાપેક્ષમાં $\frac{1}{6}$ ગણું છે. એક 10 kg ની વસ્તુનું ચંદ્ર પર તથા પૃથ્વી પર ન્યૂટનમાં વજન કેટલું થશે ?

13. એક દડાને ઊર્ધ્વદિશામાં 49 m $s^{-1}$ ના વેગથી ફેંકવામાં આવે છે. તો,

(i) દડાએ પ્રાપ્ત કરેલ મહત્તમ ઊંચાઈ શોધો.

(ii) પૃથ્વીની સપાટી પર પાછા ફરવા માટે લાગતો કુલ સમય શોધો.

14. 19.6 m ઊંચાઈના ટાવરની ટોચ પરથી એક પથ્થરને મુક્ત પતન કરવા દેવામાં આવે છે. પૃથ્વીની સપાટીને અડકે તે પહેલાં તેનો અંતિમ વેગ શોધો.

15. એક પથ્થરને ઊર્ધ્વ દિશામાં 40 m $s^{-1}$ ના પ્રારંભિક વેગથી ફેંકવામાં આવે છે. g = 10 m $s^{-2}$ લઈને પથ્થર દ્વારા પ્રાપ્ત કરેલ મહત્તમ ઊંચાઈ શોધો. પથ્થર દ્વારા થયેલ કુલ સ્થાનાંતર તથા તેણે કાપેલ કુલ અંતર કેટલું ?

16. પૃથ્વી તથા સૂર્ય વચ્ચે લાગતાં ગુરુત્વાકર્ષણ બળની ગણતરી કરો. પૃથ્વીનું દળ = $6 \times 10^{24}$ kg તથા સૂર્યનું દળ = $2 \times 10^{30}$ kg. બંને વચ્ચેનું સરેરાશ અંતર = $1.5 \times 10^{11}$ m છે.

17. કોઈ પથ્થરને 100 m ઊંચા ટાવરની ટોચ પરથી પડતો મૂકવામાં આવે છે. તે જ સમયે બીજા પથ્થરને જમીન પરથી 25 m $s^{-1}$ ના વેગથી ઊર્ધ્વદિશામાં ફેંકવામાં આવે છે, તો બંને પથ્થર ક્યારે અને ક્યાં એકબીજાને મળશે ?

18. ઊર્ધ્વદિશામાં ફેંકવામાં આવેલ એક દડો 6 s બાદ ફેંકવાવાળાના હાથમાં પાછો આવે છે. તો,

(a) તેને કેટલા વેગથી ઉપર ફેંકવામાં આવેલ છે ?

(b) દડાએ પ્રાપ્ત કરેલ મહત્તમ ઊંચાઈ કેટલી ?

(C) 4 s બાદ દડાનું સ્થાન શોધો.

19. કોઈ પ્રવાહીમાં ડૂબાડેલ પદાર્થ પર ઉત્પ્લાવક બળ કઈ દિશામાં કાર્ય કરે છે ?

20. પાણીમાં ડૂબાડેલ પ્લાસ્ટિકના બ્લૉકને છોડી દેતાં તે પાણીની સપાટી પર કેમ આવી જાય છે ?

21. 50 g દળ ધરાવતા કોઈ પદાર્થનું કદ 20 $cm^3$ છે. જો પાણીની ઘનતા 1 g $cm^{-3}$ હોય, તો પદાર્થ તરશે કે ડૂબશે ?

22. 500 g ના સીલબંધ પૅકેટનું કદ 350 $cm^3$ છે. પૅકેટ 1 g $cm^{-3}$ ઘનતા ધરાવતાં પાણીમાં ડૂબશે કે તરશે ? આ પૅકેટ દ્વારા વિસ્થાપિત પાણીનું દળ કેટલું હશે ?