

Sl. No. 

C. S. (Main) Exam : 2011
C-DTN-L-QZB

PHYSICS

Paper—II

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 300

INSTRUCTIONS

Each question is printed both in Hindi and in English.

Answers must be written in the medium specified in the Admission Certificate issued to you, which must be stated clearly on the cover of the answer-book in the space provided for the purpose. No marks will be given for the answers written in a medium other than that specified in the Admission Certificate.

Candidates should attempt Question Nos. 1 and 5 which are compulsory, and any **three** of the remaining questions selecting at least **one** question from each Section.

The number of marks carried by each question is indicated at the end of the question.

Symbols/Notations carry usual meanings.

Assume suitable data if considered necessary and indicate the same clearly. Some constants are given at the end of questions.

ध्यान दें : अनुदेशों का हिन्दी रूपान्तर इस प्रश्न-पत्र के पिछले पृष्ठ पर छपा है।

Section—A

1. (a) Calculate the wavelength of de Broglie waves associated with electrons accelerated through a potential difference of 200 V. 10
- (b) Normalize the wave function

$$\psi(x) = e^{-|x|} \sin \alpha x$$
 10
- (c) Let $\vec{\sigma}$ be the vector operator with components equal to the Pauli spin matrices σ_x, σ_y and σ_z . If \vec{a} and \vec{b} are the vectors in 3-dimensional space, prove the identity

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{a})(\vec{\sigma} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + i\vec{\sigma} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$
 10
- (d) Discuss the fine structure of hydrogen atom spectrum. Draw the compound doublet spectrum arising as a result of transitions between 2P and 2D levels. 10
- (e) What do you mean by 'term symbols'? Obtain term symbols for the following sets of values of S and L : 10
- (i) $S = \frac{1}{2}, L = 2$
- (ii) $S = 1, L = 1$
- (iii) $S = \frac{3}{2}, L = 1$
- (f) Estimate the size of the hydrogen atom and the ground-state energy from the uncertainty principle. 10

खण्ड—क

1. (क) 200 V विभवांतर के द्वारा त्वरित इलेक्ट्रॉनों की सहचारी डी ब्रॉग्ली तरंगों के तरंगदैर्घ्य का परिकलन कीजिए। 10

(ख) तरंग फलन $\psi(x) = e^{-|x|} \sin \alpha x$ का प्रसामान्यीकरण कीजिए। 10

(ग) मानिए कि $\vec{\sigma}$ वेक्टर संकारक है, जिसके पाउली प्रचक्रण आव्यूहों σ_x, σ_y और σ_z के बराबर घटक हैं। यदि \vec{a} और \vec{b} त्रिविमीय अंतरिक्ष में सदिश हों, तो निम्नलिखित सर्वसमिका (आइडेंटिटी) को साबित कीजिए : 10

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{a})(\vec{\sigma} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + i\vec{\sigma} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

(घ) हाइड्रोजन परमाणु स्पेक्ट्रम की सूक्ष्म संरचना पर चर्चा कीजिए। 2P और 2D स्तरों के बीच संक्रमणों के परिणामस्वरूप उत्पन्न संयुक्त द्विक स्पेक्ट्रम की रूपरेखा तैयार कीजिए। 10

(ङ) आप 'टर्म सिंबल्स' से क्या अर्थ ग्रहण करते हैं? S और L के मानों के निम्नलिखित सेटों के लिए टर्म सिंबल प्राप्त कीजिए : 10

(i) $S = \frac{1}{2}, L = 2$

(ii) $S = 1, L = 1$

(iii) $S = \frac{3}{2}, L = 1$

(च) अनिश्चितता सिद्धान्त से हाइड्रोजन परमाणु के आकार और निम्नतम अवस्था ऊर्जा का प्राक्कलन कीजिए। 10

2. (a) Solve the Schrödinger equation for a particle of mass m in an infinite rectangular well defined by the potential

$$V(x) = 0, \quad 0 \leq x \leq L$$

$$= \infty, \quad x < 0, \quad x > L$$

Obtain the normalized eigenfunctions and the corresponding eigenvalues. 25

- (b) Calculate $(\Delta x)^2$, where $\Delta x = x - \langle x \rangle$. 15

- (c) The normalized wave function for the electron in the ground state of the hydrogen atom is given by

$$\psi(r) = \frac{1}{(\pi a_0^3)^{1/2}} e^{-r/a_0}$$

where a_0 is the radius of the first Bohr orbit. Calculate $\langle r \rangle$ and $\langle \frac{1}{r} \rangle$. 20

3. (a) Show that ${}^2S_{1/2}$, ${}^2P_{1/2}$ and ${}^2P_{3/2}$ levels of sodium spectrum are split in the ratio of 3 : 1 : 2 due to anomalous Zeeman effect. 30

- (b) On the basis of three principal moments of inertia I_A , I_B and I_C each about X, Y and Z axes respectively, how can you classify molecules? 30

4. (a) (i) Treating a diatomic molecule as a simple harmonic oscillator, obtain its vibrational energy levels. 20

2. (क) निम्नलिखित विभव

$$V(x) = 0, \quad 0 \leq x \leq L$$

$$= \infty, \quad x < 0, \quad x > L$$

के द्वारा परिभाषित अनंत आयताकार कूप में द्रव्यमान m के एक कण के लिए श्रोडिंजर समीकरण हल कीजिए। प्रसामान्यीकृत आइगेन फलनों और संगत आइगेन मानों को प्राप्त कीजिए।

25

(ख) $(\Delta x)^2$ का परिकलन कीजिए, जहाँ $\Delta x = x - \langle x \rangle$ है।

15

(ग) हाइड्रोजन परमाणु की निम्नतम अवस्था में इलेक्ट्रॉन के लिए प्रसामान्यीकृत तरंग फलन निम्नलिखित द्वारा दत्त है :

$$\psi(r) = \frac{1}{(\pi a_0^3)^{1/2}} e^{(-r/a_0)}$$

जहाँ a_0 प्रथम बोहर कक्षा की त्रिज्या है। $\langle r \rangle$ और $\langle \frac{1}{r} \rangle$ का परिकलन कीजिए।

20

3. (क) दर्शाइए कि सोडियम स्पेक्ट्रम के ${}^2S_{1/2}$, ${}^2P_{1/2}$ और ${}^2P_{3/2}$

स्तर, असंगत ज़ीमान प्रभाव के कारण, 3 : 1 : 2 के अनुपात में विभक्त हो जाते हैं।

30

(ख) X, Y और Z अक्षों के इर्दगिर्द क्रमशः I_A , I_B और I_C तीन मुख्य जड़त्व-आघूर्णों के आधार पर आप अणुओं का किस प्रकार वर्गीकरण कर सकते हैं?

30

4. (क) (i) द्विपरमाणुक अणु को एक सरल आवर्ती दोलक के रूप में मानते हुए उसके कम्पनिक ऊर्जा स्तरों को प्राप्त कीजिए।

20

(ii) The observed vibrational frequency of the CO molecule is 6.42×10^{13} Hz. What is the effective force constant of this molecule?

(Mass of carbon atom = 12 u and mass of oxygen atom = 16 u, where u is atomic mass unit) 10

- (b) (i) Discuss pure rotational spectra of linear molecules. 25
- (ii) What is Lamb shift? 5

Section—B

- 5. (a) Show that nucleus is a quantum system. 10
- (b) Derive Bragg diffraction condition in vectorial form using incident and diffracted wave vectors and reciprocal lattice vector. 10
- (c) Find the total kinetic energy of electron and antielectron neutrino emitted in beta decay of free neutron.
(The neutron-proton mass difference is 1.30 MeV and mass of electron is 0.51 MeV) 10
- (d) An electron beam of 4 keV is diffracted through a Bragg angle of 16° for the first maxima. If the energy is increased to 16 keV, find the corresponding Bragg angle for diffraction. 10

- (ii) CO अणु की प्रेक्षित कम्पन-आवृत्ति 6.42×10^{13} Hz है। इस अणु का प्रभावी बल नियतांक क्या है?
(कार्बन परमाणु का द्रव्यमान 12 u और ऑक्सीजन परमाणु का द्रव्यमान 16 u है, जहाँ u परमाण्विक द्रव्यमान यूनिट है) 10
- (ख) (i) रेखिक अणुओं के शुद्ध घूर्णनी स्पेक्ट्रमों पर चर्चा कीजिए। 25
- (ii) लैंब सृति (लैंब शिफ्ट) से क्या तात्पर्य है? 5

खण्ड—ख

5. (क) दर्शाइए कि नाभिक एक क्वांटम तंत्र होता है। 10
- (ख) आपतित और विवर्तित तरंग सदिशों और व्युत्क्रमी जालक सदिशों का इस्तेमाल करते हुए सदिश रूप में ब्रैग विवर्तन शर्त (प्रतिबंध) व्युत्पन्न कीजिए। 10
- (ग) मुक्त न्यूट्रॉन के बीटा क्षय में उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन और प्रति-इलेक्ट्रॉन न्यूट्रिनो की कुल गतिज ऊर्जा को मालूम कीजिए। (न्यूट्रॉन-प्रोटॉन द्रव्यमान अन्तर 1.30 MeV है और इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान 0.51 MeV है) 10
- (घ) 4 keV का एक इलेक्ट्रॉन किरणपुंज, पहले उच्चिष्ठ के लिए 16° के ब्रैग कोण में से विवर्तित होता है। यदि ऊर्जा को बढ़ा कर 16 keV कर दिया जाए, तो विवर्तन के लिए संगत ब्रैग कोण मालूम कीजिए। 10

- (e) Explain conservation of baryon number. Comment on stability of proton. 10
- (f) Simplify the logical expression
$$AB + \overline{A}\overline{B} + ABC$$
using a Karnaugh map. 10
6. (a) (i) What is the importance of study of deuteron? Obtain the solution of Schrödinger equation for ground state of deuteron and show that deuteron is a loosely bound system. 25
- (ii) What do you mean by 'non-central forces'? 5
- (b) (i) What are chain reactions? What do you mean by critical size of the core in which chain reaction takes place? What is critical mass? 20
- (ii) ^{235}U yields two fragments of $A = 95$ and $A = 140$. Obtain the energy distribution of the fission products. Assume that the two fragments are ejected with equal and opposite momentum. 10
7. (a) Find an expression for lattice specific heat of solids, and its low and high temperature limits. What is Debye temperature? 20

(ड) बैरिऑन संख्या के संरक्षण को स्पष्ट कीजिए। प्रोटॉन के स्थायित्व पर टिप्पणी कीजिए। 10

(च) कारनाफ मानचित्र का इस्तेमाल करते हुए निम्नलिखित तर्कसंगत व्यंजक का सरलीकरण कीजिए : 10

$$AB + \overline{A}B + ABC$$

6. (क) (i) ड्यूटेरॉन के अध्ययन का क्या महत्त्व है? ड्यूटेरॉन की निम्नतम अवस्था के लिए श्रोडिंगर समीकरण का हल प्राप्त कीजिए और दर्शाइए कि ड्यूटेरॉन एक ढीले तरीके से बद्ध तंत्र होता है। 25
- (ii) 'अकेंद्रीय बलों' से आप क्या अर्थ निकालते हैं? 5

(ख) (i) शृंखला अभिक्रियाएँ क्या होती हैं? क्रोड के क्रांतिक परिमाण से, जिसके भीतर शृंखला अभिक्रिया होती है, आप क्या अर्थ निकालते हैं? क्रांतिक द्रव्यमान से क्या तात्पर्य है? 20

(ii) ^{235}U से $A = 95$ और $A = 140$ के दो खंड उपजते हैं। विखंडन उत्पादों के ऊर्जा वितरण को प्राप्त कीजिए। इस सम्बन्ध में मान लीजिए कि दोनों खंड सम और विपरीत संवेग के साथ निष्कासित होते हैं। 10

7. (क) ठोसों की जालक विशिष्ट ऊष्मा के लिए एक व्यंजक, और उसकी निम्न और उच्च ताप सीमाओं को मालूम कीजिए। डेबाई ताप क्या होता है? 20

- (b) Explain the origin of energy band formation in solids. Show that in nearly free electron approximation, the energy band gap is $2|V_G|$, where V_G is Fourier transform of periodic potential seen by the valence electrons. 20
- (c) Describe the characteristic properties of a superconductor. Derive London equation for a superconductor and hence explain Meissner effect. 20
8. (a) Distinguish between intrinsic and extrinsic semiconductors. Show that in a semiconductor, the product of concentrations of the two types of charge carriers is constant at a given temperature. 30
- (b) Simplify the logical expression
$$\overline{(A + \overline{B})} B (A + \overline{C})$$
and draw the logical circuit to implement it. 15
- (c) Draw the common-base amplifier circuit, using an *n-p-n* transistor and briefly discuss its working. 15

- (ख) ठोसों में ऊर्जा पट्टिका विरचन के उद्भव को स्पष्ट कीजिए। दर्शाइए कि लगभग मुक्त इलेक्ट्रॉन सन्निकटन में, ऊर्जा पट्टिका अन्तराल $2|V_G|$ होता है, जहाँ V_G संयोजकता इलेक्ट्रॉनों के द्वारा देखा गया आवर्ती विभव का फूरियर रूपान्तर है। 20
- (ग) अतिचालक के अभिलाक्षणिक गुणधर्मों का वर्णन कीजिए। अतिचालक के लंडन समीकरण को व्युत्पन्न कीजिए और अतएव माइसनर प्रभाव समझाइए। 20
8. (क) नैज और बाह्य अर्धचालकों के बीच विभेदन कीजिए। दर्शाइए कि अर्धचालक में आवेश वाहकों के दो प्रकारों के सान्द्रणों का गुणनफल, दत्त ताप पर अपरिवर्ती होता है। 30
- (ख) तर्कसंगत व्यंजक
- $$\overline{(A + B)} B (A + \overline{C})$$
- का सरलीकरण कीजिए और उसके क्रियान्वयन के लिए तर्कसंगत परिपथ का रेखाचित्र बनाइए। 15
- (ग) $n-p-n$ ट्रांजिस्टर का इस्तेमाल करते हुए सर्वनिष्ठ आधार प्रवर्धक परिपथ का रेखाचित्र बनाइए और संक्षेप में उसके कार्यण पर चर्चा कीजिए। 15

Constants which may be needed

Velocity of light in vacuum (c) = $3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

Mass of electron (m_e) = $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Charge of electron (e) = $1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$

Specific charge of electron $\left(\frac{e}{m_e}\right) = 1.76 \times 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$

1 u \equiv 1 a.m.u. = $1.6605 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931.5 \text{ MeV}$

Rest mass energy of electron ($m_e c^2$) = 0.5110 MeV

Permittivity in free space (ϵ_0) =
 $8.8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$

Permeability of free space (μ_0) = $4\pi \times 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$

Gas constant (R) = $8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Boltzmann constant (k_B) = $1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

Planck constant (h) = $6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$

(\hbar) = $1.0546 \times 10^{-34} \text{ J s}$

Bohr magneton (μ_B) = $9.274 \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$

Nuclear magneton (μ_N) = $5.051 \times 10^{-27} \text{ J T}^{-1}$

Fine structure constant (α) = $1/137.03599$

Mass of proton (m_p) = $1.0072766 \text{ u} = 1.6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Mass of neutron (m_n) = 1.0086652 u
 $= 1.6749 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Mass of deuteron (m_d) = 2.013553 u

Mass of α -particle (m_α) = 4.001506 u

Mass of $^{12}_6\text{C} = 12.000000 \text{ u}$

Mass of $^{16}_8\text{O} = 15.994915 \text{ u}$

Mass of $^{87}_{38}\text{Sr} = 86.99999 \text{ u}$

Mass of $^4_2\text{He} = 4.002603 \text{ u}$

स्थिरांक जिनकी आवश्यकता हो सकती हैं

$$\text{निर्वात में प्रकाश का वेग } (c) = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान } (m_e) = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{इलेक्ट्रॉन का आवेश } (e) = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{इलेक्ट्रॉन का विशिष्ट आवेश } \left(\frac{e}{m_e} \right) = 1.76 \times 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$$

$$1 \text{ u} \equiv 1 \text{ a.m.u.} = 1.6605 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931.5 \text{ MeV}$$

$$\text{इलेक्ट्रॉन की विरामावस्था द्रव्यमान ऊर्जा } (m_e c^2) = 0.5110 \text{ MeV}$$

$$\text{मुक्त आकाश में विद्युत्शीलता } (\epsilon_0) = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$$

$$\text{मुक्त आकाश की परागम्यता } (\mu_0) = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$$

$$\text{गैस स्थिरांक } (R) = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\text{बोल्जमैन स्थिरांक } (k_B) = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

$$\text{प्लांक स्थिरांक } (h) = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$(\hbar) = 1.0546 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\text{बोहर मैग्नेटॉन } (\mu_B) = 9.274 \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$$

$$\text{नाभिकीय मैग्नेटॉन } (\mu_N) = 5.051 \times 10^{-27} \text{ J T}^{-1}$$

$$\text{सूक्ष्म संरचना स्थिरांक } (\alpha) = 1/137.03599$$

$$\text{प्रोटॉन का द्रव्यमान } (m_p) = 1.0072766 \text{ u} = 1.6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{न्यूट्रॉन का द्रव्यमान } (m_n) = 1.0086652 \text{ u}$$

$$= 1.6749 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{ड्यूटेरॉन का द्रव्यमान } (m_d) = 2.013553 \text{ u}$$

$$\alpha\text{-कण का द्रव्यमान } (m_\alpha) = 4.001506 \text{ u}$$

$${}^{12}_6\text{C का द्रव्यमान} = 12.000000 \text{ u}$$

$${}^{16}_8\text{O का द्रव्यमान} = 15.994915 \text{ u}$$

$${}^{87}_{38}\text{Sr का द्रव्यमान} = 86.99999 \text{ u}$$

$${}^4_2\text{He का द्रव्यमान} = 4.002603 \text{ u}$$

★ ★ ★

भौतिकी

प्रश्न-पत्र—II

समय : तीन घण्टे

पूर्णांक : 300

अनुदेश

प्रत्येक प्रश्न हिन्दी और अंग्रेजी दोनों में छपा है।

प्रश्नों के उत्तर उसी माध्यम में लिखे जाने चाहिए, जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख उत्तर-पुस्तक के मुख-पृष्ठ पर अंकित निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। प्रवेश-पत्र पर उल्लिखित माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

प्रश्न संख्या 1 और 5 अनिवार्य हैं। बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम एक प्रश्न चुनकर किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

प्रत्येक प्रश्न के लिए नियत अंक प्रश्न के अंत में दिए गए हैं।

प्रतीक/संकेताक्षर के सामान्य अर्थ हैं।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन कीजिए तथा उनको निर्दिष्ट कीजिए। कुछ स्थिरांक प्रश्नों के अंत में भी दिए गए हैं।

Note : English version of the Instructions is printed on the front cover of this question paper.