गणित

(अध्याय – 11)(रचनाएँ)

(कक्षा – 9)

प्रश्नावली 11.1

प्रश्न 1:

एक दी हुई किरण के प्रारंभिक बिंदु पर 90° के कोण की रचना कीजिए और कारण सहित रचना की पुष्टि कीजिए।

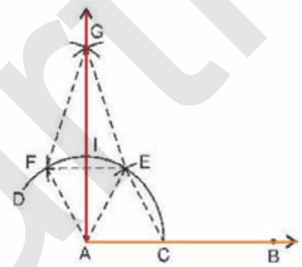
उत्तर 1:

रचना के चरण

(i) प्रारंभिक बिंदु A से किरण AB बनाया।
(ii) A को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AB को C पर काटता है।
(iii) C को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को E पर काटता है।
(iv) E को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को F पर काटता है।
(v) E और F को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु G पर प्रतिच्छेद करते हैं।
(vi) बिंदु A से किरण AG बनाया। $\angle PAQ$ ही 90° का अभीष्ट कोण है।

रचना की पुष्टि: AE, CE, EF, FG और GE को मिलाया।

$AC = CE = AE$ [∵ रचना से]
⇒ ΔACE एक समबाहु त्रिभुज है।
⇒ $\angle CAE = 60°$ ... (1)
इसीप्रकार, $\angle AEF = 60°$ ... (2)
अतः, $\angle CAE = \angle AEF$ [∵ समीकरण (1) और (2) से]
$\angle CAE$ और $\angle AEF$ एकांतर कोण हैं, अतः
$FE \parallel AC$
यहाँ, $FG = EG$ [∵ रचना से]
⇒ बिंदु G, EF के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है। ⇒ $\angle GIE = 90°$
अतः, $\angle GAB = \angle GIE = 90°$ [∵ संगत कोण]



प्रश्न 2:

एक दी हुई किरण के प्रारंभिक बिंदु पर 45° के कोण की रचना कीजिए और कारण सहित रचना की पुष्टि कीजिए।

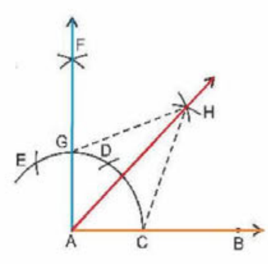
उत्तर 2:

रचना के चरण

(i) प्रारंभिक बिंदु A से किरण AB बनाया।
(ii) A को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AB को C पर काटता है।
(iii) C को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को D पर काटता है।
(iv) D को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को E पर काटता है।
(v) D और E को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु F पर प्रतिच्छेद करते हैं।
(vi) बिंदु A से किरण AF बनाया।
(vii) C और G को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (CG के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु H पर प्रतिच्छेद करते हैं।
(viii) बिंदु A से किरण AH बनाया। $\angle HAB$ ही 45° का अभीष्ट कोण है।

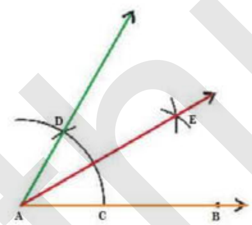
रचना की पुष्टि: GH और CH को मिलाया।

ΔAGH और ΔACH में,
$GH = CH$ [∵ बराबर त्रिज्याओं के चाप]
$AG = AC$ [∵ एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ]
$AH = AH$ [∵ उभयनिष्ठ]
अतः, $\Delta AGH \cong \Delta ACH$ [∵ SSS सर्वांगसमता नियम]
$\angle GAH = \angle CAH$ [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]
अतः, $\angle GAH = \angle CAH = 45°$



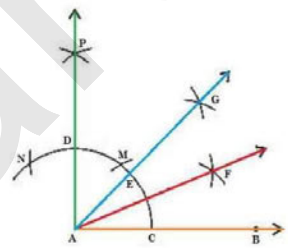
प्रश्न 3:
निम्न मापों के कोणों की रचना कीजिए:
(i) $30°$ **(ii)** $22\frac{1}{2}°$ **(iii)** $15°$

उत्तर 3:
(i) रचना के चरण



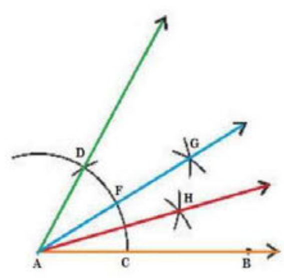
(i) प्रारंभिक बिंदु A से किरण AB बनाया।
(ii) A को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AB को C पर काटता है।
(iii) C को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को D पर काटता है।
(iv) C और D को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (CD के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु E पर प्रतिच्छेद करते हैं।
(vi) बिंदु A से किरण AE बनाया। ∠EAB ही $30°$ का अभीष्ट कोण है।

(ii) रचना के चरण



(i) प्रारंभिक बिंदु A से किरण AB बनाया।
(ii) A को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AB को C पर काटता है।
(iii) C को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को M पर काटता है।
(iv) M को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को N पर काटता है।
(v) M और N को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु P पर प्रतिच्छेद करते हैं।
(vi) बिंदु A से किरण AP बनाया। जो पहले चाप को D पर काटता है।
(vii) C और D को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (CD के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु G पर प्रतिच्छेद करते हैं।
(viii) बिंदु A से किरण AG बनाया। जो पहले चाप को E पर काटता है।
(ix) C और E को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (CE के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु F पर प्रतिच्छेद करते हैं।
(x) बिंदु A से किरण AF बनाया। ∠FAB ही $22\frac{1}{2}°$ का अभीष्ट कोण है।

(iii) रचना के चरण



(i) प्रारंभिक बिंदु A से किरण AB बनाया।
(ii) A को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AB को C पर काटता है।
(iii) C को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को D पर काटता है।
(iv) C और D को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (CD के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु G पर प्रतिच्छेद करते हैं।
(v) बिंदु A से किरण AG बनाया जो पहले चाप को F पर काटता है।
(vi) C और F को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (CF के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु H पर प्रतिच्छेद करते हैं।
(vii) बिंदु A से किरण AH बनाया।
(viii) ∠HAB ही $15°$ का अभीष्ट कोण है।

eVidyarthi

प्रश्न 4:

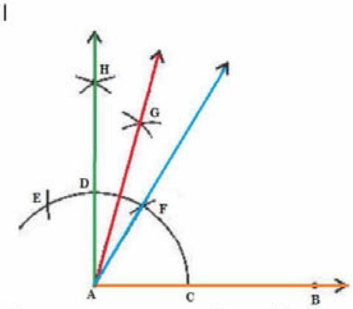
निम्न कोणों की रचना कीजिए और चाँदे द्वारा मापकर पुष्टि कीजिए:

(i) 75° **(ii)** 105° **(iii)** 135°

उत्तर 4:

(i) रचना के चरण

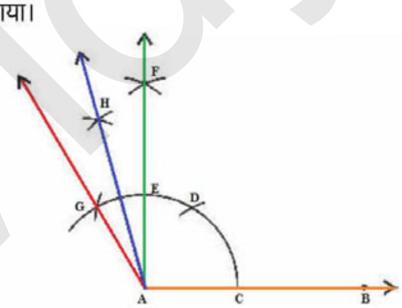
(i) प्रारंभिक बिंदु A से किरण AB बनाया।



(ii) A को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AB को C पर काटता है।
(iii) C को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को F पर काटता है।
(iv) F को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को E पर काटता है।
(v) F और E को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (EF के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु H पर प्रतिच्छेद करते हैं।
(vi) बिंदु A से किरण AH बनाया जो पहले चाप को D पर काटता है।
(vii) F और D को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (FD के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु G पर प्रतिच्छेद करते हैं।
(viii) बिंदु A से किरण AG बनाया। ∠GAB ही 75° का अभीष्ट कोण है।

(ii) रचना के चरण

(i) प्रारंभिक बिंदु A से किरण AB बनाया।

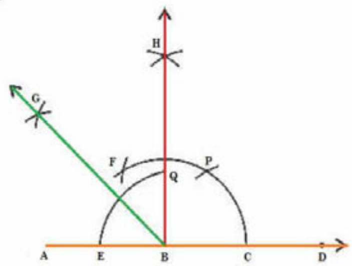


(ii) A को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AB को C पर काटता है।
(iii) C को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को D पर काटता है।
(iv) D को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को G पर काटता है।
(v) D और G को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु F पर प्रतिच्छेद करते हैं।
(vi) बिंदु A से किरण AF बनाया। जो पहले चाप को E पर काटता है।
(vii) E और G को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (EG के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु H पर प्रतिच्छेद करते हैं।
(viii) बिंदु A से किरण AH बनाया। ∠HAB ही 105° का अभीष्ट कोण है।

eVidyarthi

(iii) रचना के चरण

(i) प्रारंभिक बिंदु A से किरण AD बनाया।



(ii) B को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AD को C पर काटता है।

(iii) C को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को P पर काटता है।

(iv) P को केन्द्र मानकर तथा पहले वाली त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो पहले चाप को F पर काटता है।

(v) P और F को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (PF के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु H पर प्रतिच्छेद करते हैं।

(vi) बिंदु B से किरण BH बनाया।

(vii) B को केन्द्र मानकर तथा कुछ त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AB को E तथा BH को Q पर काटता है।

(viii) E और Q को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (EQ के आधे से अधिक) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु G पर प्रतिच्छेद करते हैं।

(ix) बिंदु B से किरण BG बनाया। $\angle GBD$ ही $135°$ का अभीष्ट कोण है।

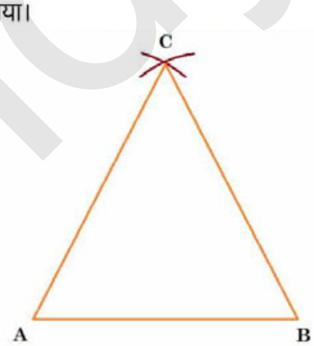
प्रश्न 5:

एक समबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए, जब इसकी भुजा दी हो तथा कारण सहित रचना कीजिए।

उत्तर 5:

रचना के चरण

(i) दी गई लंबाई का एक रेखाखंड AB बनाया।



(ii) A और B को केन्द्र मानकर तथा समान त्रिज्या (AB के बराबर) लेकर चाप बनाए जो परस्पर बिंदु C पर प्रतिच्छेद करते हैं।

(iii) AC तथा BC को मिलाया। त्रिभुज ABC ही अभीष्ट त्रिभुज है।

रचना की पुष्टि

ΔABC में,

$AB = BC$ [∵ रचना से]

$AC = BC$ [∵ रचना से]

अतः, $AB = BC = AC \Rightarrow$ त्रिभुज ABC एक समबाहु त्रिभुज है।

eVidyarthi

(कक्षा - 9)

प्रश्नावली 11.2

प्रश्न 1:

एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसमें BC = 7 cm, ∠B= 75° और AB + AC = 13 cm हो।

उत्तर 1:

रचना के चरण

(i) 7 cm लंबाई का एक रेखाखंड BC बनाया।

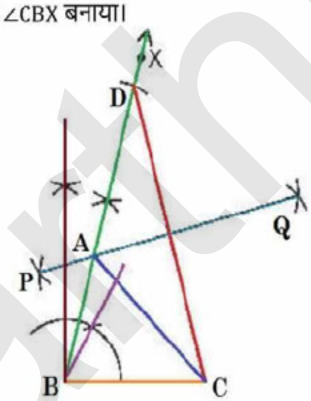
(ii) बिंदु B पर अशांकित पटरी (Ruler) तथा परकार की सहायता से 75° का कोण ∠CBX बनाया।

(iii) B को केन्द्र मानकर तथा 13 cm त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AX को D पर काटता है।

(iv) CD को मिलाया तथा CD का लंबसमद्विभाजक PQ बनाया, जो BD को बिंदु A पर काटता है।

(v) AC को मिलाया।

(vi) त्रिभुज ABC ही अभीष्ट त्रिभुज है।



रचना की पुष्टि: बिंदु A, DC के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है।

AD = AC

यहाँ, AB = BD – AD

⇒AB = BD – AC [∵ AD = AC]

⇒ AB + AC = BD

प्रश्न 2:

एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसमें BC = 8 cm, ∠B= 45° और AB – AC = 3.5 cm हो।

उत्तर 2:

रचना के चरण

(i) 8 cm लंबाई का एक रेखाखंड BC बनाया।

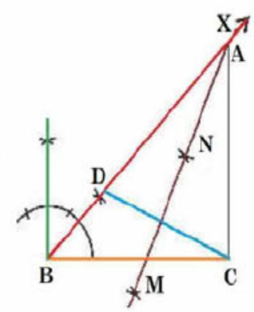
(ii) बिंदु B पर अशांकित पटरी (Ruler) तथा परकार की सहायता से 45° का कोण ∠CBX बनाया।

(iii) B को केन्द्र मानकर तथा 3.5 cm त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AX को D पर काटता है।

(iv) CD को मिलाया तथा CD का लंबसमद्विभाजक MN बनाया, जो बढ़ाई गई भुजा BD को बिंदु A पर काटता है।

(v) AC को मिलाया।

(vi) त्रिभुज ABC ही अभीष्ट त्रिभुज है।



रचना की पुष्टि: बिंदु A, DC के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है।

AD = AC

यहाँ, BD = AB – AD

⇒ BD = AB – AC [∵ AD = AC]

प्रश्न 3:

एक त्रिभुज PQR की रचना कीजिए, जिसमें QR = 6 cm, ∠Q= 60° और PR – PQ = 2 cm हो।

उत्तर 3:

रचना के चरण

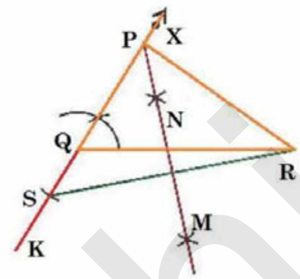
(i) 6 cm लंबाई का एक रेखाखंड QR बनाया।

(ii) बिंदु Q पर अशांकित पटरी (Ruler) तथा परकार की सहायता से 60° का कोण ∠RQX बनाया। XQ को K तक बढ़ाया।

(iii) Q को केन्द्र मानकर तथा 2 cm त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो QK को S पर काटता है।

evidyarthi

(iv) SR को मिलाया तथा SR का लंबसमद्विभाजक MN बनाया, जो QX को बिंदु P पर काटता है।
(v) PR को मिलाया।
(vi) त्रिभुज PQR ही अभीष्ट त्रिभुज है।
रचना की पुष्टि: बिंदु P, SR के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है।
PS = PR
यहाँ, QS = PS – PQ ⇒ QS = PR – AC [∵ PS = PR]

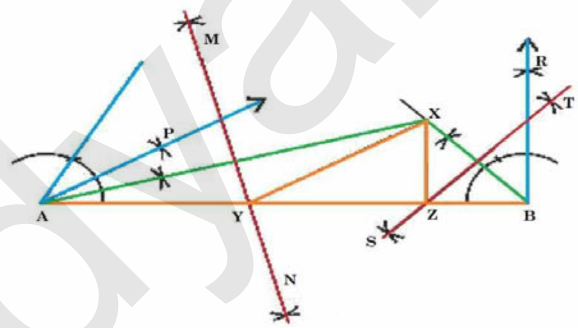


प्रश्न 4:

एक त्रिभुज XYZ की रचना कीजिए, जिसमें $\angle Y = 30°$, $\angle Z = 90°$ और XY + YZ + ZX = 11 cm हो।

उत्तर 4:

रचना के चरण
(i) 11 cm लंबाई का एक रेखाखंड AB बनाया।
(ii) बिंदु A पर अशांकित पटरी (Ruler) तथा परकार की सहायता से 15° का कोण ∠BAX और बिंदु B पर 45° का कोण ∠ABX बनाया।
(iii) AX का लंबसमद्विभाजक MN बनाया, जो AB को बिंदु Y पर काटता है और BX का लंबसमद्विभाजक ST बनाया, जो AB को बिंदु Z पर काटता है ।
(iv) XY और XZ को मिलाया।
(v) त्रिभुज XYZ ही अभीष्ट त्रिभुज है।



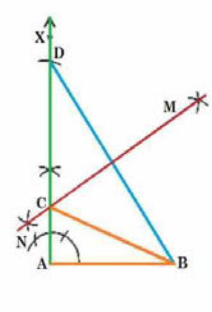
रचना की पुष्टि
बिंदु Y, AX के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है।
AY = XY
बिंदु Z, BX के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है।
BZ = ZX
यहाँ, AB = AY + YZ + ZB
⇒ AB = XY + YZ +ZX
[∵ AY = XY और BZ = XZ]
∠XYZ, त्रिभुज AXY का बाह्य कोण है।
अतः, $\angle XYZ = \angle YXA + \angle YAX = 15° + 15° = 30°$
इसीप्रकार, ∠XZY, त्रिभुज BXZ का बाह्य कोण है।
अतः, $\angle XZY = \angle ZXB + \angle ZBX = 45° + 45° = 90°$

प्रश्न 5:

एक समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसका आधार 12 cm और कर्ण तथा अन्य भुजा का योग 18 cm है।

उत्तर 5:

रचना के चरण
(i) 12 cm लंबाई का एक रेखाखंड AB बनाया।
(ii) बिंदु A पर अशांकित पटरी (Ruler) तथा परकार की सहायता से 90° का कोण ∠BAX बनाया।
(iii) A को केन्द्र मानकर तथा 18 cm त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो AX को D पर काटता है।
(iv) BD को मिलाया तथा BD का लंबसमद्विभाजक MN बनाया, जो AD को बिंदु C पर काटता है।
(v) BC को मिलाया। त्रिभुज ABC ही अभीष्ट त्रिभुज है।
रचना की पुष्टि: बिंदु C, BD के लंबसमद्विभाजक पर स्थित है।
BC = CD
यहाँ, AD = AC + CD ⇒AD = AC + BC [∵ BC = CD]



eVidyarthi