गणित

(अध्याय – 15)(प्रायिकता)
(कक्षा – 9)

प्रश्नावली 15.1

प्रश्न 1:

एक क्रिकेट मैच में, एक महिला बल्लेबाज खेली गई 30 गेंदों में 6 बार चौका मारती है। चौका न मारे जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर 1:

कुल गेंदों की संख्या = 30
गेंदें, जिनपर चौका मारा गया = 6
इसलिए, गेंदें, जिनपर चौका नहीं मारा गया = 30 – 6 = 24

$$P\left(\text{चौका नहीं मारा गया}\right) = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} = 0.8$$

अतः, चौका न मारे जाने की प्रायिकता 0.8 है।

प्रश्न 2:

2 बच्चों वाले 1500 परिवारों का यदृच्छया चयन किया गया है और निम्नलिखित आंकड़े लिख लिए गए हैं:

परिवार में लड़कियों की संख्या	2	1	0
परिवारों की संख्या	475	814	211

यदृच्छया चुने गए उस परिवार की प्रयिकता ज्ञात कीजिए, जिसमें
(i) दो लड़कियाँ हों
(ii) एक लड़की हो
(iii) कोई लड़की न हो
साथ ही, यह भी जाँच कीजिए कि इन प्रायिकताओं का योगफल 1 है या नहीं।

उत्तर 2:

(i) कुल परिवारों की संख्या = 1500
परिवारों की संख्या जिसमें दो लड़कियाँ हों = 475
इसलिए,

$$P\left(\text{दो लड़कियाँ}\right) = \frac{475}{1500} = \frac{19}{60}$$

अतः, परिवारों, जिसमें दो लड़कियाँ हों, की प्रायिकता $\frac{19}{60}$ है।

(ii) परिवारों की संख्या जिसमें एक लड़की हो = 814
इसलिए,

$$P(\text{एक लड़की}) = \frac{814}{1500} = \frac{407}{750}$$

अतः, परिवारों, जिसमें एक लड़की हो, की प्रायिकता $\frac{407}{750}$ है।

(iii) परिवारों की संख्या जिसमें कोई लड़की न हो = 211
इसलिए,

$$P\left(\text{कोई लड़की न हो}\right) = \frac{211}{1500}$$

अतः, परिवारों, जिसमें कोई लड़की न हो, की प्रायिकता $\frac{211}{1500}$ है।

प्रश्न 3:

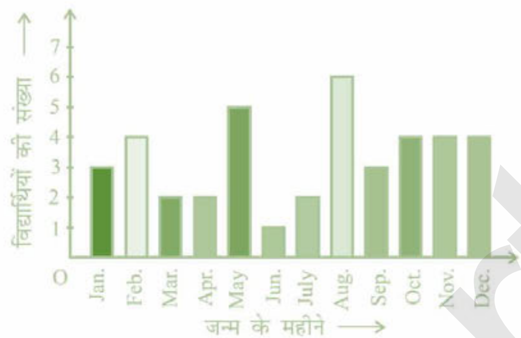
अध्याय 14 के अनुच्छेद 14.4 का उदहारण 5 लीजिए। कक्षा के किसी एक विद्यार्थी का जन्म अगस्त में होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

evidyarthi

उत्तर 3:

अध्याय 14 के अनुच्छेद 14.4 का उदहारण 5 निम्नलिखित है:

नवीं कक्षा के 40 विद्यार्थियों से उनके जन्म का महीना बताने के लिए कहा गया। इस प्रकार प्राप्त आंकड़ों से निम्नलिखित आलेख बनाया गया:



कुल विद्यार्थियों की संख्या = 40

विद्यार्थियों की संख्या जिनका जन्म अगस्त में हुआ है = 6

इसलिए,

$$P\left(\text{विद्यार्थी का जन्म अगस्त में हुआ}\right) = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$$

अतः, विद्यार्थी का जन्म अगस्त में होने की प्रायिकता $\frac{3}{20}$ है।

प्रश्न 4:

तीन सिक्कों को एक साथ 200 बार उछाला गया है तथा इनमें विभिन्न परिणामों की बारम्बारताएँ ये हैं:

परिणाम	3 **चित्त**	2 **चित्त**	1 **चित्त**	0 **चित्त**
बारंबारता	23	72	77	28

यदि तीनों सिक्कों को पुनः एक साथ उछाला जाए, तो दो चित्त के आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर 4:

सिक्कों की कुल उछाल = 200

कुल दो चित्त आने की संख्या = 72

इसलिए,

$$P\left(\text{दो चित्त}\right) = \frac{72}{200} = \frac{9}{25}$$

अतः, दो चित्त के आने की प्रायिकता $\frac{9}{25}$ है।

प्रश्न 5:

एक कंपनी ने यद्दच्छया 2400 परिवार चुनकर एक घर की आय स्तर और वाहनों की संख्या के बीच संबंध स्थापित करने के लिए उनका सर्वेक्षण किया। एकत्रित किए गए आंकड़े नीचे सरणी में दिए गए हैं:

मासिक आय (₹ में)	**प्रति परिवार वाहनों की संख्या**			
	0	**1**	**2**	**2 से अधिक**
7000 से कम	10	160	25	0
7000 - 10000	0	305	27	2
10000 - 13000	1	535	29	1
13000 - 16000	2	469	59	25
16000 या इससे अधिक	1	579	82	88

मान लीजिए एक परिवार चुना गया है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुने गए परिवार
(i) की आय ₹10000 – 13000 प्रति माह है और उसके पास ठीक दो वाहन हैं।
(ii) की आय प्रति माह ₹16000 या इससे अधिक है और उसके पास ठीक 1 वाहन है।
(iii) की आय प्रति माह ₹7000 से कम है और उसके पास कोई वाहन नहीं है।
(iv) की आय ₹13000 – 16000 प्रति माह है और उसके पास 2 से अधिक वाहन हैं।
(v) जिसके पास 1 से अधिक वाहन नहीं है।

उत्तर 5:

(i) कुल परिवारों की संख्या = 2400
परिवारों की संख्या जिनकी आय ₹10000 – 13000 प्रति माह है और उसके पास ठीक दो वाहन हैं = 29
इसलिए,

$$\text{प्रायिकता } = \frac{29}{2400}$$

अतः, चुने गए परिवार की आय ₹10000 – 13000 प्रति माह है और उसके पास ठीक दो वाहन हैं, की प्रायिकता $\frac{29}{2400}$ है।

(ii) कुल परिवारों की संख्या = 2400
परिवारों की संख्या जिनकी आय प्रति माह ₹16000 या इससे अधिक है और उसके पास ठीक 1 वाहन है = 579
इसलिए,

$$\text{प्रायिकता } = \frac{579}{2400} = \frac{193}{800}$$

अतः, चुने गए परिवार की आय प्रति माह ₹16000 या इससे अधिक है और उसके पास ठीक 1 वाहन है, की प्रायिकता $\frac{579}{2400}$ है।

(iii) कुल परिवारों की संख्या = 2400
परिवारों की संख्या जिनकी आय प्रति माह ₹7000 से कम है और उसके पास कोई वाहन नहीं है = 10
इसलिए,

$$\text{प्रायिकता } = \frac{10}{2400} = \frac{1}{240}$$

अतः, चुने गए परिवार की आय प्रति माह ₹7000 से कम है और उसके पास कोई वाहन नहीं है, की प्रायिकता $\frac{1}{240}$ है।

(iv) कुल परिवारों की संख्या = 2400
परिवारों की संख्या जिनकी आय ₹13000 – 16000 प्रति माह है और उसके पास 2 से अधिक वाहन हैं = 10
इसलिए,

$$\text{प्रायिकता } = \frac{25}{2400} = \frac{1}{96}$$

अतः, चुने गए परिवार की आय ₹13000 – 16000 प्रति माह है और उसके पास 2 से अधिक वाहन हैं, की प्रायिकता $\frac{1}{96}$ है।

(v) कुल परिवारों की संख्या = 2400
परिवारों की संख्या जिसके पास 1 से अधिक वाहन नहीं है
= 10 + 0 + 1 + 2 + 1 + 160 + 305 + 535 + 469 + 579 = 2062
इसलिए,

$$\text{प्रायिकता } = \frac{2062}{2400} = \frac{1031}{1200}$$

अतः, चुने गए परिवार, जिसके पास 1 से अधिक वाहन नहीं है, की प्रायिकता $\frac{1031}{1200}$ है।

प्रश्न 6:

अध्याय 14 की सरणी 14.7 लीजिए।

(i) गणित की परीक्षा में एक विद्यार्थी द्वारा 20% कम अंक प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(ii) एक विद्यार्थी द्वारा 60 या इससे अधिक अंक प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:

अध्याय 14 की सरणी 14.7:

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0 – 20	7
20 – 30	10
30 – 40	10
40 – 50	20
50 – 60	20
60 – 70	15
70 - और उससे अधिक	8
कुल योग	**90**

(i) कुल विद्यार्थियों की संख्या = 90

20% से कम अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या = 7

इसलिए,

$$\text{प्रायिकता} = \frac{7}{90}$$

अतः, गणित की परीक्षा में एक विद्यार्थी द्वारा 20% से कम अंक प्राप्त करने की प्रायिकता $\frac{7}{90}$ है।

(ii) कुल विद्यार्थियों की संख्या = 90

60 या इससे अधिक अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या = 15 + 8 = 23

इसलिए,

$$\text{प्रायिकता} = \frac{23}{90}$$

अतः, एक विद्यार्थी द्वारा 60 या इससे अधिक अंक प्राप्त करने की प्रायिकता $\frac{23}{90}$ है।

प्रश्न 7:

सांख्यिकी के बारे में विद्यार्थियों का मत जानने के लिए 200 विद्यार्थियों का सर्वेक्षण किया गया। प्राप्त आंकड़ों को नीचे दी गई सारणी में लिख लिया गया है:

मत	विद्यार्थियों की संख्या
पसंद करते हैं	135
पसंद नहीं करते हैं	65

प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यदृच्छया चुना गया विद्यार्थी

(i) सांख्यिकी पसंद करता है

(ii) सांख्यिकी पसंद नहीं करता है।

उत्तर 7:

(i) कुल विद्यार्थियों की संख्या = 200

सांख्यिकी पसंद करने वाले विद्यार्थियों की संख्या = 135

इसलिए,

$$P(\text{विद्यार्थी सांख्यिकी पसंद करता है}) = \frac{135}{200} = \frac{27}{40}$$

अतः, सांख्यिकी पसंद करने वाले विद्यार्थियों की प्रायिकता $\frac{27}{40}$ है।

eVidyarthi

(ii) कुल विद्यार्थियों की संख्या = 200
सांख्यिकी पसंद नहीं करने वाले विद्यार्थियों की संख्या = 65
इसलिए,

$$P\left(\text{विद्यार्थी सांख्यिकी पसंद नहीं करता है}\right) = \frac{65}{200} = \frac{13}{40}$$

अतः, सांख्यिकी पसंद नहीं करने वाले विद्यार्थियों की प्रायिकता $\frac{13}{40}$ है।

प्रश्न 8:

प्रश्नावली 14.2 का प्रश्न 2 देखिए। इसकी आनुभविक प्रायिकता क्या होगी कि इंजिनियर
(i) अपने कार्यस्थल से 7 km से कम दूरी पर रहती है?
(ii) अपने कार्यस्थल से 7 km या इससे अधिक दूरी पर रहती है?
(iii) अपने कार्यस्थल से $\frac{1}{2}$ km या इससे कम दूरी पर रहती है?

उत्तर 8:

प्रश्नावली 14.2 का प्रश्न 2 निम्नलिखित हैं:
40 इंजीनियरों की उनके आवास से कार्य-स्थल की (किलोमीटर में) दूरियाँ ये हैं:

5	3	10	20	25	11	13	7	12	31
19	10	12	17	18	11	32	17	16	2
7	9	7	8	3	5	12	15	18	3
12	14	2	9	6	15	15	7	6	12

प्रेक्षणों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर:
2, 2, 3, 3, 3, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 9, 9, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 12, 13, 14, 15, 15, 15, 16, 17, 17, 18, 18, 19, 20, 25, 31, 32.

(i) कुल इंजीनियरों की संख्या = 200
अपने कार्यस्थल से 7 km से कम दूरी पर रहने वाले इंजीनियरों की संख्या = 9
इसलिए,

$$P\left(\text{इंजीनियर अपने कार्यस्थल से 7 km से कम दूरी पर रहती है}\right) = \frac{9}{40}$$

अतः, अपने कार्यस्थल से 7 km से कम दूरी पर रहने वाले इंजीनियरों की प्रायिकता $\frac{9}{40}$ है।

(ii) कुल इंजीनियरों की संख्या = 200
अपने कार्यस्थल से 7 km या इससे अधिक दूरी पर रहने वाले इंजीनियरों की संख्या = 31
इसलिए,

$$P\left(\text{इंजीनियर अपने कार्यस्थल से 7 km या इससे अधिक दूरी पर रहती है}\right) = \frac{31}{40}$$

अतः, अपने कार्यस्थल से 7 km या इससे अधिक दूरी पर रहने वाले इंजीनियरों की प्रायिकता $\frac{31}{40}$ है।

(iii) कुल इंजीनियरों की संख्या = 200
अपने कार्यस्थल से $\frac{1}{2}$ km या इससे कम दूरी पर रहने वाले इंजीनियरों की संख्या = 0
इसलिए,

$$P\left(\text{इंजीनियर अपने कार्यस्थल से } \frac{1}{2} \text{ km या इससे कम दूरी पर रहती है}\right) = \frac{0}{40} = 0$$

अतः, अपने कार्यस्थल से $\frac{1}{2}$ km या इससे कम दूरी पर रहने वाले इंजीनियरों की प्रायिकता 0 है।

evidyarthi

प्रश्न 9:

क्रियाकलाप: अपने विद्यालय के गेट के सामने से एक समय-अंतराल में गुजरने वाले दो पहिया, तीन पहिया और चार पहिया वाहनों की बारंबारता लिख लीजिए। आप द्वारा देखे गए वाहनों में से किसी एक वाहन का दो पहिया वाहन होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर 9:

विद्यालय के गेट के सामने से दोपहर 2:30 pm से 3:30 pm के बीच में गुजरने वाले दो पहिया, तीन पहिया और चार पहिया वाहनों की बारंबारता निम्नलिखित है:

वाहन	वाहनों की संख्या
दो पहिया	11
तीन पहिया	5
चार पहिया	2
कुल योग	**18**

कुल वाहनों की संख्या = 18,   दो पहिया वाहनों की संख्या = 11

इसलिए,

$$P\left(\text{दो पहिया वाहन}\right) = \frac{11}{18}$$

अतः, दो पहिया वाहन होने की प्रायिकता $\frac{11}{18}$ है।

प्रश्न 10:

क्रियाकलाप: आप अपनी कक्षा के विद्यार्थियों से एक 3 अंक वाली संख्या लिखने को कहिए। आप कक्षा से एक विद्यार्थी को यदृच्छया चुन लीजिए। इस बात की प्रायिकता क्या होगी कि उसके द्वारा लिखी गई संख्या 3 से भाज्य है? याद रखिए कि कोई संख्या 3 से भाज्य होती है, यदि उसके अंकों का योग 3 से भाज्य हो।

उत्तर 10:

तीन अंकों वाली संख्याएँ = 100, 101, 102. ...999.

तीन अंकों वाली कुल संख्याएँ = 999 – 99 = 900

3 से विभाजित होने वाली संख्याएँ = 102, 105, 108 ...999.

3 से विभाजित होने वाली कुल संख्याएँ = 300

इसलिए,

$$P\left(\text{3 से विभाजित होने वाली संख्या}\right) = \frac{300}{900} = \frac{1}{3}$$

अतः, उसके द्वारा लिखी गई संख्या 3 से भाज्य होने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है।

प्रश्न 11:

आटे की उन ग्यारह थैलियों में, जिन पर 5 kg अंकित है, वास्तव में आटे के निम्नलिखित भार (kg में) हैं:

4.97 5.05 5.08 5.03 5.00 5.06 5.08 4.98 5.04 5.07 5.00

यदृच्छया चुनी गई एक थैली में 5 kg से अधिक आटा होने की प्रायिकता क्या होगी?

उत्तर 11:

प्रेक्षणों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर:

4.97, 4.98, 5.00, 5.00, 5.03, 5.04, 5.05, 5.06, 5.07, 5.08, 5.08

आटे की थैलियों की संख्या = 11

एक थैली में 5 kg से अधिक आटा वाली थैलियों की संख्या = 7

इसलिए,

$$P\left(\text{एक थैली में 5 kg से अधिक आटा}\right) = \frac{7}{11}$$

अतः, एक थैली में 5 kg से अधिक आटा होने की प्रायिकता $\frac{7}{11}$ है।

प्रश्न 12:

प्रश्नावली 14.2 के प्रश्न 5 में आपसे 30 दिनों तक एक नगर की प्रति वायु में सल्फर डाई-आक्साइड की भाग प्रति मिलियन में सांद्रता से संबंधित एक बारंबारता बंटन सरणी बनाने के लिए कहा गया था। इस सरणी की सहायता से इनमें से किसी एक दिन अंतराल (0.12 – 0.16) में सल्फर डाई-आक्साइड के सांद्रण होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर 12:

प्रश्नावली 14.2 का प्रश्न 5 निम्नलिखित है:

एक नगर में वायु में सल्फर डाई-ऑक्साइड का सांद्रण भाग प्रति मिलियन [Part per million (ppm)] में ज्ञात करने के लिए एक अध्ययन किया गया। 30 दिनों के प्राप्त किए गए आंकड़े ये हैं:

0.03	0.08	0.08	0.09	0.04	0.17
0.16	0.05	0.02	0.06	0.18	0.20
0.11	0.08	0.12	0.13	0.22	0.07
0.08	0.01	0.10	0.06	0.09	0.18
0.11	0.07	0.05	0.07	0.01	0.04

इन आंकड़ों का वर्गीकृत बारंबारता बंटन सरणी निम्नलिखित है:

डाई-ऑक्साइड का सांद्रण (ppm में)	दिनों की संख्या (बारंबारता)
0.00 – 0.04	4
0.04 – 0.08	9
0.08 – 0.12	9
0.12 – 0.16	2
0.16 – 0.20	4
0.20 – 0.24	2
कुल योग	**30**

$$P\left(\text{किसी एक दिन अंतराल (0.12 – 0.16) में सल्फर डाई – आक्साइड के सांद्रण}\right) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

अतः, किसी एक दिन अंतराल (0.12 – 0.16) में सल्फर डाई-आक्साइड के सांद्रण होने की प्रायिकता $\frac{1}{15}$ है।

प्रश्न 13:

प्रश्नावली 14.2 के प्रश्न 1 में आपसे एक कक्षा के 30 विद्यार्थियों के रक्त-समूह से संबंधित बारंबारता बंटन सरणी बनाने के लिए कहा गया था। इस सारणी की सहायता से इस कक्षा से यदृच्छया चुने गए एक विद्यार्थी का रक्त समूह AB होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर 13:

प्रश्नावली 14.2 का प्रश्न 1 के 30 विद्यार्थियों के रक्त-समूह से संबंधित बारंबारता बंटन सरणी निम्नलिखित है:

रक्त समूह	विद्यार्थियों की संख्या
A	9
B	6
AB	3
O	12
कुल योग	30

$$P\left(\text{एक विद्यार्थी का रक्त समूह AB है}\right) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

अतः, एक विद्यार्थी का रक्त समूह AB होने की प्रायिकता $\frac{1}{10}$ है।