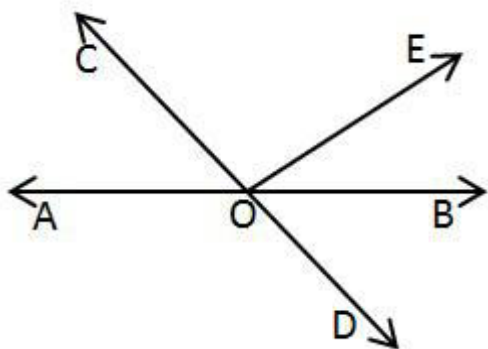


## 6. रेखाएँ और कोण

### अभ्यास 6.1

Q1. आकृति. 6.13 में, रेखाएँ AB और CD बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती हैं | यदि  $\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ$  है और  $\angle BOD = 40^\circ$  है तो  $\angle BOE$  और प्रतिवर्ती  $\angle COE$  ज्ञात कीजिए |

हल:



$$\angle BOD = 40^\circ$$

$$\angle AOC = \angle BOD \text{ (शीर्षाभिमुख कोण)}$$

$$\angle AOC = 40^\circ$$

$$\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ \text{ (दिया है)}$$

$$\angle BOE = 70^\circ$$

$$\angle BOE = 70^\circ - 40^\circ$$

$$\angle BOE = 30^\circ$$

चूँकि, AOB एक सरल रेखा है |

$$\text{इसलिए, } \angle AOC + \angle COE + \angle BOE = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}$$

$$\Rightarrow 70^\circ + \angle COE = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle COE = 180^\circ - 70^\circ$$

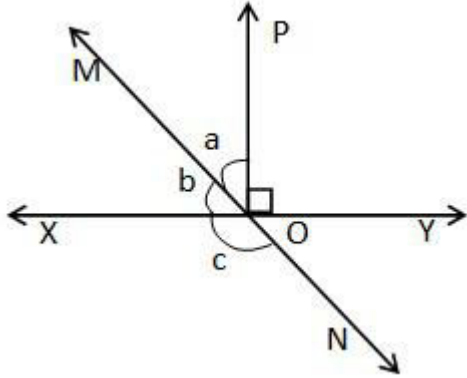
$$\Rightarrow \angle COE = 110^\circ$$

प्रतिवर्ती  $\angle COE = 360 - 110^\circ$

$$= 250^\circ$$

Q2. आकृति 6.14 में, रेखाएँ XY और MN बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती हैं | यदि  $\angle POY = 90^\circ$  और  $a : b = 2 : 3$  है तो c ज्ञात कीजिए |

हल :



$\angle POY = 90^\circ$  (दिया है)

माना  $\angle a$  और  $\angle b = 2x$  और  $3x$  है |

चूँकि, XOY एक सरल रेखा है |

इसलिए,  $\angle a + \angle b + \angle POY = 180^\circ$  (रैखिक युग्म)

$$\Rightarrow 2x + 3x + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 5x = 180^\circ - 90^\circ$$

$$\Rightarrow 5x = 90^\circ$$

$$\Rightarrow x = 90^\circ / 5$$

$$\Rightarrow x = 18^\circ$$

अब,  $\angle a = 2 \times 18^\circ$

$$= 36^\circ$$

$\angle b = 3 \times 18^\circ$

$$= 54^\circ$$

यहाँ, MON भी एक सरल रेखा है |

$$\angle b + \angle c = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}$$

$$\angle 54^\circ + \angle c = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle c = 180^\circ - 54^\circ$$

$$= 126^\circ$$

Q3. आकृति 6.15 में,  $\angle PQR = \angle PRQ$  है, सिद्ध कीजिए कि  $\angle PQS = \angle PRT$  है।

हल :

दिया है :  $\angle PQR = \angle PRQ$

सिद्ध करना है :  $\angle PQS = \angle PRT$

प्रमाण :

$$\angle PQS + \angle PQR = 180^\circ \text{ ..... (1) रैखिक युग्म}$$

$$\angle PRT + \angle PRQ = 180^\circ \text{ ..... (2) रैखिक युग्म}$$

समीकरण (1) तथा (2) से

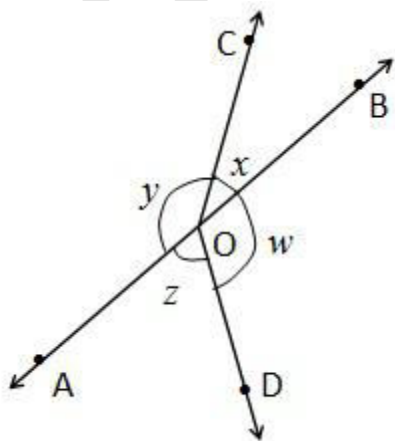
$$\angle PQS + \angle PQR = \angle PRT + \angle PRQ$$

$$\text{Or, } \angle PQS + \angle PQR = \angle PRT + \angle PQR \text{ (}\angle PQR = \angle PRQ \text{ दिया है)}$$

$$\text{Or, } \angle PQS + \cancel{\angle PQR} = \angle PRT + \cancel{\angle PQR}$$

$$\text{Or, } \angle PQS = \angle PRT \text{ सिद्ध हुआ।}$$

Q4. आकृति 6.16 में, यदि  $x + y = w + z$  है, तो सिद्ध कीजिए कि AOB एक सरल रेखा है।



हल:

दिया है :  $x + y = w + z$

सिद्ध करना है : AOB एक सरल रेखा है |

प्रमाण :  $x + y + w + z = 360^\circ$

अथवा  $x + y + x + y = 360^\circ$

$$\Rightarrow 2x + 2y = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 2(x + y) = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x + y = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}$$

जब कोई संलग्न दो कोणों का योग  $180^\circ$  होता है तो रेखा सीधी एवं सरल होती है |

अतः AOB एक सरल रेखा है | **Proved**

Q5. आकृति 6.17 में, POQ एक रेखा है | किरण OR रेखा PQ पर लम्ब है | किरणों OP और OR के बीच में OS एक अन्य किरण है | सिद्ध कीजिए :

$$\angle ROS = \frac{1}{2} (\angle QOS - \angle POS)$$

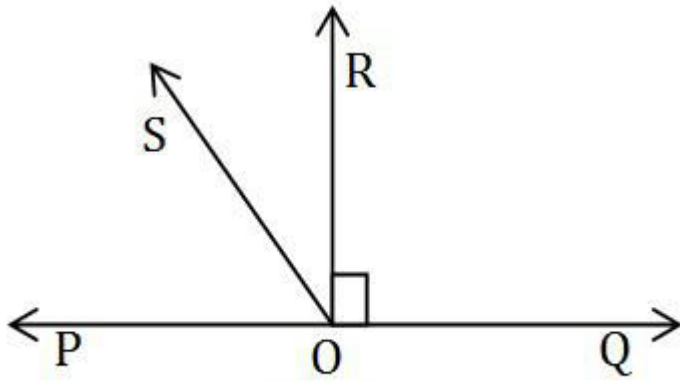


Fig. 5

हल:

दिया है : POQ एक रेखा है और  $OR \perp PQ$  तथा OS  $\angle POR$  के बीच एक किरण है |

सिद्ध करना है :

$$\angle ROS = \frac{1}{2} (\angle QOS - \angle POS)$$

**प्रमाण :**  $\angle ROQ = 90^\circ$  (दिया है)

अब,  $\angle POR + \angle ROQ = 180^\circ$  .... रैखिक युग्म

या  $\angle POR + 90^\circ = 180^\circ$

या  $\angle POR = 180^\circ - 90^\circ$

या  $\angle POR = 90^\circ$

$\angle ROS = \angle POR - \angle POS$  ..... (1)

और

$\angle ROS = \angle QOS - \angle ROQ$  ..... (2)

समीकरण (1) तथा (2) को जोड़ने पर

$$\angle ROS + \angle ROS = \angle QOS - \angle ROQ + \angle POR - \angle POS$$

अथवा  $2\angle ROS = \angle QOS - 90^\circ + 90^\circ - \angle POS$

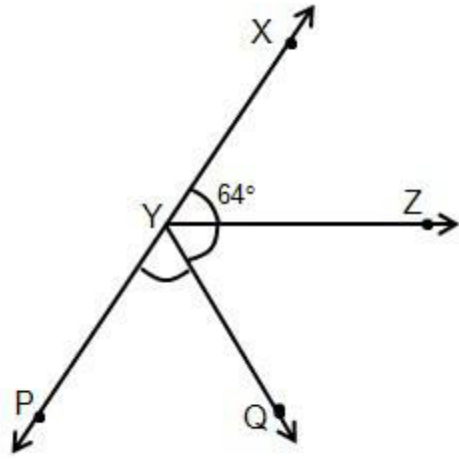
अथवा  $2\angle ROS = \angle QOS - \angle POS$

$$\angle ROS = \frac{1}{2} (\angle QOS - \angle POS)$$

**Proved**

**Q6.** यह दिया है कि  $\angle XYZ = 64^\circ$  है और XY को बिंदु P तक बढ़ाया गया है | दी हुई सूचना से एक आकृति खींचिए | यदि किरण YQ,  $\angle ZYP$  को समद्विभाजित करती है, तो  $\angle XYQ$  और प्रतिवर्ती  $\angle QYP$  के मान ज्ञात कीजिए |

**हल :**



$$\angle XYZ = 64^\circ$$

YQ,  $\angle ZYP$  को समद्विभाजित करती है;

इसलिए

$$\angle QYP = \angle ZYQ \quad \dots\dots\dots (1)$$

XY को बिंदु P तक बढ़ाया गया है |

$\therefore$  XYP एक सरल रेखा है |

$$\text{अतः } \angle XYZ + \angle QYP + \angle ZYQ = 180^\circ$$

(रेखिक युग्म)

$$64^\circ + \angle QYP + \angle ZYQ = 180^\circ$$

$$2\angle QYP = 180^\circ - 64^\circ$$

$$2\angle QYP = 116^\circ$$

$$\angle QYP = 58^\circ$$

$$\angle QYP = \angle ZYQ = 58^\circ$$

$$\angle XYQ = \angle XYZ + \angle ZYQ$$

$$= 64^\circ + 58^\circ$$

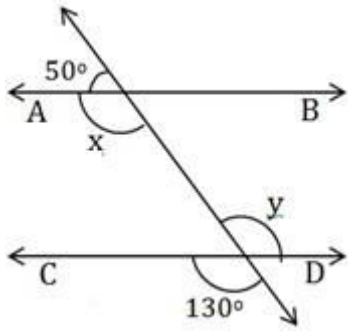
$$= 122^\circ$$

$$\text{प्रतिवर्ती } \angle QYP = 360^\circ - 58^\circ = 302^\circ$$

## प्रश्नावली 6.2

Q1. आकृति 6.28 में,  $x$  और  $y$  के मान ज्ञात कीजिए और फिर दर्शाइए कि  $AB \parallel CD$  है।

हल :



$$x + 50^\circ = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}$$

$$\Rightarrow x = 180^\circ - 50^\circ$$

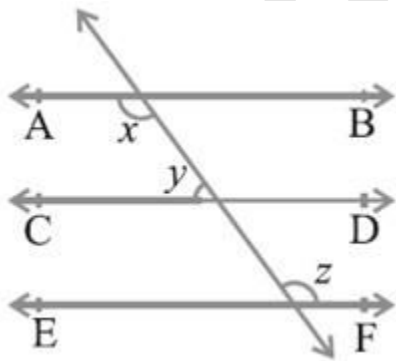
$$\Rightarrow x = 130^\circ$$

$$y = 130^\circ$$

$$x = y = 130^\circ \text{ (एकांतर कोण गुणधर्म से)}$$

$$AB \parallel CD$$

Q2. आकृति 6.29 में, यदि  $AB \parallel CD$ ,  $CD \parallel EF$  और  $y : z = 3 : 7$  है, तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।



हल :

$AB \parallel CD$  ..... (1) दिया है ;

$CD \parallel EF$  ..... (2) दिया है ;

समीकरण (1) तथा (2) से हम पाते हैं कि

$$AB \parallel EF \quad \dots\dots(3)$$

$$\therefore x = z \quad \dots\dots (4) \quad \text{एकांतर कोण}$$

अब,  $y = 3k$  तथा  $z = 7k$  माना

$AB \parallel CD$  दिया है;

$$\therefore x + y = 180^\circ \quad (\text{एक ही ओर के अंतः कोणों का योग})$$

$$\text{अथवा } z + y = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 7k + 3k = 180^\circ$$

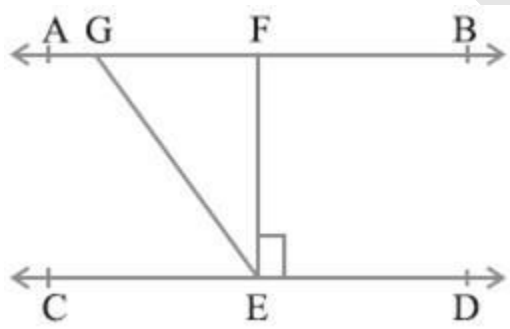
$$\Rightarrow 10k = 180^\circ$$

$$\Rightarrow k = 18^\circ$$

चूँकि  $x = z$  समी० (4) से

$$\therefore x = 7k = 7 \times 18^\circ = 126^\circ \quad \text{उत्तर}$$

**Q3.** आकृति 6.30 में, यदि  $AB \parallel CD$ ,  $EF \perp CD$  और  $\angle GED = 126^\circ$  है, तो  $\angle AGE$ ,  $\angle GEF$  और  $\angle FGE$  ज्ञात कीजिए।



**हल :**  $\angle GED = 126^\circ$

$AB \parallel CD$  दिया है।

$$\therefore \angle AGE = \angle GED \quad (\text{एकांतर कोण})$$

$$\text{अतः } \angle AGE = 126^\circ$$

$$\angle GED = 126^\circ$$

$$\angle GED = \angle GEF + \angle FED = 126^\circ$$

$$\angle GEF + \angle FED = 126^\circ$$



$$\angle GEF + 90^\circ = 126^\circ \quad (\because EF \perp CD \therefore \angle FED = 90^\circ)$$

$$\angle GEF = 126^\circ - 90^\circ$$

$$\angle GEF = 36^\circ$$

अब,

$$\angle AGE + \angle FGE = 180^\circ \quad (\text{रैखिक युग्म})$$

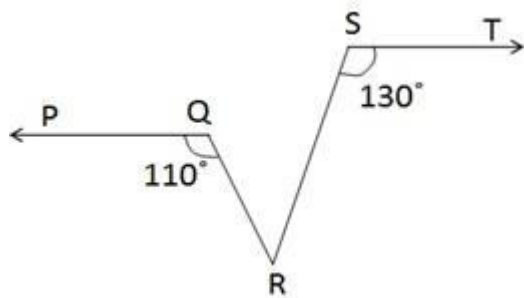
$$126^\circ + \angle FGE = 180^\circ$$

$$\angle FGE = 180^\circ - 126^\circ$$

$$\angle FGE = 54^\circ$$

$$\angle AGE = 126^\circ, \angle GEF = 36^\circ \text{ और } \angle FGE = 54^\circ$$

Q4. आकृति 6.31 में, यदि  $PQ \parallel ST$ ,  $\angle PQR = 110^\circ$  और  $\angle RST = 130^\circ$  है, तो  $\angle QRS$  ज्ञात कीजिए।

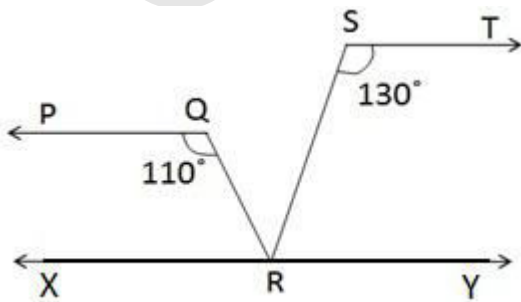


[संकेत : बिंदु R से होकर ST के समांतर एक रेखा खिंचिए।]

**हल :**

रचना : बिंदु R से होकर  $XY \parallel ST$  खिंचा।

$PQ \parallel ST$  ..... (1) दिया है।



XY  $\parallel$  ST .....(2) रचना से

समी० (1) तथा (2) से

PQ  $\parallel$  XY ..... (3)

XY  $\parallel$  ST रचना से

$$\angle RST + \angle SRY = 180^\circ \text{ (एक ही ओर के अंतःकोणों का योग)}$$

$$\Rightarrow 130^\circ + \angle SRY = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle SRY = 180^\circ - 130^\circ$$

$$\Rightarrow \angle SRY = 50^\circ$$

PQ  $\parallel$  XY ..... (3) से

$$\therefore \angle PQR = \angle QRY \text{ (एकांतर कोण)}$$

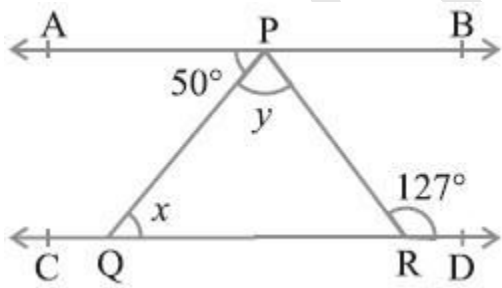
$$110^\circ = \angle QRS + \angle SRY$$

$$110^\circ = \angle QRS + 50^\circ$$

$$\angle QRS = 110^\circ - 50^\circ$$

$$\angle QRS = 60^\circ$$

Q5 आकृति 6.32 में, यदि  $AB \parallel CD$ ,  $\angle APQ = 50^\circ$  और  $\angle PRD = 127^\circ$  है, तो  $x$  और  $y$  ज्ञात कीजिए।



**हल:**  $\angle APQ = 50^\circ$  और  $\angle PRD = 127^\circ$

$AB \parallel CD$  दिया है।

$$\therefore \angle APQ = \angle PQR \text{ (एकांतर कोण)}$$

या  $x = 50^\circ$

पुनः  $\angle APR = \angle PRD$  (एकांतर कोण)

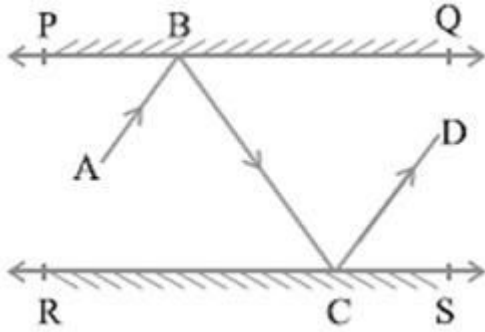
या  $y + 50^\circ = 127^\circ$

या  $y = 127^\circ - 50^\circ$

या  $y = 77^\circ$

$x = 50^\circ$  और  $y = 77^\circ$

Q6. आकृति 6.33 में, PQ और RS दो हैं जो एक दूसरे के सामान्तर रखे गए हैं। या आपतन किरण (incident ray) AB, दर्पण PQ से B पर टकराती है और प्रवर्तित किरण (reflected ray) पथ BC पर टकराती है तथा पुनः CD के अनुदिश प्रवर्तित हो जाती है। सिद्ध कीजिए कि  $AB \parallel CD$  है।



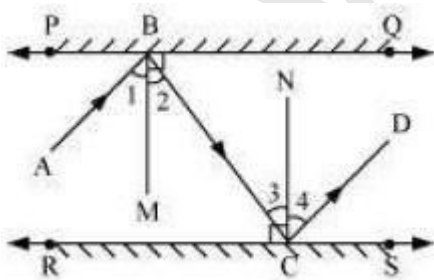
**हल:**

**दिया है:**  $PQ \parallel RS$  और AB एक आपतन कोण है, CD एक परावर्तित किरण है।

**सिद्ध करना है:**  $AB \parallel CD$

**रचना :**

$BM \perp PQ$  और  $CN \perp RS$  खिंचा।



**प्रमाण :**

$BM \perp PQ$  and  $CN \perp RS$

$\therefore BM \parallel CN$  और BC एक तिर्यक रेखा है।

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 \dots\dots\dots (1) \text{ (एकांतर अंतःकोण )}$$

जबकि हम जानते है कि -

आपतन कोण = परावर्तन कोण, जहाँ BM और CN अभिलंब हैं।

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 \dots\dots\dots (2)$$

इसीप्रकार,

$$\therefore \angle 3 = \angle 4 \dots\dots\dots (3)$$

समी० (1) (2) और (3) से हम पाते है।

$$\angle 1 = \angle 4 \dots\dots\dots (4)$$

समी० (1) तथा (4) को जोड़ने पर

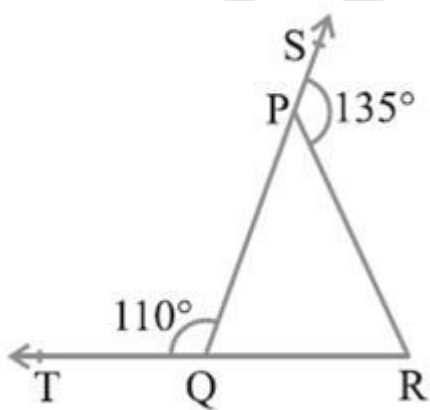
$$\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$$

$$\angle ABC = \angle BCD \text{ (एकांतर अतः कोण)}$$

इसलिए,  $AB \parallel CD$  **Proved**

## प्रश्नावली 6.3

Q1. आकृति 6.39 में,  $\Delta PQR$  की भुजाओं QP और RQ को क्रमशः बिन्दुओं S और T तक बढ़ाया गया है। यदि  $\angle SPR = 135^\circ$  है और  $\angle PQT = 110^\circ$  है, तो  $\angle PRQ$  ज्ञात कीजिए।



हल :

$$\angle QPR + \angle SPR = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}$$

$$\Rightarrow \angle QPR + 135^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle QPR = 180^\circ - 135^\circ$$

$$\Rightarrow \angle QPR = 45^\circ$$

इसीप्रकार,

$$\angle PQR + \angle TQP = 180^\circ \quad (\text{रैखिक युग्म})$$

$$\Rightarrow \angle PQR + 110^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle PQR = 180^\circ - 110^\circ$$

$$\Rightarrow \angle PQR = 70^\circ$$

अब त्रिभुज PQR में,

$$\angle QPR + \angle PQR + \angle PRQ = 180^\circ$$

$$45^\circ + 70^\circ + \angle PRQ = 180^\circ$$

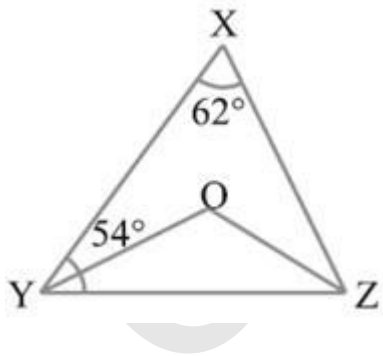
$$115^\circ + \angle PRQ = 180^\circ$$

$$\angle PRQ = 180^\circ - 115^\circ$$

$$\angle PRQ = 65^\circ$$

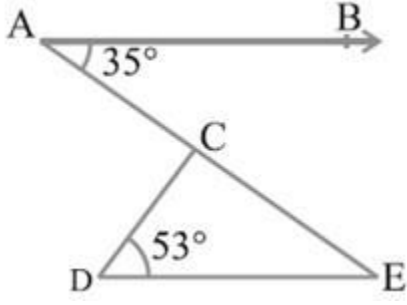
Q2. आकृत 6.40 में,  $\angle X = 62^\circ$  और  $\angle XYZ = 54^\circ$  है | यदि YO और ZO क्रमशः  $\triangle XYZ$  के  $\angle XYZ$  और  $\angle XZY$  के समद्विभाजक हैं, तो  $\angle OZY$  और  $\angle YOZ$  ज्ञात कीजिए |

हल :



Q3. आकृति 6.41 में, यदि  $AB \parallel DE$ ,  $\angle BAC = 35^\circ$  और  $\angle CDE = 53^\circ$  है तो  $\angle DCE$  ज्ञात कीजिए |

हल :



Q4. आकृति, 6.42 में, यदि रेखाएँ PQ और RS बिंदु T पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करती हैं कि  $\angle PRT = 40^\circ$ ,  $\angle RPT = 95^\circ$  और  $\angle TSQ = 75^\circ$  हैं तो  $\angle SQT$  ज्ञात कीजिए।

Q5. आकृति 6.43 में यदि  $PQ \perp PS$ ,  $PQ \parallel SR$ ,  $\angle SQR = 28^\circ$  और  $\angle QRT = 65^\circ$  हैं तो x और y के मान ज्ञात कीजिए।

Q6. आकृति 6.44 में,  $\Delta PQR$  की भुजा QR को बिंदु S तक बढ़ाया गया है। यदि  $\angle PQR$  और  $\angle PRS$  के समद्विभाजक बिंदु T पर मिलते हैं, तो सिद्ध कीजिए कि  $\angle QTR = \frac{1}{2} \angle QPR$  है।