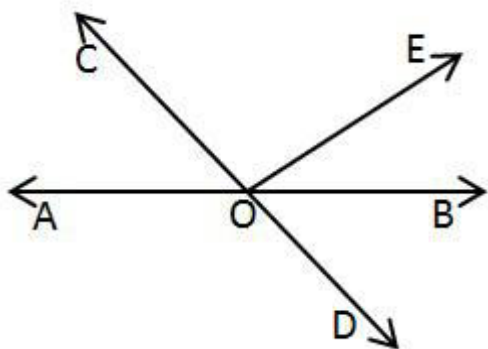


6. रेखाएँ और कोण

अभ्यास 6.1

Q1. आकृति. 6.13 में, रेखाएँ AB और CD बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती हैं | यदि $\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ$ है और $\angle BOD = 40^\circ$ है तो $\angle BOE$ और प्रतिवर्ती $\angle COE$ ज्ञात कीजिए |

हल:



$$\angle BOD = 40^\circ$$

$$\angle AOC = \angle BOD \text{ (शीर्षाभिमुख कोण)}$$

$$\angle AOC = 40^\circ$$

$$\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ \text{ (दिया है)}$$

$$\angle BOE = 70^\circ$$

$$\angle BOE = 70^\circ - 40^\circ$$

$$\angle BOE = 30^\circ$$

चूँकि, AOB एक सरल रेखा है |

$$\text{इसलिए, } \angle AOC + \angle COE + \angle BOE = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}$$

$$\Rightarrow 70^\circ + \angle COE = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle COE = 180^\circ - 70^\circ$$

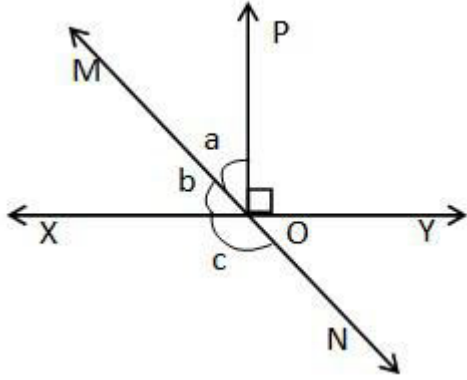
$$\Rightarrow \angle COE = 110^\circ$$

प्रतिवर्ती $\angle COE = 360 - 110^\circ$

$$= 250^\circ$$

Q2. आकृति 6.14 में, रेखाएँ XY और MN बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती हैं | यदि $\angle POY = 90^\circ$ और $a : b = 2 : 3$ है तो c ज्ञात कीजिए |

हल :



$\angle POY = 90^\circ$ (दिया है)

माना $\angle a$ और $\angle b = 2x$ और $3x$ है |

चूँकि, XOY एक सरल रेखा है |

इसलिए, $\angle a + \angle b + \angle POY = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

$$\Rightarrow 2x + 3x + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 5x = 180^\circ - 90^\circ$$

$$\Rightarrow 5x = 90^\circ$$

$$\Rightarrow x = 90^\circ / 5$$

$$\Rightarrow x = 18^\circ$$

अब, $\angle a = 2 \times 18^\circ$

$$= 36^\circ$$

$\angle b = 3 \times 18^\circ$

$$= 54^\circ$$

यहाँ, MON भी एक सरल रेखा है |

$$\angle b + \angle c = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}$$

$$\angle 54^\circ + \angle c = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle c = 180^\circ - 54^\circ$$

$$= 126^\circ$$

Q3. आकृति 6.15 में, $\angle PQR = \angle PRQ$ है, सिद्ध कीजिए कि $\angle PQS = \angle PRT$ है।

हल :

दिया है : $\angle PQR = \angle PRQ$

सिद्ध करना है : $\angle PQS = \angle PRT$

प्रमाण :

$$\angle PQS + \angle PQR = 180^\circ \text{ (1) रैखिक युग्म}$$

$$\angle PRT + \angle PRQ = 180^\circ \text{ (2) रैखिक युग्म}$$

समीकरण (1) तथा (2) से

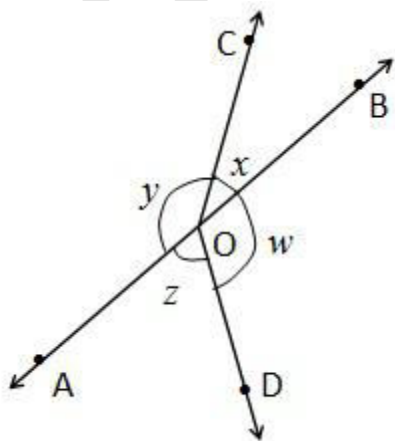
$$\angle PQS + \angle PQR = \angle PRT + \angle PRQ$$

$$\text{Or, } \angle PQS + \angle PQR = \angle PRT + \angle PQR \text{ (}\angle PQR = \angle PRQ \text{ दिया है)}$$

$$\text{Or, } \angle PQS + \cancel{\angle PQR} = \angle PRT + \cancel{\angle PQR}$$

$$\text{Or, } \angle PQS = \angle PRT \text{ सिद्ध हुआ।}$$

Q4. आकृति 6.16 में, यदि $x + y = w + z$ है, तो सिद्ध कीजिए कि AOB एक सरल रेखा है।



हल:

दिया है : $x + y = w + z$

सिद्ध करना है : AOB एक सरल रेखा है |

प्रमाण : $x + y + w + z = 360^\circ$

अथवा $x + y + x + y = 360^\circ$

$$\Rightarrow 2x + 2y = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 2(x + y) = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x + y = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}$$

जब कोई संलग्न दो कोणों का योग 180° होता है तो रेखा सीधी एवं सरल होती है |

अतः AOB एक सरल रेखा है | **Proved**

Q5. आकृति 6.17 में, POQ एक रेखा है | किरण OR रेखा PQ पर लम्ब है | किरणों OP और OR के बीच में OS एक अन्य किरण है | सिद्ध कीजिए :

$$\angle ROS = \frac{1}{2} (\angle QOS - \angle POS)$$

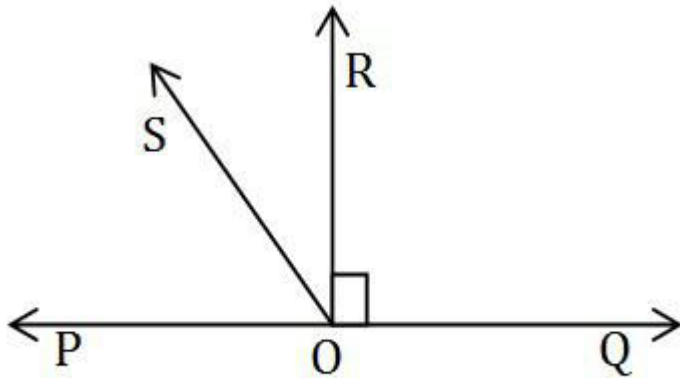


Fig. 5

हल:

दिया है : POQ एक रेखा है और $OR \perp PQ$ तथा OS $\angle POR$ के बीच एक किरण है |

सिद्ध करना है :

$$\angle ROS = \frac{1}{2} (\angle QOS - \angle POS)$$

प्रमाण : $\angle ROQ = 90^\circ$ (दिया है)

अब, $\angle POR + \angle ROQ = 180^\circ$ रैखिक युग्म

या $\angle POR + 90^\circ = 180^\circ$

या $\angle POR = 180^\circ - 90^\circ$

या $\angle POR = 90^\circ$

$\angle ROS = \angle POR - \angle POS$ (1)

और

$\angle ROS = \angle QOS - \angle ROQ$ (2)

समीकरण (1) तथा (2) को जोड़ने पर

$$\angle ROS + \angle ROS = \angle QOS - \angle ROQ + \angle POR - \angle POS$$

अथवा $2\angle ROS = \angle QOS - 90^\circ + 90^\circ - \angle POS$

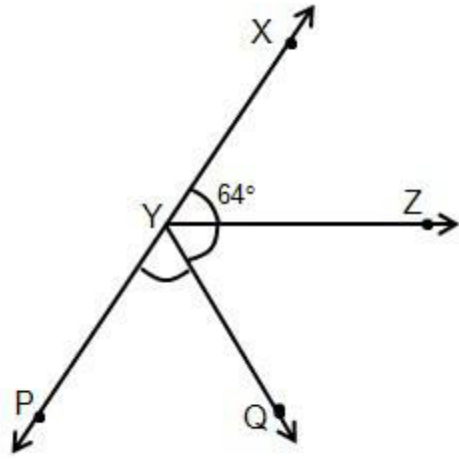
अथवा $2\angle ROS = \angle QOS - \angle POS$

$$\angle ROS = \frac{1}{2} (\angle QOS - \angle POS)$$

Proved

Q6. यह दिया है कि $\angle XYZ = 64^\circ$ है और XY को बिंदु P तक बढ़ाया गया है | दी हुई सूचना से एक आकृति खींचिए | यदि किरण YQ, $\angle ZYP$ को समद्विभाजित करती है, तो $\angle XYQ$ और प्रतिवर्ती $\angle QYP$ के मान ज्ञात कीजिए |

हल :



$$\angle XYZ = 64^\circ$$

YQ, $\angle ZYP$ को समद्विभाजित करती है;

इसलिए

$$\angle QYP = \angle ZYQ \quad \dots\dots\dots (1)$$

XY को बिंदु P तक बढ़ाया गया है |

\therefore XYP एक सरल रेखा है |

$$\text{अतः } \angle XYZ + \angle QYP + \angle ZYQ = 180^\circ$$

(रेखिक युग्म)

$$64^\circ + \angle QYP + \angle ZYQ = 180^\circ$$

$$2\angle QYP = 180^\circ - 64^\circ$$

$$2\angle QYP = 116^\circ$$

$$\angle QYP = 58^\circ$$

$$\angle QYP = \angle ZYQ = 58^\circ$$

$$\angle XYQ = \angle XYZ + \angle ZYQ$$

$$= 64^\circ + 58^\circ$$

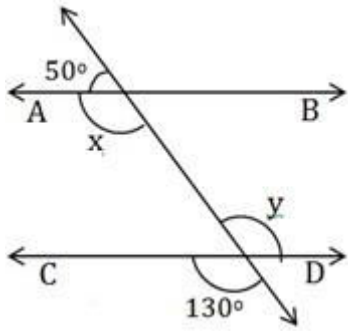
$$= 122^\circ$$

$$\text{प्रतिवर्ती } \angle QYP = 360^\circ - 58^\circ = 302^\circ$$

प्रश्नावली 6.2

Q1. आकृति 6.28 में, x और y के मान ज्ञात कीजिए और फिर दर्शाइए कि $AB \parallel CD$ है।

हल :



$$x + 50^\circ = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}$$

$$\Rightarrow x = 180^\circ - 50^\circ$$

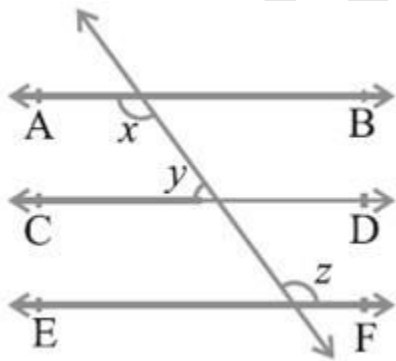
$$\Rightarrow x = 130^\circ$$

$$y = 130^\circ$$

$$x = y = 130^\circ \text{ (एकांतर कोण गुणधर्म से)}$$

$$AB \parallel CD$$

Q2. आकृति 6.29 में, यदि $AB \parallel CD$, $CD \parallel EF$ और $y : z = 3 : 7$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



हल :

$AB \parallel CD$ (1) दिया है ;

$CD \parallel EF$ (2) दिया है ;

समीकरण (1) तथा (2) से हम पाते हैं कि

$$AB \parallel EF \quad \dots\dots(3)$$

$$\therefore x = z \quad \dots\dots (4) \quad \text{एकांतर कोण}$$

अब, $y = 3k$ तथा $z = 7k$ माना

$AB \parallel CD$ दिया है;

$$\therefore x + y = 180^\circ \quad (\text{एक ही ओर के अंतः कोणों का योग})$$

$$\text{अथवा } z + y = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 7k + 3k = 180^\circ$$

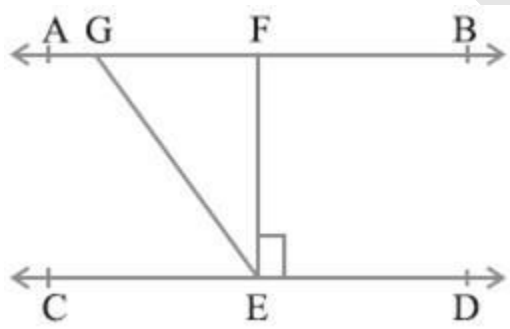
$$\Rightarrow 10k = 180^\circ$$

$$\Rightarrow k = 18^\circ$$

चूँकि $x = z$ समी० (4) से

$$\therefore x = 7k = 7 \times 18^\circ = 126^\circ \quad \text{उत्तर}$$

Q3. आकृति 6.30 में, यदि $AB \parallel CD$, $EF \perp CD$ और $\angle GED = 126^\circ$ है, तो $\angle AGE$, $\angle GEF$ और $\angle FGE$ ज्ञात कीजिए।



हल : $\angle GED = 126^\circ$

$AB \parallel CD$ दिया है।

$$\therefore \angle AGE = \angle GED \quad (\text{एकांतर कोण})$$

$$\text{अतः } \angle AGE = 126^\circ$$

$$\angle GED = 126^\circ$$

$$\angle GED = \angle GEF + \angle FED = 126^\circ$$

$$\angle GEF + \angle FED = 126^\circ$$

$$\angle GEF + 90^\circ = 126^\circ \quad (\because EF \perp CD \therefore \angle FED = 90^\circ)$$

$$\angle GEF = 126^\circ - 90^\circ$$

$$\angle GEF = 36^\circ$$

अब,

$$\angle AGE + \angle FGE = 180^\circ \quad (\text{रैखिक युग्म})$$

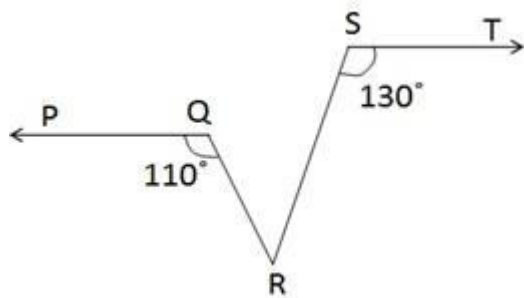
$$126^\circ + \angle FGE = 180^\circ$$

$$\angle FGE = 180^\circ - 126^\circ$$

$$\angle FGE = 54^\circ$$

$$\angle AGE = 126^\circ, \angle GEF = 36^\circ \text{ और } \angle FGE = 54^\circ$$

Q4. आकृति 6.31 में, यदि $PQ \parallel ST$, $\angle PQR = 110^\circ$ और $\angle RST = 130^\circ$ है, तो $\angle QRS$ ज्ञात कीजिए।

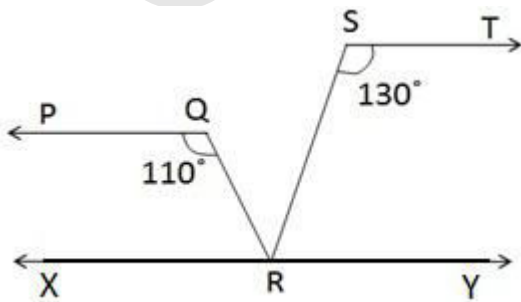


[संकेत : बिंदु R से होकर ST के समांतर एक रेखा खिंचिए।]

हल :

रचना : बिंदु R से होकर $XY \parallel ST$ खिंचा।

$PQ \parallel ST$ (1) दिया है।



XY \parallel ST(2) रचना से

समी० (1) तथा (2) से

PQ \parallel XY (3)

XY \parallel ST रचना से

$$\angle RST + \angle SRY = 180^\circ \text{ (एक ही ओर के अंतःकोणों का योग)}$$

$$\Rightarrow 130^\circ + \angle SRY = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle SRY = 180^\circ - 130^\circ$$

$$\Rightarrow \angle SRY = 50^\circ$$

PQ \parallel XY (3) से

$$\therefore \angle PQR = \angle QRY \text{ (एकांतर कोण)}$$

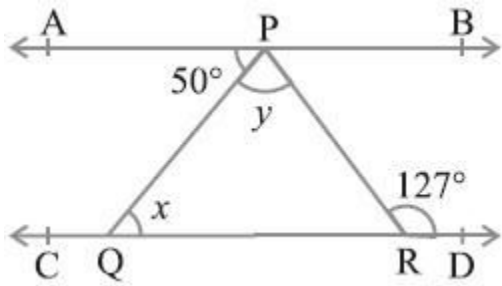
$$110^\circ = \angle QRS + \angle SRY$$

$$110^\circ = \angle QRS + 50^\circ$$

$$\angle QRS = 110^\circ - 50^\circ$$

$$\angle QRS = 60^\circ$$

Q5 आकृति 6.32 में, यदि $AB \parallel CD$, $\angle APQ = 50^\circ$ और $\angle PRD = 127^\circ$ है, तो x और y ज्ञात कीजिए।



हल: $\angle APQ = 50^\circ$ और $\angle PRD = 127^\circ$

$AB \parallel CD$ दिया है।

$$\therefore \angle APQ = \angle PQR \text{ (एकांतर कोण)}$$

$$\text{या } x = 50^\circ$$

पुनः $\angle APR = \angle PRD$ (एकांतर कोण)

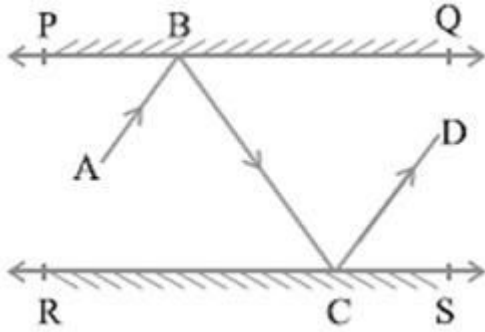
या $y + 50^\circ = 127^\circ$

या $y = 127^\circ - 50^\circ$

या $y = 77^\circ$

$x = 50^\circ$ और $y = 77^\circ$

Q6. आकृति 6.33 में, PQ और RS दो हैं जो एक दूसरे के सामान्तर रखे गए हैं। या आपतन किरण (incident ray) AB, दर्पण PQ से B पर टकराती है और प्रवर्तित किरण (reflected ray) पथ BC पर टकराती है तथा पुनः CD के अनुदिश प्रवर्तित हो जाती है। सिद्ध कीजिए कि $AB \parallel CD$ है।



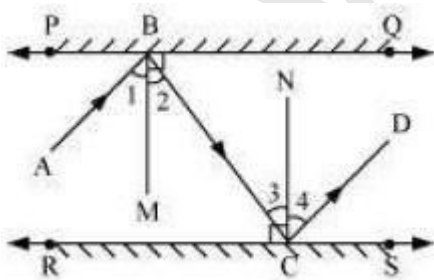
हल:

दिया है: $PQ \parallel RS$ और AB एक आपतन कोण है, CD एक परावर्तित किरण है।

सिद्ध करना है: $AB \parallel CD$

रचना :

$BM \perp PQ$ और $CN \perp RS$ खिंचा।



प्रमाण :

$BM \perp PQ$ and $CN \perp RS$

$\therefore BM \parallel CN$ और BC एक तिर्यक रेखा है।

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ (1) (एकांतर अंतःकोण)

जबकि हम जानते है कि -

आपतन कोण = परावर्तन कोण, जहाँ BM और CN अभिलंब हैं।

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (2)

इसीप्रकार,

$\therefore \angle 3 = \angle 4$ (3)

समी० (1) (2) और (3) से हम पाते है।

$\angle 1 = \angle 4$ (4)

समी० (1) तथा (4) को जोड़ने पर

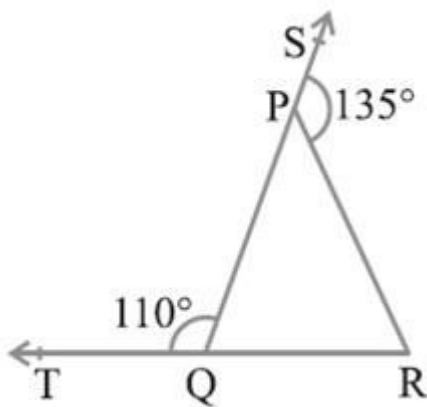
$$\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$$

$$\angle ABC = \angle BCD \text{ (एकांतर अतः कोण)}$$

इसलिए, $AB \parallel CD$ **Proved**

प्रश्नावली 6.3

Q1. आकृति 6.39 में, $\triangle PQR$ की भुजाओं QP और RQ को क्रमशः बिन्दुओं S और T तक बढ़ाया गया है। यदि $\angle SPR = 135^\circ$ है और $\angle PQT = 110^\circ$ है, तो $\angle PRQ$ ज्ञात कीजिए।



हल :

$$\angle QPR + \angle SPR = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}$$

$$\Rightarrow \angle QPR + 135^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle QPR = 180^\circ - 135^\circ$$

$$\Rightarrow \angle QPR = 45^\circ$$

इसीप्रकार,

$$\angle PQR + \angle TQP = 180^\circ \quad (\text{रैखिक युग्म})$$

$$\Rightarrow \angle PQR + 110^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle PQR = 180^\circ - 110^\circ$$

$$\Rightarrow \angle PQR = 70^\circ$$

अब त्रिभुज PQR में,

$$\angle QPR + \angle PQR + \angle PRQ = 180^\circ$$

$$45^\circ + 70^\circ + \angle PRQ = 180^\circ$$

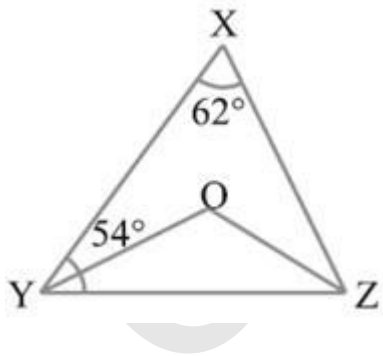
$$115^\circ + \angle PRQ = 180^\circ$$

$$\angle PRQ = 180^\circ - 115^\circ$$

$$\angle PRQ = 65^\circ$$

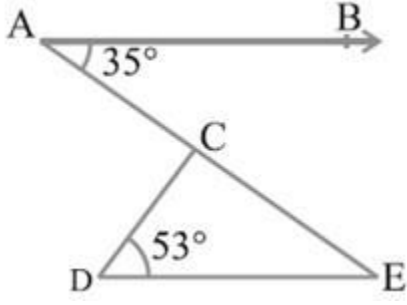
Q2. आकृत 6.40 में, $\angle X = 62^\circ$ और $\angle XYZ = 54^\circ$ है | यदि YO और ZO क्रमशः $\triangle XYZ$ के $\angle XYZ$ और $\angle XZY$ के समद्विभाजक हैं, तो $\angle OZY$ और $\angle YOZ$ ज्ञात कीजिए |

हल :



Q3. आकृति 6.41 में, यदि $AB \parallel DE$, $\angle BAC = 35^\circ$ और $\angle CDE = 53^\circ$ है तो $\angle DCE$ ज्ञात कीजिए |

हल :



Q4. आकृति, 6.42 में, यदि रेखाएँ PQ और RS बिंदु T पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करती हैं कि $\angle PRT = 40^\circ$, $\angle RPT = 95^\circ$ और $\angle TSQ = 75^\circ$ हैं तो $\angle SQT$ ज्ञात कीजिए।

Q5. आकृति 6.43 में यदि $PQ \perp PS$, $PQ \parallel SR$, $\angle SQR = 28^\circ$ और $\angle QRT = 65^\circ$ हैं तो x और y के मान ज्ञात कीजिए।

Q6. आकृति 6.44 में, ΔPQR की भुजा QR को बिंदु S तक बढ़ाया गया है। यदि $\angle PQR$ और $\angle PRS$ के समद्विभाजक बिंदु T पर मिलते हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $\angle QTR = \frac{1}{2} \angle QPR$ है।