Chapter-9 Mechanical Properties of Solids

ठोसों के यांत्रिक गुण

प्रश्नावली

प्रश्न 1. 4.7 m लम्बे व 3.0×10^{-5} m^2 अनुप्रस्थ काट के स्टील के तार तथा 3.5 m लम्बे व 4.0×10^{-5} m^2 अनुप्रस्थ काट के ताँबे के तार पर दिए गए समान परिमाण के भारों को लटकाने पर उनकी लम्बाइयों में समान वृद्धि होती है। स्टील तथा ताँबे के यंग प्रत्यास्थता गुणांकों में क्या अनुपात है?

हल दिया गया है, स्टील के तार के लिए

लम्बाई $(l_1) = 4.7$ m

अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $(A_1) = 3.0 \times 10^{-5}$ m^2

ताँबे के तार के लिए

लम्बाई $(l_2) = 3.5$ m

अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $(A_2) = 4.0 \times 10^{-5}$ m^2

माना F वह भार है जिसे स्टील व ताँबे के तार से लटकाने पर उनमें Δl की वृद्धि हो जाती है।

$$\text{यंग प्रत्यास्थता गुणांक } (Y) = \frac{F/A}{\Delta l / l} = \frac{F \times l}{A \times \Delta l}$$

स्टील के लिए
$$Y_s = \frac{F \times l_1}{A_1 \times \Delta l} \quad \ldots(i)$$

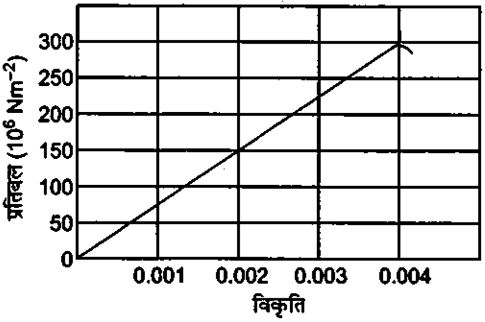
ताँबे के लिए,
$$Y_c = \frac{F \times l_2}{A_2 \times \Delta l} \quad \ldots(ii)$$

समी (i) व (ii) से

$$\frac{Y_s}{Y_c} = \frac{F \times l_1}{A_1 \times \Delta l} \times \frac{A_2 \times \Delta l}{F \times l_2}$$
$$= \frac{l_1}{l_2} \times \frac{A_2}{A_1}$$
$$= \frac{4.7}{3.5} \times \frac{4.0 \times 10^{-5}}{3.0 \times 10^{-5}}$$
$$= \frac{18.8}{10.5} = 1.79$$
$$= 1.8$$

प्रश्न 2. नीचे चित्र में किसी दिए गए पदार्थ के लिए प्रतिबल-विकृति वक्र दर्शाया गया है। इस पदार्थ के लिए

(a) यंग प्रत्यास्थता गुणांक, तथा
(b) सन्निकट पराभव सामर्थ्य क्या है?



दिए गए पदार्थ के लिए प्रतिबल-विकृति वक्र की सीधी रेखा की ढाल उस पदार्थ का यंग गुणांक प्रदर्शित करती है। पदार्थ का अधिकतम प्रतिबल सहन करने की सीमा सन्निकट पराभव सामर्थ्य कहलाती है।

हल (a) दिए गए पदार्थ के लिए यंग प्रत्यास्थता गुणांक = प्रतिबल विकृति वक्र का ढाल

$$Y = \frac{150 \times 10^6}{0.002}$$

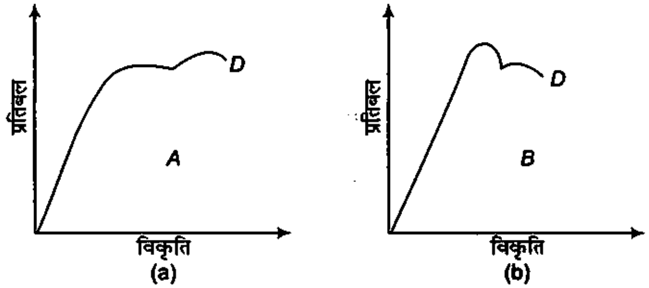
$$= 75 \times 10^9 \text{ N/m}^2 = 7.5 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$$

(b) दिए गए पदार्थ के लिए सन्निकट पराभव सामर्थ्य

= पदार्थ का अधिकतम प्रतिबल

$= 300 \times 10^6 \text{ N/m}^2 = 3 \times 10^8 \text{ N/m}^2$

प्रश्न 3. दो पदार्थों A तथा B के लिए प्रतिबल-विकृति ग्राफ चित्र में दर्शाए गए हैं।



इन ग्राफों को एक ही पैमाना मानकर खींचा गया है।

(a) किसी पदार्थ का यंग प्रत्यास्थता गुणांक अधिक है?
(b) दोनों पदार्थों में कौन अधिक मजबूत है?

हल (a) इन दोनों ग्राफों में, ग्राफ (a) का दाब ग्राफ (b) के ढाल से अधिक है इसलिए पदार्थ A का यंग प्रत्यास्थता गुणांक अधिक होगा।

(b) पदार्थ A, पदार्थ B से अधिक मजबूत है क्योंकि यह बिना टूटे अधिक भार रख सकता है।

प्रश्न 4. निम्नलिखित दो कथनों को ध्यान से पढ़िये और कारण सहित बताइये कि वे सत्य हैं या असत्य

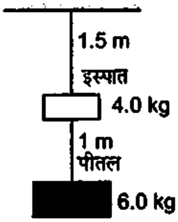
(a) इस्पात की अपेक्षा रबड़ का यंग गुणांक अधिक है;

(b) किसी कुण्डली का तनन उसके अपरूपण गुणांक से निर्धारित होता है।

हल (a) गलत, क्योंकि स्टील तथा इस्पात दोनों में एकसमान विकृति उत्पन्न करने के लिए इस्पात में अधिक प्रतिबल लगाना पड़ता है। अतः इस्पात का यंग गुणांक रबड़ से अधिक है।

(b) सत्य, क्योंकि जब कुण्डली को खींचा जाता है उसकी लम्बाई और आयतन में कोई परिवर्तन नहीं होता है जबकि इसका आकार परिवर्तित हो जाता है अतः किसी कुण्डली का तनन उसके अपरूपण गुणांक से निर्धारित होता है।

प्रश्न 5. **0.25 cm व्यास के दो तार, जिनमें एक इस्पात का तथा दूसरा पीतल का है, चित्र के अनुसार भारित हैं। बिना भार लटकाये इस्पात तथा पीतल के तारों की लम्बाइयाँ क्रमशः 1.5 m तथा 1.0 m हैं। यदि इस्पात तथा पीतल के यंग गुणांक क्रमशः 2.0×10^{11} Pa तथा 0.91×10^{11} Pa हों तो इस्पात तथा पीतल के तारों में विस्तार की गणना कीजिए।**



हल तार का व्यास $(2r) = 0.25\,\text{cm}$

$$\therefore \quad r = 0.125\,\text{cm} = 1.25 \times 10^{-3}\,\text{m}$$

इस्पात के तार के लिए,

$$\text{भार } (F_1) = (4 + 6)\,\text{kgf} = 10 \times 9.8\,\text{N} = 98\,\text{N}$$

$$\text{इस्पात की लम्बाई } (l_1) = 1.5\,\text{m}$$

$$\text{यंग गुणांक } (Y_1) = 2.0 \times 10^{11}\,\text{Pa}$$

$$\text{यंग गुणांक } (Y) = \frac{F_1 \times l_1}{A_1 \times \Delta l_1}$$

$$\therefore \quad \text{लम्बाई में परिवर्तन } (\Delta l_1) = \frac{F_1 \times l_1}{A_1 \times Y_1} = \frac{F_1 \times l_1}{\pi r_1^2 \times Y_1}$$

$$= \frac{98 \times 1.5}{3.14 \times (1.25 \times 10^{-3})^2 \times 2.0 \times 10^{11}}$$

$$= 1.5 \times 10^{-4}\,\text{cm}$$

पीतल के लिए

$$\text{भार } (F_2) = 6 \text{ kgf} = 6 \times 9.8 \text{ N} = 58.8 \text{ N}$$

पीतल के तार की लम्बाई $(l_2) = 1.0 \text{ m}$

यंग गुणांक $(Y_2) = 0.91 \times 10^{11}$ Pa

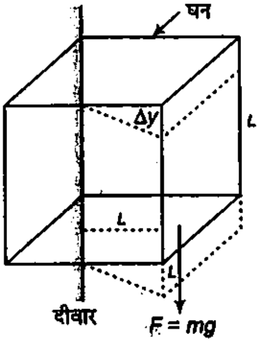
$$\text{लम्बाई में परिवर्तन } (l_2) = \frac{F_2 \times l_2}{\pi r_2^2 \times Y_2}$$

$$= \frac{58.8 \times 1.0}{3.14 \times (1.25 \times 10^{-3})^2 \times 0.91 \times 10^{11}}$$

$$= 1.3 \times 10^{-4} \text{ m}$$

प्रश्न 6. एल्युमीनियम के किसी घन के किनारे 10 cm लम्बे हैं। इसकी एक फलक किसी ऊर्ध्वाधर दीवार से कसकर जड़ी हुई है। इस घन के सम्मुख फलक से 100 kg का द्रव्यमान जोड़ दिया गया है। एल्युमीनियम का अपरूपण गुणांक 25 GPa है। इस फलक का ऊर्ध्वाधर विस्थापन कितना होगा?

हल



दिया है, घन की भुजा $(l) = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$

प्रत्येक फलक का क्षेत्रफल $(A) = l^2 = (0.1)^2 = 0.01 \text{ m}^2$

भार $(m) = 100 \text{ kg}$

घन के एक फलक पर कार्य करने वाला स्पर्शीय बल:

$$F = mg = 100 \times 9.8 = 980 \text{ N}$$

$$\text{उस फलक पर अपरूपण प्रतिबल} = \frac{F}{A} = \frac{980}{0.01} \text{ N/m}^2$$

$$= 9.8 \times 10^4 \text{ N/m}^2$$

एल्युमीनियम का अपरूपण गुणांक $(\eta) = 25 \text{ GPa}$

$$= 25 \times 10^9 \text{ N/m}^2$$

$$\text{अपरूपण गुणांक } (\eta) = \frac{\text{अपरूपण प्रतिबल}}{\text{अपरूपण विकृति}}$$

तथा $$\text{अपरूपण विकृति}\left(\frac{\Delta y}{L}\right) = \frac{\text{अपरूपण प्रतिबल}}{\text{अपरूपण विकृति}}$$

या $$\Delta y = \frac{\text{अपरूपण विकृति}}{\text{अपरूपण गुणांक}} \times L$$

$$= \frac{9.8 \times 10^4}{25 \times 10^9} \times 0.1$$

$$= 0.0392 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$= 3.92 \times 10^{-7} \text{ m}$$

प्रश्न 7. मृदु इस्पात के चार समरूप खोखले बेलनाकार स्तम्भ 50000 kg द्रव्यमान के किसी बड़े ढाँचे को आधार दिए हुए हैं। प्रत्येक स्तम्भ की भीतरी तथा बाहरी त्रिज्याएँ क्रमशः 30 cm तथा 60 cm हैं। भार वितरण को एकसमान मानते हुए प्रत्येक स्तम्भ का संपीडन विकृति की गणना कीजिए।

हल खोखले स्तम्भ का कुल द्रव्यमान $(m) = 50000$ kg

$\therefore$ खोखले स्तम्भ का कुल भार $= mg = 50000 \times 9.8$

$$= 490000 \text{ N}$$

$\therefore$ प्रत्येक स्तम्भ का भार

$$F = \frac{mg}{4}$$

$$= \frac{490000}{4} \text{ N}$$

$$= 122500 \text{ N}$$

प्रत्येक स्तम्भ की आन्तरिक त्रिज्या $(r_1) = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$

प्रत्येक स्तम्भ की बाहरी त्रिज्या $(r_2) = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}$

$\therefore$ प्रत्येक स्तम्भ का वाह्य अनुप्रस्थ क्षेत्रफल

$$A = \pi r_2^2 - \pi r_1^2$$

$$= \pi(r_2^2 - r_1^2)$$

$$= 3.14 [(0.6)^2 - (0.3)^2]$$

$$= 3.14 \times 0.27 \text{ m}^2$$

$$\text{यंग गुणांक } (Y) = 2 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

प्रत्येक खोखले स्तम्भ की संपीडन विकृति = ?

$$\text{यंग गुणांक } (Y) = \frac{\text{संपीडन प्रतिबल}}{\text{संपीडन विकृति}}$$

या

$$\text{संपीडन विकृति} = \frac{\text{संपीडन प्रतिबल}}{\text{यंग गुणांक}}$$

$$= \frac{F/A}{Y} = \frac{F}{AY}$$

$$= \frac{122500}{(3.14 \times 0.27) \times 2 \times 10^{11}}$$

$$= 0.722 \times 10^{-6}$$

$$= 7.22 \times 10^{-7}$$

प्रश्न 8. ताँबे का एक टुकड़ा, जिसका अनुप्रस्थ परिच्छेद 15.2 mm × 19.1 mm का है, 44500 N बल के तनाव से खींचा जाता है, जिससे केवल प्रत्यास्थ विरूपण उत्पन्न हो। उत्पन्न विकृति की गणना कीजिए।

हल दिया गया है, ताँबे के टुकड़े की अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल (A)

$$= 15.2 \text{ mm} \times 19.1 \text{ mm}$$

$$= (15.2 \times 19.1) \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

आरोपित बल (F) = 44500 N

यंग गुणांक (Y) = 1.1×10^{11} Nm^{-2}

$$\text{यंग गुणांक} (Y) = \frac{\text{अनुदैर्ध्य प्रतिबल}}{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}}$$

या

$$\text{अनुदैर्ध्य विकृति} = \frac{\text{अनुदैर्ध्य प्रतिबल}}{\text{यंग गुणांक}}$$

$$= \frac{(F/A)}{Y} = \frac{F}{AY}$$

$$= \frac{44500}{15.2 \times 19.1 \times 10^{-6} \times 1.1 \times 10^{11}}$$

$$= 139.34 \times 10^{-3}$$

$$= 0.139$$

प्रश्न 9. 1.5 cm त्रिज्या का एक इस्पात का केबिल भार उठाने के लिए इस्तेमाल किया जाता है। यदि इस्पात के लिए अधिकतम अनुज्ञेय प्रतिबल 10^8 N/m^2, है तो उस अधिकतम भार की गणना कीजिए जिसे केबिल उठा सकता है।

हल दिया गया है, इस्पात के केबिल की त्रिज्या (r) = 1.5 cm = 1.5×10^{-2} cm

अधिकतम प्रतिबल = 10^8 N/m^2

इस्पात के केबिल की अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल (A) = πr^2

$$= 3.14 \times (1.5 \times 10^{-2})^2 \text{ m}^2$$

$$= 3.14 \times 2.25 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\text{अधिकतम प्रतिबल} = \frac{\text{अधिकतम बल}}{\text{अनुप्रस्थ का क्षेत्रफल}}$$

$$\text{अधिकतम बल} = \text{अधिकतम प्रतिबल} \times \text{अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल}$$

$$= 10^8 \times (3.14 \times 2.25 \times 10^{-4})\,N$$

$$= 7.065 \times 10^4 \; N$$

$$= 7.1 \times 10^4 \; N$$

प्रश्न 10. 15 kg द्रव्यमान की एक दृढ़ पट्टी को तीन तारों, जिनमें प्रत्येक की लम्बाई 2 m है, से सममित लटकाया गया है। सिरों के दोनों तार ताँबे के हैं तथा बीच वाला लोहे का है। तारों के व्यासों के अनुपात निकालिए, प्रत्येक पर तनाव उतना ही रहना चाहिए।

हल ताँबें का यंग गुणांक $(Y_1) = 110 \times 10^9 \; N/m^2$

इस्पात का यंग गुणांक $(Y_2) = 190 \times 10^9 \; N/m^2$

माना इस्पात के तथा ताँबे के तारों का व्यास क्रमशः d_1 तथा d_2 है चूँकि प्रत्येक तार में तनाव समान है अतः प्रत्येक में समान वृद्धि होती है तथा तारों की लम्बाई समान है इसलिए तारों में विकृति समान होगी।

$$\text{यंग गुणांक}\,(Y) = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विकृति}} = \frac{F/A}{\text{विकृति}}$$

या
$$Y = \frac{F}{\left(\frac{\lambda d^2}{4}\right) \text{विकृति}}$$

$$= \frac{4F}{\pi d^2 \times \text{विकृति}}$$

∴
$$Y \propto \frac{1}{d^2} \text{ अथवा } d^2 \propto \frac{1}{Y}$$

∴
$$\frac{d_1^2}{d_2^2} = \frac{Y_2}{Y_1}$$

या
$$\frac{d_1}{d_2} = \sqrt{\frac{Y_2}{Y_1}} = \sqrt{\frac{190 \times 10^9}{110 \times 10^9}}$$

$$= \sqrt{\frac{19}{11}} = \sqrt{1.73}$$

$$= 1.31$$

∴
$$d_1 : d_2 = 1.31 : 1$$

प्रश्न 11. एक मीटर अतानित लम्बाई के इस्पात के तार के एक सिरे से 14.5 kg का द्रव्यमान बाँध कर उसे एक ऊर्ध्वाधर वृत्त में घुमाया जाता है, वृत्त की तली पर उसका कोणीय वेग 2 rev/s है। तार के अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल 0.065 cm² है। तार में विस्तार की गणना कीजिए जब द्रव्यमान अपने पथ के निम्नतम बिन्दु पर है।

हल दिए गया है, द्रव्यमान $(m) = 14.5\ kg$

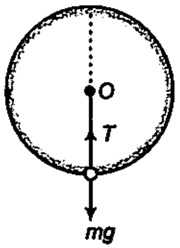
तार की लम्बाई $(l) = 1 m$

कोणीय आवृत्ति $(\nu) = 2\ rev/s$

कोणीय वेग $(\omega) = 2\pi\nu$

$= 2\pi \times 2\ rad/s$

$= 4\pi\ rad/s$



तार की अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $(A) = 0.065\ cm^2$

$= 6.5 \times 10^{-6}\ m^2$

इस्पात का यंग गुणांक $(Y) = 2 \times 10^{11}\ N/m^2$

ऊर्ध्वाधर वृत्त के निम्नतम बिन्दु पर

$$T - mg = ml\omega^2$$

या
$$T = mg + ml\omega^2$$
$$= (14.5 \times 9.8) + (14.5 \times 1 \times 4\pi)^2$$
$$= 14.5\,(9.8 + 16\pi^2)$$
$$= 14.5\,(9.8 + 16 \times 9.87) \qquad (\because \pi^2 = 9.87)$$
$$= 14.5 \times 167.72\ N$$
$$= 2431.94\ N$$

$$\text{यंग गुणांक}\ (Y) = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विकृति}} = \frac{(T/A)}{\Delta l/l}$$
$$= \frac{Tl}{A \cdot \Delta l}$$

$\therefore$
$$\Delta l = \frac{T \cdot l}{A \cdot Y}$$
$$= \frac{2431.94 \times 1}{6.5 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{11}}$$
$$= 1.87 \times 10^{-3}\ m = 1.87 mm$$

प्रश्न 12. नीचे दिए गए आँकड़ों से जल का आयतन प्रत्यास्था गुणांक ज्ञात कीजिए; प्रारम्भिक आयतन = 100.0 L, दाब में वृद्धि = 100.0 atm (1 atm = 1.013×10^5 Pa), अन्तिम आयतन = 100.5 L। नियत ताप पर जल तथा वायु के आयतन प्रत्यास्थता गुणकों की तुलना कीजिए। सरल शब्दों में समझाइये कि यह अनुपात इतना अधिक क्यों है।

हल दिया गया है, प्रारम्भिक आयतन $(V_1) = 100.0\ L$

अन्तिम आयतन $(V_2) = 100.5\ L$

$\therefore$ आयतन में वृद्धि $(\Delta V) = V_2 - V_1$

$= 100.5 - 100.0$

$= 0.5$ L

$= 0.5 \times 10^{-3}$ m^3 $\qquad (\because 1 \text{ L} = 10^{-3} \text{m}^3)$

दाब में वृद्धि $(\Delta p) = 100.0$ atm

$= 100.0 \times 1.013 \times 10^5$ Pa $\qquad (\because 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{Pa})$

$= 1.013 \times 10^7$ Pa

जल का आयतन प्रत्यास्थता गुणांक $(K_w) = \dfrac{\Delta p}{(\Delta V / V)}$

$$= \frac{\Delta p \cdot V}{\Delta V}$$

$$= \frac{1.013 \times 10^7 \times 100 \times 10^{-3}}{0.5 \times 10^{-3}}$$

$$= \frac{10.13}{5} \times 10^9 \text{ Pa}$$

$$= 2.026 \times 10^9 \text{ Pa}$$

वायु का आयतन प्रत्यास्थता गुणांक $(K_a) = 1.0 \times 10^5$ Pa

$$\therefore \quad \frac{\text{जल का आयतन प्रत्यास्थता गुणांक } (K_w)}{\text{वायु का आयतन प्रत्यास्थता गुणांक } (K_a)} = \frac{2.026 \times 10^9}{1.0 \times 10^5}$$

$$= 2.026 \times 10^4$$

यह अनुपात द्रवों की तुलना में उनकी गैसों में अधिक होता है। द्रवों का अन्तराआणविक बल गैसों की तुलना में अधिक होता है।

प्रश्न 13. जल का घनत्व उस गहराई पर, जहाँ दाब 80.0 atm हो, कितना होगा? दिया गया है कि पृष्ठ पर जल का घनत्व 1.03×10^3 kg/m^3 जल की संपीड्यता 45.8×10^{-11} Pa^{-1}. ($1 \text{ Pa} = 1 \text{ Nm}^{-2}$)

हल सतह पर जल का घनत्व $(\rho_0) = 1.03 \times 10^3$ kg/m^3

दाब $(p) = 80.0$ atm

$= 80.0 \times 1.013 \times 10^5$ Pa $\quad (\because 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa})$

जल की संपीड्यता $\left(\dfrac{1}{K}\right) = 45.8 \times 10^{-11}$ Pa^{-1}

माना जल की सतह तथा दी गयी गहराई पर जल के कुछ द्रव्यमान का आयतन V तथा V' है। दी गयी गहराई पर जल का घनत्व ρ' है।

जल की सतह पर जल का आयतन $V = \dfrac{m}{\rho}$

दी गयी गहराई पर आयतन, $V' = \frac{m}{\rho'}$

∴ आयतनों में परिवर्तन $\Delta V = V - V'$

$$= m\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho'}\right)$$

$$\text{आयतनात्मक विकृति} = \frac{\Delta V}{V} = m\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho'}\right) \times \frac{\rho}{m}$$

$$= \left(1 - \frac{\rho}{\rho'}\right)$$

$$\text{संपीड्यता} = \frac{1}{\text{आयतन प्रत्यास्थ गुणांक } (K)}$$

$$= \frac{1}{\frac{\Delta p}{(\Delta V/V)}}$$

$$= \frac{\Delta V}{\Delta pV}$$

$$45.8 \times 10^{-11} = \left(1 - \frac{\rho}{\rho'}\right) \times \frac{1}{80 \times 1.013 \times 10^5}$$

या $45.8 \times 10^{-11} \times 80 \times 1.013 \times 10^5 = 1 - \frac{1.03 \times 10^3}{\rho'}$

या $3.712 \times 10^{-3} = 1 - \frac{1.03 \times 10^3}{\rho'}$

या $\frac{1.03 \times 10^3}{\rho'} = 1 - 3.712 \times 10^{-3}$

या $\rho' = \frac{1.03 \times 10^3}{1 - 0.003712}$

$$= 1.034 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

प्रश्न 14. **काँच के स्लेब पर 10 atm का जलीय दाब लगाने पर उसके आयतन में भिन्नात्मक अन्तर की गणना कीजिए।**

हल दाब $(p) = 10 \text{ atm} = 10 \times 1.013 \times 10^5$ Pa $(\because 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa})$

$$= 1.013 \times 10^6 \text{ Pa}$$

काँच का आयतन प्रत्यास्थ गुणांक $(K) = 37 \times 10^9 \text{ N/m}^2$

आयतन में भिन्नात्मक परिवर्तन $\left(\frac{\Delta V}{V}\right) = ?$

आयतन प्रत्यास्थता गुणांक $(K) = \frac{p}{\Delta V/V} = \frac{pV}{\Delta V}$

$\therefore \qquad \frac{\Delta V}{V} = \frac{p}{K}$

$= \frac{1.013 \times 10^6}{37 \times 10^9}$

$= \frac{101.3}{37} \times 10^{-5}$

$= 2.74 \times 10^{-5}$

$\therefore$ आयतन में भिन्नात्मक परिवर्तन $\left(\frac{\Delta V}{V}\right) = 2.74 \times 10^{-5}$

प्रश्न 15. ताँबे के एक ठोस घन का एक किनारा 10 cm का है। इस पर 7×10^6 Pa का जलीय दाब लगाने पर इसके आयतन में संकुचन निकालिए।

हल दिया है प्रत्येक घन क आयतन $(l) = 10\text{ cm} = 0.1\text{ m}$

जलीय दाब $(p) = 7 \times 10^6$ Pa

ताँबे का प्रत्यास्थता गुणांक $(K) = 140 \times 10^9$ Pa

आयतन में संकुचन $(\Delta V) = ?$

घन का आयतन $(V) = l^3$

$= (0.1)^3 = 1 \times 10^{-3}\text{ m}^3$

ताँबे का प्रत्यास्थता गुणांक $(K) = \frac{p}{\Delta V/V} = \frac{pV}{\Delta V}$

या $\qquad \Delta V = \frac{pV}{K}$

$\Delta V = \frac{7 \times 10^6 \times 1 \times 10^{-3}}{140 \times 10^9}$

$= \frac{1}{20} \times 10^{-6}\text{ m}^3$

$= 0.05 \times 10^{-6}\text{ m}^3$

$= 5 \times 10^{-8}\text{ m}^3$

प्रश्न 16. एक लीटर जल पर दाब में कितना अन्तर किया जाए कि वह 0.10% से संपीडित हो जाए?

हल आयतन में परिवर्तन $\Delta V = V \times \frac{0.10}{100}$

या $\qquad \frac{\Delta V}{V} = \frac{0.10}{100} = 1 \times 10^{-3}$

जल का आयतन प्रत्यास्थ गुणांक $(K) = 2.2 \times 10^9\ N/m^2$

जल पर दाब $(\Delta p) = ?$

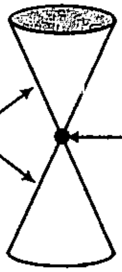
जल का आयतन प्रत्यास्थ गुणांक $(K) = \dfrac{\Delta p}{\Delta V / V}$

या $$\Delta p = K \times \frac{\Delta V}{V}$$

$$= 2.2 \times 10^9 \times 1 \times 10^{-3} = 2.2 \times 10^6\ N\text{-}m^2$$

विविध प्रश्नावली

प्रश्न 17. हीरे के एकल क्रिस्टलों में बनी निहाइयों, जिनकी आकृति चित्र में दिखाई गयी है, का उपयोग अति उच्च दाब के अन्तर्गत द्रव्यों के व्यवहार की जाँच के लिए किया जाता है। निहाई के संकीर्ण सिरों पर सपाट फलकों का व्यास 0.5 mm है। यदि निहाई के चौड़े सिरों पर 50000 N का बल लगा हो तो उसकी नोंक पर दाब ज्ञात कीजिए।



हल दिया है, बल $(F) = 50000\,N$

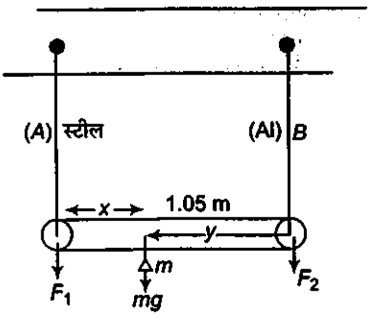
$$\text{व्यास } (D) = 0.5\,mm = 5 \times 10^{-4}\ m$$

$\therefore$ $$\text{त्रिज्या } (r) = \frac{D}{2} = 2.5 \times 10^{-4}\ m$$

$$\text{निहाई की बेंच पर दाब } (p) = \frac{\text{बल}}{\text{क्षेत्रफल}}$$

$\therefore$ $$p = \frac{F}{\pi r^2} = \frac{50000}{3.14 \times (2.5 \times 10^{-4})^2} = 2.5 \times 10^{11}\ Pa$$

प्रश्न 18. 1.05 m लम्बाई तथा नगण्य द्रव्यमान की एक छड़ के बराबर लम्बाई के दो तारों, एक इस्पात का (तार *A*) तथा दूसरा एल्युमीनियम का तार (तार *B*) द्वारा सिरों से लटका दिया गया है, जैसाकि चित्र में दिखाया गया है। *A* तथा *B* के तारों के अनुप्रस्थ परिच्छेद के क्षेत्रफल क्रमशः $1.0\ mm^2$ और $2.0\ mm^2$ हैं। छड़ के किसी बिन्दु से एक द्रव्यमान *m* को लटका दिया जाए ताकि इस्पात तथा एल्युमीनियम के तारों में (a) समान प्रतिबल तथा (b) समान विकृति उत्पन्न हो।



हल माना प्रत्येक तार की लम्बाई तथा उनकी अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल क्रमशः A_1 तथा A_2 हैं।

दिया है, $A_1 = 1\,mm^2 = 1\times10^{-6}\,m^2$

$A_2 = 2\,mm^2 = 2\times10^{-6}\,m^2$

$$Y_{steel} = 2\times10^{11}\ N\text{-}m^2$$

$$Y_{Al} = 7.0\times10^{10}\ N\text{-}m^2$$

माना दोनों तारों में तनाव बल क्रमशः F_1 तथा F_2 हैं

(a) जब तारों में समान प्रतिबल उत्पन्न होता है तब

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

या $$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{1\times10^{-6}}{2\times10^{-6}}$$

या $$\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2} \quad \ldots(i)$$

माना इस्पात के तार A से x दूरी पर m द्रव्यमान लटकाया जाता है।

छड़ से लटकाये गये द्रव्यमान बिन्दु के परितः बलों का आघूर्ण लेने पर

$$F_1 \times x = F_2 \times (1.05 - x)$$

या $$\frac{F_1}{F_2} = \frac{(1.05 - x)}{x} \quad \ldots(ii)$$

समी (i) तथा (ii) से

$$\frac{1}{2} = \frac{(1.05 - x)}{x}$$

$$x = 2.10 - 2x$$

या $$3x = 2.10$$

या $$x = 0.70\,m$$

$\therefore$ द्रव्यमान m, इस्पात के तार से 0.70 मी की दूरी पर लटकाया जाता है।

(b) यंग गुणांक $(Y) = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विकृति}}$

$\therefore$ $$\text{विकृति} = \frac{\text{प्रतिबल}}{Y} = \frac{F/A}{Y}$$

इस्पात के तार A के लिए

$$(\text{विकृति})_s = \frac{F_1}{A_1 Y_1}$$

एल्युमीनियम के तार B के लिए

$$\text{विकृति}_{Al} = \frac{F_2}{A_2 Y_2}$$

जब दो तारों में समान विकृति उत्पन्न होती है तब

$$\frac{F_1}{A_1 Y_1} = \frac{F_2}{A_2 Y_2}$$

या $$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1 Y_1}{A_2 Y_2} \quad \ldots(iii)$$

लेकिन समी (i) से

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{(1.05 - x)}{x}$$

$\therefore$ समी (ii) तथा (iii) से

$$\frac{(1.05 - x)}{x} = \frac{A_1 Y_2}{A_2 Y_2}$$

$$= \frac{1 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-6}} \times \frac{2 \times 10^{11}}{7 \times 10^{10}}$$

या $$\frac{(1.05 - x)}{x} = \frac{10}{7}$$

या $$10x = 7.35 - 7x$$

या $$17x = 7.35$$

या $$x = \frac{7.35}{17}$$

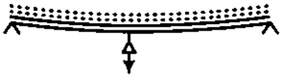
या $$x = 0.43 \text{ m}$$

$\therefore$ द्रव्यमान m, इस्पात के तार A से 0.43 मी की दूरी पर लटकाया जाना चाहिए।

प्रश्न 19. मृदु इस्पात के एक तार, जिसकी लम्बाई 1.0 m तथा अनुप्रस्थ परिच्छेद क्षेत्रफल $0.5 \times 10^{-2}\ \text{cm}^2$ है, को दो खम्भों के बीच क्षैतिज दिशा में प्रत्यास्थ सीमा के अन्दर ही तनित किया जाता है। तार के मध्य बिन्दु से 100 g का एक द्रव्यमान लटका दिया जाता है। मध्य बिन्दु पर अवनमन की गणना कीजिए।

जब भार w, लम्बाई l के तार से लटकाया जाता है तब तार के मध्य बिन्दु पर अवनमन निम्न सूत्र द्वारा दिया जाता है।

$$\delta = \frac{wl^3}{12\pi r^4 Y}$$



जहाँ r = तार की त्रिज्या,

Y = तार के पदार्थ का यंग गुणांक।

हल दिया गया है $(l) = 1\,m$

अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $(A) = 0.5 \times 10^{-2}\ cm^2$

$= 0.5 \times 10^{-6}\ m^2$

द्रव्यमान $(m) = 100\ g = 0.1\,kg$

$\therefore$ भार $(w) = mg = 0.1 \times 9.8\,N = 0.98\,N$

इस्पात का यंग गुणांक $(Y) = 2 \times 10^{11}\ Pa$

क्षेत्रफल $(A) = \pi r^2$

या $$r^2 = \frac{A}{\pi} = \frac{0.5 \times 10^{-6}}{\pi}$$

जब भार तार के मध्य बिन्दु पर लटकाया जाता है तब तार में अवनमन

$$\delta = \frac{wl^3}{12\pi r^4 Y} = \frac{0.98 \times (1)^3}{12\pi \times \left(\frac{0.5 \times 10^{-6}}{\pi}\right)^2 \times 2 \times 10^{11}}$$

$$= \frac{0.98 \times \pi}{12 \times 0.25 \times 2 \times 10^{-1}}$$

$$= 0.051\,m$$

प्रश्न 20. धातु के दो पहियों के सिरों को चार रिवेट से आपस में जोड़ दिया गया है। प्रत्येक रिवेट 6 mm है। यदि रिवेट पर अपरूपण प्रतिबल 6.9×10^7 Pa से अधिक नहीं बढ़ना हो तो रिवेट की हुई पट्टी द्वारा आरोपित तनाव का अधिकतम मान कितना होगा? मान लीजिए कि प्रत्येक रिवेट एक चौड़ाई भार वहन करता है।

हल रिवेट का व्यास $(D) = 6\,mm$

$\therefore$ त्रिज्या $(r) = \frac{D}{2} = 3\,mm = 3 \times 10^{-3}\ m$

रिवेट पर अपरूपण प्रतिबल $= 6.9 \times 10^7\ Pa$

माना रिवेट पट्टी पर लाया गया अधिकतम भार w है।

प्रत्येक रिवेट एक-चौथाई भार लाता है अतः

प्रत्येक रिवेट पर भार $= \frac{w}{4}$

$$\text{अधिकतम अपरूपण प्रतिबल} = \frac{\text{अधिकतम अपरूपण बल}}{\text{क्षेत्रफल}}$$

$\therefore$ $$6.9 \times 10^7 = \frac{w/4}{\pi r^2}$$

या $$w = 6.9 \times 10^7 \times 4\pi r^2$$

या $$w = 6.9 \times 10^7 \times 4 \times 3.14 \times (3 \times 10^{-3})^2$$

$$= 6.9 \times 4 \times 3.14 \times 9 \times 10$$

$$= 7.8 \times 10^3 \text{ N}$$

प्रश्न 21. प्रशान्त महासागर में स्थित मैरिना नामक खाई एक स्थान पर पानी की सतह से 11 km नीचे चली जाती है और उस खाई में नीचे तक 0.32 m^3 आयतन के इस्पात के एक गोला गिराया जाता है तो गोले के आयतन में परिवर्तन की गणना करें। खाई के तल पर जल का दाब 1.1×10^8 Pa है और इस्पात का आयतन गुणांक 160 GPa है।

हल गहराई $(h) = 11 \text{ km} = 11 \times 10^3$ m

खाई की तली पर दाब $(p) = 1.1 \times 10^8$ Pa

प्रारम्भ में गेंद का आयतन $(V) = 0.32 \text{ m}^3$

स्टील का आयतन प्रत्यास्थता गुणांक $(K) = 1.6 \times 10^{11}$ N-m^2

स्टील का आयतन प्रत्यास्थता गुणांक $$(K) = \frac{p}{(\Delta V/V)} = \frac{pV}{\Delta V}$$

$$\Delta V = \frac{pV}{K}$$

$$= \frac{1.1 \times 10^8 \times 0.32}{1.6 \times 10^{11}} = 2.2 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$