

Chapter-%

मात्रक तथा मापन

Units and Measurement

प्रश्नावली

प्रश्न 1. रिक्त स्थानों को भरिए।

- (a) किसी 1 cm भुजा वाले घन का आयतन m^3 के बराबर है।
- (b) किसी 2 cm त्रिज्या व 10 cm ऊँचाई वाले सिलिंडर का पृष्ठ क्षेत्रफल $(\text{mm})^2$ के बराबर है।
- (c) कोई गाड़ी 18 km/h की चाल से चल रही है तो यह 1 s में m चलती है।
- (d) सीसे का आपेक्षिक घनत्व 11.3 है। इसका घनत्व g cm^{-3} या kg m^{-3} है।

हल (a) किसी 1 cm भुजा वाले घन का आयतन $V = (1\text{ cm})^3$
 $= (10^{-2})^3 \text{ m}^3$
 $= 10^{-6} \text{ m}^3$

(b) r त्रिज्या व h ऊँचाई के ठोस बेलन का पृष्ठ क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}A &= \text{दोनों समतल पृष्ठों का क्षेत्रफल + वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल} \\&= 2\pi r^2 + 2\pi rh \\&= 2\pi r(r + h)\end{aligned}$$

यहाँ, $r = 2\text{ cm} = 20\text{ mm}$, $h = 10\text{ cm} = 100\text{ mm}$

∴ ठोस बेलन का पृष्ठ क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} A &= 2 \times \frac{22}{7} \times 20 (20 + 100) (\text{mm})^2 \\ &= 15085 \text{ mm}^2 \\ &= 1.5085 \times 10^4 \text{ mm}^2 \\ &= 1.5 \times 10^4 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

(c) यहाँ, वाहन का वेग $v = 18 \text{ km/h} = \frac{18 \times 1000}{3600} = 5 \text{ m/s}$

$$\text{दूरी} = \text{चाल} \times \text{समय}$$

$$1 \text{ सेकण्ड में तय की गई दूरी, } x = vt = 5 \times 1 = 5 \text{ m}$$

(d) सीसे का आपेक्षिक घनत्व = 11.3

$$\text{पानी का घनत्व} = 1 \text{ g/cm}^3$$

$$\text{हम जानते हैं कि सीसे का आपेक्षिक घनत्व} = \frac{\text{सीसे का घनत्व}}{\text{पानी का घनत्व}}$$

$$\therefore \text{सीसे का घनत्व} = \text{सीसे का आपेक्षिक घनत्व} \times \text{जल का घनत्व} \\ = 11.3 \times (1 \text{ g/cm}^3) = 11.3 \text{ g/cm}^3$$

$$\text{SI पद्धति में जल का घनत्व} = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\therefore \quad \text{सीसे का घनत्व} = 11.3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \\ = 11.3 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$$

प्रश्न 2. रिक्त स्थानों को मात्रकों के उचित परिवर्तन द्वारा भरिए

(a) $1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2 = \dots \text{g cm}^2/\text{s}^2$

(b) $1 \text{ m} = \dots \text{ly}$

(c) $3.0 \text{ m/s}^2 = \dots \text{km/h}^2$

(d) $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2(\text{kg})^{-2} = \dots (\text{cm})^3/\text{s}^2/\text{g}$

हल (a) $1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2 = 1(10^3 \text{ g})(10^2 \text{ cm})^2/\text{s}^2$

$$\begin{aligned} &\quad (\because 1 \text{ kg} = 1000 \text{ g} = 10^3 \text{ g}, 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} = 10^2 \text{ cm}) \\ &= 10^3 \times 10^4 \text{ g cm}^2/\text{s}^2 \\ &= 10^7 \text{ g cm}^2/\text{s}^2 \end{aligned}$$

(b) हम जानते हैं कि 1 प्रकाश वर्ष (ly) = $9.46 \times 10^{15} \text{ m}$

$$\begin{aligned} \therefore 1 \text{ m} &= \frac{1}{9.46 \times 10^{15}} \text{ ly} \\ &= 1.057 \times 10^{-16} \text{ ly} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(c)} \quad 3.0 \text{ m/s}^2 &= 3 \times 10^{-3} \text{ km} \times \left(\frac{1}{60 \times 60} \text{ h} \right)^{-2} \\
 (\because 1 \text{ km} = 1000 \text{ m} \therefore 1 \text{ m} = 10^{-3} \text{ km}, 1 \text{ h} = 6 \times 60 \text{ s} \therefore 1 \text{ s} = \frac{1}{60 \times 60} \text{ h}) \\
 &= 3 \times 10^{-3} \times (3600)^2 \text{ km/h}^2 \\
 &= 3.888 \times 10^4 \text{ km/h}^2 \\
 &= 3.9 \times 10^4 \text{ km/h}^2 \\
 \text{(d)} \quad G &= 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \\
 &= 6.67 \times 10^{-11} (10^5 \text{ dyne}) (10^2 \text{ cm})^2 (10^3 \text{ g})^{-2} \quad (\because 1 \text{ न्यूटन} = 10^5 \text{ डाइन}) \\
 &= 6.67 \times 10^{-11} \times 10^5 \times 10^4 \times 10^{-6} \text{ dyne-cm}^2/\text{g}^2 \\
 &= 6.67 \times 10^{-8} (\text{g-cm/s}^2) \text{ cm}^2/\text{g}^2 \\
 &= 6.67 \times 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{g-s}^2
 \end{aligned}$$

प्रश्न 3. ऊर्जा या ऊर्जा का मात्रक कैलोरी है और यह लगभग 4.2 J के बराबर है, जहाँ $1 \text{ J} = 1 \text{ kg m}^2\text{s}^{-2}$ । मान सीखिए कि हम मात्रकों की कोई ऐसी प्रणाली उपयोग करते हैं जिससे द्रव्यमान का मात्रक $\alpha \text{ kg}$ के बराबर है, लम्बाई का मात्रक $\beta \text{ m}$ के बराबर है, समय का मात्रक $\gamma \text{ s}$ के बराबर है। यह प्रदर्शित कीजिए कि नए मात्रकों के पदों में कैलोरी का परिमाण $4.2\alpha^{-1}\beta^{-2}\gamma^2$ है।

हल ऊर्जा का विमीय सूत्र = $[ML^2T^{-2}]$

माना M_1, L_1, T_1 , तथा M_2, L_2, T_2 दोनों पद्धतियों में क्रमशः द्रव्यमान, लम्बाई व समय के मात्रक हैं।

$$\begin{aligned}
 \therefore \quad M_1 &= 1 \text{ kg}, M_2 = \alpha \text{ kg} \\
 L_1 &= 1 \text{ m}, L_2 = \beta \text{ m} \\
 T_1 &= 1 \text{ s}, T_2 = \gamma \text{ s}
 \end{aligned}$$

किसी भी भौतिक राशि के लिए, उसके परिमाण एवं मात्रक का गुणनफल सदैव नियत रहता है।

$$\begin{aligned}
 \therefore \quad n_1 u_1 &= n_2 u_2 \\
 \text{या} \quad n_2 &= n_1 \frac{u_1}{u_2} \\
 &= 4.2 \times \frac{[M_1]^2 T_1^{-2}}{[M_2 L_2^2 T_2^{-2}]} \\
 &= 4.2 \left[\frac{M_1}{M_2} \right] \times \left[\frac{L_1}{L_2} \right]^2 \times \left[\frac{T_1}{T_2} \right]^{-2} \\
 &= 4.2 \left[\frac{1}{\alpha} \text{ kg} \right] \times \left[\frac{1}{\beta} \text{ m} \right]^2 \times \left[\frac{1}{\gamma} \text{ s} \right]^{-2} \\
 n_2 &= 4.2 \alpha^{-1} \beta^{-2} \gamma^2 \text{ नया मात्रक} \\
 \therefore \quad 1 \text{ cal} &= 4.2 \alpha^{-1} \beta^{-2} \gamma^2 \text{ नया मात्रक}
 \end{aligned}$$

प्रश्न 4. इस कथन की स्पष्ट व्याख्या कीजिए : तुलना के मानक का विशेष उल्लेख किए बिना “किसी विमीय राशि को ‘बड़ा’ या ‘छोटा’ कहना अर्थहीन है”। इसे ध्यान में रखते हुए नीचे दिए गए कथनों को जहाँ कहीं भी आवश्यक हो, दूसरे शब्दों में व्यक्त कीजिए

- परमाणु बहुत छोटे पिण्ड होते हैं।
- जैट वायुयान अत्यधिक गति से चलता है।
- बृहस्पति का द्रव्यमान बहुत ही अधिक है।
- इस कमरे के अंदर वायु में अणुओं की संख्या बहुत अधिक है।
- इलेक्ट्रॉन, प्रोटॉन से बहुत भारी होता है।
- ध्वनि की गति प्रकाश की गति से बहुत ही कम होती है।

हल यह वक्तव्य सत्य है। कि किसी भी भौतिक राशि को किसी मानक की तुलना में बड़ा या छोटा कहा जा सकता है। उदाहरणार्थ- एक लड़के का द्रव्यमान 40 किग्रा है। यह द्रव्यमान पृथ्वी के द्रव्यमान (6×10^{24} किग्रा) की तुलना में बहुत कम है परन्तु एक इलेक्ट्रॉन के द्रव्यमान (9.1×10^{-31} किग्रा) की तुलना में बहुत अधिक है।

- एक परमाणु का आकार शुगर के घन की तुलना में बहुत छोटा है।
- एक जैट वायुयान, सुपर फास्ट ट्रेन से तेज गति करती है।
- बृहस्पति ग्रह का द्रव्यमान यूरेनस ग्रह के द्रव्यमान की तुलना में बहुत अधिक है।
- किसी कमरे में उपस्थित वायु में अणुओं की संख्या, वायु के 1 मोल में उपस्थित अणुओं की संख्या से बहुत अधिक है।
- वक्तव्य पूर्णतः सत्य है।
- वक्तव्य पूर्णतः सत्य है।

प्रश्न 5. लम्बाई का कोई ऐसा नया मात्रक चुना गया है जिसके अनुसार निवांत् में प्रकाश की चाल 1 है। लम्बाई के नए मात्रक के पदों में सूर्य तथा पृथ्वी के बीच की दूरी कितनी है, प्रकाश इस दूरी को तय करने में 8 मिनट और 20 सेकण्ड लगता है?

हल प्रकाश की वायु में चाल ($C = 1$ (लम्बाई का नया मात्रक s^{-1}))

प्रकाश द्वारा पृथ्वी तक पहुँचने में लगा समय

$$\begin{aligned} t &= 8 \text{ min} + 20 \text{ s} \\ &= (8 \times 60 + 20) \text{ s} = 500 \text{ s} \end{aligned}$$

सूर्य एवं पृथ्वी के बीच की दूरी = प्रकाश की चाल \times समय

$$\begin{aligned} x &= C \times t \\ &= 1 (\text{लम्बाई का नया मात्रक } s^{-1}) \times 500 \text{ s} \\ &= 500 \text{ लम्बाई का नया मात्रक} \end{aligned}$$

प्रश्न 6. लम्बाई मापने के लिए निम्नलिखित में से कौन-सा सबसे परिशुद्ध यंत्र है?

- एक वर्नियर कैलिपर्स जिसके वर्नियर पैमाने पर 20 विभाजन हैं।
- एक स्कूरेज जिसका चूड़ी अंतराल 1mm और वृत्तीय पैमाने पर 100 विभाजन हैं।
- कोई प्रकाशिक यंत्र जो प्रकाश की तरंगदैर्घ्य की सीमा के अंदर लम्बाई माप सकता है।

हल जिस उपकरण का अल्पतमांक न्यूनतम होता है, वह सबसे यथार्थ उपकरण कहलाता है।

(a) वर्नियर पैमाने पर बने भागों की संख्या = 20

$$\text{मुख्य पैमाना खाना (MSD)} = 1 \text{ mm}$$

वर्नियर पैमाने पर बने 20 भाग, मुख्य पैमाने पर बने 19 भागों के बराबर होंगे।

$$\therefore \text{वर्नियर पैमाना खाना (VSD)} = \frac{19}{20} \text{ MSD}$$

$$\text{वर्नियर कैलीपर्स की अल्पतमांक} = 1 \text{ MSD} - 1 \text{ VSD}$$

$$= 1 \text{ MSD} - \frac{19}{20} \text{ MSD} = \frac{1}{20} \text{ MSD}$$

$$= \frac{1}{20} \text{ mm} = \frac{1}{200} \text{ cm}$$

$$= 0.005 \text{ cm}$$

(b) स्कूरोज (पेंचमापी) की पिच = 1 mm

वृत्तीय पैमाने पर बने भागों की संख्या = 100

$$\text{स्कूरोज की अल्पतमांक} = \frac{\text{पिच}}{\text{वृत्तीय पैमाने पर बने भागों की संख्या}}$$

$$= \frac{1}{100} \text{ mm} = \frac{1}{1000} \text{ cm} = 0.001 \text{ cm}$$

(c) प्रकाश की तंरगदैर्घ्य (λ) $\approx 10^{-7} \text{ m} = 10^{-5} \text{ cm} = 0.00001 \text{ cm}$

दिया हुआ प्रकाशिक उपकरण लम्बाई का मापन प्रकाश की तंरगदैर्घ्य की कोटि तक कर सकता है।

अतः दिए गए प्रकाशिक उपकरण की अल्पतमांक

$$= \text{प्रकाश की तंरगदैर्घ्य} = 0.00001 \text{ cm}$$

दिए गए प्रकाशिक उपकरण की अल्पतमांक न्यूनतम है, अतः दिया गया प्रकाशिक उपकरण ही सबसे यथार्थ उपकरण है।

प्रश्न 7. कोई छात्र 100 आवर्धन के एक सूक्ष्मदर्शी के द्वारा देखकर मनुष्य के बाल की मोटाई मापता है। वह 20 बार प्रेक्षण करता है और उसे ज्ञात होता है कि सूक्ष्मदर्शी के दृश्य क्षेत्र में बाल की औसत मोटाई 3.5 mm है। बाल की मोटाई का अनुमान क्या है?

हल सूक्ष्मदर्शी का आवर्धन = 100

$$\text{बाल की प्रेक्षित मोटाई} = 3.5 \text{ mm}$$

बाल की अनुमानित मोटाई निम्न सूत्र से दी जा सकती है

$$\text{आवर्धन} = \frac{\text{प्रेक्षित मोटाई}}{\text{वास्तविक मोटाई}}$$

$$\therefore \text{वास्तविक मोटाई} = \frac{\text{प्रेक्षित मोटाई}}{\text{आवर्धन}}$$

$$= \frac{3.5}{100} = 0.035 \text{ mm}$$

प्रश्न 8. निम्नलिखित के उत्तर दीजिए

- (a) आपको एक धागा और मीटर पैमाना दिया जाता है। आप धागे के व्यास का अनुमान किस प्रकार लगाएं?
- (b) एक स्कूरोज का चूड़ी अंतराल 1.0 mm है और उसके बृत्तीय पैमाने पर 200 विभाजन हैं। क्या आप यह सोचते हैं कि बृत्तीय पैमाने पर विभाजनों की संख्या स्वेच्छा से बढ़ा देने पर स्कूरोज की यथार्थता में वृद्धि करना सम्भव है?
- (c) वर्नियर कैलिपर्स द्वारा पीतल की किसी पतली छड़ का माध्य व्यास मापा जाना है। केवल 5 मापनों के समुच्चय की तुलना में व्यास के 100 मापनों के समुच्चय के द्वारा अधिक विश्वसनीय अनुमान प्राप्त होने की संभावना क्यों है?
- हल** (a) धागे का व्यास इतना कम है कि इसका मापन मीटर-पैमाने की सहायता से नहीं मापा जा सकता है। धागे के व्यास का मापन करने के लिए हम धागे के अनेक फेरे पैमाने पर पास-पास लगेटते हैं। फेरों की संख्या गिनकर n ज्ञात करते हैं तथा पैमाने पर लिपटे हुए धागे की लम्बाई (l) मीटर पैमाने से माप लेते हैं।

$$\text{धागे का व्यास} = \frac{\text{लिपटे हुये धागे की लम्बाई } (l)}{\text{फेरों की संख्या } (n)}$$

- (b) हाँ, स्कूरोज की यथार्थता में वृद्धि उसके बृत्तीय पैमाने पर बने भागों की संख्या बढ़ा कर की जा सकती है क्योंकि स्कूरोज की अल्पतमांक को निम्न सूत्र से प्रदर्शित करते हैं

$$\text{अल्पतमांक} = \frac{\text{वृत्तीय पैमाने पर बने भागों की संख्या}}{\text{पिच}}$$

अतः सूत्र से स्पष्ट है कि बृत्तीय पैमाने पर बने भागों की संख्या बढ़ाने पर स्कूरोज की अल्पतमांक कम हो जायगा। जिसके परिणामस्वरूप उसकी यथार्थता में वृद्धि हो जाएगी। यह उपाय सैदान्तिक रूप से तो सही है परंतु व्यवहारिक रूप में यह कठिन है क्योंकि बृत्तीय पैमाने पर खानों की संख्या बढ़ाने पर उन्हें पढ़ पाना सम्भव नहीं होगा क्योंकि मानव नेत्र की विभेदन सीमा सीमित है।

- (c) वर्नियर कैलीपर्स द्वारा पीतल की किसी पतली छड़ का 100 मापनों के समुच्चय से ज्ञात माध्य व्यास, 5 मापनों के समुच्चय से ज्ञात माध्य व्यास की तुलना में अधिक विश्वसनीय होगा क्योंकि मापन में धनात्मक यादृच्छिक त्रुटि (positive random error) की सम्भावना ऋणात्मक यादृच्छिक त्रुटि (negative random error) के बराबर होती है। अतः अधिक प्रक्षणों में त्रुटियाँ परस्पर एक-दूसरे को निरस्त कर देती हैं और हमें अधिक यथार्थ मान प्राप्त होता है।

- प्रश्न 9.** किसी मकान का फोटोग्राफ 35 mm स्लाइड पर 1.75 cm^2 क्षेत्र धेरता है। स्लाइड की किसी स्क्रीन पर प्रक्षेपित किया जाता है और स्क्रीन पर मकान का क्षेत्रफल 1.55 m^2 है। प्रक्षेपित-परदा व्यवस्था का रेखीय आवर्धन क्या है?

हल स्लाइड पर मकान का क्षेत्रफल $1.75\text{ cm}^2 = 1.75 \times 10^{-4}\text{ m}^2$

स्क्रीन पर मकान के प्रतिबिम्ब का क्षेत्रफल $= 1.55\text{ m}^2$

$$\therefore \text{क्षेत्रीय आवर्धन} = \frac{\text{प्रतिबिम्ब का क्षेत्रफल}}{\text{वस्तु का क्षेत्रफल}} = \frac{1.55}{1.75 \times 10^{-4}} \approx 8857$$

$$\text{रेखीय आवर्धन} = \sqrt{\text{क्षेत्रीय आवर्धन}} = \sqrt{8857} = 94.1$$

प्रश्न 10. निम्नलिखित में सार्थक अंकों की संख्या लिखिए

- (a) 0.007 m^2 (b) $2.64 \times 10^{24} \text{ kg}$ (c) 0.2370 g/cm^3
 (d) 6.320 J (e) 6.032 N/m^2 (f) 0.0006032 m^2

हल दी गई राशियों में सार्थक अंकों की संख्या नीचे दी गई है

- (a) 0.007 में सार्थक अंक 1 है।

क्योंकि 1 से कम संख्या में दशमलव के दाई ओर के पहले अशून्य अंक से पहले के शून्य सार्थक अंक नहीं होते हैं।

- (b) 2.64×10^{24} में सार्थक अंक 3 है। क्योंकि सभी अशून्य अंक सार्थक अंक होते हैं तथा 10 की घातें सार्थक अंक नहीं होते हैं।

- (c) 0.2370 में चार सार्थक अंक हैं। क्योंकि सभी अशून्य अंक तथा दशमलव भाग में अंतिम अशून्य अंक के बाद के सभी शून्य सार्थक अंक होते हैं।

- (e) 6.032 में चार सार्थक अंक हैं। क्योंकि सभी अशून्य अंक तथा दो अशून्य अंकों के बीच के सभी शून्य सार्थक अंक होते हैं। (कारण खण्ड 'C' की भाँति)

- (f) 0.0006032 में सार्थक अंक 4 है। (कारण खण्ड 'B' की भाँति)

प्रश्न 11. धातु की किसी आयताकार शीट की लम्बाई, चौड़ाई व मोटाई क्रमशः $4.234 \text{ m}, 1.005 \text{ m}$ व 2.01cm है। उचित सार्थक अंकों तक इस शीट का क्षेत्रफल व आयतन ज्ञात कीजिए।

यदि समान राशि के विभिन्न मान, अलग-अलग मात्रकों में दिए गए हो, तो सर्वप्रथम उन्हें (सार्थक अंकों की संख्या में परिवर्तित किए बिना) समान मात्रकों में परिवर्तित करते हैं।

हल दिया है, आयताकार शीट की लम्बाई (l) = 4.234 m

$$\text{आयताकार शीट की चौड़ाई } (b) = 1.005 \text{ m}$$

$$\begin{aligned}\text{आयताकार शीट की मोटाई } (t) &= 2.01 \text{ cm} \\ &= 0.0201 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{शीट का क्षेत्रफल } (A) &= 2(l \times b + b \times t + t \times l) \\ &= 2[(4.234 \times 1.005) + (1.005 \times 0.0201) + (0.0201 \times 4.234)] \\ &= 2 \times 4.3604739 \\ &= 8.7209478 \text{ m}^2\end{aligned}$$

क्योंकि मोटाई में न्यूनतम सार्थक अंक 3 हैं, अतः क्षेत्रफल को भी 3 सार्थक अंकों तक पूर्णकिन करने पर,

$$\text{आयताकार शीट का क्षेत्रफल } (A) = 8.72 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned}\text{आयताकार शीट का आयतन } (V) &= l \times b \times t \\ &= 4.234 \times 1.005 \times 0.0201 \\ &= 0.0855289\end{aligned}$$

तीन सार्थक अंकों तक पूर्णक करने पर,

$$\text{शीट का आयतन} = 0.0855 \text{ m}^3$$

प्रश्न 12. पंसारी की तुला द्वारा मापे गए डिब्बे का द्रव्यमान 2.3000 kg है। सोने के दो टुकड़े जिनका द्रव्यमान 20.15g व 20.17g है, डिब्बे में रखे जाते हैं। (a) डिब्बे का कुल द्रव्यमान कितना है, (b) उचित सार्थक अंकों तक टुकड़ों के द्रव्यमानों में कितना अंतर है?

हल दिया है, डिब्बे का द्रव्यमान (m) = 2.3 kg

$$\text{सोने के पहले टुकड़े का द्रव्यमान } (m_1) = 20.15 \text{ g} = 0.02015 \text{ kg}$$

$$\text{सोने के दूसरे टुकड़े का द्रव्यमान } (m_2) = 20.17 \text{ g} = 0.02017 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned}\text{(a) डिब्बे का कुल द्रव्यमान } (M) &= m + m_1 + m_2 \\&= 2.3 + 0.02015 + 0.02017 \\&= 2.34032 \text{ kg}\end{aligned}$$

\therefore डिब्बे के द्रव्यमान में सबसे कम दशमलव अंक अर्थात् केवल एक दशमलव अंक है। अतः डिब्बे के कुल द्रव्यमान में भी केवल एक दशमलव अंक होगा।

अतः डिब्बे के कुल द्रव्यमान का दशमलव के एक अंक तक पूर्णांकन करने पर,

डिब्बे का कुल द्रव्यमान (M) = 2.3 kg

$$\text{(b) सोने के टुकड़ों के द्रव्यमानों में अंतर } (\Delta m) = m_2 - m_1 = 20.17 - 20.15 = 0.02 \text{ g}$$

सोने के दोनों टुकड़ों के द्रव्यमानों में दो दशमलव अंक है इसलिये द्रव्यमानों के अंतर के द्रव्यमानों के अन्तर के मान में भी दो दशमलव अंक होंगे।

अतः द्रव्यमानों के अन्तर का यह मान सही है।

Ques 13

घौतिकी का एक प्रसिद्ध सम्बन्ध किसी कण के 'चल द्रव्यमान (moving mass) m , विराम द्रव्यमान (rest mass) m_0 , इसकी चाल v और प्रकाश की चाल c के बीच है। (यह सम्बन्ध सबसे पहले अल्बर्ट आइन्स्टीन के विशेष आपेक्षिकता के सिद्धान्त के परिणामस्वरूप उत्पन्न हुआ था) कोई छात्र इस सम्बन्ध को लगभग सही याद करता है लेकिन स्थिरांक c को लगाना भूल जाता है। वह लिखता है : $m = \frac{m_0}{(1 - v^2)^{1/2}}$ । अनुमान लगाइए कि c कहाँ लगेगा।

हल लड़के द्वारा लिखा गया सम्बन्ध $m = \frac{m_0}{(1 - v^2)^{1/2}}$

विमीय समांगता के नियम से, किसी सम्बन्ध में दोनों ओर की विमाएँ होनी चाहिए, अर्थात् सम्बन्ध के दोनों पक्षों में M,L व T की घातें समान होनी चाहिए।

m की विमा m_0 की विमा के बराबर है, अतः सम्बन्ध को हर (denominator) $(1-v^2)^{1/2}$ विमाहीन होना चाहिए। यहाँ संख्या 1 तो विमाहीन है परन्तु v^2 विमाहीन नहीं है। इसे विमाहीन बनाने के लिए इसे समान राशि की समान घात से भाग करना होगा। अतः यह विमाहीन होने के लिए (v^2/c^2) होना चाहिए।

$$\text{अतः सही सम्बन्ध } m = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}} \text{ होगा।}$$

Ques 14

परमाणविक पैमाने पर लम्बाई का सुविधाजनक मात्रक एंगस्ट्रॉम है और इसे $\text{\AA} : 1\text{\AA} = 10^{-10} \text{ m}$ द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है। हाइड्रोजन के परमाणु का आमाप लगभग 0.5 \AA है। हाइड्रोजन परमाणुओं के एक मोल का m^3 में कुल आणविक आयतन कितना होगा?

हल हाइड्रोजन परमाणु की त्रिज्या (r) = $0.5 \text{ \AA} = 0.5 \times 10^{-10} \text{ m}$

$$\begin{aligned} \text{प्रत्येक हाइड्रोजन परमाणु का आयतन (V) &= \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (0.5 \times 10^{-10})^3 \\ &= 5.234 \times 10^{-31} \text{ m}^3 \end{aligned}$$

हाइड्रोजन के 1 मोल में परमाणुओं की संख्या = आवोगाड्रो संख्या (N) = 6.023×10^{23}

\therefore 1 मोल हाइड्रोजन परमाणुओं का आयतन (V')

= हाइड्रोजन के 1 परमाणु का आयतन \times परमाणुओं की संख्या

$$\begin{aligned} V' &= V \times N \\ &= 5.236 \times 10^{-31} \times 6.023 \times 10^{23} \text{ m}^3 \\ &= 3.152 \times 10^{-7} \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Ques 15

किसी आदर्श गैस का एक मोल (ग्राम अणुक) मानक ताप व दाब पर 22.4 L आयतन (ग्राम अणुक आयतन) धेरता है। हाइड्रोजन के ग्राम अणुक आयतन तथा उसके एक मोल के परमाणविक आयतन का अनुपात क्या है? (हाइड्रोजन के अणु की आमाप लगभग 1\AA मानिए)। यह अनुपात इतना अधिक क्यों है?

हल दिया है, एक मोल हाइड्रोजन का मोलर आयतन = $22.4 \text{ L} = 22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

हाइड्रोजन अणु का व्यास (d) = $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$

$$\therefore \text{हाइड्रोजन अणु की त्रिज्या (r)} = \frac{d}{2} = \frac{10^{-10}}{2} = 0.5 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{हाइड्रोजन के एक अणु का आयतन} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \times 3.14 \times (0.5 \times 10^{-10})^3 \\ &= 5.234 \times 10^{-31} \text{ m}^3 \end{aligned}$$

एक मोल हाइड्रोजन में अणुओं की संख्या = आवोगाड्रो संख्या (N)

$$= 6.023 \times 10^{23}$$

∴ एक मोल हाइड्रोजन का आयतन = एक मोल हाइड्रोजन में अणुओं की संख्या

$$\times \text{हाइड्रोजन के } 1 \text{ अणु का आयतन}$$

$$= 6.023 \times 10^{23} \times 5.234 \times 10^{-31}$$

$$= 3.152 \times 10^{-7} \text{ m}^3$$

$$\therefore \text{मोलर आयतन/परमाणुक आयतन} = \frac{22.4 \times 10^{-3}}{3.154 \times 10^{-7}}$$
$$= 7.1 \times 10^4$$

यह अनुपात बहुत बड़ा है जो प्रदर्शित करता है कि गैस के अणुओं के बीच का रिक्त स्थान गैस के अणुओं के आयतन से बहुत अधिक है।

Ques 16

इस सामान्य प्रेक्षण की स्पष्ट व्याख्या कीजिए : यदि आप तीव्र गति से गतिमान किसी रेलगाड़ी की खिड़की से बाहर देखें तो समीप के पेड़, मकान आदि रेलगाड़ी की गति की विपरीत दिशा में तेजी से गति करते प्रतीत होते हैं, परंतु दूरस्थ पिण्ड (पहाड़ियां, चन्द्रमा, तारे आदि) स्थिर प्रतीत होते हैं। (वास्तव में, क्योंकि आपको ज्ञात है कि आप चल रहे हैं, इसलिए, ये दूरस्थ वस्तुएं आपको अपने साथ चलती हुई प्रतीत होती हैं।)

हल वस्तु को आँख से भिलाने वाली रेखा दृश्य रेखा (line of sight) कहलाती है। तीव्र गति से चलने वाली ट्रेन के बाहर स्थित किसी वस्तु का आपेक्षिक वेग तीव्र होगा या धीमा यह इस रेखा की कोणीय चाल पर निर्भर करता है। निकट स्थित वस्तुओं जैसे-पेड़, घर आदि की दृश्य रेखा कम समय में बड़े कोण तय करती है, अतः वे विपरीत दिशा में तीव्र वेग से गति करते हुए प्रतीत होते हैं।

बहुत दूर स्थित वस्तुएं जैसे-पहाड़, चन्द्रमा, तारे आदि की दृश्य रेखा समान समय में छोटे कोण तय करती है अतः वे लगभग स्थिर प्रतीत होते हैं अर्थात् ट्रेन की गति की दिशा में गति करते हुए प्रतीत होते हैं।

Ques 17 सूर्य एक ऊष्म प्लज्मा (आयनीकृत पदार्थ) है जिसके आन्तरिक क्रोड का ताप 10^7 K से अधिक और बाह्य पृष्ठ का ताप लगभग 6000 K है। इतने अधिक ताप पर कोई भी पदार्थ ठोस या तरल प्रावस्था में नहीं रह सकता। आपको सूर्य का द्रव्यमान घनत्व किस परिसर में होने की आशा है? क्या यह ठोसों, तरलों या गैसों के घनत्वों के परिसर में है? क्या आपका अनुमान सही है, इसकी जांच आप निम्नलिखित आंकड़ों के आधार पर कर सकते हैं : सूर्य का द्रव्यमान = $2.0 \times 10^{30}\text{ kg}$: सूर्य की त्रिज्या = $7.0 \times 10^8\text{ m}$

हल दिया है, सूर्य का द्रव्यमान (M) = $2.0 \times 10^{30}\text{ kg}$

$$\text{सूर्य की त्रिज्या (}R\text{)} = 7.0 \times 10^8\text{ m}$$

$$\begin{aligned}
 \text{सूर्य का घनत्व} &= \frac{\text{सूर्य का प्रव्यमान } (M)}{\text{सूर्य का आयतन } (V)} & [\because \text{घनत्व} = \frac{\text{प्रव्यमान}}{\text{आयतन}}] \\
 \rho &= \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3}{4} \frac{M}{\pi R^3} \\
 &= \frac{3 \times 2.0 \times 10^{30}}{4 \times 3.14 \times (7.0 \times 10^8)^3} \\
 &= \frac{3 \times 10^{30}}{6.28 \times 343 \times 10^{24}} \\
 &= 1.392 \times 10^3 \\
 &\approx 1.4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3
 \end{aligned}$$

यह घनत्व ठोस तथा द्रव के घनत्व की कोटि का है न कि गैस के घनत्व की कोटि का। सूर्य के आन्तरिक भाग का ताप 10^7 K है जबकि बाहरी सतहों का ताप लगभग 6000K है। इतने उच्च ताप पर कोई भी तत्व अपनी ठोस अथवा द्रव अवस्था में नहीं रह सकता है। वह उच्च आयनीकृत हो जाता है तथा वह नाभिक, मुक्त इलेक्ट्रॉन एवं आयनों के मिश्रण के रूप में रहता है, जिसे प्लाज्मा कहते हैं। सूर्य की आन्तरिक परतों के बाहरी परतों पर कार्यरत गुरुत्वाकर्षण के कारण प्लाज्मा का घनत्व बहुत आधिक होता है।