Chapter 12

Molecular Theory

अणुगति सिद्धांत

प्रश्नावली

प्रश्न 1. ऑक्सीजन के अणुओं के आयतन और STP पर इनके द्वारा घेरे गए कुल आयतन का अनुक्रम ज्ञात कीजिए। ऑक्सीजन के एक अणु का व्यास = 3Å लीजिए।

हल O_2 के अणु का व्यास

O_2 की त्रिज्या $O = 1.5\ Å = 1.5 \times 10^{-8}$ cm

प्रत्येक अणु का आयतन $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ (प्रत्येक मोल)

गैस के 1 mol में मोलों की संख्या = N_A = आवोगाद्रो संख्या

$= 6.023 \times 10^{23}$ अणु/मोल

कुल अणुओं का आयतन (मानक ताप व दाब पर) $V = \frac{4}{3}\pi r^3 N_A$

$$V = \frac{4}{3} \times 3.14(1.5 \times 10^{-8})^3 \times 6.023 \times 10^{23}$$

$$= 8.51\ cm^3$$

हम जानते हैं कि STP पर एक मोल का आयतन = 22.4 L

$$= 22.4 \times 10^3\ cm^3$$

$$= 22400\ cm^3$$

$$\text{अणु का आयतन} = \frac{8.51}{22400}$$

गैस द्वारा ग्रहण किया गया आयतन $= 3.8 \times 10^{-4} = 4.0 \times 10^{-4}$

https://www.evidyarthi.in/

प्रश्न 2. मोलर आयतन, STP पर किसी गैस (आदर्श) के 1 मोल द्वारा घेरा गया आयतन है। (STP 1 atm दाब, 0°C) दर्शाइये कि यह 22.4 लीटर है।

हल दाब $p = 1\,\text{atm} = 1.013 \times 10^5\ \text{Nm}^{-2}$

गैस नियतांक $R = 8.314\ \text{J mol}^{-1}\ \text{K}^{-1}$

मोलों की संख्या $n = 1$

ताप $T = 273.15\,\text{K}$

$pV = nRT$ समीकरण प्रयुक्त करने पर

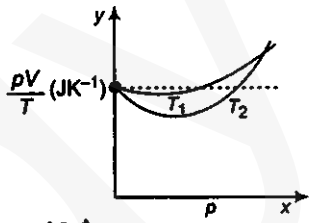
$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{1 \times 8.314 \times 273.15}{1.013 \times 10^5}$$

$$= 0.0224\ \text{m}^3$$

$$= 22.4 \times 10^{-3}\ \text{m}^3 \qquad (1\,\text{L} = 10^{-3}\ \text{m}^3)$$

$$= 22.4\,\text{L}$$

प्रश्न 3. चित्र में आक्सीजन के 1.00×10^{-3} kg द्रव्यमान के लिए pV/T एवं p में, दो अलग-अलग तापों पर ग्राफ दर्शाये गए हैं।



(a) बिन्दुकित रेखा क्या दर्शाती है?

(b) क्या सत्य है $T_1 > T_2$ अथवा $T_1 < T_2$?

(c) y-अक्ष पर जहाँ वक्र मिलते हैं वहाँ ज्/ऊ का मान क्या है?

(d) यदि हम ऐसे ही ग्राफ 1.00×10^{-3} kg हाइड्रोजन के लिए बनाएँ तो भी क्या उस बिन्दु पर जहाँ वक्र y-अक्ष से मिलते हैं pV/T का मान यही होगा? यदि नहीं तो हाइड्रोजन के कितने द्रव्यमान के लिए ज्/ऊ का मान (कम दाब और उच्च ताप के क्षेत्र के लिए वही होगा? H_2 का अणु द्रव्यमान = 2.02 u, O_2 का अणु द्रव्यमान = 32.0 u, $R = 8.31\ \text{J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$

हल आदर्श गैस समीकरण

$$pV = nRT$$

या $\dfrac{pV}{T} = nR$ = गैस के दिए हुए द्रव्यमान के लिए नियतांक

(a) बिन्दु रेखा वक्र x-अक्ष के समान्तर है जो यह प्रदर्शित करता है कि nR ; p पर निर्भर नहीं है अत: यह आदर्श गैस की तरह व्यवहार करता है।

https://www.evidyarthi.in/

(b) चूँकि ग्राफ ताप T_1 पर आदर्श गैस के समीप है तब ताप T_2, $T_1 > T_2$. [ताप उच्च होने पर गैस आदर्शतता प्रकट करती है.

(c) $$pV = nRT$$
$$\frac{pV}{T} = nR$$

गैस की दी गयी मात्रा = 1.00×10^{-3} kg = 1 g

गैस का अणु भार O_2 = 32 amu

मोलर द्रव्यमान (O_2 का) O_2 = 32 g

$\therefore$ मोलों की संख्या $n = \frac{1}{32}$

$\therefore$ $$nR = \frac{1}{32} \times 8.314$$
$$= 0.26\,JK^{-1} \rightarrow \text{आवश्यक मान}$$

(d) 1×10^{-3} kg H_2 में मोलों की संख्या O_2 के मोलों की संख्या के बराबर नहीं है क्योंकि H_2 का मोलर द्रव्यमान = 2.02 g है।

$\frac{pV}{T}$ का मान समान होने के लिए मोलों की संख्या समान होनी चाहिए अतः H_2 के आवश्यक मोलों की संख्या $\frac{1}{3^2}$ है [जो O_2 के मोलों की संख्या के बराबर है]

$\therefore$ H_2 का आवश्यक द्रव्यमान = मोलों की संख्या × मोलर द्रव्यमान
$$= \frac{1}{32} \times 2.02$$
$$= 6.3 \times 10^{-5}\,kg$$

प्रश्न 4. एक ऑक्सीजन सिलिंडर जिसका आयतन 30 लीटर है, में ऑक्सीजन का आरम्भिक दाब 15 atm एवं ताप 27°C है। इसमें से कुछ गैस निकाल लेने के बाद प्रमापी (गेज) दाब गिर कर 11 atm एवं ताप गिर कर 17°C हो जाता है। ज्ञात कीजिए कि सिलिंडर से ऑक्सीजन की कितनी मात्रा निकाली गई है ($R = 8.31\ J\ mol^{-1}K^{-1}$, ऑक्सीजन का अणु द्रव्यमान O_2 = 32 u)।

हल परमदाब $p_1 = (15 + 1)$ atm [$\because$ परम दाब = गेज दाब + 1 वायुमण्डल दाब]
$$= 16 \times 1.013 \times 10^5\ Pa$$
$$V_1 = 30\,L = 30 \times 10^{-3}\,m^3$$
$$T_1 = 273.15 + 27 = 300.15\,K$$

https://www.evidyarthi.in/

गैस समीकरण $pV = nRT$

$$n = \frac{pV}{RT}$$

$$= \frac{p_1V_1}{RT_1}$$

$$= \frac{16 \times 1.013 \times 10^5 \times 30 \times 10^{-3}}{8.314 \times 300.15}$$

$$= 19.48$$

$$p_2 = (11 + 1) = 12 \text{ atm} = 12 \times 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_2 = 30 \text{ L} = 30 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_2 = 273.15 + 17 = 290.15 \text{ K}$$

$$\text{मोलों की संख्या} = \frac{p_2V_2}{RT_2} = \frac{12 \times 1.013 \times 10^5 \times 30 \times 10^{-3}}{8.314 \times 300.15}$$

$$= 15.12$$

$$= 19.48 - 15.12$$

$$= 4.36 \rightarrow \text{हटाये गये मोल}$$

$$\text{हटाया गया द्रव्यमान} = 4.36 \times 32 \text{ g} = 0.1396 \text{ kg.}$$

प्रश्न 5. वायु का एक बुलबुला जिसका आयतन 1.0 cm^3 है, 40 m गहरी झील की तली से जहाँ ताप 12°C. है, उठकर ऊपर पृष्ठ पर आता है जहाँ ताप 35°C है। अब इसका आयतन क्या होगा?

हल पेंदी में बुलबुले का आयतन

$$V_1 = 1.0 \text{cm}^3 = 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\text{ताप } T_1 = 12°\text{C} = (273.15 + 12)\text{K}$$

$$= 285.15 \text{ K}$$

पृष्ठ पर

$$\text{ताप } T_2 = 35°\text{C} = (273.15 + 35)\text{K} = 308.15 \text{ K}$$

$$\text{दाब } p_2 = 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$d \text{ गहराई पर दाब} = \text{पृष्ठ से } 40 \text{ m गहराई पर दाब}$$

$$p_1 = 1 \text{ atm} + h\rho g$$

$$= 1.0313 \times 10^5 + 40 \times 10^3 \times 9.8$$

$$= 493.3 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

$$V_2 = \left(\frac{p_1V_1}{T_1}\right)\left(\frac{T_2}{p_2}\right)$$

https://www.evidyarthi.in/

$$= \frac{(493.3\times 10^{3})\times (1.0\times 10^{-6})\times 308}{285\times 1.013\times 10^{5}}$$

$$= 5.263\times 10^{-6}\,m^{3} = 5.263\,cm^{3}$$

अतः पेंदी में बुलबुले का आयतन $5.263\,cm^{3}$ है।

प्रश्न 6. एक कमरे में, जिसकी धारिता $25.0\ m^{3}$ है, 27°C ताप और 1 atm दाब पर, वायु के कुल अणुओं (जिनमें नाइट्रोजन, ऑक्सीजन, जलवाष्प और अन्य सभी अवयवों के कण सम्मिलित हैं) की संख्या ज्ञात कीजिए।

जब मोल ज्ञात किये जाते हैं तब सूत्र $pV = nk_BT$ का प्रयोग करते हैं।

जहाँ n = मोलों की संख्या

k_B = बोल्ट्जमैन नियतांक = $1.38\times 10^{-23}\,m^{2}\,kg\,s^{-2}\,K^{-1}$

हल कमरे का आयतन = $V = 25.0\,m^{3}$

ताप $T = 27°C = (273.15 + 27)\,K = 300.15\,K$

दाब $p = 1\,atm = 1.013\times 10^{5}\,Pa$

हम जानते हैं, $pV = nk_BT$

वायु के कुल अणुओं की संख्या, $n = \dfrac{pV}{k_BT} = \dfrac{1.013\times 10^{5}\times 25}{1.38\times 10^{-23}\times 300}$

$= 6.11\times 10^{26}$ अणु

प्रश्न 7. हीलियम परमाणु की औसत तापीय ऊर्जा का आकलन कीजिए (i) कमरे के ताप (27°C) पर (ii) सूर्य के पृष्ठीय ताप (6000 K) पर (iii) 100 लाख केल्विन ताप (तारे के क्रोड का प्रारूपिक ताप) पर।

ऊष्मीय ऊर्जा आन्तरिक ऊर्जा को प्रकट करती है जो स्थान्तरणीय ऊर्जा $\left(\frac{3}{2}k_bT\right)$ तथा ताप पर निर्भर करती है।

हल (a) $T = 27°C = (273.15 + 27)\,K = 300.15\,K$

औसत तापीय ऊर्जा

$$E = \frac{3}{2}k_BT$$

(जहाँ k_B = बोल्ट्जमैन नियतांक = $1.38\times 10^{-23}\,m^{2}\,kg\,s^{-2}\,K^{-1}$)

$$\therefore \quad E = \frac{3}{2}\times 1.38\times 10^{-38}\times 300.15$$

$$= 6.21\times 10^{-21}\,J$$

https://www.evidyarthi.in/

(b) कमरे के ताप पर

$T = 6000\,K$ (सूर्य की सतह पर)

औसत तापीय ऊर्जा $E = \frac{3}{2}k_BT$

$= \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-38} \times 6000$

$= 1.241 \times 10^{-19}\,J$

(c) कमरे के ताप पर $T = 10^7\,K$

औसत तापीय ऊर्जा $E = \frac{3}{2}k_BT$

$= \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 10^7$

$= 2.07 \times 10^{-16}\,J$

नोट *इस प्रश्न में दी गयी गैस 'He' एकपरमाणुक है तथा इसकी 3 स्वतन्त्रता की कोटि है अतः तापीय ऊर्जा ही आन्तरिक ऊर्जा है परन्तु यदि गैस द्विपरमाणुक (N_2, O_2...) है या बहुपरमाणुक (NH_3 SO_3....) है। तब तापीय ऊर्जा तथा आन्तरिक ऊर्जा अलग-अलग है तथा स्वतन्त्रता की कोटि पर निर्भर हैं।*

प्रश्न 8. समान धारिता के तीन बर्तनों में एक ही ताप और दाब पर गैसें भरी हैं। पहले बर्तन में नियॉन (एकपरमाणुक) गैस है, दूसरे में क्लोरीन (द्विपरमाणुक) गैस है और तीसरे में यूरेनियम हेक्साफ्लोराइड (बहुपरमाणुक) गैस है। क्या तीनों बर्तनों में गैसों के संगत अणुओं की संख्या समान है?क्या तीनों प्रकरणों में अणुओं की v_{rms} (वर्ग माध्य मूल चाल) समान है।

हल हाँ, अवोगाद्रो के अनुसार-समान ताप दाब पर गैसों की समान मात्रा में अणु /परमाणु की संख्या समान होती है.

नहीं, दी गयी तीनों गैसों के वर्गमाध्यमूल वेग समान नहीं है.

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$v_{rms} \propto \sqrt{\frac{1}{M}}$$

नियत ताप पर Ne का परमाणु भार न्यूनतम है अतः Ne के लिए वर्गमाध्यमूल वेग अधिकतम है।

नोट *एक परमाणुक गैस (He, Ne...) तथा द्विपरमाणुक गैस (H_2, N_2...) की औसत गतिज ऊर्जा हमेशा $\frac{3}{2}k_BT$ होती है यह केवल ताप पर निर्भर करती है तथा गैस की प्रकृति पर निर्भर नहीं करती है।*

प्रश्न 9. किस ताप पर आर्गन गैस सिलिंडर में अणुओं की v_{rms}, – 20°C पर हीलियम गैस परमाणुओं की v_{rms} के बराबर होगी? (Ar का परमाणु द्रव्यमान = 39.9 u, एवं हीलियम का परमाणु द्रव्यमान He = 4.0 u)।

https://www.evidyarthi.in/

हल Ar परमाणु की वर्ग माध्य मूल चाल

$$(v_{rms})_{Ar} = \sqrt{\frac{3RT_{Ar}}{M_{Ar}}} \quad \text{...(i)}$$

He की वर्ग माध्य मूल चाल

$$(v_{rms})_{He} = \sqrt{\frac{3RT_{He}}{M_{He}}} \quad \text{...(ii)}$$

समी (i) को समी (ii) से विभाजित करने पर

$$\frac{(v_{rms})_{Ar}}{(v_{rms})_{He}} = \sqrt{\frac{3RT_{Ar}}{M_{Ar}} \times \frac{M_{He}}{3RT_{He}}}$$

$$(v_{rms})_{Ar} = (v_{rms})_{He}$$

$$\Rightarrow \quad 1 = \sqrt{\left(\frac{T_{Ar}}{T_{He}}\right) \cdot \left(\frac{M_{He}}{M_{Ar}}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{M_{He}}{M_{Ar}} = \frac{T_{He}}{T_{Ar}}$$

$$\therefore \quad T_{Ar} = T_{He}\left(\frac{M_{Ar}}{M_{He}}\right)$$

$$= 253.15\left(\frac{39.9}{4}\right)$$

$$= 2523.675\,K$$

$$= 2.52 \times 10^3\,K$$

प्रश्न 10. नाइट्रोजन गैस के एक सिलिंडर में 2.0 atm दाब एवं 17°C ताप पर, नाइट्रोजन अणुओं के माध्य मुक्त पथ एवं संघट्ट आवृत्ति का आकलन कीजिए। नाइट्रोजन अणु की त्रिज्या लगभग 1.0 Å. लीजिए। संघट्ट-काल की तुलना अणुओं द्वारा दो संघट्टों के बीच स्वतन्त्रतापपूर्वक चलने में लगे समय से कीजिए। (नाइट्रोजन का आणविक द्रव्यमान = 28.0 u)।

हल दाब $p = 2\,atm = 2 \times 1.013 \times 10^5\,N/m^2$

ताप $(T) = 17 + 273.15\,K$

$= 290.15\,K$

अणुभार $(M) = 28\,g$

वर्ग माध्य मूल वेग $v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3 \times 8.314 \times 290.15}{28 \times 10^{-3}}} \quad \text{(मान रखने पर)}$$

$$= 508.26\,m/s$$

https://www.evidyarthi.in/

मुक्त पथ हेतु (l)

$$l = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2} \quad \ldots(i)$$

n = गैस के अणुओं का घनत्व = एकांक आयतन में गैस के अणुओं की संख्या

$pV = n'kT$, जहाँ n' = गैस के मोलों की संख्या है

$$\therefore \quad \frac{n'}{V} = \frac{p}{kT} = n$$

समी (i) में n का मान रखने पर

$$l = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 \times p}$$

मान रखने पर

$$l = \frac{1.38\times 10^{-23}\times 290.15}{\sqrt{2}\times 3.14\times (2\times 10^{-10})^2\times 2\times 1.013\times 10^5}$$

$$= \frac{1.38\times 29\times 10^{-7}}{1.414\times 3.14\times 4\times 2.06}$$

$$= 1.11\times 10^{-7}\ \text{m}$$

अतः मुक्त पथ आवृत्ति $l = 1.11\times 10^{-7}$ m

संघट्ट आवृत्ति = प्रति सेकण्ड टक्करों की संख्या

$$= \frac{v_{rms}}{l} = \frac{508.26}{1.11\times 10^{-7}}$$

$$= 5.1\times 10^9\ \text{s}^{-1}$$

$$\text{संघट्ट में लिया गया समय} = \frac{d}{v_{rms}}$$

जहाँ, d = अणु का व्यास है

$$= \frac{2\times 1\times 10^{-10}}{508.26}$$

$$= 4\times 10^{-13}\ \text{s}$$

दो क्रमागत टक्करों में लिया गया समय

$$= \frac{l}{v_{rms}} = \frac{1.11\times 10^{-7}}{508.26}$$

$$= 2\times 10^{-10}\ \text{s}$$

अतः क्रमांगत टक्करों में लिया गया समय एक टक्कर में लिये गये समय का 500 गुना है अतः गैस का एक अणु अधिकांशतः स्वतन्त्र विचरण करता है।

https://www.evidyarthi.in/