

रैखिक असमिकाएँ

Linear Inequalities

Chapter 5

प्रश्नावली 6.1

प्रश्न 1. हल कीजिए $24x < 100$, जब

(i) x एक प्राकृत संख्या है।

(ii) x एक पूर्णांक है।

(प्र. सं. 1 - 4), यहाँ पर हम नियम (1) तथा नियम (2) का प्रयोग करेंगे तथा असमिकाओं को हल करेंगे। हमारा लक्ष्य बाएँ पक्ष में केवल एक बार को छोड़ने के द्वारा असमिका को हल करना है।

हल दिया है, $24x < 100$

दोनों पक्षों में 24 से भाग करने पर,

$$\Rightarrow \frac{24x}{24} < \frac{100}{24}$$

(नियम 2 से)

$$\Rightarrow x < \frac{50}{12} \Rightarrow x < \frac{25}{6}$$

$$\Rightarrow x < 4\frac{1}{6} \quad (\text{जहाँ } x < 4\frac{1}{6} \text{ से छोटा है})$$

(i) जब x एक प्राकृतिक संख्या (केवल धनात्मक पूर्णांक) है। इस स्थिति में, असमिका का हल समुच्चय $\{1, 2, 3, 4\}$ है।

(ii) जब x एक पूर्णांक है, तब दी हुई असमिका का हल समुच्चय

$$\{\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \text{ है।}$$

प्रश्न 2. हल कीजिए $-12x > 30$ जब

(i) x एक प्राकृत संख्या है।

(ii) x एक पूर्णांक है।

हल दिया है, $-12x > 30$,

दोनों पक्षों में -12 से भाग करने पर,

$$\frac{-12x}{-12} < \frac{30}{-12}$$

(नियम 2 से)

$$\Rightarrow x < -\frac{5}{2}$$

(i) जब x एक प्राकृतिक संख्या है, तब दी हुई असमिका का कोई हल नहीं है। चूँकि प्राकृतिक संख्याएँ धनात्मक संख्याएँ होती हैं तथा यहाँ पर कोई भी धनात्मक संख्या नहीं है, जोकि ऋणात्मक संख्या से छोटी है।

(ii) जब x एक पूर्णांक है, तब दी हुई असमिका का हल समुच्चय $\{\dots -4, -3\}$ है, यहाँ पर $-\frac{5}{2}$ से छोटी अनंत संख्याएँ हैं।

प्रश्न 3. हल कीजिए $5x - 3 < 7$, जब

(i) x एक पूर्णांक है।

(ii) x एक वास्तविक संख्या है।

हल दिया है: $5x - 3 < 7$

दोनों पक्षों में 3 जोड़ने पर,

$$\Rightarrow 5x - 3 + 3 < 7 + 3 \quad \text{(नियम 1 से)}$$
$$5x < 10$$

दोनों पक्षों में 5 से भाग करने पर,

$$\frac{5x}{5} < \frac{10}{5} \quad \text{(नियम 2 से)}$$
$$\Rightarrow x < 2$$

(i) जब x एक पूर्णांक है, तब दी हुई असमिका का हल समुच्चय $\{\dots, -1, 0, 1\}$ है।

(ii) जब x एक वास्तविक संख्या है, तब दी हुई असमिका का हल समुच्चय $(-\infty, 2)$ है अर्थात् सभी संख्याएँ $-\infty$ तथा 2 के मध्य विचरण करती हैं, परंतु ∞ तथा 2 (स्वयं) के मध्य की संख्याएँ सम्मिलित नहीं हैं, अतः हल $x < 2$ है।

प्रश्न 4. हल कीजिए $3x + 8 > 2$, जब

(i) x एक पूर्णांक है।

(ii) x एक वास्तविक संख्या है।

हल दिया है: $3x + 8 > 2$

दोनों पक्षों में - 8 जोड़ने पर,

$$\Rightarrow 3x + 8 - 8 > 2 - 8 \quad \text{(नियम 1 से)}$$
$$\Rightarrow 3x > -6$$

दोनों पक्षों में 3 से भाग करने पर,

$$\Rightarrow \frac{3x}{3} > \frac{-6}{3} \quad \text{(नियम 2 से)}$$
$$\Rightarrow x > -2$$

(i) जब x एक पूर्णांक है, तब दी हुई असमिका का हल समुच्चय $\{-1, 0, 1, 2, \dots\}$ है।

(ii) जब x एक वास्तविक संख्या है, तब दी हुई असमिका का हल समुच्चय $(-\infty, 2)$ है अर्थात् सभी संख्याएँ $-\infty$ तथा 2 के मध्य विचरण करती हैं। परंतु ∞ तथा 2 (स्वयं) के मध्य की संख्याएँ सम्मिलित नहीं हैं, अतः हल $x < 2$ है।

निर्देश (प्र. सं. 5 - 16) निम्नलिखित प्रश्नों में वास्तविक संख्या x के लिए हल कीजिए।

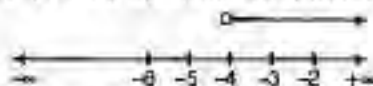
प्रश्न 5. $4x + 3 < 5x + 7$

हल दिया है, $4x + 3 < 5x + 7$

पद $5x$ को बाएँ पक्ष में तथा 3 को दाएँ पक्ष में स्थानांतरित करने पर,

$$4x - 5x < 7 - 3 \Rightarrow -x < 4$$
$$\Rightarrow x > -4 \quad \text{(नियम 2 से)}$$

संख्या रेखा की सहायता से, हम -4 से बड़ी संख्याओं को आसानी से देख सकते हैं।



∴ समुच्चय हल = $(-4, \infty)$ अर्थात् सभी संख्याएँ -4 और ∞ के मध्य की परन्तु $-\infty$ और -4 (स्वयं) के मध्य की संख्याएँ सम्मिलित नहीं होती हैं, अतः हल $x > -4$ है।

प्रश्न 6. $3x - 7 > 5x - 1$

हल दिया है, $3x - 7 > 5x - 1$

पद $5x$ को बाएँ पक्ष में तथा -7 को दाएँ पक्ष में स्थानांतरित करने पर,

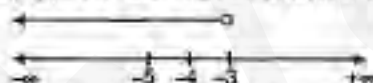
$$3x - 5x > -1 + 7 \Rightarrow -2x > 6$$

दोनों पक्षों में -2 से भाग करने पर,

$$\Rightarrow \frac{2x}{2} < \frac{6}{2} \quad \text{(नियम 2 से)}$$

$$\Rightarrow x < -3$$

संख्या रेखा की सहायता से, हम -3 से छोटी संख्याओं को आसानी से देख सकते हैं।



∴ समुच्चय हल = $(-\infty, -3)$ अर्थात् सभी संख्याएँ $-\infty$ और -3 के मध्य की परन्तु -3 (स्वयं) और ∞ के मध्य की संख्याएँ सम्मिलित नहीं होती हैं, अतः हल $x < -3$

प्रश्न 7. $3(x - 1) \leq 2(x - 3)$

हल दिया है, $3x - 3 \leq 2x - 6$

पद $2x$ को बाएँ तथा -3 को दाएँ ओर स्थानांतरित करने पर,

$$3x - 2x \leq -6 + 3$$

$$\Rightarrow x \leq -3$$

∴ समुच्चय हल = $(-\infty, -3]$



प्रश्न 8. $3(2 - x) \geq 2(1 - x)$

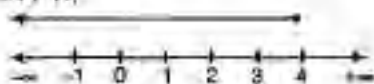
हल दिया है, $3(2 - x) \geq 2(1 - x) \Rightarrow 6 - 3x \geq 2 - 2x$

पद 2 को बाईं तथा $-3x$ को दाईं ओर स्थानांतरित करने पर,

$$6 - 2 \geq -2x + 3x$$

$$\Rightarrow 4 \geq x \Rightarrow x \leq 4$$

∴ समुच्चय हल = $(-\infty, 4]$



नोट विद्यार्थी पदों को अलग-अलग के एक ओर से दूसरी ओर स्थानांतरित करते समय सावधानी रखें।

प्रश्न 9. $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 11$

हल दिया है, $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 11 \Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 11$

बाएँ पक्ष में लघुत्तम लेने पर

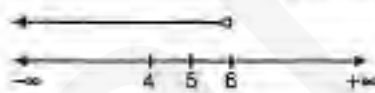
$$\frac{6x + 3x + 2x}{6} < 11 \Rightarrow \frac{11x}{6} < 11$$

दोनों पक्षों में $\frac{6}{11}$ से गुणा करने पर,

$$\frac{6}{11} \times \frac{11x}{6} < 11 \times \frac{6}{11} \quad \text{(नियम 2 से)}$$

$$\Rightarrow x < \frac{6 \times 11}{11}$$

$$\Rightarrow x < 6$$



\therefore समुच्चय हल = $(-\infty, 6)$

प्रश्न 10. $\frac{x}{3} > \frac{x}{2} + 1$

हल दिया है, $\frac{x}{3} > \frac{x}{2} + 1$

बाएँ पक्ष में $\frac{x}{2}$ पद को स्थानांतरित करने पर, $\frac{x}{3} - \frac{x}{2} > 1$

बाएँ पक्ष में लघुत्तम लेने पर,

$$\frac{2x - 3x}{6} > 1$$

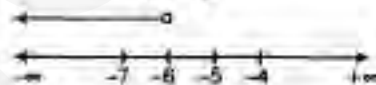
$$\frac{-x}{6} > 1$$

दोनों पक्षों में 6 से गुणा करने पर,

$$\Rightarrow 6 \times \frac{-x}{6} > 1 \times 6 \quad \text{(नियम 2 से)}$$

$$\Rightarrow -x > 6$$

$$\Rightarrow x < -6 \quad \text{(नियम 2 से)}$$



\therefore समुच्चय हल = $(-\infty, -6)$

प्रश्न 11. $\frac{3(x-2)}{5} \leq \frac{5(2-x)}{3}$

हल दिया है, $\frac{3(x-2)}{5} \leq \frac{5(2-x)}{3} \Rightarrow \frac{3x-6}{5} \leq \frac{10-5x}{3}$

$$\Rightarrow 9x - 18 \leq 50 - 25x$$

पद $(-25x)$ को बाईं तथा (-18) को दाईं ओर स्थानांतरित करने पर,

$$\Rightarrow 9x + 25x \leq 50 + 18$$

\Rightarrow

$$\Rightarrow x \leq \frac{68}{34} \Rightarrow x \leq 2$$



\therefore हल समुच्चय = $(-\infty, 2]$

प्रश्न 12. $\frac{1}{2} \left(\frac{3x}{5} + 4 \right) \geq \frac{1}{3} (x - 6)$

हल दिया है, $\frac{1}{2} \left(\frac{3x}{5} + 4 \right) \geq \frac{1}{3} (x - 6) \Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{3x}{5} + 4 \right) \geq \frac{1}{3} (x - 6)$

बाईं पक्ष में लघुतम लेने पर,

$$\frac{1}{2} \left(\frac{3x + 20}{5} \right) \geq \frac{1}{3} (x - 6)$$

 \Rightarrow

$$\frac{3x + 20}{10} \geq \frac{x - 6}{3}$$

 \Rightarrow

$$3(3x + 20) \geq 10(x - 6)$$

 \Rightarrow

$$9x + 60 \geq 10x - 60$$

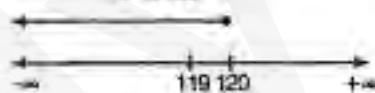
पद $10x$ को बाईं तथा 60 को दाईं ओर स्थानांतरित करने पर,

$$9x - 10x \geq -60 - 60 \Rightarrow -x \geq -120$$

(-1) से दोनों पक्षों में गुणा करने पर,

$$x \leq 120$$

(नियम 2 से)



\therefore हल समुच्चय = $(-\infty, 120]$

प्रश्न 13. $2(2x + 3) - 10 < 6(x - 2)$

हल दिया है, $2(2x + 3) - 10 < 6(x - 2)$

 \Rightarrow

$$4x + 6 - 10 < 6x - 12$$

 \Rightarrow

$$4x - 4 < 6x - 12$$

पद $6x$ को बाईं तथा (-4) को दाईं ओर स्थानांतरित करने पर,

$$4x - 6x < -12 + 4$$

 \Rightarrow

$$-2x < -8$$

दोनों पक्षों में (-2) से भाग करने पर,

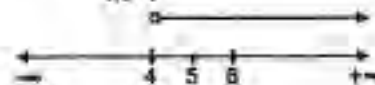
 \Rightarrow

$$\frac{-2x}{-2} > \frac{-8}{-2}$$

 \Rightarrow

$$x > 4$$

(नियम 2 से)



\therefore हल समुच्चय = $(4, \infty)$

प्रश्न 14. $37 - (3x + 5) \geq 9x - 8(x - 3)$

हल दिया है $37 - (3x + 5) \geq 9x - 8(x - 3)$

$$(37 - 3x - 5) \geq 9x - 8x + 24$$

$$\Rightarrow 32 - 3x \geq x + 24$$

पद 24 को बाईं तथा $(-3x)$ को दाईं ओर स्थानांतरित करने पर,

$$32 - 24 \geq x + 3x$$

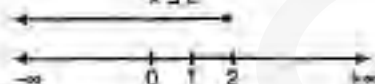
$$\Rightarrow 8 \geq 4x \Rightarrow 4x \leq 8$$

दोनों पक्षों में 4 से भाग करने पर,

$$\Rightarrow \frac{4x}{4} \leq \frac{8}{4}$$

(नियम 2 से)

$$\Rightarrow x \leq 2$$



∴ हल समुच्चय = $(-\infty, 2]$

प्रश्न 15. $\frac{x}{4} < \frac{(5x-2)}{3} - \frac{(7x-3)}{6}$

हल दिया है, $\frac{x}{4} < \frac{(5x-2)}{3} - \frac{(7x-3)}{6}$

$$\frac{x}{4} < \frac{5(5x-2) - 3(7x-3)}{6}$$

$$\Rightarrow 15x < 4(25x - 10) - (21x - 9)$$

$$\Rightarrow 15x < 4(25x - 10 - 21x + 9)$$

$$\Rightarrow 15x < 4(4x - 1)$$

$$\Rightarrow 15x < 16x - 4$$

पद $16x$ को बाईं ओर स्थानांतरित करने पर,

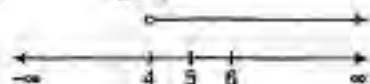
$$15x - 16x < -4$$

$$-x < -4$$

दोनों पक्षों में (-1) से गुणा करने पर,

$$x > 4$$

(नियम 2 से)



∴ हल समुच्चय = $(4, \infty)$

प्रश्न 16. $\frac{2x-1}{3} \geq \left(\frac{3x-2}{4}\right) - \left(\frac{2-x}{5}\right)$

हल दिया है, $\frac{2x-1}{3} \geq \left(\frac{3x-2}{4}\right) - \left(\frac{2-x}{5}\right)$

दाईं पक्ष में लघुत्तम लेने पर,

$$\frac{2x-1}{3} \geq \frac{5(3x-2) - 4(2-x)}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{2x-1}{3} \geq \frac{(15x-10) - (8-4x)}{20} \Rightarrow \frac{2x-1}{3} \geq \frac{15x-10-8+4x}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{2x-1}{3} \geq \frac{19x-18}{20} \Rightarrow 20(2x-1) \geq 3(19x-18)$$

$$\Rightarrow 40x-20 \geq 57x-54$$

यदि $57x$ को बाईं तथा (-20) को दाईं ओर स्थानांतरित करने पर,

$$40x - 57x \geq -54 + 20$$

$$\Rightarrow -17x \geq -34$$

दोनों पक्षों में (-17) से भाग करने पर,

$$\Rightarrow \frac{-17x}{-17} \leq \frac{-34}{-17} \quad \text{(नियम 2 से)}$$

$$\Rightarrow x \leq \frac{-34}{-17}$$

$$\Rightarrow x \leq 2$$



∴ हल समुच्चय = $(-\infty, 2]$

निर्देश (प्र. सं. 17 - 20) निम्नलिखित प्रश्नों में असमिकाओं का हल ज्ञात कीजिए तथा उन्हें संख्या रेखा पर आलेखित कीजिए।

सभी संख्याएँ एक ही गई संख्या के बाईं ओर उस संख्या से छोटी तथा दाईं ओर उस संख्या से बड़ी होती हैं।

प्रश्न 17. $3x - 2 < 2x + 1$

हल दिया है, $3x - 2 < 2x + 1$

यदि $2x$ को बाईं ओर तथा (-2) को दाईं ओर स्थानांतरित करने पर,

$$3x - 2x < 1 + 2 \Rightarrow x < 3$$

सभी संख्याएँ 3 के बाईं ओर इससे छोटी होंगी।

∴ समुच्चय हल = $(-\infty, 3)$

प्रश्न 18. $5x - 3 \geq 3x - 5$

हल दिया है, $5x - 3 \geq 3x - 5$

यदि $(3x)$ को बाईं तथा (-3) को दाईं ओर स्थानांतरित करने पर,

$$5x - 3x \geq -5 + 3$$

⇒
⇒
⇒

$$2x \geq -2$$

$$\frac{2x}{2} \geq \frac{-2}{2}$$

$$x \geq \frac{-2}{2}$$

$$x \geq -1$$



(नियम 2 से)

सभी संख्याएँ (-1) के दाईं ओर, इससे बड़ी होंगी।

∴ समुच्चय हल = $[-1, \infty)$

प्रश्न 19. $3(1-x) < 2(x+4)$

हल दिया है, $3(1-x) < 2(x+4) \Rightarrow 3-3x < 2x+8$

यदि $2x$ को बाईं तथा 3 को दाईं ओर स्थानान्तरित करने पर,

$$-3x - 2x < 8 - 3$$

⇒

$$-5x < 5$$

⇒

$$\frac{-5x}{-5} > \frac{5}{-5}$$

⇒

$$-5 < -5$$

⇒

$$x > \frac{-5}{5} \Rightarrow x > -1$$



(नियम 2 से)

∴ समुच्चय हल = $(-1, \infty)$

प्रश्न 20. $\frac{x}{2} \geq \frac{(5x-2)}{3} - \frac{(7x-3)}{5}$

हल दिया है, $\frac{x}{2} \geq \frac{(5x-2)}{3} - \frac{(7x-3)}{5}$

दाईं पक्ष में लघुतम लेने पर,

$$\frac{x}{2} \geq \frac{5(5x-2) - 3(7x-3)}{15} \Rightarrow \frac{x}{2} \geq \frac{25x - 10 - 21x + 9}{15}$$

⇒

$$\frac{x}{2} \geq \frac{(25x - 21x) - (10 - 9)}{15} \Rightarrow \frac{x}{2} \geq \frac{4x - 1}{15}$$

⇒

$$15x \geq 2(4x - 1) \Rightarrow 15x \geq 8x - 2$$

यदि $8x$ को बाईं ओर स्थानान्तरित करने पर,

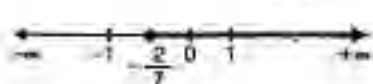
$$15x - 8x \geq -2 \Rightarrow 7x \geq -2$$

⇒

$$\frac{7x}{7} \geq \frac{-2}{7}$$

⇒

$$x \geq \frac{-2}{7}$$



(नियम 2 से)

∴ समुच्चय हल = $\left[\frac{-2}{7}, \infty\right)$

नोट जब भी हम प्रश्न संख्या 1 से 20 तक की तरह रेखीय असमिका को हल करते हैं, तो हमें हमेशा याद रखना चाहिए कि कोष्ठक का प्रयोग कैसे करना चाहिए अर्थात् अंतराल (बंद या खुले)। निम्नलिखित सारणी आपकी सहायता करेगी।

यदि	$a \leq x \leq b$	$[a, b]$
	$a \leq x < b$	$[a, b)$ या $[a, b[$
	$a < x \leq b$	$(a, b]$ या $]a, b]$
	$a < x < b$	$]a, b[$ या $]a, b[$
	$-\infty < x < a$	$(-\infty, a)$ या $]-\infty, a[$
	$-\infty < x \leq a$	$(-\infty, a]$ या $]-\infty, a]$
	$a < x < \infty$	$]a, \infty)$ या $]a, \infty[$
	$a \leq x < \infty$	$[a, \infty)$ या $[a, \infty[$

($-\infty$ तथा $+\infty$ की स्थिति में बंद कोष्ठकों का प्रयोग कभी नहीं करते हैं।)

प्रश्न 21. रवि ने पहली दो एकक परीक्षा में 70 और 75 अंक प्राप्त किए हैं। वह न्यूनतम अंक ज्ञात कीजिए, जिसे वह तीसरी एकक परीक्षा में पकड़ 60 अंक का न्यूनतम औसत प्राप्त कर सके।

सर्वप्रथम हम सभी तीनों एकक परीक्षा का औसत प्राप्त करेंगे तथा बाद में दिए हुए प्रतिबंध का प्रयोग करेंगे।

हल. मान लीजिए रवि तीसरी एकक परीक्षा में x अंक प्राप्त करता है।

∴ रवि द्वारा प्राप्त औसत अंक = $\frac{\text{सभी परीक्षाओं में अंकों का योग}}{\text{परीक्षाओं की संख्या}}$

$$= \frac{70 + 75 + x}{3} = \frac{145 + x}{3}$$

अब, यह दिया है कि वह कम-से-कम 60 अंकों का औसत प्राप्त करना चाहता है। कम-से-कम 60 अंकों का अर्थ है कि अंक 60 के बराबर या बड़े होने चाहिए।

अर्थात्
$$\frac{145 + x}{3} \geq 60$$

⇒
$$145 + x \geq 60 \times 3$$

⇒
$$145 + x \geq 180$$

अब, पद 145 को दाईं ओर स्थानांतरित करने पर,

⇒
$$x \geq 180 - 145 \Rightarrow x \geq 35$$

अर्थात् रवि को तीसरी एकक परीक्षा में कम-से-कम 60 अंकों का औसत प्राप्त करने के लिए 35 के बराबर या उससे बड़े अंक प्राप्त करने चाहिए।

प्रश्न 22. किसी पाठ्यक्रम में ग्रेड 'A' पाने के लिए एक व्यक्ति को सभी पाँच परीक्षाओं (प्रत्येक 100 में से) में 90 अंक या अधिक अंक का औसत प्राप्त करना चाहिए। यदि सुनीता के प्रथम चार परीक्षाओं के प्राप्तांक 87, 92, 94 और 98 हों, तो वह न्यूनतम अंक ज्ञात कीजिए जिसे पाँचवीं परीक्षा में प्राप्त करके सुनीता उस पाठ्यक्रम में ग्रेड 'A' पाएगी।

सर्वप्रथम हम पाँच विषयों के अंकों का औसत ज्ञात करेंगे, तत्पश्चात् दिए हुए प्रतिबंध को लागू करेंगे।

हल मान लीजिए सुनीता पाँचवीं परीक्षा में x अंक प्राप्त करती है।

$$\begin{aligned} \therefore \text{सुनीता द्वारा प्राप्त औसत अंक} &= \frac{\text{सभी परीक्षाओं में अंकों का योग}}{\text{परीक्षाओं की संख्या}} \\ &= \frac{87 + 92 + 94 + 95 + x}{5} = \frac{368 + x}{5} \end{aligned}$$

अब, यह दिया है कि सुनीता ग्रेड 'A' प्राप्त करना चाहती है जिसके लिए उसके औसत अंक 90 से अधिक या बराबर होने चाहिए।

$$\text{अर्थात्} \quad \frac{368 + x}{5} \geq 90 \Rightarrow 368 + x \geq 450$$

पद 368 को दाईं पक्ष में स्थानांतरित करने पर,

$$\Rightarrow x \geq 450 - 368$$

$$\Rightarrow x \geq 82$$

अर्थात् सुनीता को ग्रेड 'A' प्राप्त करने के लिए पाँचवीं परीक्षा में 82 अंक से अधिक या बराबर अंक प्राप्त करने चाहिए।

प्रश्न 23. 10 से कम क्रमागत विषम संख्याओं के ऐसे योग ज्ञात कीजिए जिनके योगफल 11 से अधिक हो।

सर्वप्रथम हम दो क्रमागत विषम घन पूर्णाकों को मानेंगे तत्पश्चात् उपर्युक्त अंतराल प्राप्त करने के लिए दिए हुए प्रतिबंध को लागू करेंगे तथा इस अंतराल में x का पूर्णांक मान शक्त करेंगे और इन मानों को माने गए विषम क्रमागत पदों में रखकर आवश्यक योग प्राप्त करेंगे।

हल मान लीजिए संख्याएँ $2x + 1$ तथा $2x + 3$ हैं। तब प्रश्नानुसार,

$$2x + 1 < 10 \quad \text{तथा} \quad 2x + 3 < 10$$

$$\Rightarrow 2x < 9 \quad \text{तथा} \quad 2x < 7$$

$$\Rightarrow x < \frac{9}{2} \quad \text{तथा} \quad x < \frac{7}{2}$$

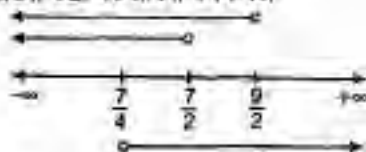
$$\text{और} \quad 2x + 3 + 2x + 1 > 11$$

$$\Rightarrow 4x + 4 > 11$$

$$\Rightarrow 4x > 11 - 4$$

$$\Rightarrow x > \frac{7}{4}$$

अब, x के सभी मानों को संख्या रेखा पर अंकित करने पर,



अब से, यह स्पष्ट है कि $x \in \left(\frac{7}{4}, \frac{7}{2}\right)$ जिसमें पूर्णांक मान $x = 2$ तथा 3 हैं।

जब $x = 3$ तब संख्याएँ $(2 \times 3 + 1, 2 \times 3 + 3) = (7, 9)$

तथा जब $x = 2$, तब संख्याएँ $(2 \times 2 + 1, 2 \times 2 + 3) = (5, 7)$

\Rightarrow आवश्यक युग्म $(5, 7)$ तथा $(7, 9)$ हैं।

प्रश्न 24. क्रमागत सम संख्याओं के ऐसे युग्म ज्ञात कीजिए, जिनमें से प्रत्येक 5 से बड़े हों तथा उनका योगफल 23 से कम हो।

सर्वप्रथम हम दो क्रमागत सम धन पूर्णांकों को x और $x+2$ के रूप में व्यक्त करेंगे। अंतराल में x का पूर्णांक मान प्राप्त करने के लिए दिए हुए प्रतिबंध को लागू करेंगे तथा इस अंतराल में x का पूर्णांक मान प्राप्त करेंगे और इन मानों को माने गए सम क्रमागत वर्दों में रखकर आवश्यक युग्म प्राप्त करेंगे।

हल मान लीजिए संख्याएँ $2x$ तथा $2x+2$ हैं।

तब अनुरोध,

$$2x > 5 \Rightarrow x > \frac{5}{2} \quad \text{तथा} \quad 2x+2 > 5 \Rightarrow 2x > 5-2$$

$$\Rightarrow 2x > 3 \Rightarrow x > \frac{3}{2}$$

$$\text{तथा} \quad 2x+2x+2 < 23 \Rightarrow 4x < 23-2$$

$$\Rightarrow 4x < 21 \Rightarrow x < \frac{21}{4}$$

अब, सभी मानों को संख्या रेखा पर अंकित करेंगे।



उपरोक्त अंक से, यह स्पष्ट है कि $x \in \left(\frac{5}{2}, \frac{21}{4}\right)$ जिसमें पूर्णांक मान $x = 3, 4, 5$ हैं।

जब $x = 3$ तब युग्म $(2 \times 3, 2 \times 3 + 2) = (6, 8)$ है।

जब $x = 4$ तब युग्म $(2 \times 4, 2 \times 4 + 2) = (8, 10)$ है।

जब $x = 5$ तब युग्म $(2 \times 5, 2 \times 5 + 2) = (10, 12)$ है।

Δ आवश्यक युग्म $(6, 8), (8, 10), (10, 12)$ हैं।

प्रश्न 25. एक त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा सबसे छोटी भुजा की तीन गुनी है तथा त्रिभुज की तीसरी भुजा सबसे बड़ी भुजा से 2 सेमी कम है। तीसरी भुजा की न्यूनतम लंबाई ज्ञात कीजिए जबकि त्रिभुज का परिमाण न्यूनतम 61 सेमी है।

सर्वप्रथम हम सबसे छोटी भुजा मानेंगे, तत्पश्चात् शेष भुजाओं की आसानी से निकाला जा सकेगा। इसके बाद आवश्यक परिणाम प्राप्त करने के लिए आगे त्रिभुज की परिमितियों का प्रयोग करेंगे।

हल मान लीजिए सबसे छोटी भुजा x सेमी है। तब, दिए हुए प्रतिबंध के अनुसार,

सबसे बड़ी भुजा = $3x$ सेमी तथा तीसरी भुजा = $(3x - 2)$ सेमी

अब, त्रिभुज की परिमिती ≥ 61

अर्थात् सभी भुजाओं का योग ≥ 61

$$\Rightarrow x + 3x + 3x - 2 \geq 61$$

$$\Rightarrow 2 + 7x - 2 \geq 61 + 2 \quad \text{(नियम 1 से)}$$

$$\Rightarrow 7x \geq 63$$

$$\Rightarrow \frac{7x}{7} \geq \frac{63}{7} \quad \text{(नियम 2 से)}$$

$$\Rightarrow x \geq 9$$

\therefore सबसे छोटी भुजा की न्यूनतम लंबाई = 9 सेमी

प्रश्न 26. एक वर्गाकार 91 सेमी लंबे बोर्ड में से तीन लंबाइयों काटना चाहता है। दूसरी लंबाई सबसे छोटी लंबाई से 3 सेमी अधिक और तीसरी लंबाई सबसे छोटी लंबाई की दोगुनी है। सबसे छोटे बोर्ड की संभावित लंबाइयों क्या हैं, यदि तीसरा टुकड़ा दूसरे टुकड़े से कम-से-कम 5 सेमी अधिक लंबा हो?

यदि सबसे छोटे बोर्ड की लंबाई x सेमी हो, तब $(x + 3)$ सेमी और $2x$ सेमी क्रमशः दूसरे और तीसरे टुकड़ों की लंबाइयों हैं। इस प्रकार $x + (x + 3) + 2x \leq 91$ और $2x \geq (x + 3) + 5$

हल मान लीजिए सबसे छोटे बोर्ड की लंबाई x सेमी है।

तब, दिए प्रतिबंध के अनुसार,

दूसरी लंबाई = $(x + 3)$ सेमी तथा तीसरी लंबाई = $2x$ सेमी

तथा कुल लंबाई 91 सेमी भी दी गई है।

$$x + x + 3 + 2x \leq 91 \Rightarrow 4x + 3 \leq 91$$

$$\Rightarrow -3 + 4x + 3 \leq 91 - 3 \quad \text{(नियम 1 से)}$$

$$\Rightarrow 4x \leq 88$$

$$\Rightarrow \frac{4x}{4} \leq \frac{88}{4} \quad \text{(नियम 2 से)}$$

$$\Rightarrow x \leq \frac{88}{4}$$

$$\Rightarrow x \leq 22 \quad \text{(i)}$$

युग-विना है कि $2x \geq (x + 3) + 5$

$$2x \geq x + (3 + 5)$$

यदि x को बाएँ पक्ष में स्वतंत्रांतरित करने पर,

$$2x - x \geq 8 \Rightarrow x \geq 8 \quad \dots \text{(ii)}$$

सभी (i) तथा (ii) से, छोटे बोर्ड की लंबाई 8 से अधिक या बराबर होनी चाहिए परंतु 22 से कम या बराबर होनी चाहिए।

अर्थात् $8 \leq x \leq 22$

विविध प्रश्नावली

निर्देश (प्र. सं. 1-6) निम्नलिखित असमिकाओं को हल कीजिए।

प्रश्न 1. $2 \leq 3x - 4 \leq 5$

हल दी गई असमिका $2 \leq 3x - 4 \leq 5$

$$\Rightarrow 2 + 4 \leq 3x \leq 5 + 4 \quad (\text{नियम 1 से})$$

$$\Rightarrow 6 \leq 3x \leq 9$$

प्रत्येक पद में 3 से भाग करने पर,

$$\frac{6}{3} \leq \frac{3x}{3} \leq \frac{9}{3} \quad (\text{नियम 2 से})$$

$$2 \leq x \leq 3$$

\therefore हल समुच्चय = $[2, 3]$

प्रश्न 2. $6 \leq -3(2x - 4) < 12$

हल दी गई असमिका $6 \leq -3(2x - 4) < 12$

$$6 \leq -6x + 12 < 12$$

प्रत्येक पद में (-12) जोड़ने पर,

$$6 - 12 \leq -6x + 12 - 12 < 12 - 12 \quad (\text{नियम 1 से})$$

$$\Rightarrow -6 \leq -6x < 0$$

प्रत्येक पद को (-6) से भाग करने पर, (नियम 2 से)

$$\frac{-6}{-6} \geq \frac{-6x}{-6} > \frac{0}{-6}$$

$$1 \geq x > 0 \Rightarrow 0 < x \leq 1$$

\therefore हल समुच्चय = $(0, 1]$ या $[0, 1)$

नोट जब हम किसी असमिका में अज्ञात पद द्वारा गुणा करते हैं, तब असमिका का चिह्न परिवर्तित हो जाता है।

प्रश्न 3. $-3 \leq 4 - \frac{7x}{2} \leq 18$

हल दी गई असमिका $-3 \leq 4 - \frac{7x}{2} \leq 18$

प्रत्येक पद में (-4) जोड़ने पर,

$$-3 - 4 \leq 4 - \frac{7x}{2} - 4 \leq 18 - 4 \quad (\text{नियम 1 से})$$

$$-7 \leq -\frac{7x}{2} \leq 14$$

प्रत्येक पद में $\left(\frac{-2}{7}\right)$ द्वारा गुणा करने पर,

$$-7 \times \left(-\frac{2}{7}\right) \geq -\frac{7}{2} \times x \times \left(-\frac{2}{7}\right) \geq 14 \times \left(-\frac{2}{7}\right)$$

(नियम 2 से)

$$\Rightarrow 2 \geq x \geq -4 \Rightarrow -4 \leq x \leq 2$$

\(\therefore\) हल समुच्चय = $[-4, 2]$

प्रश्न 4. $-15 < \frac{3(x-2)}{6} \leq 0$

हल की गई असमिका $-15 < \frac{3(x-2)}{5} \leq 0$

प्रत्येक पद में 5) द्वारा गुणा करने पर,

$$-15 \times 5 < \frac{3(x-2)}{5} \times 5 \leq 0 \times 5 \quad (\text{नियम 2 से})$$

$$\Rightarrow -75 < 3x - 6 \leq 0$$

प्रत्येक पद में (6) जोड़ने पर,

$$-75 + 6 < 3x - 6 + 6 \leq 0 + 6 \quad (\text{नियम 1 से})$$

$$\Rightarrow -69 < 3x \leq 6$$

प्रत्येक पद में (3) से भाग करने पर,

$$\frac{-69}{3} < 3 \left(\frac{x}{3}\right) \leq \frac{6}{3} \quad (\text{नियम 2 से})$$

$$\Rightarrow -23 < x \leq 2$$

\(\therefore\) हल समुच्चय = $(-23, 2]$ या $[-23, 2]$

प्रश्न 5. $-12 < 4 - \frac{3x}{5} \leq 2$

हल की गई असमिका

$$-12 < 4 - \frac{3x}{5} \leq 2$$

$$\Rightarrow -12 < 4 + \frac{3x}{5} \leq 2$$

प्रत्येक पद में (-4) जोड़ने पर,

$$-12 - 4 < 4 + \frac{3x}{5} - 4 \leq 2 - 4 \quad (\text{नियम 1 से})$$

$$\Rightarrow -16 < \frac{3x}{5} \leq -2$$

प्रत्येक पद में $\frac{5}{3}$ द्वारा गुणा करने पर,

$$-16 \times \frac{5}{3} < \frac{3x}{5} \times \frac{5}{3} \leq -2 \times \frac{5}{3} \quad (\text{नियम 2 से})$$

$$\Rightarrow -\frac{80}{3} < x \leq -\frac{10}{3}$$

\(\therefore\) हल समुच्चय = $\left(-\frac{80}{3}, -\frac{10}{3}\right]$ या $\left[-\frac{80}{3}, -\frac{10}{3}\right]$

प्रश्न 6. $7 \leq \frac{3x+11}{2} \leq 11$

हल दी गई असमिका $7 \leq \frac{3x+11}{2} \leq 11$

प्रत्येक पद में (2) द्वारा गुणा करने पर,

$$7 \times 2 \leq \frac{(3x+11)}{2} \times 2 \leq 11 \times 2 \quad \text{(नियम 2 से)}$$

$$\Rightarrow 14 \leq 3x + 11 \leq 22$$

प्रत्येक पद में (-11) को जोड़ने पर,

$$14 - 11 \leq 3x + 11 - 11 \leq 22 - 11 \quad \text{(नियम 1 से)}$$

$$\Rightarrow 3 \leq 3x \leq 11$$

प्रत्येक पद में (3) से भाग करने पर,

$$\frac{3}{3} \leq \frac{3x}{3} \leq \frac{11}{3} \quad \text{(नियम 2 से)}$$

$$\Rightarrow 1 \leq x \leq \frac{11}{3}$$

$$\therefore \text{हल समुच्चय} = \left[1, \frac{11}{3} \right]$$

निर्देश (प्र. सं. 7-10) निम्नलिखित असमिकाओं को हल कीजिए और उनके हल को संख्या रेखा पर निरूपित कीजिए।

हम दोनों असमिकाओं को हल करेंगे तथा संख्या रेखा पर इसका ग्राफ खींचेंगे। दोनों असमिकाओं में x के उभयनिष्ठ मान आसानी से हल समुच्चय होंगे।

प्रश्न 7. $5x + 1 > -24$, $5x - 1 < 24$

हल हमें दी गई असमिकाएँ हैं $5x + 1 > -24$ तथा $5x - 1 < 24$

अब, $5x + 1 > -24$

दोनों पक्षों में (-1) जोड़ने पर,

$$\Rightarrow -1 + 5x + 1 > -24 - 1 \quad \text{(नियम 1 से)}$$

$$\Rightarrow 5x > -25$$

दोनों पक्षों में 5 से भाग करने पर,

$$\Rightarrow x > \frac{-25}{5} \quad \text{(नियम 2 से)}$$

$$\Rightarrow x > -5 \quad \dots(i)$$

तथा $5x - 1 < 24$

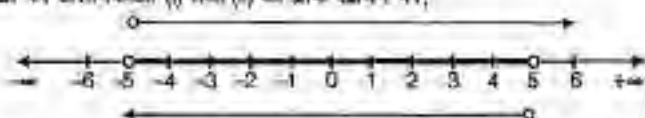
दोनों पक्षों में 1 जोड़ने पर,

$$\Rightarrow 1 + 5x - 1 < 24 + 1 \quad \text{(नियम 1 से)}$$

$$\Rightarrow 5x < 25 \Rightarrow x < \frac{25}{5} \quad \text{(नियम 2 से)}$$

$$\Rightarrow x < 5 \quad \dots(ii)$$

संख्या रेखा पर असमिकाओं (i) तथा (ii) का ड्राफ्ट खींचने पर,



अतः निकाय का हल वास्तविक संख्या x है जो -5 तथा 5 को छोड़कर, इनके मध्य स्थित है।
अर्थात् $-5 < x < 5$

∴ हल समुच्चय = $(-5, 5)$ या $]-5, 5[$

प्रश्न 8. $2(x-1) < x+5, 3(x+2) > 2-x$

हल हमें दी गई असमिकाएँ हैं

$$2(x-1) < x+5 \quad \text{तथा} \quad 3(x+2) > 2-x$$

अब, $2x - 2 < x + 5$

पर x को बाएँ पक्ष में तथा (-2) को दाएँ पक्ष में स्थानांतरित करने पर,

$$2x - x < 5 + 2$$

$$x < 7$$

तथा $3(x+2) > 2-x$

$$3x + 6 > 2 - x$$

पर $(-x)$ को बाईं ओर तथा (6) को दाईं ओर स्थानांतरित करने पर,

$$3x + x > 2 - 6$$

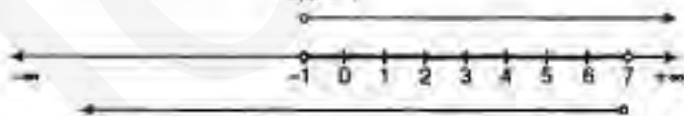
$$= 4x > -4$$

(नियम 2 से)

दोनों पक्षों में 4 द्वारा भाग करने पर,

$$\Rightarrow x > \frac{-4}{4} \quad \dots(i)$$

$$= x > -1 \quad \dots(ii)$$



अतः निकाय का हल वास्तविक संख्या x है। जो -1 तथा 7 को छोड़कर इनके मध्य की संख्याओं पर वितरण करता है।

अर्थात् $-1 < x < 7$

∴ हल समुच्चय = $(-1, 7)$ या $]-1, 7[$

प्रश्न 9. $3x-7 > 2(x-6), 6-x > 11-2x$

हल दिया है, $3x-7 > 2(x-6)$

$$= 3x - 7 > 2x - 12$$

पद $2x$ को बाईं ओर तथा (-7) को दाईं ओर स्थानान्तरित करने पर,

$$3x - 2x > -12 + 7 \Rightarrow x > -5 \quad \dots(i)$$

तथा

$$6 - x > 11 - 2x$$

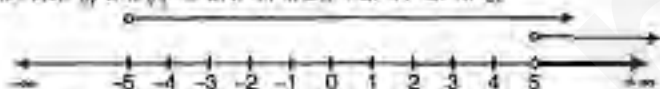
पद $-2x$ को बाईं ओर तथा (6) को दाईं ओर स्थानान्तरित करने पर,

$$-x + 2x > 11 - 6$$

\Rightarrow

$$x > 5 \quad \dots(ii)$$

अब, असमिकाओं (i) तथा (ii) के ग्राफ को संख्या रेखा पर खींचते हैं,



अतः विकाश का हल वास्तविक संख्या x है जो संख्या 5 को छोड़कर इससे अधिक सभी संख्याओं पर विधरण करता है।

अर्थात्

$$x > 5$$

\therefore हल समुच्चय = $(5, \infty)$ या $]5, \infty[$

प्रश्न 10. $5(2x - 7) - 3(2x + 3) \leq 0, 2x + 19 \leq 6x + 47$

हल दिया है,

$$5(2x - 7) - 3(2x + 3) \leq 0,$$

\Rightarrow

$$10x - 35 - 6x - 9 \leq 0$$

\Rightarrow

$$10x - 6x - (35 + 9) \leq 0$$

\Rightarrow

$$4x - 44 \leq 0$$

दोनों पक्षों में 44 जोड़ने पर,

$$4x - 44 + 44 \leq 0 + 44$$

\Rightarrow

$$4x \leq 44$$

\Rightarrow

$$x \leq \frac{44}{4}$$

$$x \leq 11$$

$\dots(i)$

अब,

$$2x + 19 \leq 6x + 47$$

पद $6x$ को बाईं ओर तथा 19 को दाईं ओर स्थानान्तरित करने पर,

$$2x - 6x \leq 47 - 19$$

\Rightarrow

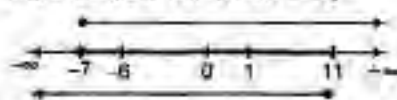
$$-4x \leq 28$$

दोनों पक्षों में 4 से भाग करने पर,

$$\frac{-4x}{4} \leq \frac{28}{4}$$

$$-x \leq 7 \Rightarrow x \geq -7$$

असमिकाओं (i) तथा (ii) के ग्राफ को संख्या रेखा पर खींचते पर,



अंततः दिए हुए निकाश का हल वास्तविक संख्या x है जो -7 तथा 11 को सम्मिलित करते हुए इनके मध्य की संख्याओं पर विचारण करता है।

अर्थात् $-7 \leq x \leq 11$

\therefore हल समुच्चय = $[-7, 11]$

प्रश्न 11. एक विलयन को $68^\circ F$ तथा $77^\circ F$ के मध्य रखना है। सेल्सियस पैमाने पर विलयन के तापमान का परिसर ज्ञात कीजिए, जहाँ सेल्सियस फारेनहाइट परिवर्तन सूत्र $F = \frac{9}{5}C + 32$ है।

यहाँ पर हम दिए गए सूत्र को फारेनहाइट के परिसर में रखेंगे तबपश्चात् सेल्सियस का परिसर ज्ञात करेंगे।

हल दिया है, $68^\circ < F < 77^\circ$... (i)

समी (i) में $F = \frac{9}{5}C + 32$ रखने पर,

$$\Rightarrow 68^\circ < \frac{9}{5}C + 32 < 77^\circ$$

प्रत्येक पद में -32 जोड़ने पर,

$$68^\circ - 32 < \frac{9}{5}C + 32 - 32 < 77^\circ - 32 \quad (\text{नियम 1 से})$$

$$36^\circ < \frac{9}{5}C < 45^\circ$$

प्रत्येक पद में $\left(\frac{5}{9}\right)$ से गुणा करने पर,

$$36^\circ \times \frac{5}{9} < \frac{9}{5}C \times \frac{5}{9} < 45^\circ \times \frac{5}{9} \quad (\text{नियम 2 से})$$

$$\Rightarrow 4^\circ \times 5 < C < 5^\circ \times 5$$

$$\Rightarrow 20^\circ < C < 25^\circ$$

अर्थात् $C \in (20, 25)$

अंततः डिग्री सेल्सियस में तापमान $20^\circ C$ तथा $25^\circ C$ को छोड़कर, $20^\circ C$ तथा $25^\circ C$ के मध्य विचारण करता है।

प्रश्न 12. 8% बोरिक एसिड के विलयन में 2% बोरिक एसिड का विलयन मिलाकर तनु (dilute) किया जाता है। परिणामी मिश्रण में बोरिक एसिड 4% से अधिक तथा 6% से कम होना चाहिए। यदि हमारे पास 8% विलयन की मात्रा 640 लीटर हो, तो ज्ञात कीजिए कि 2% विलयन के कितने लीटर इसमें मिलाने होंगे?

हल मान लीजिए 2% बोरिक एसिड का विलयन x लीटर है।

\therefore मिश्रण = $(640 + x)$ लीटर

अब प्रश्नानुसार, दो स्थितियों उत्पन्न होती हैं.

$$I. \quad x \text{ का } 2\% + 640 \text{ का } 8\% > (640 + x) \text{ का } 4\%$$

$$II \quad x \text{ का } 2\% + 640 \text{ का } 8\% < (640 + x) \text{ का } 5\%$$

स्थिति I से,

$$\frac{2}{100} \times x + \frac{8}{100} \times 640 > \frac{4}{100} \times (640 + x)$$

$$\Rightarrow 100 \times \left(\frac{2x}{100} + \frac{8}{100} \times 640 \right) > \frac{4}{100} \times (640 + x) \times 100 \quad (\text{नियम 2 से})$$

$$\Rightarrow 2x + 8 \times 640 > 4 \times 640 + 4x$$

पद $4x$ को बाईं ओर तथा (8×640) को दाईं ओर स्थानांतरित करने पर,

$$\Rightarrow 2x - 4x > 4 \times 640 - 8 \times 640$$

$$\Rightarrow -2x > 640(4 - 8)$$

$$\Rightarrow -2x > -4 \times 640$$

दोनों पक्षों में (-2) से भाग करने पर,

$$\Rightarrow \frac{-2x}{-2} < \frac{-4 \times 640}{-2} \quad (\text{नियम 2 से})$$

$$\Rightarrow x < 2 \times 640$$

$$\Rightarrow x < 1280 \quad (i)$$

स्थिति II से, $\frac{2}{100} \times x + \frac{8}{100} \times 640 < \frac{5}{100} \times (640 + x)$

$$\Rightarrow 100 \times \left(\frac{2x}{100} + \frac{8}{100} \times 640 \right) < (5 \times 640 + 5x) \times \frac{100}{100} \quad (\text{नियम 2 से})$$

$$\Rightarrow 2x + 8 \times 640 < 5 \times 640 + 5x$$

पद $5x$ को बाईं ओर तथा (8×640) को दाईं ओर स्थानांतरित करने पर,

$$\Rightarrow 2x - 5x < 5 \times 640 - 8 \times 640$$

$$\Rightarrow -3x < 640(5 - 8)$$

$$\Rightarrow -3x < -2 \times 640$$

दोनों पक्षों में (-3) से भाग करने पर,

$$\Rightarrow \frac{-3x}{-3} > \frac{-2 \times 640}{-3} \quad (\text{नियम 2 से})$$

$$\Rightarrow x > 320 \quad (ii)$$

अतः सभी (i) तथा (ii) से,

$$320 < x < 1280$$

अर्थात् $x \in (320, 1280)$

अतः मिलान हेतु किलयन की लीटर में संख्या 320 लीटर से अधिक तथा 1280 लीटर से कम होनी चाहिए।

प्रश्न 13. 45% अम्ल के 1125 लीटर विलयन में कितना पानी मिलाया जाए कि परिणामी मिश्रण में अम्ल 25% से अधिक परंतु 30% से कम हो जाए?

हल मान लीजिए x लीटर पानी 45% अम्ल के 1125 लीटर विलयन में मिलाया जाता है।

अब, प्रश्नानुसार,

$$\begin{aligned} & (1125 + x) \text{ का } 25\% < 1125 \text{ का } 45\% < (1125 + x) \text{ का } 30\% \\ \Rightarrow & \frac{25}{100} \times (1125 + x) < \frac{45}{100} \times 1125 < \frac{30}{100} \times (1125 + x) \\ \Rightarrow & 25 \times 1125 + 25x < 45 \times 1125 < 30 \times 1125 + 30x \end{aligned} \quad \text{(नियम 2 से)}$$

उपरोक्त असमिका के प्रथम दो भागों को लेने पर,

$$25 \times 1125 + 25x < 45 \times 1125$$

यदि 25×1125 को बाईं ओर स्थानांतरित करने पर,

$$\Rightarrow 25x < 45 \times 1125 - 25 \times 1125$$

$$\Rightarrow 25x < 1125(45 - 25)$$

$$\Rightarrow 25x < 1125 \times 20$$

दोनों पक्षों में 25 से भाग करने पर,

$$\Rightarrow \frac{25}{25} x < \frac{1125 \times 20}{25} \quad \text{(नियम 2 से)}$$

$$\Rightarrow x < 45 \times 20$$

$$\Rightarrow x < 900 \quad \dots (i)$$

अब, उपरोक्त असमिका के अंतिम दो भागों को लेने पर,

$$\Rightarrow 45 \times 1125 < 30 \times 1125 + 30x$$

यदि (30×1125) को बाईं ओर स्थानांतरित करने पर,

$$\Rightarrow 45 \times 1125 - 30 \times 1125 < 30x$$

$$\Rightarrow 1125(45 - 30) < 30x$$

$$\Rightarrow 1125 \times 15 < 30x$$

$$\Rightarrow 30x > 1125 \times 15$$

दोनों पक्षों में 30 से भाग करने पर,

$$\Rightarrow \frac{30x}{30} > \frac{1125 \times 15}{30} \quad \text{(नियम 2 से)}$$

$$\Rightarrow x > \frac{1125}{2}$$

$$\Rightarrow x > 562.5 \quad \dots (ii)$$

अतः सभी (i) तथा (ii) से, $562.5 < x < 900$ अर्थात् $x \in (562.5, 900)$

अतः मिलाने हेतु पानी की लीटर में संख्या 562.5 लीटर से अधिक तथा 900 लीटर से कम लेनी चाहिए।

प्रश्न 14. एक व्यक्ति के बौद्धिक-लब्धि (IQ) मापन का सूत्र निम्नलिखित है

$$IQ = \frac{MA}{CA} \times 100$$

जहाँ, MA मानसिक आयु और CA कालानुक्रमी आयु है। यदि 12 वर्ष की आयु के बच्चों के एक समूह की IQ, असमिका $80 \leq IQ \leq 140$ द्वारा व्यक्त हो, तो उस समूह के बच्चों की मानसिक आयु का परिसर ज्ञात कीजिए।

हल दिया है कि, $80 \leq IQ \leq 140$... (i)

समी (i) में $IQ = \frac{MA}{CA} \times 100$ रखने पर,

$$\Rightarrow 80 \leq \frac{MA}{CA} \times 100 \leq 140$$

$$\Rightarrow 80 \leq \frac{MA}{12} \times 100 \leq 140 \quad (\because \text{दिया है कि } CA = 12 \text{ वर्ष})$$

प्रत्येक पद में 12 से गुणा करने पर,

$$\Rightarrow 80 \times 12 \leq \frac{MA}{12} \times 100 \times 12 \leq 140 \times 12 \quad (\text{नियम 2 से})$$

$$\Rightarrow 960 \leq MA \times 100 \leq 1680$$

प्रत्येक पद में 100 द्वारा भाग करने पर,

$$\Rightarrow \frac{960}{100} \leq \frac{MA \times 100}{100} \leq \frac{1680}{100} \quad (\text{नियम 2 से})$$

$$\Rightarrow 9.6 \leq MA \leq 16.8 \Rightarrow MA \in [9.6, 16.8]$$

अतः मानसिक आयु 9.6 से अधिक तथा बराबर परंतु 16.8 से कम होनी चाहिए।