

अध्याय

11

विकिरण तथा द्रव्य की द्वैत प्रकृति

Dual Nature of Radiation and Matter

प्रश्नावली

प्रश्न 1. 30 kV इलेक्ट्रॉनों के द्वारा उत्पन्न X-किरणों की

(a) उच्चतम आवृत्ति तथा

(b) निम्नतम तरंगदैर्घ्य प्राप्त कीजिए

हल दिया है, विभवान्तर $V = 30 \text{ kV} = 30 \times 10^3 \text{ V}$ एवं $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

(a) ऊर्जा हेतु सूत्र

$$E = eV = h\nu$$

अथवा

$$n = \frac{eV}{h} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 30 \times 10^3}{6.63 \times 10^{-34}} = 7.24 \times 10^{18} \text{ Hz}$$

अधिकतम आवृत्ति $\nu = 7.24 \times 10^{18} \text{ Hz}$

(b) X-किरणों की न्यूनतम तरंगदैर्घ्य

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^8}{7.24 \times 10^{18}}$$

$\therefore$ जहाँ, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ (प्रकाश की चाल)

$$\lambda = 0.414 \times 10^{-10}$$

$$= 0.0414 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$= 0.0414 \text{ nm}$$

प्रश्न 2. सीजियम धातु का कार्य-फलन 2.14 eV है। जब $6 \times 10^{14} \text{ Hz}$ आवृत्ति का प्रकाश धातुपृष्ठ पर आपतित होता है, तब इलेक्ट्रॉनों का प्रकाशिक उत्सर्जन होता है।

(a) उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की उच्चतम गतिज ऊर्जा,

(b) निरोधी विभव और

(c) उत्सर्जित प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की उच्चतम चाल कितनी है?

हल दिया है, Cs धातु का कार्य-फलन $\phi_0 = 2.14 \text{ eV}$

प्रकाश की चाल $\nu = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$

(a) उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन की अधिकतम ऊर्जा (आइन्स्टीन फोटो इलेक्ट्रिक समीकरण)

$$\begin{aligned} K E_{\max} &= h\nu - \phi_0 \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 6 \times 10^{14}}{1.6 \times 10^{-19}} - 2.14 \\ &= 0.35 \text{ eV} \end{aligned}$$

(b) माना न्यूनतम निरोधी विभव V_0 है।

हम जानते हैं कि

$$\begin{aligned} K E_{\max} &= eV_0 \\ 0.35 \text{ eV} &= eV_0 \\ V_0 &= 0.35 \text{ V} \end{aligned}$$

(c) अधिकतम गतिज ऊर्जा $K E_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$

$$0.35 \text{ eV} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$$

(जहाँ, $v_{\max}$ अधिकतम चाल तथा m इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान है)

$$\text{अथवा} \quad \frac{0.35 \times 2 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.1 \times 10^{-31}} = v_{\max}^2 \quad (\because e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

$$\text{अथवा} \quad v_{\max}^2 = 0.123 \times 10^{12}$$

$$\text{अथवा} \quad v_{\max} = 350713.55 \text{ m/s}$$

$$v_{\max} = 350.7 \text{ km/s}$$

प्रश्न 3. एक विशिष्ट प्रयोग में प्रकाश-विद्युत प्रभाव की अंतक वोल्टता 1.5 V है। उत्सर्जित प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की उच्चतम गतिज ऊर्जा कितनी है?

हल दिया है, निरोधी विभव $V_0 = 1.5 \text{ V}$

अधिकतम गतिज ऊर्जा का सूत्र

$$\begin{aligned} K E_{\max} &= eV_0 = 1.5 \text{ eV} \\ &= 1.5 \times 1.6 \times 10^{-19} = 2.4 \times 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

प्रश्न 4. 632.8 nm तरंगदैर्घ्य का एकवर्णी प्रकाश एक हीलियम-नियॉन लेसर के द्वारा उत्पन्न किया जाता है। उत्सर्जित शक्ति 9.42 mW है।

- प्रकाश के किरण-पुंज में प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा तथा संवेग प्राप्त कीजिए।
- इस किरण-पुंज के द्वारा विकिरित किसी लक्ष्य पर औसतन कितने फोटॉन प्रति सेकण्ड पहुँचेंगे? (यह मान लीजिए कि किरण-पुंज की अनुप्रस्थ-काट एकसमान है जो लक्ष्य के क्षेत्रफल से कम है) तथा
- एक हाइड्रोजन परमाणु को फोटॉन के बराबर संवेग प्राप्त करने के लिए कितनी तेज चाल से चलना होगा?

हल दिया है, एकवर्णी प्रकाश का तरंगदैर्घ्य, $\lambda = 632.8 \text{ nm}$

$$= 632.8 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$\text{शक्ति} = 9.42 \text{ mW} = 9.42 \times 10^{-3} \text{ W}$$

$$(a) \text{ प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा, } E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{632.8 \times 10^{-9}} = 3.14 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{हम जानते हैं कि प्रत्येक फोटॉन का संवेग, } p = \frac{h}{\lambda}$$

$$p = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{632.8 \times 10^{-9}} = 1.05 \times 10^{-27} \text{ kg-m/s}$$

(b) माना प्रति सेकण्ड फोटॉनों की संख्या n है, तब

$$n = \frac{\text{शक्ति}}{\text{प्रति सेकण्ड फोटॉनों की संख्या}} = \frac{9.42 \times 10^{-3}}{3.14 \times 10^{-19}} \\ = 3 \times 10^{16} \text{ photon/s}$$

(c) संवेग $p = mv$

$$\text{H}_2 \text{ परमाणु का वेग, } v = \frac{p}{m} = \frac{1.05 \times 10^{-27}}{1.66 \times 10^{-27}} = 0.63 \text{ m/s}$$

$$[\because m = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg (इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान)}]$$

Ques 5

प्रकाश-विद्युत प्रभाव के एक प्रयोग में, प्रकाश आवृत्ति के विरुद्ध अंतक वोल्टता का ढलान 4.12×10^{-15} V-s प्राप्त होती है। प्लांक स्थिरांक का मान परिकलित कीजिए।

इस दिया है, चित्र की आकृति $\tan \theta = 4.12 \times 10^{-15}$ V-s तथा इलेक्ट्रॉन का आवेश

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{ढलान हेतु ग्राफ } \tan \theta = \frac{V}{v}$$

हम जानते हैं कि

$$hv = eV$$

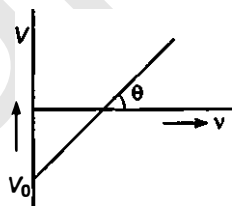
$$\frac{V}{v} = \frac{h}{e}$$

$\therefore$

$$\frac{h}{e} = 4.12 \times 10^{-15}$$

$$h = 1.6 \times 10^{-19} \times 4.12 \times 10^{-15}$$

$$= 6.592 \times 10^{-34} \text{ J-s}$$



Ques 6 किसी धातु की देहली आवृत्ति 3.3×10^{14} Hz है। यदि 8.2×10^{14} Hz आवृत्ति का प्रकाश धातु पर आपतित हो, तो प्रकाश-विद्युत उत्सर्जन के लिए अंतक वोल्टता ज्ञात कीजिए।

हल दिया है, धातु के लिए देहली आवृत्ति $\nu_0 = 3.3 \times 10^{14}$ Hz

प्रकाश की तीव्रता $\nu = 8.2 \times 10^{14}$ Hz

माना V_0 निरोधी विभवान्तर है।

गतिज ऊर्जा का सूत्र प्रयोग करने पर

$$\begin{aligned} KE &= eV_0 = h\nu - h\nu_0 \\ V_0 &= \frac{h(\nu - \nu_0)}{e} = \frac{6.63 \times 10^{-34} (8.2 \times 10^{14} - 3.3 \times 10^{14})}{1.6 \times 10^{-19}} \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 10^{14} \times 4.9}{1.6 \times 10^{-19}} \\ &= 2.03 \text{ V} \end{aligned}$$

Ques 7

किसी धातु के लिए कार्य-फलन 4.2 eV है। क्या यह धातु 330 nm तरंगदैर्घ्य के आपतित विकिरण के लिए प्रकाश-विद्युत उत्सर्जन देगा?

हल दिया है, कार्य-फलन $\phi_0 = 4.2$ eV

$$= 4.2 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} = 6.72 \times 10^{-19} \text{ J}$$

विकिरण का तरंगदैर्घ्य, $\lambda = 330 \text{ nm} = 330 \times 10^{-9} \text{ m}$

यदि प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा कार्य-फलन से अधिक है तभी केवल प्रकाश-विद्युत उत्सर्जन हो सकता है

$$\begin{aligned} E &= \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{330 \times 10^{-9}} \\ &= 6.027 \times 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

(चूँकि प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा $E = 6.027 \times 10^{-19} \text{ J}$ से कम है अतः प्रकाश-विद्युत उत्सर्जन नहीं होगा)

Ques 8

7.21×10^{14} आवृत्ति का प्रकाश एक धातु-पृष्ठ पर आपतित है। इस पृष्ठ से 6.0×10^5 m/s की उच्चतम गति से इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित हो रहे हैं। इलेक्ट्रॉनों के प्रकाश उत्सर्जन के लिए देहली आवृत्ति क्या है?

हल दिया है, प्रकाश की तीव्रता, $\nu = 7.21 \times 10^{14}$ Hz

इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान, $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg

इलेक्ट्रॉन का अधिकतम वेग, $v_{\max} = 6 \times 10^5$ m/s

माना ν_0 देहली आवृत्ति है।

गतिज ऊर्जा का सूत्र प्रयुक्त करने पर

$$KE = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = h\nu - h\nu_0$$

$$\text{अर्थात्} \quad \frac{1}{2} \times 9.1 \times 10^{-31} \times 6 \times 10^5 \times 6 \times 10^5 = 6.63 \times 10^{-34} (\nu - \nu_0)$$

$$\text{अथवा} \quad \nu - \nu_0 = \frac{36 \times 9.1 \times 10^{-21}}{2 \times 6.63 \times 10^{-34}} = 2.47 \times 10^{14}$$

$$\begin{aligned} \text{अथवा} \quad \nu_0 &= 7.21 \times 10^{14} - 2.47 \times 10^{14} \quad (\because \nu = 7.21 \times 10^{14} \text{ Hz}) \\ &= 4.74 \times 10^{14} \text{ Hz} \end{aligned}$$

Ques 9

448 nm तरंगदैर्घ्य का प्रकाश एक ऑर्गेन लेसर से उत्पन्न किया जाता है, जिसे प्रकाश-विद्युत प्रभाव के उपयोग में लाया जाता है। जब इस स्पेक्ट्री-रेखा के प्रकाश को उत्सर्जक पर आपतित किया जाता है, तब प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों का निरोधी (अंतक) विभव 0.38 V है। उत्सर्जक के पदार्थ का कार्य-फलन ज्ञात करें।

हल दिया है, प्रकाश का तरंगदैर्घ्य, $\lambda = 488 \text{ nm} = 488 \times 10^{-9} \text{ m}$

निरोधी विभव $V_0 = 0.38 \text{ V}$, $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

प्लांक नियतांक $h = 6.62 \times 10^{-34} \text{ J-s}$

प्रकाश की चाल $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

माना ϕ_0 कार्य-फलन है।

गतिज ऊर्जा

$$KE = eV_0 = \frac{hc}{\lambda} - \phi_0$$

$$1.6 \times 10^{-19} \times 0.38 = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{488 \times 10^{-9}} - \phi_0$$

$$\text{अथवा} \quad 6.08 \times 10^{-20} = 40.75 \times 10^{-20} - \phi_0$$

$$\text{अथवा} \quad \phi_0 = (40.75 - 6.08) \times 10^{-20} = 34.67 \times 10^{-20} \text{ J}$$

$$= \frac{34.67 \times 10^{-20}}{1.6 \times 10^{-19}} \text{ eV}$$

$$= 2.17 \text{ eV}$$

Ques 10

- (a) एक 0.040 kg द्रव्यमान का बुलेट जो 1.0 km/s की चाल से चल रहा है
 (b) एक 0.060 kg द्रव्यमान की गेंद जो 1.0 km/s की चाल से चल रही है, और
 (c) एक धूल-कण जिसका द्रव्यमान 1.0×10^{-9} kg और जो 2.2 m/s की चाल से अनुगमित हो रहा है, का दे-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य कितना होगा?

हल दिया है, गोली का द्रव्यमान $m = 0.040$ kg

गोली का वेग $v = 1000$ m/s

(a) दे-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{0.040 \times 1 \times 10^3} \quad \left(\begin{array}{l} \because m = 0.040 \text{ kg} \\ v = 1 \text{ km/s} \\ = 1000 \text{ m/s} \end{array} \right)$$

$$= 1.66 \times 10^{-35} \text{ m}$$

(b) बॉल का द्रव्यमान, $m = 0.060$ kg तथा बॉल की चाल, $v = 1$ m/s

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{0.060 \times 1}$$

$$= 1.1 \times 10^{-32} \text{ m}$$

(c) धूल के कण का द्रव्यमान, $m = 1 \times 10^{-9}$ kg तथा धूल के कण की चाल, $v = 2.2$ m/s

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{1 \times 10^{-9} \times 2.2}$$

$$= 3.0 \times 10^{-25} \text{ m}$$

Ques 11

यह दर्शाइए कि विद्युत चुम्बकीय विकिरण की तरंगदैर्घ्य इसके क्वांटम (फोटॉन) के तरंगदैर्घ्य के बराबर है।

हल फोटॉन का संवेग जहाँ v आवृत्ति तथा λ तरंगदैर्घ्य है

$$p = \frac{hv}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\text{फोटॉन की दे-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य, } \lambda = \frac{h}{mv} \Rightarrow \frac{h}{p} = \frac{h}{hv/c} = \frac{c}{v}$$

अतः वैद्युत चुम्बकीय तरंग विकिरण का तरंगदैर्घ्य दे-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य के समान है।