

अध्याय 13

नाभिक

Nuclei

प्रश्नावली

प्रश्न 1. (a) लीथियम के दो स्थायी समस्थानिकों ${}^6_3\text{Li}$ एवं ${}^7_3\text{Li}$ की बहुलता का प्रतिशत क्रमशः 7.5 एवं 92.5 है। इन समस्थानिकों के द्रव्यमान क्रमशः 6.01512 u एवं 7.01600 u हैं। लीथियम का परमाणु द्रव्यमान ज्ञात कीजिए।

(b) बोरॉन के दो स्थायी समस्थानिक ${}^{10}_5\text{B}$ एवं ${}^{11}_5\text{B}$ हैं। उनके द्रव्यमान क्रमशः 10.01294 u एवं 11.00931 u एवं बोरॉन का परमाणु भार 10.811 u है। ${}^{10}_5\text{B}$ एवं ${}^{11}_5\text{B}$ की बहुलता ज्ञात कीजिए।

हल

(a) Li^6 की बहुलता प्रतिशत = 7.5%

Li^7 की बहुलता प्रतिशत = 92.5%

Li^6 का परमाणु भार = 6.01512 u

Ques 1

नाइट्रोजन नाभिक (${}^1_7\text{N}$), की बंधन-ऊर्जा MeV में ज्ञात कीजिए $m_N = 14.00307 \text{ u}$

हल प्रोटॉन का द्रव्यमान, $m_p = 1.00783 \text{ u}$,

न्यूट्रॉन का द्रव्यमान, $m_n = 1.00867 \text{ u}$

${}^7_7\text{N}^{14}$ में 7 प्रोटॉन तथा 7 न्यूट्रॉन हैं।

द्रव्यमान क्षति = नाभिक का द्रव्यमान - न्यूक्लियनों का द्रव्यमान

$$= 7m_p + 7m_n - m_N$$

$$= 7 \times 1.00783 + 7 \times 1.00867 - 14.00307$$

$$= 7.05481 + 7.06069 - 14.00307 = 0.11243 \text{ u}$$

नाइट्रोजन के नाभिक की बन्धन ऊर्जा $= \Delta m \times 931 \text{ MeV}$

$$= 0.11243 \times 931 \text{ MeV}$$

$$= 104.67 \text{ MeV}$$

अतः बन्धन ऊर्जा 104.67 MeV है।

Ques 2

निम्नलिखित आँकड़ों के आधार पर ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ एवं ${}^{209}_{83}\text{Bi}$ नाभिकों की बन्धन ऊर्जा MeV में ज्ञात कीजिए।

$$m({}^{56}_{26}\text{Fe}) = 55.934939 \text{ u}, m({}^{209}_{83}\text{Bi}) = 208.980388 \text{ u}$$

हल प्रोटॉन का द्रव्यमान, $m_p = 1.00783 \text{ u}$

न्यूट्रॉन का द्रव्यमान, $m_n = 1.00867 \text{ u}$

(i) ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ हेतु

${}^{56}_{26}\text{Fe}$ में 26 प्रोटॉन तथा 30 न्यूट्रॉन हैं।

द्रव्यमान क्षति $(\Delta m) = [\text{न्यूक्लियनों (Fe) का भार} - \text{Fe का भार}]$

$$\text{द्रव्यमान क्षति } (\Delta m) = 26 \times m_p + 30 \times m_n - m_N$$

$$= 26 \times 1.00783 + 30 \times 1.00867 - 55.934939$$

$$= 26.20345 + 30.25995 - 55.934939$$

$$= 0.528461 \text{ u}$$

कुल बंधन ऊर्जा $= \Delta m \times 931 \text{ MeV}$

$$= 0.528461 \times 931.5$$

$$= 492.26 \text{ MeV}$$

$${}^{56}_{26}\text{Fe} \text{ की प्रति न्यूक्लियान औसत बंधन ऊर्जा} = \frac{\text{बंधन ऊर्जा}}{\text{न्यूक्लियनों की संख्या}}$$

$$= \frac{492.26}{56}$$

$$= 8.790 \text{ MeV}$$

(ii) ${}_{83}\text{Bi}^{209}$ हेतु

इसमें 83 प्रोटॉन तथा 126 न्यूट्रॉन हैं

द्रव्यमान क्षति $\Delta m =$ न्यूक्लियानों का भार $- {}_{83}\text{Bi}^{209}$ का भार

$$\begin{aligned} &= 83 \times m_p + 126 \times m_n - m_N \\ &= 83 \times 1.007825 + 126 \times 1.008665 - 208.980388 \\ &= 83.649475 + 127.091790 - 208.980388 \\ &= 1.760877 \text{ u} \end{aligned}$$

$$\text{बंधन ऊर्जा} = \Delta m \times 931 \text{ MeV} = 1.760877 \times 931.5 = 1640.26 \text{ MeV}$$

अतः प्रति न्यूक्लियान बंधन ऊर्जा ${}_{83}\text{Bi}^{209}$

$$= \frac{\text{बंधन ऊर्जा}}{\text{न्यूक्लियानों की संख्या}} = \frac{1640.26}{209} = 7.848 \text{ MeV}$$

अतः प्रति न्यूक्लियान बंधन ऊर्जा Fe के लिए Bi से अधिक है।

Ques 3 एक दिए गए सिक्के का द्रव्यमान 3.0 g है। उस ऊर्जा की गणना कीजिए जो इस सिक्के के सभी न्यूट्रॉनों एवं प्रोटॉनों को एक-दूसरे से अलग करने के लिए आवश्यक हो। सरलता के लिए मान लीजिए कि सिक्का पूर्णतः ${}_{29}^{63}\text{Cu}$ परमाणुओं का बना है। (${}_{29}^{63}\text{Cu}$ की द्रव्यमान = 62.92960 u)।

हल सिक्के का द्रव्यमान = 3 g

$$1 \text{ g Cu में परमाणुओं की संख्या} = \frac{6.023 \times 10^{23}}{63}$$

$$3 \text{ g Cu में परमाणुओं की संख्या} = \frac{6.023 \times 10^{23}}{63} \times 3 = 2.868 \times 10^{22}$$

$$\text{Cu परमाणु में प्रोटॉनों की संख्या} = 29$$

$$\text{Cu परमाणु में न्यूट्रॉनों की संख्या} = 63 - 29 = 34$$

$$\text{द्रव्यमान क्षति (प्रति परमाणु), } \Delta m = 29 \times m_p + 34 \times m_n - m_{\text{Cu}}$$

$$= 29 \times 1.00783 + 34 \times 1.00867 - 62.9260$$

$$= 0.59225 \text{ u}$$

$$\therefore \text{सभी परमाणुओं में द्रव्यमान क्षति} = 0.59225 \times 2.868 \times 10^{22}$$

$$= 1.6985 \times 10^{22} \text{ u}$$

$$\text{बंधन ऊर्जा} = \text{द्रव्यमान क्षति} \times 931 \text{ MeV}$$

$$= 1.6985 \times 10^{22} \times 931 = 1.58 \times 10^{25} \text{ MeV}$$

अतः सभी न्यूट्रॉनों व प्रोटॉनों को अलग करने में आवश्यक ऊर्जा $1.58 \times 10^{25} \text{ MeV}$ जो बंधन ऊर्जा है।

आवोगाद्रो संख्या के अनुसार,

6.023×10^{23} (${}_{27}\text{Co}^{60}$) परमाणुओं का द्रव्यमान = 60 g

$${}_{27}\text{Co}^{60} \text{ के } 7.133 \times 10^{16} \text{ के परमाणु का मार} = \frac{60 \times 7.133 \times 10^{16}}{6.023 \times 10^{23}}$$

द्रव्यमान $m = 7.12 \times 10^{-6}$ g

अतः आवश्यक द्रव्यमान 7.12×10^{-6} g है। [${}_{27}\text{Co}^{60}$]

Ques 4

स्वर्ण के समस्थानिक ${}_{78}^{197}\text{Au}$ एवं रजत के समस्थानिक ${}_{47}^{107}\text{Ag}$ की नाभिकीय त्रिज्या के अनुपात का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

हल नाभिक की त्रिज्या, $R = R_0 A^{1/3}$

जहाँ, A द्रव्यमान संख्या है तथा R_0 मूलानुपाती नियतांक है

$\therefore$

$$R \propto A^{1/3}$$

$\therefore$

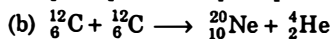
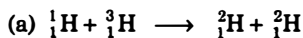
$$\begin{aligned} \frac{R_{\text{gold}}}{R_{\text{silver}}} &= \left(\frac{A_{\text{gold}}}{A_{\text{silver}}} \right)^{1/3} = \left(\frac{197}{107} \right)^{1/3} = 1.225 \\ &= 1.23 \end{aligned}$$

Ques 5

. किसी नाभिकीय अभिक्रिया $A + b \rightarrow C + d$ का Q -मान निम्नलिखित समीकरण द्वारा परिभाषित होता है,

$$Q = [m_A + m_b - m_c - m_d]c^2$$

जहाँ, दिए गए द्रव्यमान, नाभिकीय विराम द्रव्यमान (rest mass) हैं। दिए गए आँकड़ों के आधार पर बताइए कि निम्नलिखित अभिक्रियाएँ ऊष्माक्षेपी हैं या ऊष्माशोषी।



दिए गए परमाणु द्रव्यमान इस प्रकार हैं

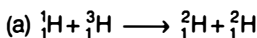
$$m({}_1^2\text{H}) = 2.014102 \text{ u},$$

$$m({}_1^3\text{H}) = 3.016049 \text{ u},$$

$$m({}_6^{12}\text{C}) = 12.000000 \text{ u},$$

$$m({}_{10}^{20}\text{Ne}) = 19.992439 \text{ u}.$$

हल दी गयी समीकरण



$$\text{द्रव्यमान क्षति } \Delta m = m({}_1^1\text{H}) + m({}_1^3\text{H}) - 2m({}_1^2\text{H})$$

$$= 1.007825 + 3.016049 - 2(2.014102)$$

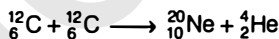
$$= -0.00433 \text{ u}$$

सभी में Q -मान

$$Q = \Delta m \times 931 = -0.00433 \times 931 = -4.031 \text{ MeV}$$

चूँकि ऊर्जा ऋणात्मक है अतः समीकरण ऊष्माशोषी है।

(b) दी गयी समीकरण



$$\Delta m = 2m({}_6^{12}\text{C}) - m({}_{10}^{20}\text{Ne}) - m({}_2^4\text{He})$$

$$= 2 \times 12 - 19.992439 - 4.002603$$

$$= 0.00495 \text{ u}$$

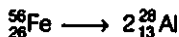
$$Q = \Delta m \times 931 = 0.00495 \times 931 = 4.62 \text{ MeV}$$

चूँकि ऊर्जा धनात्मक है अतः समीकरण ऊष्माक्षेपी है।

Ques 6

. माना कि हम ${}_{26}^{56}\text{Fe}$ नाभिक के दो समान अवयवों, ${}_{13}^{28}\text{Al}$ में विखंडन पर विचार करें। क्या ऊर्जा की दृष्टि से यह विखंडन सम्भव है? इस प्रक्रम का Q -मान ज्ञात करके अपना तर्क प्रस्तुत करें। दिया है, $m({}_{26}^{56}\text{Fe}) = 55.93494 \text{ u}$ और $m({}_{13}^{28}\text{Al}) = 27.98191 \text{ u}$

हल क्षय हेतु दी गयी समीकरण



$$\text{द्रव्यमान क्षति } \Delta m = m({}_{26}^{56}\text{Fe}) - 2m({}_{13}^{28}\text{Al})$$

$$= 55.93494 - 2(27.98191)$$

$$= -0.02888 \text{ u}$$

$$Q = \Delta m \times 931 = -26.88728 \text{ MeV}$$

चूँकि ऊर्जा ऋणात्मक है अतः विखण्डन प्रभावशाली रूप से नहीं होगा।

Ques 7

${}_{94}^{239}\text{Pu}$ के विखण्डन गुण बहुत कुछ ${}_{92}^{235}\text{U}$ से मिलते-जुलते हैं। प्रति विखण्डन विमुक्त औसत ऊर्जा 180 MeV है। यदि 1 kg शुद्ध ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ के सभी परमाणु विखण्डित हों तो कितनी MeV ऊर्जा विमुक्त होगी?

हल आवोगाद्रो संख्या की अभिधारणा के अनुसार

$$239 \text{ g } {}_{94}^{239}\text{Pu} \text{ में परमाणुओं की संख्या} = 6.023 \times 10^{23}$$

$$1 \text{ kg } {}_{94}^{239}\text{Pu} \text{ में परमाणुओं की संख्या} = \frac{6.023 \times 10^{23} \times 1000}{239}$$

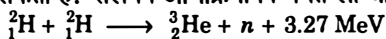
$$= 2.52 \times 10^{24}$$

एक विखण्डन में औसत मुक्त ऊर्जा 180 MeV है।

$$\text{अतः कुल मुक्त ऊर्जा [1 kg में } {}_{94}^{239}\text{Pu} \text{ का विखण्डन]} = 180 \times 2.52 \times 10^{24}$$

$$= 4.53 \times 10^{26} \text{ MW}$$

Ques 8 . 2.0 kg ड्यूटीरियम के संलयन से एक 100 वाट का विद्युत लैंप कितनी देर प्रकाशित रखा जा सकता है? संलयन अभिक्रिया निम्नवत ली जा सकती है



हल माना t समय है।

आवोगाद्रो अभिधारणा के अनुसार

$$2 \text{ g ड्यूट्रॉन में परमाणुओं की संख्या} = 6.023 \times 10^{23}$$

$$2 \text{ kg ड्यूट्रॉन में परमाणुओं की संख्या} = \frac{6.023 \times 10^{23} \times 2 \times 10^3}{2}$$

$$= 6.023 \times 10^{26} \text{ नाभिक}$$

दी गयी समीकरण से दो ड्यूट्रॉन के संलयन में मुक्त ऊर्जा

$$= 3.27 \text{ MeV}$$

$$\therefore 1 \text{ ड्यूटीरियम की मुक्त ऊर्जा} = \frac{3.27}{2} = 1.635 \text{ MeV}$$

$$6.023 \times 10^{26} \text{ ड्यूटीरियम परमाणुओं की मुक्त ऊर्जा}$$

$$= 1.635 \times 6.023 \times 10^{26} = 9.848 \times 10^{26} \text{ MeV}$$

$$= 9.848 \times 10^{26} \times 1.6 \times 10^{-13} = 15.75 \times 10^{13} \text{ J}$$

1 बल्ब द्वारा 1 s में प्रयुक्त ऊर्जा = 100 J

100 J ऊर्जा खपत 1 s में होती है

$$15.75 \times 10^{13} \text{ J ऊर्जा खपत में लगा समय} = \frac{1 \times 15.75 \times 10^{13}}{100} = 15.75 \times 10^{11} \text{ s}$$

($\because$ हम जानते हैं कि 1 yr = 60 $\times$ 24 $\times$ 60 $\times$ 365 s)

$$= \frac{15.75 \times 10^{11}}{60 \times 24 \times 60 \times 365} \text{ yr} = 4.99 \times 10^4 \text{ yr}$$

अतः बल्ब $4.99 \times 10^4 \text{ yr}$ तक चमकेगा।

Ques 9

दो ड्युट्रॉनों के आमने-सामने की टक्कर के लिए कूलॉम अवरोध की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (संकेत-कूलॉम अवरोध की ऊँचाई का मान इन ड्युट्रॉनों के बीच लगने वाले उस कूलॉम प्रतिकर्षण बल के बराबर होता है जो एक-दूसरे को सम्पर्क में रखे जाने पर उनके बीच आरोपित होता है। यह मान सकते हैं कि ड्युट्रॉन 2.0 fm प्रभावी त्रिज्या वाले दृढ़ गोले हैं।)

हल त्रिज्या, $r = 2 \text{ fm} = 2 \times 10^{-15} \text{ m}$

दो ड्युट्रॉनों के केन्द्रों के बीच की दूरी $d = r$

$$d = 2 \times 10^{-15} \text{ m}$$

प्रति ड्युट्रॉन आवेश, $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

$$\text{स्थितिज ऊर्जा} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{d} = \frac{9 \times 10^9 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.6 \times 10^{-19}}{2 \times 10^{-15}}$$

$$\left(\because \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \right)$$

$$= \frac{5.76 \times 10^{-14}}{1.6 \times 10^{-19}} = 720000 \text{ eV}$$

[ऊर्जा संरक्षण के नियम से दोनों ड्युट्रॉनों की कुल गतिज ऊर्जा कुल स्थितिज ऊर्जा के बराबर होगी]

$\therefore$ स्थितिज ऊर्जा = 2 $\times$ प्रति ड्युट्रॉन की गतिज ऊर्जा

$$\text{प्रत्येक ड्युट्रॉन की गतिज ऊर्जा} = \frac{720000}{2} = 360000 \text{ eV} = 360 \text{ keV}$$

अतः विभव प्राचीर 360 keV है।

Ques 10

समीकरण $R = R_0 A^{1/3}$ के आधार पर, दर्शाइए कि नाभिकीय द्रव्य का घनत्व लगभग अचर है (अर्थात् A पर निर्भर नहीं करता है)। यहाँ, R_0 एक नियतांक है एवं A नाभिक की द्रव्यमान संख्या है।

हल नाभिक की त्रिज्या हेतु सम्बन्ध $R = R_0 A^{1/3}$ जहाँ, R_0 नियतांक तथा A नाभिक की द्रव्यमान संख्या है।

$$\text{नाभिक का घनत्व} = \frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}}$$

$$\rho = \frac{\text{प्रत्येक न्यूक्लियॉन का द्रव्यमान} \times \text{न्यूक्लियॉनों की संख्या}}{\frac{4}{3} \pi R^3}$$

$$= \frac{m \times A \times 3}{4\pi R^3}$$

$$= \frac{Am \times 3}{4\pi R_0^3 A} = \frac{3m}{4\pi R_0^3} = \frac{3 \times 1.66 \times 10^{-27}}{4 \times 3.14 \times (1.1 \times 10^{-15})^3}$$

$$= 2.97 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3$$

चूँकि, R_0 नियतांक है अतः घनत्व A पर निर्भर नहीं है।