

10. हीरोन सूत्र

प्रश्नावली

10.1

Q1. एक यातायात संकेत बोर्ड पर 'आगे स्कूल है' लिखा है और यह भुजा 'a' वाले एक समबाहु त्रिभुज के आकार का है। हीरोन के सूत्र का प्रयोग करके इस बोर्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। यदि संकेत बोर्ड का परिमाण 180 cm है, तो इसका क्षेत्रफल क्या होगा?

हल :

$$a = a, b = a, c = a$$

$$S = \frac{a + b + c}{2}$$

$$S = \frac{a + a + a}{2} = \frac{3a}{2}$$



$$\text{हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{\frac{3a}{2} \left(\frac{3a}{2} - a\right) \left(\frac{3a}{2} - a\right) \left(\frac{3a}{2} - a\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{3a}{2} \left(\frac{a}{2}\right) \left(\frac{a}{2}\right) \left(\frac{a}{2}\right)}$$

$$= \sqrt{3 \cdot \left(\frac{a}{2}\right) \left(\frac{a}{2}\right) \left(\frac{a}{2}\right) \left(\frac{a}{2}\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \text{ cm}^2$$

$$\text{संकेत बोर्ड का परिमाण} = 180 \text{ cm}$$

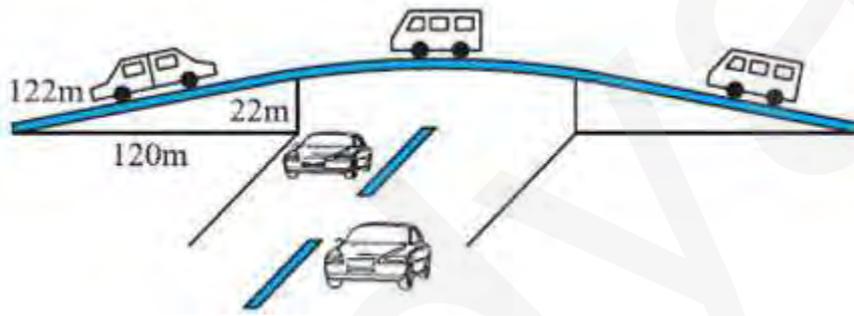
$$3 \times \text{भुजा} = \text{परिमाण}$$

$$\text{या भुजा} = \frac{\text{परिमाण}}{3}$$

$$\text{या भुजा} = \frac{180}{3} = 60 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
\text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \text{ cm}^2 \\
&= \frac{\sqrt{3}}{4} 60^2 \text{ cm}^2 \\
&= \frac{\sqrt{3}}{4} 60 \times 60 \text{ cm}^2 \\
&= 900 \sqrt{3} \text{ cm}^2 \text{ Ans.}
\end{aligned}$$

Q2. किसी फ्लाईओवर (flyover) की त्रिभुजाकार दीवार को विज्ञापनों के लिए प्रयोग किया जाता है। दीवार की भुजाओं की लंबाइयाँ 122 m, 22 m और 120 m हैं (देखिए आकृति 12.9)। इस विज्ञापन से प्रति वर्ष 5000 रु प्रति m^2 की प्राप्ति होती है। एक कम्पनी ने एक दीवार को विज्ञापन देने के लिए 3 महीने के लिए किराए पर लिया। उसने कुल कितना किराया दिया ?



हल : a = 122 m, b = 22 m और c = 120 m

$$s = \frac{a + b + c}{2}$$

$$s = \frac{122 + 22 + 120}{2} = \frac{164}{2} = 132 \text{ m}$$

$$\text{हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{132(132-122)(132-22)(132-120)}$$

$$= \sqrt{132(10)(110)(12)}$$

$$= \sqrt{132 \times 10 \times 110 \times 12}$$

$$= \sqrt{12 \times 11 \times 10 \times 11 \times 10 \times 12}$$

$$= \sqrt{12 \times 12 \times 10 \times 10 \times 11 \times 11}$$

$$= 12 \times 10 \times 11$$

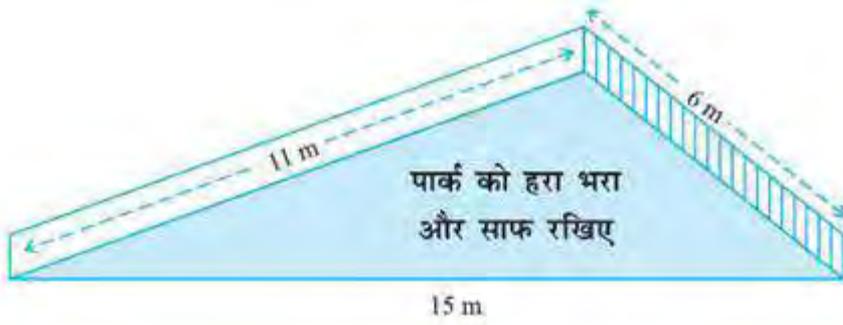
$$= 1320 \text{ m}^2$$

$$3 \text{ महीने का विज्ञापन किराया} = 1320 \times 5000 \times \frac{3}{12}$$

$$= 1320 \times 5000 \times \frac{1}{4}$$

$$= 1650000 \text{ रुपये Ans.}$$

Q3. किसी पार्क में एक फिसल पट्टी (slide) बनी हुई है। इसकी पार्श्वीय दीवारों (side walls) में से एक दीवार पर किसी रंग से पेंट किया गया है और उस पर "पार्क को हरा-भरा और साफ रखिए" लिखा हुआ है। यदि इस दीवार की विमाएँ 15m, 11m और 6m हैं, तो रंग से पेंट हुए भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



हल :

$a = 15 \text{ m}$, $b = 11 \text{ m}$ और $c = 6 \text{ m}$

$$S = \frac{a + b + c}{2}$$

$$S = \frac{15 + 11 + 6}{2} = \frac{32}{2} = 16 \text{ m}$$

हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$= \sqrt{16(16-15)(16-11)(16-6)}$$

$$= \sqrt{16(1)(5)(10)}$$

$$= \sqrt{4 \times 4 \times 1 \times 5 \times 5 \times 2}$$

$$= 20\sqrt{2} \text{ m}^2$$

अतः त्रिभुज का क्षेत्रफल = $20\sqrt{2} \text{ m}^2$ **Ans.**

Q4. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी दो भुजाएँ 18 cm और 10 cm हैं तथा उसका परिमाप 42 cm है।

हल :

$a = 18 \text{ cm}$, $b = 10 \text{ cm}$ और $c = ?$

परिमाप = 42 cm

$$a + b + c = 42$$

$$\text{या } 18 + 10 + c = 42$$

$$\text{या } c = 42 - 28$$

$$\text{या } c = 14 \text{ cm}$$

$$S = \frac{a + b + c}{2}$$

$$S = \frac{42}{2} = 21 \text{ cm}$$

$$\text{हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{21(21-18)(21-10)(21-14)}$$

$$= \sqrt{21 \times 3 \times 11 \times 7}$$

$$= \sqrt{21 \times 21 \times 11}$$

$$= 21 \sqrt{11} \text{ cm}^2$$

$$\text{अतः त्रिभुज का क्षेत्रफल} = 21 \sqrt{11} \text{ cm}^2 \text{ Ans.}$$

Q5. एक त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात 12: 17: 25 है और उसका परिमाण 540cm है। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल :

माना भुजाएँ $a = 12x$, $b = 17x$ और $c = 25x$ है |

$$\text{अतः } a + b + c = 540 \text{ cm}$$

$$\text{या } 12x + 17x + 25x = 540$$

$$\text{या } 54x = 540$$

या $x = \frac{540}{54} = 10$

अतः भुजाएँ $a = 12 \times 10 = 120$ cm

$$b = 17 \times 10 = 170$$
 cm

$$c = 25 \times 10 = 250$$
 cm

$$S = \frac{a + b + c}{2}$$

$$S = \frac{540}{2} = 270$$
 cm

हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$= \sqrt{270(270-120)(270-170)(270-250)}$$

$$= \sqrt{270(150)(100)(20)}$$

$$= \sqrt{270 \times 150 \times 100 \times 20}$$

$$= \sqrt{3 \times 3 \times 30 \times 30 \times 5 \times 10 \times 10 \times 4 \times 5}$$

$$= \sqrt{3 \times 3 \times 30 \times 30 \times 5 \times 5 \times 10 \times 10 \times 2 \times 2}$$

$$= 3 \times 30 \times 5 \times 10 \times 2$$

$$= 9000 \text{ cm}^2 \text{ Ans.}$$

Q6. एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाण 30 cm है और उसकी बराबर भुजाएँ 12 cm लम्बाई की हैं। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल :

दिया है : $a = 12$ cm, $b = 12$ cm और $c = ?$

अतः $a + b + c = 30$ cm

$$\text{या } 12 + 12 + c = 30 \text{ cm}$$

$$\text{या } c = 30 - 24 \text{ cm}$$

$$\text{या } c = 6 \text{ cm}$$

$$S = \frac{a + b + c}{2}$$

$$S = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm}$$

$$\text{हीरोन सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{15(15-12)(15-12)(15-6)}$$

$$= \sqrt{15(3)(3)(9)}$$

$$= \sqrt{5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$= 9\sqrt{15} \text{ cm}^2 \text{ Ans.}$$

$$\text{अतः त्रिभुज का क्षेत्रफल} = 9\sqrt{15} \text{ cm}^2 \text{ Ans.}$$