

**गणित**  
**Chapter 11**  
(पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)  
(कक्षा - 9)

**प्रश्न 1:**

**Exercise 11.1**

एक शंकु के आधार का व्यास 10.5 cm है और इसकी तिर्यक ऊँचाई 10 cm है। इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**उत्तर 1:**

शंकु की त्रिज्या  $r = 10.5/2 = 5.25$  cm और तिर्यक ऊँचाई  $l = 10$  cm है।

शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल  $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 5.25 \times 10$$

$$= 22 \times 0.75 \times 10$$

$$= 165 \text{ cm}^2$$

अतः, शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 165 cm<sup>2</sup> है।

**प्रश्न 2:**

एक शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी तिर्यक ऊँचाई 21 m है और आधार का व्यास 24 m है।

**उत्तर 2:**

शंकु की त्रिज्या  $r = 24/2 = 12$  cm और तिर्यक ऊँचाई  $l = 21$  cm है।

शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल  $= \pi r(r + l)$

$$= \frac{22}{7} \times 12 \times (12 + 21)$$

$$= \frac{22}{7} \times 12 \times 33$$

$$= 1244.57 \text{ m}^2$$

अतः, शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 1244.57 m<sup>2</sup> है।

**प्रश्न 3:**

एक शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 308 cm<sup>2</sup> है और इसकी तिर्यक ऊँचाई 14 cm है। ज्ञात कीजिए:

(i) आधार की त्रिज्या

(ii) शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

**उत्तर 3:**

(i) शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल  $= 308 \text{ cm}^2$  और तिर्यक ऊँचाई  $l = 14 \text{ cm}$  है।

माना, शंकु के आधार की त्रिज्या  $= r \text{ cm}$

शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल  $= \pi r l$

$$\Rightarrow 308 = \frac{22}{7} \times r \times 14$$

$$\Rightarrow 308 = 44r$$

$$\Rightarrow r = \frac{308}{44} = 7 \text{ cm}$$

अतः, शंकु के आधार की त्रिज्या 7 cm है।

(ii) शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल  $= \pi r(r + l)$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times (7 + 14)$$

$$= 22 \times 21$$

$$= 462 \text{ cm}^2$$

अतः, शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 462 cm<sup>2</sup> है।

**प्रश्न 4:**

शंकु के आकार का एक तंबू 10 m ऊँचा है और उसके आधार की त्रिज्या 24 m है। ज्ञात कीजिए:

(i) तंबू की तिर्यक ऊँचाई

(ii) तंबू में लगे केनवास (Canvas) की लागत, यदि 1 m<sup>2</sup> केनवास की लागत 70 रूपए है।

**उत्तर 4:**

(i) शंकु की त्रिज्या  $r = 24$  m और ऊँचाई  $h = 10$  m है।

माना, तिर्यक ऊँचाई =  $l$  m

हम जानते हैं कि  $l^2 = r^2 + h^2$

$$\Rightarrow l^2 = 24^2 + 10^2 = 576 + 100 = 676$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{676} = 26 \text{ m}$$

(ii) तंबू में लगे केनवास का क्षेत्रफल =  $\pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 24 \times 26 \text{ m}^2$$

1 m<sup>2</sup> केनवास की लागत = ₹ 70

$$\frac{22}{7} \times 24 \times 26 \text{ m}^2 \text{ केनवास की लागत} = ₹ 70 \times \frac{22}{7} \times 24 \times 26 = ₹ 137280$$

अतः, तंबू में लगे केनवास की लागत ₹ 137280 है।

**प्रश्न 5:**

8 m ऊँचाई और आधार की त्रिज्या 6 m वाले एक शंकु के आकार का तंबू बनाने में 3 m चौड़े तिरपाल की कितनी लंबाई लगेगी? यह मान कर चलिए कि इसकी सिलाई और कटाई में 20 cm तिरपाल अतिरिक्त लगेगा।

( $\pi = 3.14$  का प्रयोग कीजिए।)

**उत्तर 5:**

शंकु की त्रिज्या  $r = 6$  m और ऊँचाई  $h = 8$  m है।

माना, तिर्यक ऊँचाई =  $l$  m

हम जानते हैं कि  $l^2 = r^2 + h^2$

$$\Rightarrow l^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{100} = 10 \text{ m}$$

तंबू में लगे तिरपाल का क्षेत्रफल =  $\pi r l$

$$= 3.14 \times 6 \times 10 = 188.40 \text{ m}^2$$

माना, 3 m चौड़े तिरपाल की लंबाई =  $L$

इसलिए, तिरपाल का क्षेत्रफल =  $3 \times L$

प्रश्नानुसार,

$$3 \times L = 188.40$$

$$\Rightarrow L = \frac{188.40}{3} = 62.80 \text{ m}$$

सिलाई और कटाई में लगा अतिरिक्त तिरपाल = 20 cm = 0.20 m

इसलिए, तिरपाल की कुल लंबाई = 62.80 + 0.20 = 63 m

अतः, तंबू बनाने में 3 m चौड़े तिरपाल की 63 m लंबाई लगेगी।

**प्रश्न 6:**

शंकु के आकार की एक गुंबज की तिर्यक ऊँचाई और आधार व्यास क्रमशः 25 m और 14 m हैं। इसकी वक्र पृष्ठ पर ₹ 210 प्रति 100 m<sup>2</sup> की दर से सफेदी कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

**उत्तर 6:**

गुंबज की त्रिज्या  $r = 14/2 = 7$  m और तिर्यक ऊँचाई  $l = 25$  m है।

गुंबज का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल =  $\pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550 \text{ m}^2$$

$$\text{₹ 210 प्रति 100 m}^2 \text{ की दर से सफेदी कराने का व्यय} = ₹ 550 \times \frac{210}{100} = ₹ 1155$$

अतः, शंकु के वक्र पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय ₹ 1155 है।

**प्रश्न 7:**

एक जोकर की टोपी एक शंकु के आकार की है, जिसके आधार की त्रिज्या 7 cm और ऊँचाई 24 cm है। इसी प्रकार की 10 टोपियाँ बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**उत्तर 7:**

शंकु की त्रिज्या  $r = 7$  cm और ऊँचाई  $h = 24$  cm है।

माना, तिर्यक ऊँचाई =  $l$  m

हम जानते हैं कि  $l^2 = r^2 + h^2$

$$\Rightarrow l^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{625} = 25 \text{ cm}$$

1 टोपी बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल =  $\pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550 \text{ cm}^2$$

10 टोपियाँ बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल =  $10 \times 550 = 5500 \text{ cm}^2$

अतः, 10 टोपियाँ बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल 5500 cm<sup>2</sup> है।

**प्रश्न 8:**

किसी बस स्टाप को पुराने गत्ते से बने 50 खोखले शंकुओं द्वारा सड़क से अलग किया हुआ है। प्रत्येक शंकु के आधार का व्यास 40 cm है और ऊँचाई 1 m है। यदि इन शंकुओं की बाहरी पृष्ठों को पेंट करवाना है और पेंट की दर ₹ 12 प्रति m<sup>2</sup> है, तो इनको पेंट कराने में कितनी लागत आएगी? ( $\pi = 3.14$  और  $\sqrt{1.04} = 1.02$  का प्रयोग कीजिए।)

**उत्तर 8:**

शंकु की त्रिज्या  $r = 40/2 = 20$  cm = 0.2 m और ऊँचाई  $h = 1$  m है।

माना, तिर्यक ऊँचाई =  $l$  m

हम जानते हैं कि  $l^2 = r^2 + h^2$

$$\Rightarrow l^2 = (0.2)^2 + 1^2 = 0.04 + 1 = 1.04$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{1.04} = 1.02 \text{ m}$$

शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $\pi r l$

$$= 3.14 \times 0.2 \times 1.02 = 6.4056 \text{ m}^2$$

50 शंकुओं के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $50 \times 6.4056 = 32.028 \text{ m}^2$

₹ 12 प्रति m<sup>2</sup> की दर से पेंट कराने का व्यय = ₹  $12 \times 32.028 = ₹ 384.34$  (लगभग)

अतः, 50 शंकुओं के वक्र पृष्ठ पर पेंट कराने का व्यय ₹ 384.34 है।

## गणित Exercise 11.2

(पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)  
(कक्षा - 9)

### प्रश्न 1:

निम्न त्रिज्या वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए:

(i) 10.5 cm

(ii) 5.6 cm

(iii) 14 cm

#### उत्तर 1:

(i) गोले की त्रिज्या  $r = 10.5$  cm है।

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5 = 4 \times 22 \times 1.5 \times 10.5 = 1386.00 \text{ cm}^2$$

अतः, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $1386 \text{ cm}^2$  है।

(ii) गोले की त्रिज्या  $r = 5.6$  cm है।

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 5.6 \times 5.6 = 4 \times 22 \times 0.8 \times 5.6 = 394.24 \text{ cm}^2$$

अतः, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $394.24 \text{ cm}^2$  है।

(iii) गोले की त्रिज्या  $r = 14$  cm है।

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 4 \times 22 \times 2 \times 14 = 2464 \text{ cm}^2$$

अतः, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $2464 \text{ cm}^2$  है।

### प्रश्न 2:

निम्न व्यास वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए:

(i) 14 cm

(ii) 21 cm

(iii) 3.5 cm

#### उत्तर 2:

(i) गोले की त्रिज्या  $r = 14/2 = 7$  cm है।

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 4 \times 22 \times 7 = 616 \text{ cm}^2$$

अतः, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $616 \text{ cm}^2$  है।

(ii) गोले की त्रिज्या  $r = 21/2 = 10.5$  cm है।

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5 = 4 \times 22 \times 4.5 \times 10.5 = 1386 \text{ cm}^2$$

अतः, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $1386 \text{ cm}^2$  है।

(iii) गोले की त्रिज्या  $r = 3.5/2 = 1.75$  cm है।

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 1.75 \times 1.75 = 4 \times 22 \times 0.25 \times 1.75$$

$$= 38.50 \text{ cm}^2$$

अतः, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $38.5 \text{ cm}^2$  है।



**प्रश्न 3:**

10 cm त्रिज्या वाले एक अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ( $\pi = 3.14$  लीजिए।)

**उत्तर 3:**

अर्धगोले की त्रिज्या  $r = 10$  cm है।

अर्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $= 3\pi r^2$

$$= 3 \times 3.14 \times 10 \times 10 = 942 \text{ cm}^2$$

अतः, अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल  $942 \text{ cm}^2$  है।

**प्रश्न 4:**

एक गोलाकार गुब्बारे में हवा भरने पर, उसकी त्रिज्या 7 cm से 14 cm हो जाती है। इन दोनों स्थितियों में, गुब्बारे के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

**उत्तर 4:**

पहली दूसरी स्थिति में

गुब्बारे की त्रिज्या  $r = 7$  cm है।

गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 4 \times 22 \times 7 = 616 \text{ cm}^2$$

अतः, गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $616 \text{ cm}^2$  है।

पहली दूसरी स्थिति में

गुब्बारे की त्रिज्या  $R = 14$  cm है।

गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $= 4\pi R^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 4 \times 22 \times 2 \times 14 = 2464 \text{ cm}^2$$

अतः, गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $2464 \text{ cm}^2$  है।

$$\text{पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात} = \frac{616}{2464} = \frac{1}{4}$$

अतः, पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात 1:4 है।

**प्रश्न 5:**

पीतल से बने एक अर्धगोलाकार कटोरे का आंतरिक व्यास 10.5 cm है। ₹ 16 प्रति  $100 \text{ cm}^2$  की दर से इसके आंतरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

**उत्तर 5:**

कटोरे की आंतरिक त्रिज्या  $r = 10.5/2 = 5.25$  cm है।

कटोरे का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल  $= 2\pi r^2$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 5.25 \times 5.25$$

$$= 2 \times 22 \times 0.75 \times 5.25$$

$$= 173.25 \text{ cm}^2$$

₹ 16 प्रति  $100 \text{ cm}^2$  की दर से इसके आंतरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय

$$= ₹ 173.25 \times \frac{16}{100} = ₹ 27.72$$

अतः, इसके आंतरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय ₹ 27.72 है।

**प्रश्न 6:**

उस गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल  $154 \text{ cm}^2$  है।

**उत्तर 6:**

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $154 \text{ cm}^2$  है। माना, गोले की त्रिज्या =  $r \text{ cm}$

गोले पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $4\pi r^2$

$$\Rightarrow 154 = 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 \Rightarrow r^2 = 154 \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{4} \Rightarrow r^2 = \frac{77}{4} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{77}{4}} = \frac{7}{2}$$

अतः, गोले की त्रिज्या  $\frac{7}{2} \text{ cm}$  है।

**प्रश्न 7:**

चन्द्रमा का व्यास पृथ्वी के व्यास का लगभग एक-चौथाई है। इन दोनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

**उत्तर 7:**

माना, पृथ्वी की त्रिज्या  $R$  है। इसलिए, पृथ्वी का व्यास =  $2R$

प्रश्नानुसार, चन्द्रमा का व्यास =  $\frac{1}{4}(2R)$ , अतः, चन्द्रमा की त्रिज्या =  $\frac{1}{4}(2R) = \frac{1}{2}R$

अब,

$$\frac{\text{चन्द्रमा का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{पृथ्वी का पृष्ठीय क्षेत्रफल}} = \frac{4\pi \left(\frac{1}{4}R\right)^2}{4\pi(R)^2} = \frac{1}{16} \frac{R^2}{R^2} = \frac{1}{16}$$

अतः, चन्द्रमा और पृथ्वी के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात **1:16** है।

**प्रश्न 8:**

एक अर्धगोलाकार कटोरा  $0.25 \text{ cm}$  मोटी स्टील से बना है। इस कटोरे की आंतरिक त्रिज्या  $5 \text{ cm}$  है। कटोरे का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**उत्तर 8:**

कटोरे की आंतरिक त्रिज्या  $r = 5 \text{ cm}$  और कटोरे की मोटाई  $0.25 \text{ cm}$  है।

इसलिए कटोरे की बाहरी त्रिज्या =  $R = 5 + 0.25 = 5.25 \text{ cm}$

कटोरे का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi R^2$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 5.25 \times 5.25 = 2 \times 22 \times 0.75 \times 5.25 = 173.25 \text{ cm}^2$$

अतः, कटोरे का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल  $173.25 \text{ cm}^2$  है।

**प्रश्न 9:**

एक लंब वृत्तीय बेलन त्रिज्या  $r$  वाले एक गोले को पूर्णतया घेरे हुए है (देखिए आकृति)। ज्ञात कीजिए:

(i) गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल (ii) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (iii) ऊपर (i) और (ii) में प्राप्त क्षेत्रफलों का अनुपात

**उत्तर 9:**

(i) गोले की त्रिज्या = बेलन की त्रिज्या =  $r$  है।

अतः, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $4\pi r^2$

(ii) बेलन की त्रिज्या =  $r$  और बेलन की ऊँचाई  $h$  = गोले का व्यास =  $2r$  है।

अतः, बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi r h = 2\pi r(2r) = 4\pi r^2$

(iii) अब,

$$\frac{\text{गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल}} = \frac{4\pi r^2}{4\pi r^2} = \frac{1}{1}$$

अतः, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल और बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात **1:1** है।



## गणित Exercise 11.3

(पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)  
(कक्षा - 9)

### प्रश्न 1:

उस लंब वृत्तीय शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए:

(i) जिसकी त्रिज्या 6 cm और ऊँचाई 7 cm है।

(ii) जिसकी त्रिज्या 3.5 cm और ऊँचाई 12 cm है।

### उत्तर 1:

(i) शंकु के आधार की त्रिज्या  $r = 6$  cm और ऊँचाई  $h = 7$  cm है।

शंकु का आयतन  $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 7 = 264 \text{ cm}^3$$

अतः, लंब वृत्तीय शंकु का आयतन  $264 \text{ cm}^3$  है।

(ii) शंकु के आधार की त्रिज्या  $r = 3.5$  cm और ऊँचाई  $h = 12$  cm है।

शंकु का आयतन  $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 12 = 154 \text{ cm}^3$$

अतः, लंब वृत्तीय शंकु का आयतन  $154 \text{ cm}^3$  है।

### प्रश्न 2:

शंकु के आकार के उस बर्तन की लीटरों में धारिता ज्ञात कीजिए जिसकी

(i) जिसकी त्रिज्या 7 cm और तिर्यक ऊँचाई 25 cm है। (ii) जिसकी त्रिज्या 12 cm और तिर्यक ऊँचाई 13 cm है।

### उत्तर 2:

(i) बर्तन की त्रिज्या  $r = 7$  cm और तिर्यक ऊँचाई  $l = 25$  cm है।

माना, बर्तन की ऊँचाई  $= h$  cm

हम जानते हैं कि,  $l^2 = r^2 + h^2$

$$\Rightarrow 25^2 = 7^2 + h^2$$

$$\Rightarrow 625 = 49 + h^2 \Rightarrow h^2 = 625 - 49 = 576 \Rightarrow h = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$$

बर्तन का धारिता  $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24 = 1232 \text{ cm}^3 = \frac{1232}{1000} = 1.232 \text{ लीटर}$$

अतः, शंकु के आकार के बर्तन की धारिता 1.232 लीटर है।

(ii) बर्तन की ऊँचाई  $h = 12$  cm और तिर्यक ऊँचाई  $l = 13$  cm है।

माना, बर्तन की त्रिज्या  $= r$  cm

हम जानते हैं कि,  $l^2 = h^2 + r^2$

$$\Rightarrow 13^2 = 12^2 + r^2$$

$$\Rightarrow 169 = 144 + r^2$$

$$\Rightarrow r^2 = 169 - 144 = 25 \Rightarrow r = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

बर्तन का धारिता  $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 12 = \frac{2200}{7} \text{ cm}^3$$

$$= \frac{2200}{7 \times 1000} = \frac{11}{35} \text{ लीटर}$$

अतः, शंकु के आकार के बर्तन की धारिता  $\frac{11}{35}$  लीटर है।

**प्रश्न 3:**

एक शंकु की ऊँचाई 15 cm है। यदि इसका आयतन  $1570 \text{ cm}^3$  है, तो इसके आधार की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।  
( $\pi = 3.14$  प्रयोग कीजिए।)

**उत्तर 3:**

शंकु का आयतन  $V = 1570 \text{ cm}^3$  और ऊँचाई  $h = 15 \text{ cm}$  है।  
माना, शंकु के आधार की त्रिज्या =  $r \text{ cm}$

शंकु का आयतन  $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$\Rightarrow 1570 = \frac{1}{3} \times 3.14 \times r^2 \times 15 \Rightarrow 1570 = 3.14 \times r^2 \times 5 \Rightarrow r^2 = \frac{1570}{3.14 \times 5} = 100$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

अतः, शंकु के आधार की त्रिज्या 10 cm है।

**प्रश्न 4:**

यदि 9 cm ऊँचाई वाले एक लंब वृत्तीय शंकु का आयतन  $48\pi \text{ cm}^3$  है, तो इसके आधार का व्यास ज्ञात कीजिए।

**उत्तर 4:**

शंकु का आयतन  $V = 48\pi \text{ cm}^3$  और ऊँचाई  $h = 9 \text{ cm}$  है।

माना, शंकु के आधार की त्रिज्या =  $r \text{ cm}$

शंकु का आयतन  $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$\Rightarrow 48\pi = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 9 \Rightarrow 48\pi = \pi \times r^2 \times 3 \Rightarrow r^2 = \frac{48\pi}{\pi \times 3} = 16 \Rightarrow r = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

इसलिए, आधार का व्यास =  $2 \times 4 = 8 \text{ cm}$

अतः, आधार का व्यास 8 cm है।

**प्रश्न 5:**

ऊपरी व्यास 3.5 m वाले शंकु के आकार का एक गड्ढा 12 m गहरा है। इसकी धारिता किलोलीटरों में कितनी है?

**उत्तर 5:**

गड्ढे के आधार की त्रिज्या  $r = 3.5/2 = 1.75 \text{ m}$  और ऊँचाई  $h = 12 \text{ m}$  है।

गड्ढे की धारिता  $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 1.75 \times 1.75 \times 12 = 38.5 \text{ m}^3$$

$$= 38.5 \text{ किलोलीटर} \quad [\because 1 \text{ m}^3 = 1 \text{ किलोलीटर}]$$

अतः, गड्ढे की धारिता 38.5 किलोलीटर है।

**प्रश्न 6:**

एक लंब वृत्तीय शंकु का आयतन  $9856 \text{ cm}^3$  है। यदि इसके आधार का व्यास 28 cm है, तो ज्ञात कीजिए:

(i) शंकु की ऊँचाई                      (ii) शंकु की तिर्यक ऊँचाई                      (iii) शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

**उत्तर 6:**

(i) शंकु का आयतन  $V = 9856 \text{ cm}^3$  और त्रिज्या  $r = 28/2 = 14 \text{ cm}$  है।

माना, शंकु की ऊँचाई =  $h \text{ cm}$  इसलिए, शंकु का आयतन  $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$\Rightarrow 9856 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times h \Rightarrow 9856 = \frac{1}{3} \times 22 \times 2 \times 14 \times h \Rightarrow h = \frac{9856 \times 3}{22 \times 2 \times 14} \Rightarrow h = 48 \text{ cm}$$

अतः, शंकु की ऊँचाई 48 cm है।



(ii) शंकु की ऊँचाई  $h = 48$  cm और त्रिज्या  $r = 14$  cm है। माना, शंकु की तिर्यक ऊँचाई  $= l$  cm हम जानते हैं कि,  $l^2 = h^2 + r^2$

$$\Rightarrow l^2 = 48^2 + 14^2 \Rightarrow l^2 = 2304 + 196 \Rightarrow l^2 = 2500 \Rightarrow l = \sqrt{2500} = 50 \text{ cm}$$

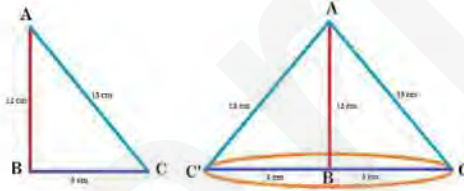
अतः, शंकु की तिर्यक ऊँचाई 50 cm है।

(iii) शंकु की तिर्यक ऊँचाई  $l = 50$  cm और त्रिज्या  $r = 14$  cm है।

शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल  $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 50 = 22 \times 2 \times 50 = 2200 \text{ cm}^2$$

अतः, शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 2200 cm<sup>2</sup> है।



**प्रश्न 7:**

भुजाओं 5 cm, 12 cm और 13 cm वाले एक समकोण त्रिभुज ABC को भुजा 12 cm के परित घुमाया जाता है। इस प्रकार प्राप्त ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

**उत्तर 7:**

त्रिभुज की 12 cm भुजा के परित घुमाने पर प्राप्त ठोस एक शंकु होगा। जिसकी त्रिज्या  $r = 5$  cm, ऊँचाई  $h = 12$  cm और तिर्यक ऊँचाई  $l = 13$  cm होगी।

$$\text{ठोस की आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 5 \times 5 \times 12 = 100\pi \text{ cm}^3$$

अतः, ठोस का आयतन  $100\pi$  cm<sup>3</sup> है।

**प्रश्न 8:**

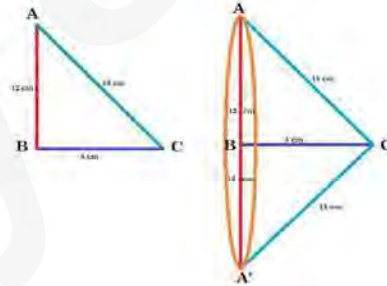
यदि प्रश्न 7 के त्रिभुज ABC को यदि भुजा 5 के परित घुमाया जाए, तो इस प्रकार प्राप्त ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए। प्रश्नों 7 और 8 में प्राप्त किए दोनों ठोसों के आयतनों का अनुपात भी ज्ञात कीजिए।

**उत्तर 8:**

त्रिभुज की 5 cm भुजा के परित घुमाने पर प्राप्त ठोस एक शंकु होगा। जिसकी त्रिज्या  $r = 12$  cm, ऊँचाई  $h = 5$  cm और तिर्यक ऊँचाई  $l = 13$  cm होगी।

$$\text{ठोस की आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 12 \times 12 \times 5 = 240\pi \text{ cm}^3$$

अतः, ठोस का आयतन  $240\pi$  cm<sup>3</sup> है।



**प्रश्न 9:**

गेहूँ की एक ढेरी व्यास 10.5 m और ऊँचाई 3 m वाले एक शंकु के आकार की है। इसका आयतन ज्ञात कीजिए। इस ढेरी को वर्षा से बचाने के लिए केनवास से ढका जाना है। वाँछित केनवास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**उत्तर 9:**

गेहूँ की ढेरी की त्रिज्या  $r = 10.5/2 = 5.25$  m और ऊँचाई  $h = 3$  m है।

$$\text{गेहूँ की ढेरी की आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5.25 \times 5.25 \times 3 = 22 \times 0.75 \times 5.25 = 86.625 \text{ m}^3$$

अतः, गेहूँ की ढेरी का आयतन 86.625 m<sup>3</sup> है।

माना, गेहूँ की ढेरी की तिर्यक ऊँचाई  $= l$  m

$$\text{हम जानते हैं कि, } l^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow l^2 = 3^2 + (5.25)^2 \Rightarrow l^2 = 9 + 27.5625 \Rightarrow l^2 = 36.5625$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{36.5625} = 6.05 \text{ m (लगभग)}$$

वाँछित केनवास का क्षेत्रफल  $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 5.25 \times 6.05 = 22 \times 0.75 \times 6.05 = 99.825 \text{ m}^2$$

अतः, इस ढेरी को वर्षा से बचाने के लिए वाँछित केनवास का क्षेत्रफल 99.825 m<sup>2</sup> है।

## गणित Exercise 11.4

(पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)  
(कक्षा - 9)

### प्रश्न 1:

उस गोले का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या निम्न है: (i) 7 cm (ii) 0.63 m

#### उत्तर 1:

(i) गोले की त्रिज्या  $r = 7$  cm है।

गोले का आयतन  $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7 = \frac{4}{3} \times 22 \times 7 \times 7 = 1437\frac{1}{3} \text{ cm}^3$$

अतः, गोले का आयतन  $1437\frac{1}{3} \text{ cm}^3$  है।

(ii) गोले की त्रिज्या  $r = 0.63$  m है।

गोले का आयतन  $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.63 \times 0.63 \times 0.63 = 4 \times 22 \times 0.03 \times 0.63 \times 0.63 = 1.05 \text{ m}^3 \text{ (लगभग)}$$

अतः, गोले का आयतन  $1.05 \text{ m}^3$  है।

### प्रश्न 2:

उस ठोस गोलाकार गेंद द्वारा हटाए गए (विस्थापित) पानी का आयतन ज्ञात कीजिए, जिसका व्यास निम्न है:

(i) 28 cm

(ii) 0.21 m

#### उत्तर 2:

(i) गेंद की त्रिज्या  $r = 28/2 = 14$  cm है।

गेंद द्वारा हटाए गए पानी का आयतन  $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 14 = \frac{4}{3} \times 22 \times 2 \times 14 \times 14 = 11498\frac{2}{3} \text{ cm}^3$$

अतः, गोले का आयतन  $11498\frac{2}{3} \text{ cm}^3$  है।

(ii) गेंद की त्रिज्या  $r = 0.21/2 = 0.105$  m है।

गेंद द्वारा हटाए गए पानी का आयतन  $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.105 \times 0.105 \times 0.105 = 4 \times 22 \times 0.005 \times 0.63 \times 0.63 = 0.004861 \text{ m}^3$$

अतः, गोले का आयतन  $0.004861 \text{ m}^3$  है।

### प्रश्न 3:

धातु की एक गेंद का व्यास 4.2 cm है। यदि इस धातु का घनत्व 8.9 ग्राम प्रति  $\text{cm}^3$  है, तो इस गेंद का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए।

#### उत्तर 3:

गेंद की त्रिज्या  $r = 4.2/2 = 2.1$  cm है।

गेंद का आयतन  $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1$$

$$= 4 \times 22 \times 0.1 \times 2.1 \times 2.1 = 38.808 \text{ cm}^3$$

यहाँ,  $1 \text{ cm}^3$  का द्रव्यमान = 8.9 ग्राम

इसलिए,  $38.808 \text{ cm}^3$  का द्रव्यमान =  $8.9 \times 38.808 = 345.39$  ग्राम (लगभग)

अतः, इस गेंद का द्रव्यमान 345.39 ग्राम है।

**प्रश्न 4:**

चंद्रमा का व्यास पृथ्वी के व्यास का लगभग एक-चौथाई है। चंद्रमा का आयतन पृथ्वी के आयतन की कौन-सी भिन्न है?

**उत्तर 4:**

माना, पृथ्वी की त्रिज्या  $R$  है।

इसलिए, पृथ्वी का व्यास  $= 2R$

प्रश्नानुसार, चंद्रमा का व्यास  $= \frac{1}{4}(2R)$

अतः, चंद्रमा की त्रिज्या  $= \frac{\frac{1}{4}(2R)}{2} = \frac{1}{4}R$

अब,

$$\frac{\text{चंद्रमा का आयतन}}{\text{पृथ्वी का आयतन}} = \frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{4}R\right)^3}{\frac{4}{3}\pi(R)^3} = \frac{\frac{1}{64}R^3}{R^3} = \frac{1}{64}$$

$$\Rightarrow \text{चंद्रमा का आयतन} = \frac{1}{64} \times \text{पृथ्वी का आयतन}$$

अतः, चंद्रमा का आयतन पृथ्वी के आयतन की  $\frac{1}{64}$  है।

**प्रश्न 5:**

व्यास 10.5 cm वाले एक अर्धगोलाकार कटोरे में कितने लीटर दूध आ सकता है?

**उत्तर 5:**

अर्धगोलाकार कटोरे की त्रिज्या  $r = 10.5/2 = 5.25$  cm है।

अर्धगोलाकार कटोरे का आयतन  $= \frac{2}{3}\pi r^3$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 5.25 \times 5.25 \times 5.25 = 2 \times 22 \times 0.25 \times 5.25 \times 5.25 = 303 \text{ cm}^3 \text{ (लगभग)}$$

$$= \frac{303}{1000} \text{ लीटर} \quad [\because 1 \text{ cm}^3 = \frac{1}{1000} \text{ लीटर}]$$

$$= 0.303 \text{ लीटर}$$

अतः, अर्धगोलाकार कटोरे में 0.303 लीटर दूध आ सकता है।

**प्रश्न 6:**

एक अर्धगोलाकार टंकी 1 cm मोटी एक लोहे की चादर (Sheet) से बनी है। यदि इसकी आंतरिक त्रिज्या 1 m है, तो इस टंकी के बनाने में लगे लोहे का आयतन ज्ञात कीजिए।

**उत्तर 6:**

अर्धगोलाकार टंकी की आंतरिक त्रिज्या  $r = 1$  m और मोटाई  $1 \text{ cm} = 0.01$  m है।

इसलिए, बहरी त्रिज्या  $R = 1 + 0.01 = 1.01$  m

अर्धगोलाकार टंकी का आयतन  $= \frac{2}{3}\pi(R^3 - r^3)$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times [(1.01)^3 - 1^3] = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (1.030301 - 1)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.030301$$

$$= 0.06348 \text{ m}^3$$

अतः, टंकी के बनाने में लगे लोहे का आयतन  $0.06348 \text{ m}^3$  है।

**प्रश्न 7:**

उस गोले का आयतन ज्ञात कीजिए जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल  $154 \text{ cm}^2$  है।

**उत्तर 7:**

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $A = 154 \text{ cm}^2$  है।

माना, गोले की त्रिज्या =  $r \text{ cm}$

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $4\pi r^2$

$$\Rightarrow 154 = 4 \times \frac{22}{7} \times r^2$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{154 \times 7}{22 \times 4} = \frac{49}{4}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$$

गोले का आयतन =  $\frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$$

$$= \frac{539}{3} = 179\frac{2}{3} \text{ cm}^3$$

अतः, गोले का आयतन  $179\frac{2}{3} \text{ cm}^3$  है।

**प्रश्न 8:**

किसी भवन का गुंबद एक अर्धगोले के आकार का है। अंदर से, इसमें सफेदी कराने में ₹498.96 व्यय हुए। यदि सफेदी कराने की दर ₹2 प्रति वर्ग मीटर है, तो ज्ञात कीजिए:

(i) गुंबद का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (ii) गुंबद के अंदर की हवा का आयतन

**उत्तर 8:**

(i) माना, गुंबद की आंतरिक त्रिज्या =  $r \text{ m}$

गुंबद का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi r^2$

₹2 प्रति वर्ग मीटर की दर से, इसमें सफेदी कराने में व्यय =  $2\pi r^2 \times ₹2 = ₹4\pi r^2$

$$\Rightarrow ₹4\pi r^2 = ₹498.96$$

$$\Rightarrow 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 498.96$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{498.96 \times 7}{4 \times 22} = 39.69$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{39.69} = 6.3 \text{ m}$$

इसलिए, गुंबद का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi r^2$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times (6.3)^2$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 6.3 \times 6.3$$

$$= 2 \times 22 \times 0.9 \times 6.3$$

$$= 249.48 \text{ m}^2$$

अतः, गुंबद का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल  $249.48 \text{ m}^2$  है।



$$\begin{aligned}
 \text{(ii) गुंबद के अंदर की हवा का आयतन} &= \frac{2}{3}\pi r^3 \\
 &= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (6.3)^3 \\
 &= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 6.3 \times 6.3 \times 6.3 \\
 &= 2 \times 22 \times 0.3 \times 6.3 \times 6.3 \\
 &= 523.9 \text{ cm}^3 \\
 \text{अतः, गुंबद के अंदर की हवा का आयतन } &523.9 \text{ cm}^3 \text{ है।}
 \end{aligned}$$

### प्रश्न 9:

लोहे के सत्ताइस ठोस गोलों को पिघलाकर, जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या  $r$  है, और पृष्ठीय क्षेत्रफल  $S$  है, एक बड़ा गोला बनाया जाता है जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल  $S'$  है। ज्ञात कीजिए:

(i) नए गोले की त्रिज्या  $r'$

(ii)  $S$  और  $S'$  का अनुपात

#### उत्तर 9:

(i) ठोस गोलों की त्रिज्या  $r$  और नए गोले की त्रिज्या  $r'$  है।

$$\text{ठोस गोले का आयतन} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{इसलिए, 27 ठोस गोलों का आयतन} = 27 \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

प्रश्नानुसार, नए गोले का आयतन = 27 ठोस गोलों का आयतन

$$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi (r')^3 = 27 \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\Rightarrow (r')^3 = 27 \times r^3$$

$$\Rightarrow r' = 3 \times r$$

अतः, नए गोले की त्रिज्या  $3r$  है।

(ii) ठोस गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $S = 4\pi r^2$

$$\text{नए गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल } S' = 4\pi (r')^2 = 4\pi (3r)^2 = 36\pi r^2$$

इसलिए,

$$\frac{S}{S'} = \frac{4\pi r^2}{36\pi r^2} = \frac{1}{9}$$

अतः,  $S$  और  $S'$  का अनुपात 1:9 है।

### प्रश्न 10:

दवाई का एक कैप्सूल (Capsule) 3.5 mm व्यास का एक गोला (गोली) है। इस कैप्सूल को भरने के लिए कितनी दवाई ( $\text{mm}^3$  में) की आवश्यकता होगी?

#### उत्तर 10:

कैप्सूल की त्रिज्या  $r = 3.5/2 = 1.75 \text{ mm}$  है।

$$\text{कैप्सूल को भरने के लिए दवाई का आयतन} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 1.75 \times 1.75 \times 1.75$$

$$= \frac{4}{3} \times 22 \times 0.25 \times 1.75 \times 1.75$$

$$= 22.46 \text{ mm}^3 \text{ (लगभग)}$$

अतः, इस कैप्सूल को भरने के लिए  $22.46 \text{ mm}^3$  दवाई की आवश्यकता होगी है।