

4. दो चरों में रैखिक समीकरण

प्रनावाली 4.1

Q1. एक नोटबुक की कीमत एक कलम की कीमत से दो गुनी है। इस कथन को निरूपित करने के लिए दो चरों वाला एक रैखिक समीकरण लिखिए।

(संकेत मान लीजिए, नोटबुक की कीमत x रु है और कलम की कीमत y रु है)।

हल :

माना पेन की कीमत = y रुपया है

और नोटबुक की कीमत = x रुपया है

प्रश्नानुसार,

नोटबुक की कीमत = 2 (पेन की कीमत)

$$x = 2y$$

$$\Rightarrow x - 2y = 0$$

Q2. निम्नलिखित रैखिक समीकरणों को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त कीजिए और प्रत्येक स्थिति में a , b और c के मान बताइए :

(i) $2x + 3y = 9.35$

(ii) $x - 5y - 10 = 0$

(iii) $-2x + 3y = 6$

(iv) $x = 3y$

(v) $2x = -5y$

(vi) $3x + 2 = 0$

(vii) $y - 2 = 0$

(viii) $5 = 2x$

हल:

(i) $2x + 3y = 9.35$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

$$\Rightarrow 2x + 3y - 9.35 = 0$$

अतः $a = 2, b = 3, c = -9.35$

हल: (ii) $x - 5y - 10 = 0$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

$$\Rightarrow x - 5y - 10 = 0$$

अतः, $a = 1, b = -5, c = -10$

हल: (iii) $-2x + 3y = 6$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

$$\Rightarrow -2x + 3y - 6 = 0$$

अतः, $a = -2, b = 3, c = -6$

हल: (iv) $x = 3y$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

$$\Rightarrow x - 3y = 0$$

अतः, $a = 1, b = -3, c = 0$

हल: (v) $2x = -5y$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

$$\Rightarrow 2x + 5y = 0$$

अतः, $a = 2, b = 5, c = 0$

हल: (vi) $3x + 2 = 0$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

$$\Rightarrow 3x + 0.y + 2 = 0$$

अतः, $a = 3, b = 0, c = 2$

हल: (vii) $y - 2 = 0$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

$$\Rightarrow 0.x + y - 2 = 0$$

अतः, $a = 0, b = 1, c = -2$

हल: (Viii) $5 = 2x$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

$$\Rightarrow 2x - 5 = 0$$

अतः, $a = 2, b = 0, c = -5$

प्रश्नावली 4.2

Q1. निम्नलिखित विकल्पों में से कौन-सा विकल्प सत्य है, और क्यों?

$$y = 3x + 5 \text{ का}$$

- (i) एक अद्वितीय हल है,
- (ii) केवल दो हल है,
- (iii) अपरिमित रूप से अनेक हल हैं |

हल : (iii) अपरिमित रूप से अनेक हल हैं |

Q2. निम्नलिखित समीकरणों में से प्रत्येक समीकरण के चार हल लिखिए :

(i) $2x + y = 7$

(ii) $\pi x + y = 9$

(iii) $x = 4y$

हल : (i) $2x + y = 7$

$$\Rightarrow 2x + y - 7 = 0$$

$$\Rightarrow 2x = 7 - y$$

$$\Rightarrow x = \frac{7-y}{2}$$

$y = 1$ रखने पर

तब, $x = \frac{7-1}{2} = \frac{6}{2} \quad x=3$

$y = (-1)$ रखने पर

तब, $x = \frac{7-(-1)}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$

$x = 4$

$y = 3$

तब, $x = \frac{7-3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$y = (-3)$ रखने पर

तब, $x = \frac{7-(-3)}{2} = \frac{10}{2} = 5$

$x = 5$

अतः x और y का दिए गए समीकरण के लिए चार हल निम्नलिखित है :

x	3	4	2	5
y	1	-1	3	-3

हल : (ii) $\pi x + y = 9$

$$\Rightarrow \pi x + y - 9 = 0$$

$$\Rightarrow \pi x = 9 - y$$

$$x = \frac{9-y}{\pi}$$

$y = 1$ रखने पर

$$x = \frac{9-1}{\pi} = \frac{8}{\pi}, \quad x = \frac{8}{\pi}$$

$y = 2$ रखने पर

$$x = \frac{9-2}{\pi} = \frac{7}{\pi}, \quad x = \frac{7}{\pi}$$

$y = 3$ रखने पर

$$x = \frac{9-3}{\pi} = \frac{6}{\pi}, \quad x = \frac{6}{\pi}$$

$y = 4$ रखने पर

$$x = \frac{9-4}{\pi} = \frac{5}{\pi}, \quad x = \frac{5}{\pi}$$

अतः x और y का दिए गए समीकरण के लिए चार हल निम्नलिखित हैं :

x	$\frac{8}{\pi}$	$\frac{7}{\pi}$	$\frac{6}{\pi}$	$\frac{5}{\pi}$
y	1	2	3	4

हल : (iii) $x = 4y$

$\Rightarrow x - 4y = 0$

$x = 4y$

समीकरण में $y = 1$ रखने पर

$x = 4(1) = 4, x = 4$

$y = 2$ रखने पर

$x = 4(2) = 8, x = 8$

$y = 3$ रखने पर

$x = 4(3) = 12, x = 12$

$y = 4$ रखने पर

$x = 4(4) = 16, x = 16$

अतः x और y का दिए गए समीकरण के लिए चार हल निम्नलिखित हैं :

x	4	8	12	16
y	1	2	3	4

Q3. बताइए कि निम्नलिखित हलों में कौन-कौन समीकरण $x - 2y = 4$ के हल हैं और कौन-कौन नहीं हैं :

(i) $(0, 2)$

(ii) $(2, 0)$

(iii) $(4, 0)$

(iv) $(\sqrt{2}, 4\sqrt{4})$

(v) $(1, 1)$

Q(i) $(0, 2)$ समीकरण $x - 2y = 4$ का हल है अथवा नहीं

हल : $x = 0$ और $y = 2$ रखने पर

$$x - 2y = 4$$

$$\text{LHS} = 0 - 2(2)$$

$$= -4$$

$$\text{RHS} = 4$$

इसलिए, $\text{LHS} \neq \text{RHS}$

अतः $(0, 2)$ दिए गए समीकरण का हल नहीं है।

Q(ii) $(2,0)$ समीकरण $x - 2y = 4$ का हल है अथवा नहीं

हल : $x - 2y = 4$ में $x = 2$ और $y = 0$ रखने पर

$$\text{LHS} = 2 - 2(0)$$

$$= 2 - 0$$

$$= 2$$

जबकि $\text{RHS} = 4$ है

इसलिए, $\text{LHS} \neq \text{RHS}$

अतः $(2, 0)$ दिए गए समीकरण का हल नहीं है।

Q(iii) $(4,0)$ समीकरण $x - 2y = 4$ का हल है अथवा नहीं

हल : समीकरण $x - 2y = 4$ में $x = 4$ और $y = 0$ रखने पर

$$\text{LHS} = x - 2y$$

$$= 4 - 2(0)$$

$$= 4 - 0 = 4$$

जबकि $\text{RHS} = 4$

यहाँ $\text{LHS} = \text{RHS}$ है

अतः $(4, 0)$ दिए गए समीकरण का हल है।

Q(iv) $(\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ समीकरण $x - 2y = 4$ का हल है अथवा नहीं

हल : समीकरण $x - 2y = 4$ में $x = \sqrt{2}$ और $y = 4\sqrt{2}$ रखने पर

$$\begin{aligned}\text{LHS} &= x - 2y \\ &= \sqrt{2} - 2(4\sqrt{2}) \\ &= \sqrt{2} - 8\sqrt{2} \\ &= -7\sqrt{2}\end{aligned}$$

जबकि $\text{RHS} = 4$ है

अतः $(\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ दिए गए समीकरण का हल नहीं है।

Q(v) बताइए $(1,1)$ समीकरण $x - 2y = 4$ का हल है अथवा नहीं

हल : समीकरण $x - 2y = 4$ में $x = 1$ और $y = 1$ रखने पर

$$\begin{aligned}\text{LHS} &= x - 2y \\ &= 1 - 2(1) \\ &= 1 - 2 \\ &= -1\end{aligned}$$

जबकि $\text{RHS} = 4$ है

अतः $(1,1)$ समीकरण $x - 2y = 4$ का हल नहीं है।

Q4. k का मान ज्ञात कीजिए जबकि $x = 2, y = 1$ समीकरण $2x + 3y = k$ का एक हल हो।

हल : $2x + 3y = k$

$x = 2$ और $y = 1$ रखने पर

$$\begin{aligned}\Rightarrow 2x + 3y &= k \\ \Rightarrow 2(2) + 3(1) &= k \\ \Rightarrow 4 + 3 &= k \\ \Rightarrow k &= 7\end{aligned}$$