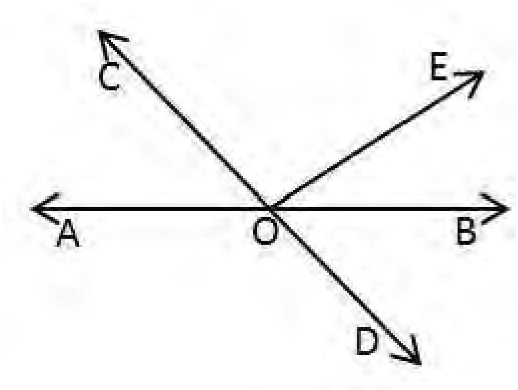
6. रेखाएँ और कोण

अभ्यास 6.1

Q1. आकृति. 6.13 में, रेखाएँ AB और CD बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती हैं | यदि $\angle AOC + \angle BOE = 70°$ है और $\angle BOD = 40°$ है तो $\angle BOE$ और प्रतिवर्ती $\angle COE$ ज्ञात कीजिए |

हल:



$\angle BOD = 40°$

$\angle AOC = \angle BOD$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\angle AOC = 40°$

$\angle AOC + \angle BOE = 70°$ (दिया है)

$\angle BOE = 70°$

$\angle BOE = 70° - 40°$

$\angle BOE = 30°$

चूँकि, AOB एक सरल रेखा है |

इसलिए, $\angle AOC + \angle COE + \angle BOE = 180°$ (रैखिक युग्म)

$\Rightarrow 70° + \angle COE = 180°$

$\Rightarrow \angle COE = 180° - 70°$

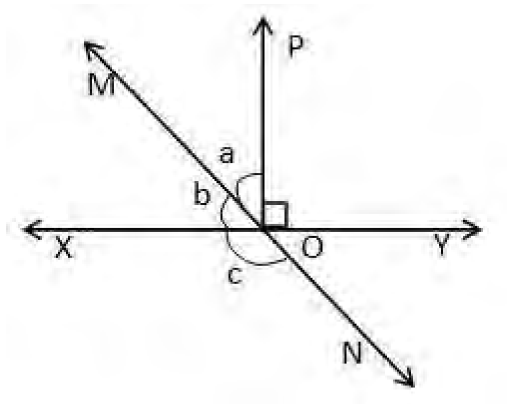
$\Rightarrow \angle COE = 110°$

प्रतिवर्ती $\angle COE = 360 - 110°$

$= 250°$

Q2. आकृति 6.14 में, रेखाएँ XY और MN बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती हैं | यदि $\angle POY = 90°$ और $a : b = 2 : 3$ है तो c ज्ञात कीजिए |

हल :



$\angle POY = 90°$ (दिया है)

माना $\angle a$ और $\angle b = 2x$ और $3x$ है |

चूँकि, XOY एक सरल रेखा है |

इसलिए, $\angle a + \angle b + \angle POY = 180°$ (रैखिक युग्म)

$\Rightarrow 2x + 3x + 90° = 180°$

$\Rightarrow 5x = 180° - 90°$

$\Rightarrow 5x = 90°$

$\Rightarrow x = 90°/5$

$\Rightarrow x = 18°$

अब, $\angle a = 2 \times 18°$

$= 36°$

$\angle b = 3 \times 18°$

$= 54°$

यहाँ, MON भी एक सरल रेखा है |

$\angle b + \angle c = 180°$(रैखिक युग्म)

$\angle 54° + \angle c = 180°$

$\Rightarrow \angle c = 180° - 54°$

$= 126°$

Q3. आकृति 6.15 में, ∠PQR = ∠PRQ है, सिद्ध कीजिए कि ∠PQS = ∠PRT है |

हल :

दिया है : $\angle PQR = \angle PRQ$

सिद्ध करना है : $\angle PQS = \angle PRT$

प्रमाण :

$\angle PQS + \angle PQR = 180°$ .... (1) रैखिक युग्म

$\angle PRT + \angle PRQ = 180°$ .... (2) रैखिक युग्म

समीकरण (1) तथा (2) से

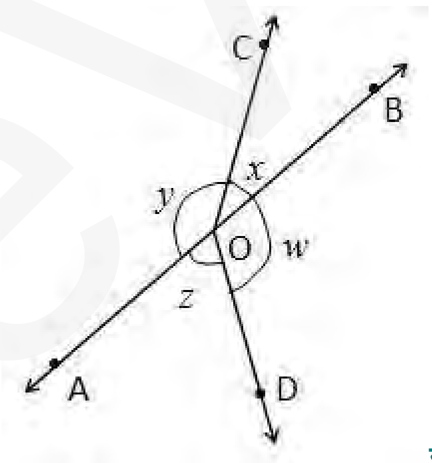
$\angle PQS + \angle PQR = \angle PRT + \angle PRQ$

Or, $\angle PQS + \angle PQR = \angle PRT + \angle PQR$ ($\angle PQR = \angle PRQ$ दिया है)

Or, $\angle PQS + \cancel{\angle PQR} = \angle PRT + \cancel{\angle PQR}$

Or, $\angle PQS = \angle PRT$ सिद्ध हुआ |

Q4. आकृति 6.16 में, यदि x + y = w + y है, तो सिद्ध कीजिए कि AOB एक सरल रेखा है|



हल:

दिया है : $x + y = w + z$

सिद्ध करना है : AOB एक सरल रेखा है |

प्रमाण : $x + y + w + z = 360°$

अथवा $x + y + x + y = 360°$

$\Rightarrow \quad 2x + 2y = 360°$

$\Rightarrow \quad 2(x + y) = 360°$

$\Rightarrow \quad x + y = 180°$ (रैखिक युग्म)

जब कोई संलग्न दो कोणों का योग 180° होता है तो रेखा सीधी एवं सरल होती है |

अत: AOB एक सरल रेखा है | **Proved**

Q5. आकृति 6.17 में, POQ एक रेखा है | किरण OR रेखा PQ पर लम्ब है | किरणों OP और OR के बीच में OS एक अन्य किरण है | सिद्ध कीजिए :

$$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$

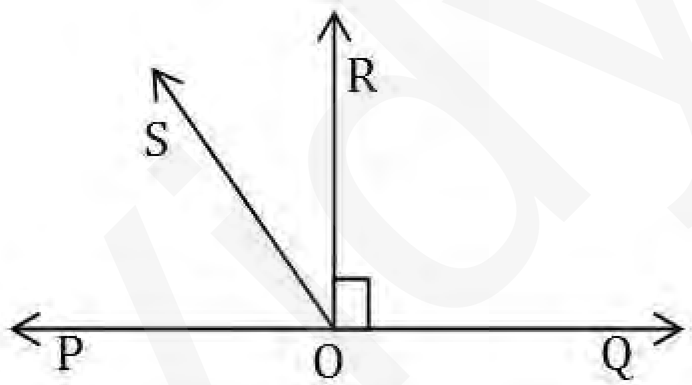


Fig. 5

हल:

दिया है : POQ एक रेखा है और OR ⊥ PQ तथा OS ∠POR के बीच एक किरण है |

सिद्ध करना है :

$$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$

प्रमाण : $\angle ROQ = 90^\circ$ (दिया है)

अब, $\angle POR + \angle ROQ = 180^\circ$ .... रैखिक युग्म

या $\angle POR + 90^\circ = 180^\circ$

या $\angle POR = 180^\circ - 90^\circ$

या $\angle POR = 90^\circ$

$\angle ROS = \angle POR - \angle POS$ .... (1)

और

$\angle ROS = \angle QOS - \angle ROQ$ .... (2)

समीकरण (1) तथा (2) को जोड़ने पर

$$\angle ROS + \angle ROS = \angle QOS - \angle ROQ + \angle POR - \angle POS$$

अथवा $2\angle ROS = \angle QOS - 90^\circ + 90^\circ - \angle POS$

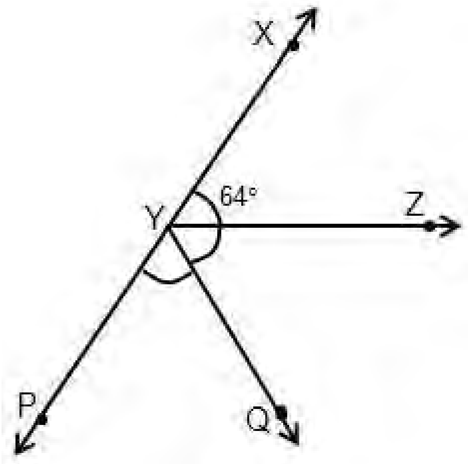
अथवा $2\angle ROS = \angle QOS - \angle POS$

$$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$

Proved

Q6. यह दिया है कि $\angle XYZ = 64°$ है और XY को बिंदु P तक बढाया गया है | दी हुई सुचना से एक आकृति खींचिए | यदि किरण YQ, $\angle ZYP$ को समद्विभाजित करती है, तो $\angle XYQ$ और प्रतिवर्ती $\angle QYP$ के मान ज्ञात कीजिए |

हल :



$\angle$ XYZ = 64°

YQ, $\angle$ ZYP को समद्विभाजित करती है;

इसलिए

$\angle$ QYP = $\angle$ ZYQ .... (1)

XY को बिंदु P तक बढाया गया है |

$\therefore$ XYP एक सरल रेखा है |

अत: $\angle$ XYZ + $\angle$ QYP + $\angle$ ZYQ = 180°

(रैखिक युग्म)

64° + $\angle$ QYP + $\angle$ QYP = 180°

2$\angle$ QYP = 180° - 64°

2$\angle$ QYP = 116°

$\angle$ QYP = 58°

$\angle$ QYP = $\angle$ ZYQ = 58°

$\angle$ XYQ = $\angle$XYZ + $\angle$ ZYQ

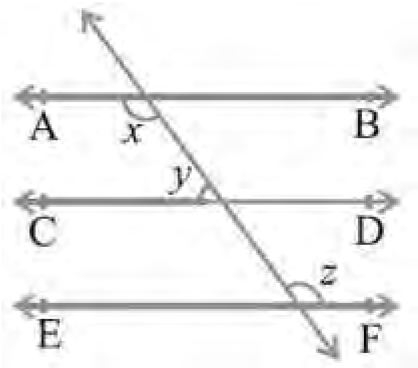
= 64° + 58°

= 122°

प्रतिवर्ती $\angle$ QYP = 360° - 58° = 302°

प्रश्नावली 6.2

Q1 . आकृति 6.23 में, यदि AB || CD, CD || EF और y : z = 3 : 7 है, तो x का मान ज्ञात कीजिए |



हल :

AB || CD .... (1) दिया है ;

CD || EF .... (2) दिया है ;

समीकरण (1) तथा (2) से हम पाते है कि

AB || EF ....(3)

∴ x = z .... (4) एकांतर कोण

अब, y = 3k तथा z = 7k माना

AB || CD दिया है;

∴ x + y = 180° (एक ही ओर के अंत: कोणों का योग)

अथवा z + y = 180°

⇒ 7k + 3k = 180°

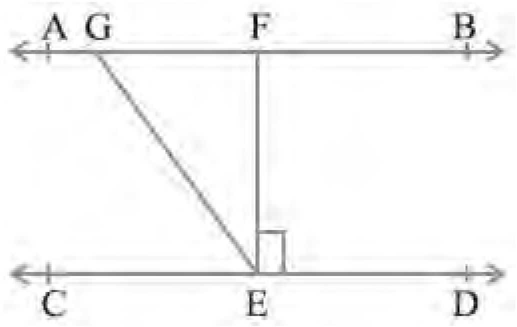
⇒ 10k = 180°

⇒ k = 18°

चूँकि x = z समी० (4) से

∴ x = 7k = 7 × 18° = 126° **उत्तर**

Q2. आकृति 6.24 में, यदि AB || CD, EF ⊥ CD और ∠ GED = 126° है,तो ∠ AGE, ∠GEF और ∠ FGE ज्ञात कीजिए |



हल : $\angle GED = 126°$

AB || CD दिया है |

$\therefore \angle AGE = \angle GED$ (एकांतर कोण)

अत : $\angle AGE = 126°$

$\angle GED = 126°$

$\angle GED = \angle GEF + \angle FED = 126°$

$\angle GEF + \angle FED = 126°$

$\angle GEF + 90° = 126°$ ($\because EF \perp CD \therefore \angle FED = 90°$)

$\angle GEF = 126° - 90°$

$\angle GEF = 36°$

अब,

$\angle AGE + \angle FGE = 180°$ (रैखिक युग्म)

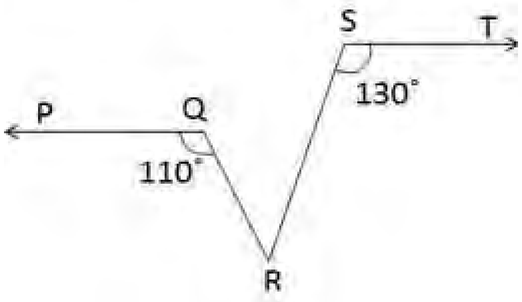
$126° + \angle FGE = 180°$

$\angle FGE = 180° - 126°$

$\angle FGE = 54°$

$\angle AGE = 126°$, $\angle GEF = 36°$ और $\angle FGE = 54°$

Q3. आकृति 6.26 में, यदिPQ || ST, ∠ PQR = 110° और ∠ RST = 130° है, तो ∠QRS ज्ञात कीजिए |

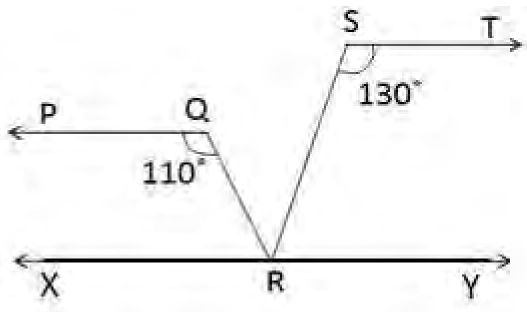


[संकेत : बिंदु R से होकर ST के समांतर एक रेखा खिचिए |

हल :

रचना : बिंदु R से होकर XY || ST खिंचा |

PQ || ST .... (1) दिया है |



XY || ST ....(2) रचना से

समी॰ (1) तथा (2) से

PQ || XY .... (3)

XY || ST रचना से

$\angle RST + \angle SRY = 180°$ (एक ही ओर के अंत:कोणों का योग)

$\Rightarrow 130° + \angle SRY = 180°$

$\Rightarrow \angle SRY = 180° - 130°$

$\Rightarrow \angle SRY = 50°$

PQ || XY .... (3) से

$\therefore \angle PQR = \angle QRY$ (एकांतर कोण)

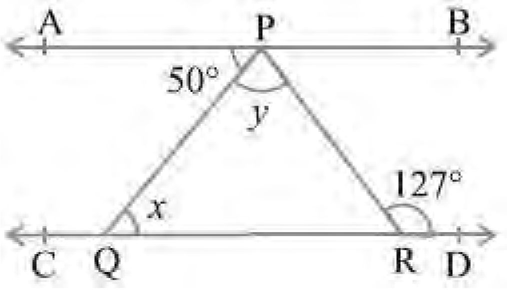
$110° = \angle QRS + \angle SRY$

$110° = \angle QRS + 50°$

$\angle QRS = 110° - 50°$

$\angle QRS = 60°$

Q4 आकृति6.26 में, यदि AB || CD, ∠ APQ = 50° और ∠ PRD = 127° है ,तो x और Y ज्ञात कीजिए |



हल: $\angle$ APQ = 50° और $\angle$ PRD = 127°

AB || CD दिया है |

$\therefore$ $\angle$APQ = $\angle$PQR (एकांतर कोण)

या x = 50°

पुन: $\angle$APR = $\angle$PRD (एकांतर कोण)

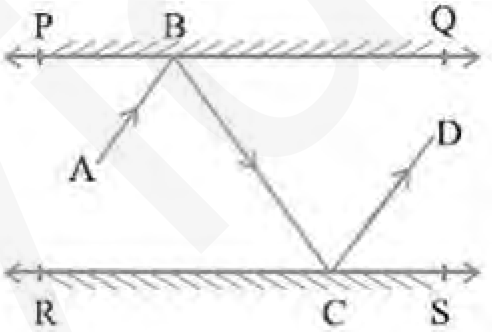
या y + 50° = 127°

या y = 127° - 50°

या y = 77°

x = 50° और y = 77°

Q5.आकृति6.27 में ,PQ और RS दो है जो एक दूसरे के सामान्तर रखे गए है | या आपतन किरण (incident ray)AB,दर्पण PQ से B पर टकराती है और प्रवार्तित किरण (reflected ray) पथ BC पर टकराती है तथा पुनः CD के अनुदिश प्रवार्तित हो जाती है | सिद्ध कीजिए कि AB||CD है |



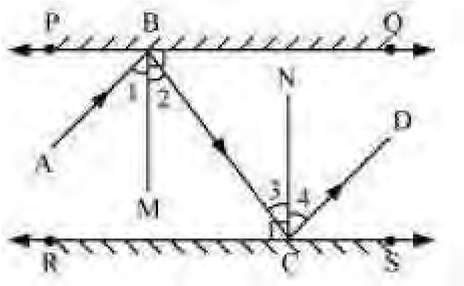
हल:

दिया है: PQ || RS और AB एक आपतन कोण है, CD एक परावर्तित किरण है |

सिद्ध करना है : AB || CD

रचना :

BM $\perp$ PQ और CN $\perp$ RS खिंचा |



प्रमाण :

BM ⊥ PQ and CN ⊥ RS

∴ BM || CM और BC एक तिर्यक रेखा है |

∴ ∠2 = ∠ 3 .... (1) (एकांतर अंत:कोण)

जबकि हम जानते है कि -

आपतन कोण = परावर्तन कोण, जहाँ BM और CN अभिलंब हैं |

∴ ∠1 = ∠ 2 .... (2)

इसीप्रकार,

∴ ∠3 = ∠ 4 .... (3)

समी॰(1) (2) और (3) से हम पाते है |

∠1 = ∠ 4 .... (4)

समी॰ (1) तथा (4) को जोड़ने पर

∠1 + ∠2 = ∠ 3 + ∠ 4

∠ABC = ∠ BCD (एकांतर अत: कोण)

इसलिए, AB || CD **Proved**