

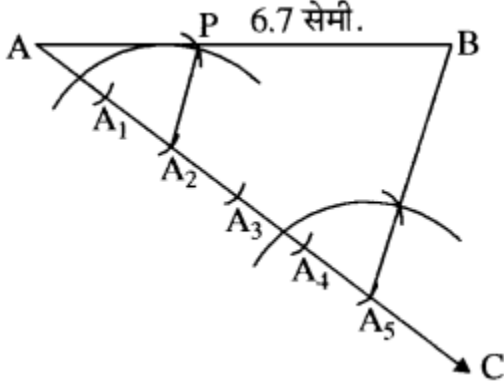
# रचनाएँ

## Ex 14.1

प्रश्न 1. 6.7 सेमी. लम्बाई के एक रेखाखण्ड को 2 : 3 में विभाजित कीजिए।

हल: रचना के चरण-

1. सर्वप्रथम रेखाखण्ड  $AB = 6.7$  सेमी. खींचा।
2. अब किरण  $AC$  खींची जो  $AB$  के साथ कोई भी न्यूनकोण बनाए।
3. किरण  $AC$  पर,  $A$  से प्रारम्भ कर  $2 + 3 = 5$  बराबर त्रिज्या के चाप अंकित किए -  $AA_1, A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4$  और  $A_4A_5$
4. अब  $A_5B$  को मिलाया।



5.  $A_2$  से  $A_2P \parallel A_5B$  खींचा जो  $AB$  को बिन्दु  $P$  पर प्रतिच्छेद करता है।
6. इस प्रकार  $P, AB$  को 2: 3 के अनुपात में बाँटता है। दोनों भागों को मापने पर  $AP = 2.6$  सेमी. और  $PB = 4.1$  सेमी.

स्पष्टीकरण-

$\Delta ABA_5$  में,  $PA_2 \parallel BA_5$

$\therefore \Delta APA_2 \sim \Delta ABA_5$

$$\Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AA_2}{A_2A_5} = \frac{2}{3}$$

$$= AP: PB = 2 : 3$$

प्रश्न 2. एक रेखाखण्ड  $AB = 8.3$  सेमी. लम्बाई का बनाइए। रेखाखण्ड  $AB$  पर एक बिन्दु  $C$  ऐसा ज्ञात कीजिए कि  $AC = \frac{1}{3}AB$  इसे सत्यापित भी कीजिए।

हल:

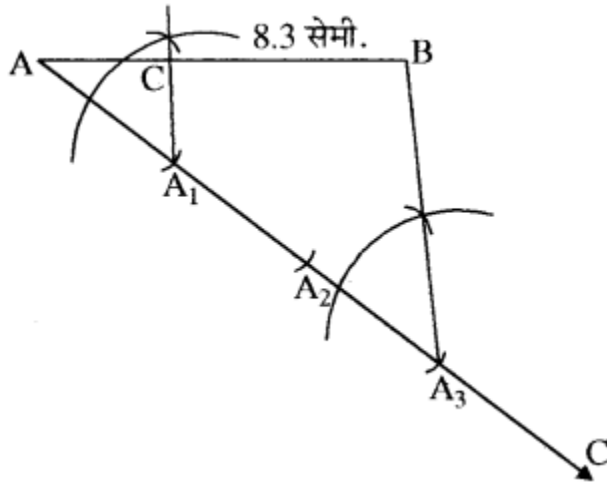
$$\therefore AC = \frac{1}{3} AB$$



$\therefore$  C, AB को 1 : 2 में अन्तःविभाजित करता है।

रचना के चरण-

1. सर्वप्रथम रेखाखण्ड AB = 8.3 सेमी. खींचा।
2. अब किरण AC खींची जो AB के साथ कोई भी न्यूनकोण बनाए।
3. किरण AC पर, A से प्रारम्भ कर 1 + 2 = 3 बराबर त्रिज्या के चाप अंकित किए। AA<sub>1</sub>, A<sub>1</sub>A<sub>2</sub>, A<sub>2</sub>A<sub>3</sub>।
4. अब A<sub>3</sub>B को मिलाया।
5. A से A<sub>1</sub>C  $\parallel$  A<sub>3</sub>B खींचा जो AB को बिन्दु C पर प्रतिच्छेद करता है।
6. इस प्रकार C, AB को 1 : 2 के अनुपात में बाँटता है।



सत्यापन- $\triangle ABA_3$  में  $BA_3 \parallel CA_1$

$$\therefore \frac{AC}{CB} = \frac{AA_1}{A_1A_3} \text{ (मूलामूल्य आनुपातिक प्रमेय से)}$$

$$\text{या,} \quad \frac{CB}{AC} = \frac{A_1A_3}{AA_1}$$

$$\text{या} \quad \frac{CB}{AC} + 1 = \frac{A_1A_3}{AA_1} + 1$$

$$\text{या,} \quad \frac{CB+AC}{AC} = \frac{A_1A_3+AA_1}{AA_1} = \frac{AA_3}{AA_1}$$

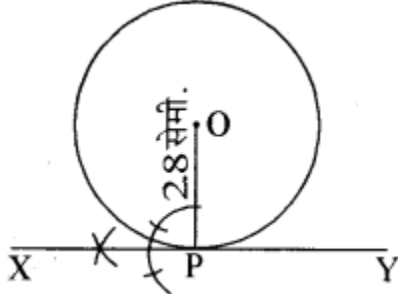
$$\text{या} \quad \frac{AB}{AC} = \frac{3}{1}$$

$$\text{या,} \quad AC = \frac{1}{3} AB \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 3. एक 2.8 सेमी. के वृत्त की रचना कर उस पर स्थित बिन्दु P पर एक स्पर्श रेखा की रचना कीजिए।

हल: रचना के चरण

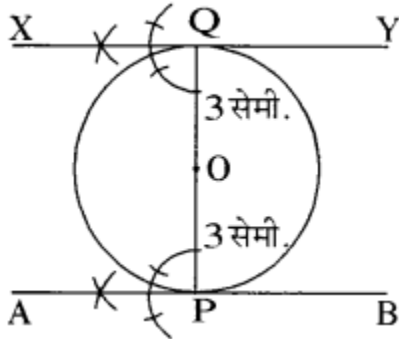
1. कोई बिन्दु O लेकर उस पर 2.8 सेमी. त्रिज्या का वृत्त खींचा।
2. वृत्त पर कोई बिन्दु P लिया
3. OP पर लम्बवत् रेखा XY खींची।



XY वृत्त की अभीष्ट स्पर्श रेखा होगी।

प्रश्न 4. एक 3 सेमी. त्रिज्या के व्यास के दोनों सिरों पर स्पर्श रेखाओं की रचना कीजिए। क्या वह परस्पर प्रतिच्छेद करेगी? कारण सहित उत्तर लिखिए।

हल: रचना के चरण

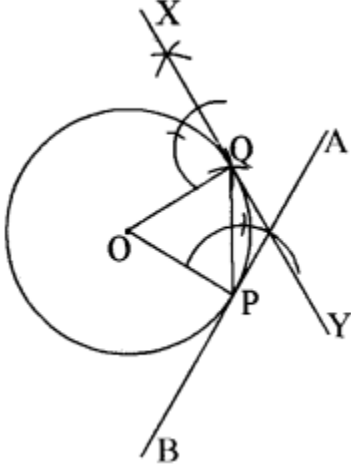


1. कोई बिन्दु O को केन्द्र लेकर त्रिज्या 3.0 का वृत्त खींचा।
2. PQ वृत्त का व्यास खींचा जो O से गुजरता है।
3. OP व OQ पर लम्ब खींचा जो [3 सेमी, क्रमशः AP व QX है।
4. AP को B तक तथा QX को Y A तक बढ़ाया जो वृत्त की अभीष्ट स्पर्श रेखाएँ हैं।

दोनों स्पर्श रेखाएँ परस्पर प्रतिच्छेद नहीं करेंगी क्योंकि दोनों स्पर्श रेखाएँ समान्तर हैं।

प्रश्न 5. एक 3.1 सेमी. त्रिज्या के वृत्त में एक 2.3 सेमी. की जीवा काटिए और उसके दोनों सिरों पर स्पर्श रेखाएँ खींचिए।

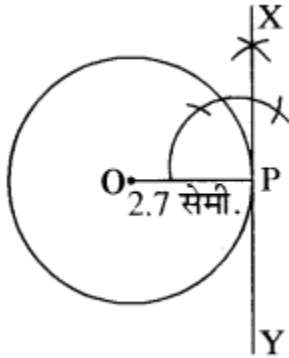
हल: रचना के चरण-



1. सर्वप्रथम O को केन्द्र मानकर 3.1 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचा।
2. वृत्त की परिधि के किसी बिन्दु P को केन्द्र मानकर 2.3 सेमी. त्रिज्या का एक चाप परिधि पर काटा तथा जीवा PQ प्राप्त की।
3. OP व OQ पर लम्ब खींचा जो क्रमशः AP व QX है।।
4. AP को B तक तथा QX को Y तक बढ़ाया जो वृत्त की अभीष्ट स्पर्श रेखाएँ हैं।

प्रश्न 6. एक 2.7 सेमी. त्रिज्या लेकर वृत्त की रचना कीजिए। उस वृत्त पर एक स्पर्श रेखा खींचिए।

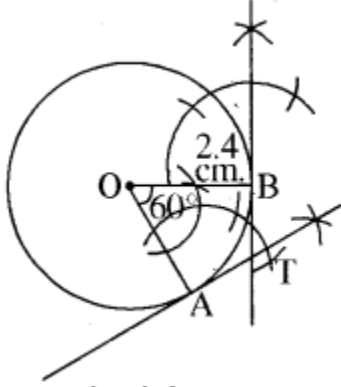
हल: रचना के चरण



1. सर्वप्रथम O को केन्द्र मानकर 2.7 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचा।
2. वृत्त पर कोई बिन्दु P लिया।
3. OP पर लम्बवत् रेखा XY खींची। XY वृत्त की अभीष्ट स्पर्श रेखा होगी।

प्रश्न 7. किसी बिन्दु O पर 2.4 सेमी. त्रिज्या लेकर वृत्त बनाइए। इसमें  $60^\circ$  का कोण बनाती हुई दो त्रिज्याएँ OA और OB की रचना करके A व B पर स्पर्श रेखाओं की रचना कीजिए जो परस्पर T बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं। कोण ATP को मापिए।

हल: रचना के चरण-



2.4 सेमी. की त्रिज्या का वृत्त खींचकर इसके केन्द्र पर  $60^\circ$  का कोण बनाते हुए दो त्रिज्याएँ OA तथा OB खींचीं। बिन्दु A व B पर समकोण की रचना करने पर हमें स्पर्श रेखाएँ AT व BT प्राप्त होंगी। कोण ATP को मापने पर  $\angle ATP = 120^\circ$  प्राप्त हुआ।

**प्रश्न 8.** एक 3.2 सेमी. त्रिज्या का वृत्त खींचिए। उस पर दो स्पर्श रेखाएँ इस प्रकार खींचिए कि वो परस्पर  $70^\circ$  का कोण बनाती हों।

हल: दिया है-

$$\angle ATB = 70^\circ$$

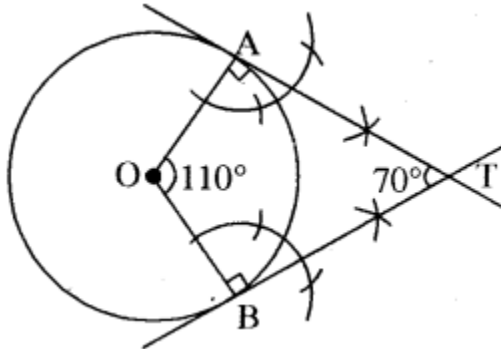
$$\angle A = \angle B = 90^\circ$$

अतः चतुर्भुज AOBT का चौथा कोण।

$$\angle AOB = 360^\circ - (70^\circ + 90^\circ + 90^\circ)$$

$$= 110^\circ$$

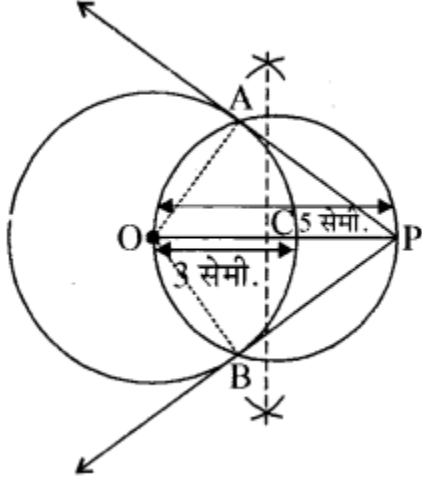
रचना के चरण-



O को केन्द्र मानकर 3.2 सेमी. त्रिज्या का वृत्त खींचा तथा त्रिज्याओं OA तथा OB के बीच  $110^\circ$  का कोण बनाया। OA तथा OB के A तथा B पर लम्ब क्रमशः AT तथा BT खींचे जो बिन्दु T पर मिलते हैं। इस प्रकार AT तथा BT दो अभीष्ट स्पर्श रेखायें हैं।

**प्रश्न 9.** एक वृत्त 3 सेमी. त्रिज्या का खींचिए जिसके केन्द्र O से 5 सेमी. दूर स्थित P से दो स्पर्श रेखाओं की रचना कीजिए।

हल: रचना के चरण



1. 3 सेमी. त्रिज्या का वृत्त बनाया जिसका केन्द्र O है।
2. O से 5 सेमी. दूर P लेकर OP को मिलाया।
3. OP का लम्ब समद्विभाजक खींचकर OP का मध्य बिन्दु C प्राप्त किया।
4. C को केन्द्र मानकर  $OC = CP$  त्रिज्या लेकर एक वृत्त की रचना की जो दिए गए वृत्त को A व B पर काटता है।
5. A व B को क्रमशः P से मिलाया PA व PB की वृत्त के बाहर स्थित बिन्दु से खींची गई अभीष्ट स्पर्श रेखाएँ हैं।

**प्रश्न 10.** दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ 3 सेमी. एवं 4 सेमी. हैं। जिनके केन्द्रों के मध्य की दूरी 8 सेमी. है। दोनों वृत्तों पर उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाएँ कितनी खींची जा सकती हैं? तथा दो उभयनिष्ठ अनुस्पर्श रेखाओं की रचना कीजिए।

हल: दिया है-

$$r_1 = 4 \text{ सेमी.},$$

$$r_2 = 3 \text{ सेमी.}$$

$$C_1C_2 = 8 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore C_1C_2 > r_1 + r_2$$

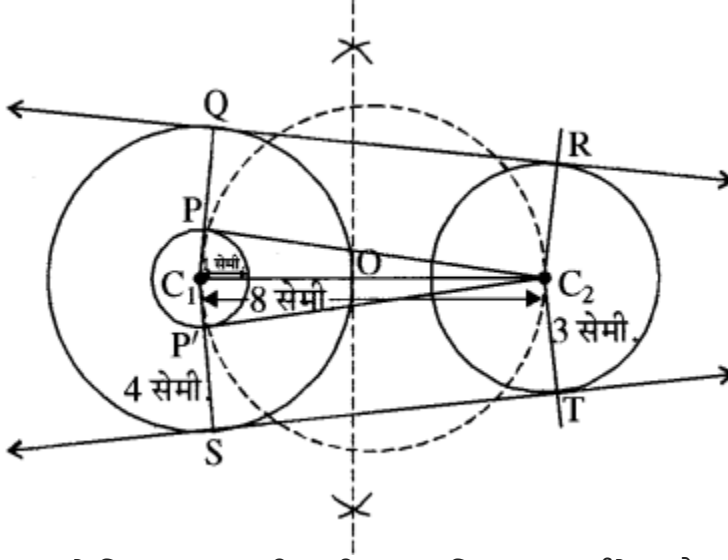
$$\text{i.e., } 8 > 3 + 4$$

अतः चार उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती हैं।

**रचना के चरण-**

1. सर्वप्रथम दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ 3 सेमी. तथा 4 सेमी. हैं, के वृत्त बनाएँ जिनके केन्द्रों  $C_1$  व  $C_2$  के मध्य की दूरी 8 सेमी. है।

- दोनों वृत्तों की त्रिज्याओं के अन्तर  $r_1 - r_2 = 4 - 3 = 1$  सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त बड़े वृत्त के अन्दर केन्द्र  $C_1$  पर बनाया और  $C_1C_2$  को समद्विभाजन बिन्दु  $O$  प्राप्त कर  $O$  से  $OC_1 = OC_2$  की त्रिज्या लेकर डोटेड वृत्त बनाया जो  $r_1 - r_2 = 1$  सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त को  $P$  तथा  $P'$  पर काटता है।
- $PC_1$  को मिलाकर  $r_1 - r_2 = 1$  सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त  $C_2$  से  $PC_2$  स्पर्श रेखा खींची।  $C_1P$  को मिलाते हुए  $C_1Q$  रेखा खींची जो  $r_1 = 4$  सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त को  $Q$  पर काटती है।  $PC_2$  के समान चाप लेकर  $Q$  को केन्द्र मानकर  $= 3$  सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त का प्रतिच्छेद बिन्दु  $R$  प्राप्त किया।



- QR को मिलाया। QR ही अभीष्ट उभयनिष्ठ अनुस्पर्श रेखा है।
- उपरोक्त प्रक्रिया के अनुसार दूसरी उभयनिष्ठ अनुस्पर्श रेखा ST प्राप्त की।

**प्रश्न 11.** दो वृत्तों, जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 1.7 सेमी. और 2.8 सेमी. की हैं, की एक उभयनिष्ठ तिर्यक स्पर्श रेखा की रचना कीजिए जबकि दोनों के केन्द्र एक दूसरे से 6 सेमी. दूरी पर हैं।

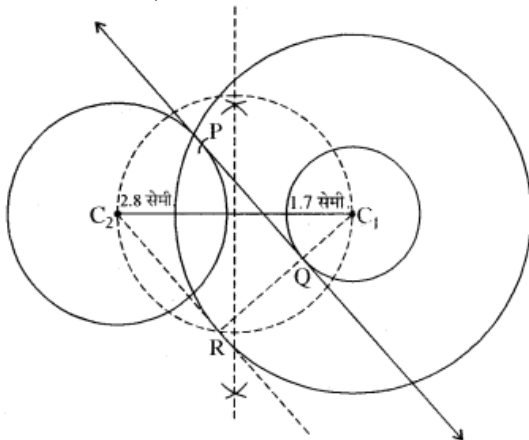
**हल:** दिया है

$$r_1 = 1.7 \text{ सेमी.},$$

$$r_2 = 2.8 \text{ सेमी.}$$

तथा उनके केन्द्रों के बीच दूरी  $C_1C_2 = 6$  सेमी.

**रचना के पद**



1.  $C_1C_2 = 6$  सेमी. की रेखा खींचकर उसके दोनों सिरों पर क्रमशः 1.7 सेमी, और 2.8 सेमी. की त्रिज्याएँ लेकर वृत्त खींचे।
2.  $r_1 + r_2 = 1.7$  सेमी. + 2.8 सेमी. = 4.5 सेमी. त्रिज्या का छोटे वृत्त  $r_1 = 1.7$  सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त के केन्द्र  $C_2$  से एक और वृत्त बनाया।
3.  $r_1 + r_2 = 4.5$  सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त पर  $C_2$  से स्पर्श रेखा  $C_2R$  की रचना की एवं  $R$  को  $C_1$  से मिलाया तो इस प्रकार रेखा  $RC_1$ ,  $r_1 = 1.7$  सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त को प्रतिच्छेद करती हुई निकलती है। इस प्रतिच्छेद बिन्दु को  $Q$  नाम दिया।
4.  $RC_2$  के बराबर लम्बाई लेकर  $Q$  से  $r_2 = 2.8$  सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त पर प्रतिच्छेद बिन्दु  $P$  प्राप्त किया।  $P$  व  $Q$  को मिलाया। इस प्रकार  $PQ$  ही अभीष्ट उभयनिष्ठ तिर्यक स्पर्श रेखा है।

## Ex 14.2

**प्रश्न 1. निम्न में सत्य अथवा असत्य बताइए और अपने उत्तर का यदि सम्भव हो तो कारण लिखिए**

1. समबाहु त्रिभुज के अन्तर्गत वृत्त एवं परिगत वृत्त की रचना, एक ही बिन्दु को केन्द्र मानकर की जा सकती है।
2. त्रिभुज की सभी भुजाएँ उसके अन्तर्गत वृत्त को स्पर्श करती हैं।
3. त्रिभुज का परिकेन्द्र उसकी एक भुजा पर स्थित होता है, जब वह त्रिभुज अधिक कोण त्रिभुज होता है।
4. त्रिभुज का परिकेन्द्र त्रिभुज के अन्दर स्थित होता है जब वह न्यून कोण त्रिभुज होता है।
5. त्रिभुज के अन्तर्गत वृत्त की रचना त्रिभुज की दो भुजाओं के लम्ब व समद्विभाजकों के प्रतिच्छेदों बिन्दु को ज्ञात करके की जाती है।

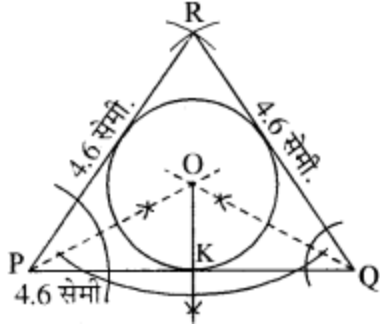
**हल:**

1. सत्य, क्योंकि समबाहु त्रिभुज के अन्तःकेन्द्र, परिकेन्द्र एवं लम्ब केन्द्र परस्पर सम्पाती होते हैं।
2. सत्य, क्योंकि अन्तर्गत वृत्त की रचना के लिए अन्तःकेन्द्र से एक भुजा पर डाले गए लम्ब को त्रिज्या मानकर करते हैं।
3. असत्य, क्योंकि त्रिभुज को परिकेन्द्र केवल समकोण त्रिभुज के कर्ण पर स्थित होता है।
4. सत्य
5. असत्य, क्योंकि अन्तःकेन्द्र की रचना त्रिभुज के दो कोणों के अर्द्धकोणों के प्रतिच्छेदी बिन्दु को केन्द्र मानकर की जाती है।

**प्रश्न 2. 4.6 सेमी. भुजा वाले समबाहु त्रिभुज के अन्तर्गत वृत्त की रचना कीजिए। क्या इसका परिकेन्द्र एवं अन्तःकेन्द्र सम्पाती है ? क्यों, कारण सहित बताइए।**

**हल: रचना के पदे-**



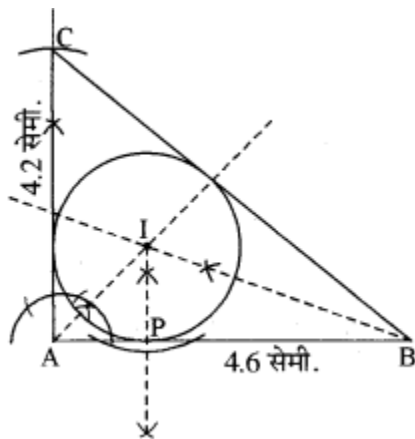


1. माना त्रिभुज PQR है। अतः 4.6 सेमी. की आधार रेखा PQ खींची।
2. P तथा Q से 4.6 सेमी. लम्बाई के चाप काटे। इन चापों का प्रतिच्छेद बिन्दु R है। अब R को P से व Q को मिलाकर क्रमशः PR व RO रेखा प्राप्त की।
3.  $\angle P$  और  $\angle Q$  की समद्विभाजित रेखाएँ खींचकर उनके परिच्छेद बिन्दु O प्राप्त किया।
4. O से भुजा PQ पर लम्ब OK डाला।
5. O केन्द्र पर OK त्रिज्या का वृत्त खींचा। यही APQR का अभीष्ट अन्तःवृत्त होगा।

हाँ, यहाँ परिकेन्द्र एवं अन्तःकेन्द्र सम्पाती है क्योंकि दिया गया त्रिभुज समबाहु त्रिभुज है और समबाहु त्रिभुज में कोणों के समद्विभाजकों का प्रतिच्छेद बिन्दु और भुजाओं के समद्विभाजकों का प्रतिच्छेद बिन्दु एक ही होता है।

**प्रश्न 3.**  $\triangle ARC$  के अन्तर्गत वृत्त की रचना कीजिए जहाँ  $AB = 4.6$  सेमी.,  $AC = 4.2$  सेमी. एवं  $\angle A = 90^\circ$  है।

**हल:** रचना-

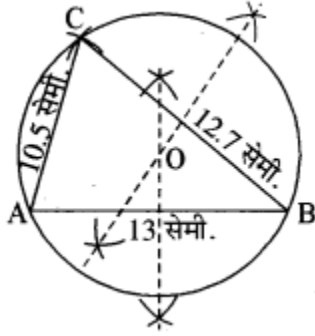


1. आधार रेखा AB = 4.6 सेमी. खींची।

2. परकार से A पर  $90^\circ$  का कोण बनाया। अब A से 4.2 सेमी. लम्बाई पर चाप कोटी उस बिन्दु को। C अंकित किया।
3. C से B को मिलाया।
4.  $\angle B$  व  $2A$  के समद्विभाजक खींचे जो परस्पर। पर मिलते हैं।
5. I से AB पर. लम्ब IP खींचा।
6. I को केन्द्र मानकर IP त्रिज्या का वृत्त खींचा जो तीनों भुजाओं को स्पर्श करता है। यही त्रिभुज ABC का अभीष्ट अन्तःवृत्त है।

**प्रश्न 4. एक त्रिभुज के परिगत वृत्त की रचना कीजिए, भुजाएँ क्रमशः 10.5, 12.7, 13 सेमी. की हैं और बताइए इस त्रिभुज का परिकेन्द्र 13 सेमी. वाली भुजा पर ही क्यों स्थित है?**

**हल: रचना के पद-**

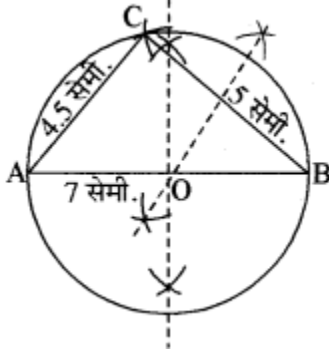


1. सबसे पहले रेखा  $AB = 13$  सेमी. की खींची। A बिन्दु से 10.5 सेमी. का तथा B से 12.7 सेमी. का चाप परकार से भरकर काटा। दोनों चापों के मिलान बिन्दु पर C लिख दिया। C से A व B को मिला दिया। इस प्रकार अभीष्ट त्रिभुज ABC बन गया।
2. अब भुजा AB को समद्विभाजित किया तथा भुजा BC को समद्विभाजित किया। दोनों समद्विभाग वाली रेखाओं के मिलान बिन्दु पर O लिख दिया।
3. O बिन्दु से क्रमशः बिन्दु A, B या C तक की दूरी दो परिवृत्त की त्रिज्या होगी तथा A, B या C तक की दूरी नापकर त्रिभुज ABC के परिवृत्त की रचना की। मापने पर इस वृत्त की त्रिज्या  $OA = OB = OC$  प्राप्त हुई।

यहाँ परिकेन्द्र 13 सेमी. वाली भुजा पर स्थित नहीं है। यदि यह त्रिभुज समकोण त्रिभुज होता तथा 13 सेमी. वाली भुजा कर्ण होती तब परिकेन्द्र कर्ण पर स्थित होता।

**प्रश्न 5. 5 सेमी., 4.5 सेमी. एवं 7 सेमी. भुजाओं वाले त्रिभुज का परिकेन्द्र कहाँ स्थित होना चाहिए की पुष्टि रचना के द्वारा कीजिए। साथ ही इसके परिगत वृत्त की भी रचना कीजिए।**

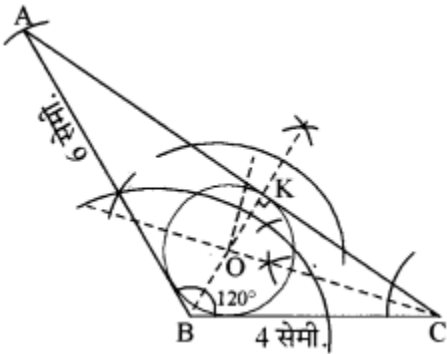
हल: रचना के पद-



1. सर्वप्रथम रेखा  $AB = 7$  सेमी. खींची।
2. बिन्दु B से 5 सेमी. तथा A से / 4.5 सेमी. त्रिज्या के चाप काटकर प्रतिच्छेद बिन्दु C प्राप्त किया।
3. A को C से तथा B को C से मिलाया। इस प्रकार  $\triangle ABC$  प्राप्त किया।
4. भुजा AB तथा BC के समद्विभाजकों का प्रतिच्छेद बिन्दु O प्राप्त किया।
5. बिन्दु O से त्रिभुज ABC के शीर्षों की दूरी  $OA = OB = OC$  प्राप्त की। बिन्दु O परिकेन्द्र है तथा शीर्षों A, B व C से जाने वाले वृत्त परिवृत्त को प्राप्त किया। यहाँ परिकेन्द्र त्रिभुज ABC के बाहर स्थित है।

प्रश्न 6.  $\triangle ABC$  की रचना कीजिए जिसमें  $AB = 6$  सेमी.,  $BC = 4$  सेमी. और  $\angle B = 120^\circ$  हो, त्रिभुज के अन्तर्गत वृत्त की रचना कीजिए।

हल: रचना के पद-



1. सर्वप्रथम रेखा  $BC = 4$  सेमी. खींची। बिन्दु B पर  $120^\circ$  का कोण बनाया तथा कोण वाली रेखा पर 6 सेमी. का चाप काटा। वहाँ बिन्दु A लिखा A बिन्दु को C से मिलाया। इस प्रकार त्रिभुज ABC बना।
2.  $\angle B$  तथा  $\angle C$  की समद्विभाजित रेखाएँ खींचकर उनको परिच्छेद बिन्दु O प्राप्त किया।
3. O से भुजा AC पर B 4 सेमी.) लम्ब OK खींचा।
4. O केन्द्र पर OK त्रिज्या लेकर वृत्त खींच दिया। यही अभीष्ट अन्तःवृत्त है।

## Additional Questions

### अन्य महत्त्वपूर्ण प्रश्न

#### वस्तुनिष्ठ प्रश्न

प्रश्न 1.  $\triangle ABC$  के अन्तर्गत वृत्त का केन्द्र  $O$  है तथा भुजा  $AB, BC, CA$  क्रमशः वृत्त को बिन्दु  $P, Q, R$  पर स्पर्श करती है। यदि  $\angle POQ = 110^\circ, \angle QOR = 120^\circ$  है तो  $\angle CAB$  का मान है

- (A)  $50^\circ$
- (B)  $60^\circ$
- (C)  $55^\circ$
- (D)  $65^\circ$

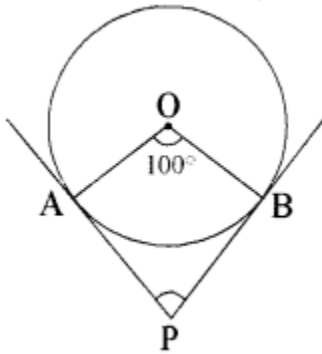
उत्तर: (A)  $50^\circ$

प्रश्न 2. वह वृत्त जो किसी त्रिभुज की सब भुजाओं को बिना बढ़ाये स्पर्श करे, कहलाता है

- (A) वृत्त
- (B) परिगत वृत्त
- (C) अन्तर्वृत्त
- (D) बहिःवृत्त

उत्तर: (C) अन्तर्वृत्त

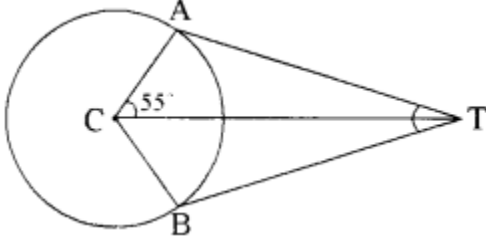
प्रश्न 3. दिये गये चित्र में,  $OA$  और  $OB$  वृत्त की। त्रिज्याएँ हैं। इनके बीच का कोण  $100^\circ$  का है। यदि बाहरी बिन्दु  $P$  से  $PA$  और  $PB$  वृत्त की स्पर्श रेखाएँ हों, तो  $\angle APB$  का मान है



- (A)  $80^\circ$
- (B)  $90^\circ$
- (C)  $100^\circ$
- (D)  $40^\circ$

उत्तर: (A)  $80^\circ$

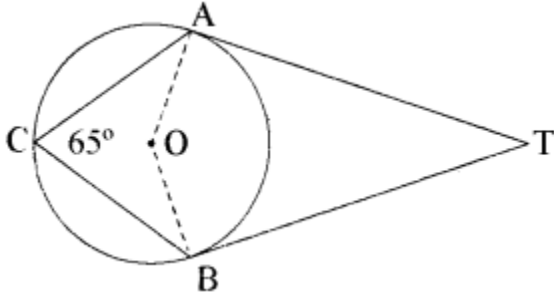
प्रश्न 4. संलग्न आकृति में AT और BT दो स्पर्श रेखाएँ हैं तथा वृत्त का केन्द्र O है। यदि  $\angle AOT = 55^\circ$  हो, तो  $\angle ATB$  का मान क्या होगा?



- (A)  $70^\circ$
- (B)  $35^\circ$
- (C)  $55^\circ$
- (D)  $125^\circ$

उत्तर: (A)  $70^\circ$

प्रश्न 5. संलग्न आकृति में O वृत्त का केन्द्र है तथा AT' व BT दो स्पर्श रेखाएँ हैं जो T बिन्दु पर एक-दूसरे को  $65^\circ$  काटती हैं। यदि  $\angle ACI = 65^\circ$  हो, तो  $\angle ATB$  का मान होगा



- (A)  $25^\circ$
- (B)  $65^\circ$
- (C)  $115^\circ$
- (D)  $50^\circ$

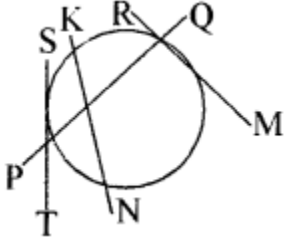
उत्तर: (D)  $50^\circ$

प्रश्न 6. वृत्त के बाहर स्थित बिन्दु से खींची गई स्पर्श रेखाओं की संख्या हो सकती

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 0
- (D) 4

उत्तर: (A) 2

प्रश्न 7. दिए गए चित्र में स्पर्श रेखाओं की संख्या है



- (A) PQ
- (B) ST
- (C) PM
- (D) KN

उत्तर: (B) ST

प्रश्न 8. दिए गए चित्र में स्पर्श रेखाओं की संख्या है



- (A) 4
- (B) 5
- (C) 6
- (D) 7

उत्तर: (D) 7

### अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. दो वृत्त बाह्यतः स्पर्श करते हैं। यदि दोनों वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 5 सेमी. तथा 3 सेमी. हों, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी लिखिये।

उत्तर:  $5 + 3 = 8$  सेमी.

प्रश्न 2. दो वृत्त एक-दूसरे को अन्तःस्पर्श करते हैं, तो उनकी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या लिखिये।

उत्तर: एक।

प्रश्न 3. किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गयी स्पर्श रेखा की लम्बाई 12 सेमी. है, यदि वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी. है तो केन्द्र से बाह्य बिन्दु की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल: दूरी  $\sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$  सेमी.

प्रश्न 4. किसी वृत्त की जीवा AB द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण  $140^\circ$  है तो A तथा B बिन्दुओं पर खींची गयी स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

हल: स्पर्श रेखा के मध्य का कोण =  $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

प्रश्न 5. वृत्त की छेदन रेखा PQ है। छेदन रेखा PQ के स्पर्श रेखा बनने का प्रतिबन्ध लिखिए।

उत्तर: जब बिन्दु P व Q सम्पाती हों अर्थात् दोनों एक ही बिन्दु हों तो। छेदन रेखा PQ स्पर्श रेखा कहलाएगी।

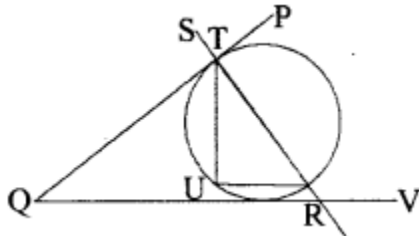
प्रश्न 6. वृत्त की स्पर्श रेखा व त्रिज्या में क्या सम्बन्ध होता है?

उत्तर: वृत्त के स्पर्श बिन्दु से खींची गई त्रिज्या एवं स्पर्श रेखा एक-दूसरे पर लम्ब होती हैं।

प्रश्न 7. किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गयी स्पर्श रेखा की लम्बाई 12 सेमी. है, यदि वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी. तो केन्द्र से बाह्य बिन्दु की दूरी ज्ञात कीजिये।

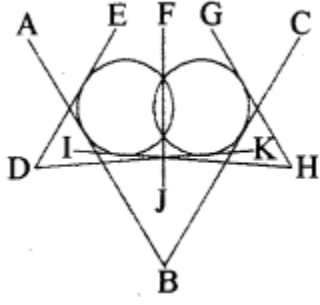
उत्तर: दूरी  
=  $\sqrt{(12)^2 + (5)^2}$   
=  $\sqrt{144 + 25} = \sqrt{169}$   
= 13 सेमि.

प्रश्न 8. दिए गए चित्र में छेदन रेखा का नाम लिखिए।



उत्तर: छेदन रेखा = SR

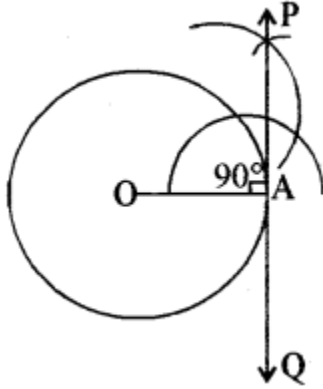
प्रश्न 9. दिए गए चित्र में स्पर्श रेखाओं की संख्या लिखिए।



हल: स्पर्श रेखाएँ-ED, DK, AB, BC, HG व HI हैं  
अतः कुल संख्या = 6

प्रश्न 10. 3 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त पर स्थित किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा की रचना कीजिए।

हल:



लघूत्तरात्मक प्रश्न

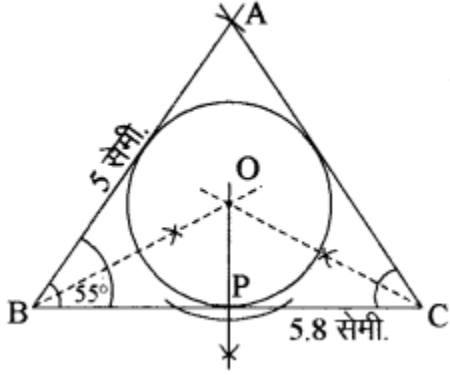
प्रश्न 1. किसी त्रिभुज ABC के अन्तर्गत वृत्त की रचना कीजिए जबकि  $a = 5.8$  सेमी.,  $c = 5.0$  सेमी. एवं  $\angle B = 55^\circ$  हैं। (रचना के बिन्दु नहीं लिखने हैं।)

हल:

- प्रश्नानुसार AABC की रचना की।
- $\angle B$  और C के समद्विभाजक खींचे, जो O पर मिलते हैं।
- O से भुजा BC पर लम्ब OP खींचा।
- O को केन्द्र मानकर OPL त्रिज्या का वृत्त खींचा।



यह  $\triangle ABC$  का अभीष्ट अन्तःवृत्त

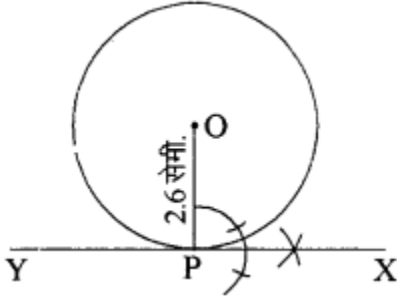


प्रश्न 2. 2.6 सेमी. त्रिज्या को एक वृत्त खींचिए। इस पर कोई बिन्दु P लेकर उस पर एक स्पर्श रेखा खींचिए।

हल: रचना के चरण-

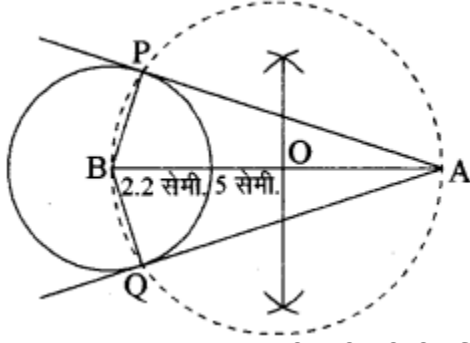
- सबसे पहले परकार में 2.6 सेमी. त्रिज्या का चाप भरकर एक वृत्त बनाया।
- वृत्त की परिधि पर एक बिन्दु P लिया तथा उसे वृत्त के केन्द्र O से मिला दिया।
- अब परकार की सहायता से P बिन्दु पर समकोण बनाया।
- उसे बिन्दु P से मिला दिया।

Y इस प्रकार बिन्दु P पर XY स्पर्श रेखा प्राप्त कर ली।



प्रश्न 3.  $AB = 5$  सेमी. लम्बाई को एक रेखाखण्ड खींचिए। बिन्दु B को केन्द्र मानकर 2.2 सेमी, त्रिज्या का वृत्त बनाइए तथा इस वृत्त पर बिन्दु A से स्पर्श रेखाएँ खींचिए।

हल: रचना-



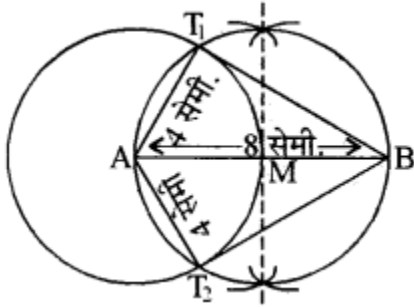
- (i) एक रेखा  $AB = 5$  सेमी. की खींची। बिन्दु B पर 2.2 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचा।  
(ii) AB का मध्य बिन्दु O प्राप्त किया तथा O को केन्द्र मानकर (OA त्रिज्या का एक वृत्त खींचा। यह वृत्त पहले वाले वृत्त को P व Q बिन्दु पर। काटता है। P व Q को A से मिलाकर स्पर्श रेखा PA व AQ प्राप्त की।

**प्रश्न 4.** 8 सेमी. लम्बा एक रेखाखण्ड खींचिए। A को केन्द्र लेकर 4 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त बनाइये तथा बिन्दु B से इस वृत्त पर स्पर्श रेखा युग्मों की रचना कीजिये एवं उनकी लम्बाइयाँ मापिये।

हल: दिया है-

रेखाखण्ड  $AB = 8.0$  सेमी., केन्द्र A से 4 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचा गया है।

रचना-

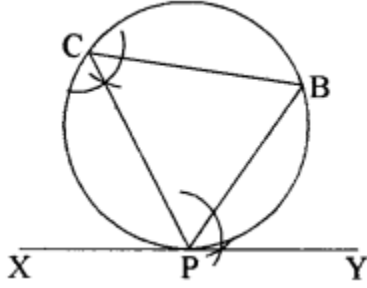


- रेखाखण्ड  $AB = 8$  सेमी. खींचा।
- केन्द्र A से 4 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचा।
- अब हम रेखाखण्ड AB को परकार की सहायता से समद्विभाजित करते हैं। इस तरह से हमें AB का मध्य बिन्दु M प्राप्त होता है।
- केन्द्र M लेकर AIB व्यास का एक वृत्त खींचा जो A केन्द्र वाले वृत्त को  $T_1$  व  $T_2$  स्थान पर काटता है।
- रेखाखण्ड  $T_1B$  व  $T_2B$  खींचे अतः  $T_1B$  व  $T_2B$  केन्द्र A वाले वृत्त की स्पर्श रेखाएँ हैं और इन्हें नापने पर  $T_1B = T_2B = 6.9$  सेमी. प्राप्त होती है।

**प्रश्न 5.** 5 सेमी. व्यास के एक वृत्त की रचना कीजिए तथा इसकी परिधि पर स्थित बिन्दु P से केन्द्र का प्रयोग किए बिना वृत्त की स्पर्श रेखा की रचना कीजिए।

**हल: रचना के चरण-**

यहाँ व्यास = 5 सेमी., त्रिज्या =  $5/2 = 2.5$  सेमी.

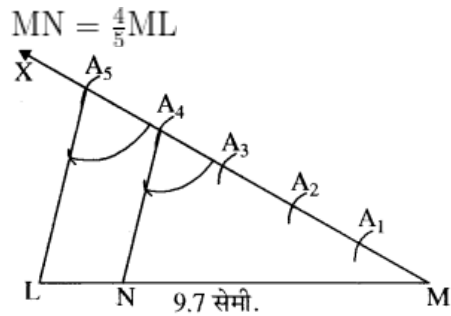


- 2.5 सेमी. की त्रिज्या लेकर एक वृत्त की रचना की।
- वृत्त पर कोई P बिन्दु लिया।
- P से वृत्त की कोई जीवा PB . खींची। PB के एकान्तर खण्ड पर कोई बिन्दु C X लिया।
- CP और CB को मिलाया।
- जीवा PB पर  $\angle BPY = \angle PCB$  इस प्रकार बनाया कि चाप PB वाला वृत्तखण्ड इसका एकान्तर वृत्तखण्ड हो।
- PY को दूसरी ओर X तक बढ़ाया। XY वृत्त की स्पर्श रेखा होगी।

**प्रश्न 6. एक रेखाखण्ड  $ML = 9.7$  सेमी. खींचिए तथा इस पर एक ऐसा बिन्दु N ज्ञात कीजिए कि  $MN = \frac{4}{5}ML$**

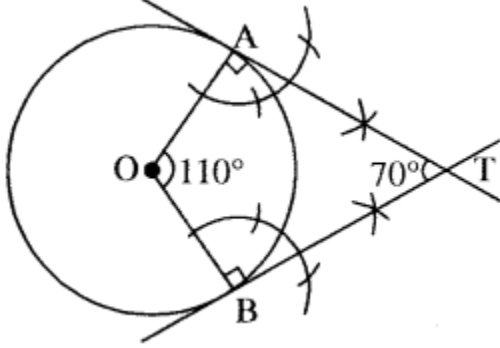
**हल: रचना के पद-**

- रेखाखण्ड  $ML = 9.7$  सेमी. खींचिए।
- एक न्यून कोण  $LMX$  की रचना कीजिए।
- एक सुविधाजनक त्रिज्या लेकर MX पर 5 चाप  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  इस प्रकार के लेते हैं कि  $MA_1 = A_1A_2 = \dots = A_4A_5$
- $A_5L$  को मिलाएं।
- बिन्दु  $A_4$  पर है  $A_4N \parallel A_5L$  बनाइए (इसके लिए  $\angle MA_4N = \angle MA_5L$  की रचना कीजिए)
- $A_4N$  रेखाखण्ड  $ML$  पर इस प्रकार का प्राप्त होता है



प्रश्न 7. एक 4 सेमी. त्रिज्या का वृत्त खींचिए। उस पर दो स्पर्श रेखाएँ इस प्रकार खींचिए कि वे परस्पर  $70^\circ$  का कोण बनाती हों। (माध्य. शिक्षा बोर्ड, मॉडल पेपर, 2017-18)

हल: रचना के चरण-



O को केन्द्र मानकर 4 सेमी. त्रिज्या का वृत्त खींचा OA एक त्रिज्या खींची। OA से  $180 - 70 = 110^\circ$  का कोण बनाते हुए दूसरी त्रिज्या OB खींची अर्थात्  $\angle AOB = 110^\circ$  का होना चाहिए। अब A व B पर स्पर्श रेखाएँ खींचीं जो कि परस्पर एक दूसरे को  $70^\circ$  कोण पर काटेंगी।

प्रश्न 8. एक 4 सेमी. त्रिज्या के वृत्त पर बाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाओं PA तथा PB की रचना कीजिए। जहाँ PA तथा PB के मध्य कोण  $65^\circ$  है। (माध्य. शिक्षा बोर्ड, 2018)

हल: चूँकि  $\angle APB = 65^\circ$  दिया हुआ

$$\angle A = \angle B = 90^\circ$$

अतः चतुर्भुज AOBP का चौथा कोण

$$\angle AOB = 360 - (65 + 90 + 90)$$

$$= 360 - 245 = 115^\circ$$

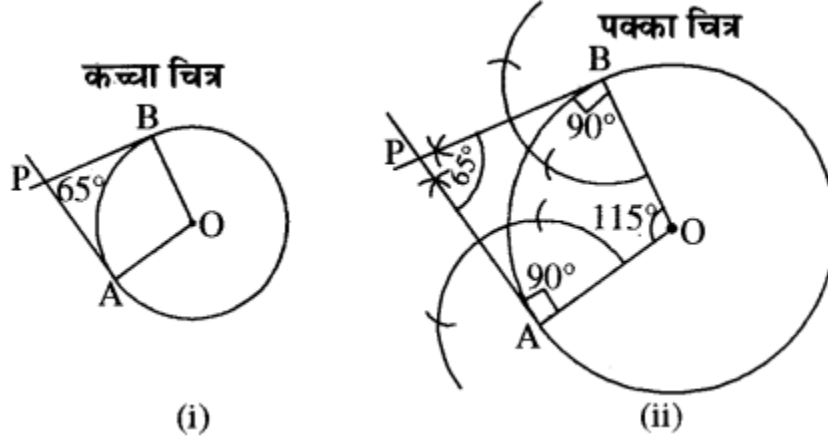
अर्थात् जीवा OA व OB के मध्य

$$\angle AOB = 115^\circ$$

रचना-

- 4 सेमी. त्रिज्या का वृत्त बनाया एवं त्रिज्याएँ OA व OB के मध्य  $115^\circ$  का कोण बनाया।
- OA व OB के A व B पर लम्ब क्रमशः AP व BP खींचे जो एकदूसरे को P पर मिलते हैं।

$\angle APB$  को मापने पर  $\angle APB = 65^\circ$  प्राप्त होता है। इस प्रकार अभीष्ट स्पर्श रेखाओं की रचना होती है।

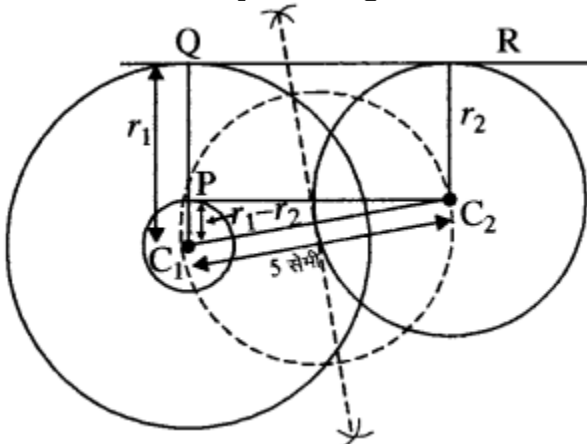


## निबन्धात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ 4 सेमी. और 3 सेमी. हैं तथा दोनों के केन्द्रों की मध्य दूरी 6.5 सेमी. है की रचना कर उन पर एक उभयनिष्ठ अनुस्पर्श रेखा की रचना कीजिए।

हल:

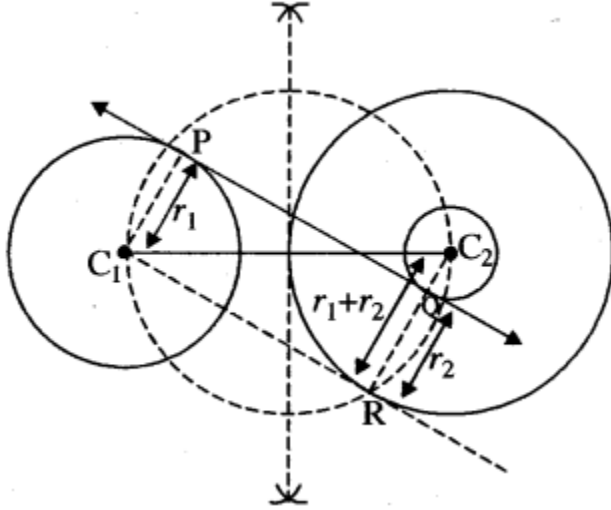
- $C_1C_2 = 6.5$  सेमी. की रेखा खींचकर  $C_1$  व  $C_2$  पर क्रमशः 4 सेमी. एवं 3 सेमी. त्रिज्या के दो वृत्त बनाएं।
- $r_1 - r_2 = 4 - 3 = 1$  सेमी. की त्रिज्या का  $C_1$  को केन्द्र मानकर बड़े वृत्त के अन्दर एक वृत्त और बनाया।
- $r_1 - r_2$  त्रिज्या वाले वृत्त पर बिन्दु P का उपयोग कर  $PC_1$  एक स्पर्श रेखा खींची।



- $C_1$  को P से मिलाते हुए  $C_1Q$  रेखा खींची जो  $r_1$  त्रिज्या वाले वृत्त को Q पर काटती है।
- $PC_2$  के बराबर चाप खोलकर बिन्दु Q से  $r_2$  त्रिज्या वाले वृत्त पर चाप व वृत्त का प्रतिच्छेदी बिन्दु R प्राप्त किया।
- QR को मिलाएं। यही अभीष्ट उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा है।

प्रश्न 2. दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 2.5 सेमी. एवं 1.5 सेमी. हैं, जिनके केन्द्र 8 सेमी. दूरी पर स्थित हैं, पर एक उभयनिष्ठ तिर्यक स्पर्श रेखा की रचना कीजिए।

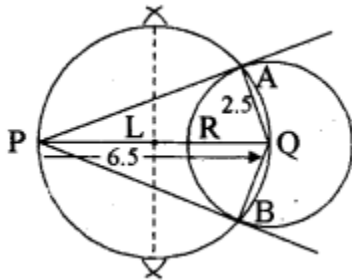
हल: रचना-



1.  $C_1C_2 = 8$  सेमी. की रेखा खींचकर उसके दोनों सिरों पर क्रमशः 2.5 सेमी. एवं 1.5 सेमी. की त्रिज्याएँ लेकर वृत्त खींचे।
2.  $r_1 + r_2 = 2.5 + 1.5 = 4$  सेमी. त्रिज्या का छोटे वृत्त  $r_2 = 1.5$  सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त के केन्द्र  $C_2$  से एक और वृत्त बनाया।
3. निर्मय का उपयोग करते हुए  $r_1 + r_2 = 4$  सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त पर  $C_1$  से स्पर्श रेखा  $C_1R$  की रचना की एवं  $R$  को  $C_2$  से मिलाया तो इस प्रकार रेखा  $RC_2$   $r_2 = 1.5$  सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त को प्रतिच्छेद करती हुई निकलती है। इस प्रतिच्छेद बिन्दु को  $Q$  नाम दिया।
4.  $RC_1$  के बराबर लम्बाई लेकर  $Q$  से  $r_1 = 2.5$  सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त पर प्रतिच्छेदी बिन्दु  $P$  प्राप्त किया।  $P$  व  $Q$  को मिलाया। इस प्रकार  $PQ$  ही अभीष्ट उभयनिष्ठ तिर्यक स्पर्श रेखा है।

प्रश्न 3. 2.5 सेमी. का एक वृत्त खींचिए। वृत्त के केन्द्र से 6.5 सेमी. की दूरी पर स्थित किसी बिन्दु से वृत्त की स्पर्श रेखाएँ खींचिए। स्पर्श रेखाओं की लम्बाई नापकर तथा गणना द्वारा ज्ञात कीजिए।

हल: रचना-



- (i) 2.5 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींच कर इसके केन्द्र  $Q$  से 6.5 सेमी. की दूरी पर एक बिन्दु  $P$  लिया  $PQ$  को मिलाया।

(ii) PQ रेखा को समद्विभाजित कर L बिन्दु प्राप्त किया। L को केन्द्र मानकर PQ पर एक वृत्त की रचना की। A व B बिन्दु पर दोनों वृत्त एक-दूसरे को काटते हैं। P को A से व B से मिलाकर दो स्पर्श रेखाएँ PB व PA प्राप्त की।

नापने से  $PB = PA = 6.0$  सेमी.

गणना द्वारा जाँचसमकोण त्रिभुज PBQ में

$$\text{कर्ण}^2 = (\text{आधार})^2 + (\text{लम्ब})^2$$

$$(PQ)^2 = (PB)^2 + (BQ)^2$$

यहाँ  $PQ = 6.5$  सेमी.,  $QB = 2.5$  सेमी. और PB का मान ज्ञात करना है।

$$\therefore (6.5)^2 = (PB)^2 + (2.5)^2$$

$$\Rightarrow PB^2 = (6.5)^2 - (2.5)^2 \quad [\because a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

$$\Rightarrow PB^2 = (6.5 + 2.5)(6.5 - 2.5)$$

$$\Rightarrow PB^2 = 9 \times 4$$

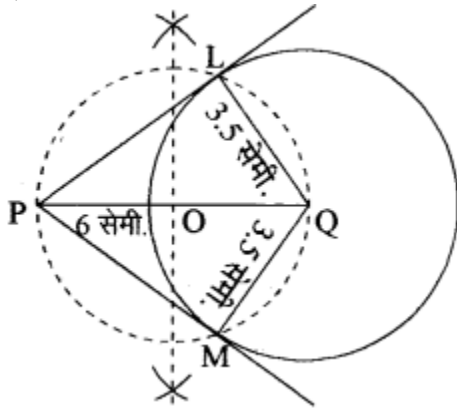
$$\Rightarrow PB^2 = 36$$

$$\Rightarrow PB = \sqrt{36} \text{ सेमी.} = 6 \text{ सेमी. उत्तर}$$

अतः नापने और गणना द्वारा स्पर्श रेखाओं की लम्बाई 6 सेमी. प्राप्त हुई।

**प्रश्न 4.** PQ रेखा 6 सेमी. की खींची। Q बिन्दु से 3.5 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। बिन्दु P से इस वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ खींचिए। स्पर्श रेखाओं की लम्बाई नापकर तथा गणना करके ज्ञात कीजिए।

**हल:** रचना के चरण-



- एक रेखा  $PQ = 6$  सेमी. की खींची।।
- Q बिन्दु पर 3.5 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त बनाया।
- PQ का लम्बे समद्विभाजक PK सेमी करके PQ का मध्य बिन्दु O प्राप्त किया।
- O को केन्द्र एवं OP को त्रिज्या मानकर एक दूसरा वृत्त बनाया।
- जहाँ दोनों वृत्त एक-दूसरे को काटते हैं वहाँ बिन्दु L और M अंकित किये।
- इन्हें क्रमशः P से मिलाकर PL तथा PM स्पर्श रेखाएँ प्राप्त कीं। नापने पर  $PL = PM = 4.87$  सेमी.

गणना द्वारा जाँच-

$\Delta PQL$  में  $\angle PLQ = 90^\circ$  (अर्द्धवृत्त में होने के कारण)

अतः,  $PQ^2 = PL^2 + LQ^2$

$PL^2 = PQ^2 - LQ^2 = (6)^2 - (3.5)^2 = 36 - 12.25$

$PL^2 = 23.75$

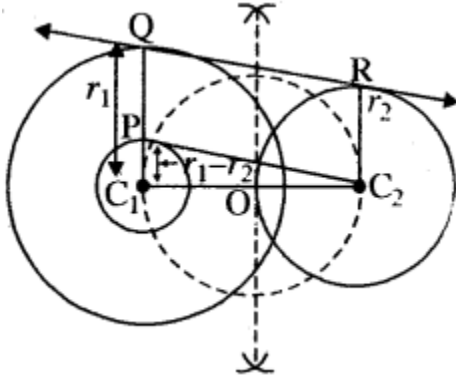
$\Rightarrow PL = \sqrt{23.75} = 4.87$  सेमी. (लगभग)

अतः गणना व नापने पर स्पर्श रेखा की लम्बाई 4.75 सेमी. प्राप्त हुई।

**प्रश्न 5.** 3.5 सेमी. तथा 2.5 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्तों के केन्द्रों के मध्य की दूरी  $C_1C_2 = 5.5$  सेमी. है। वृत्तों की उभयनिष्ठ अनुस्पर्श रेखा ज्ञात कीजिए।

हल: रचना के पद-

1.  $C_1C_2 = 5.5$  सेमी. का एक रेखाखण्ड खींचकर  $C_1$  व  $C_2$  पर क्रमशः  $r_1 = 3.5$  सेमी. और  $r_2 = 2.5$  सेमी. त्रिज्या के दो वृत्तों की रचना की।
2. दोनों वृत्तों की त्रिज्याओं के अन्तर  $r_1 - r_2 = 3.5 - 2.5 = 1$  सेमी. की त्रिज्या का एक वृत्त बड़े वृत्त के केन्द्र  $C_1$  पर बनाया और  $C_1C_2$  का समद्विभाजन बिन्दु  $O$  प्राप्त कर  $O$  से  $OC_1 = OC_2$  की त्रिज्या लेकर डोटेड वृत्त बनाया जो  $r_1 - r_2$  त्रिज्या वाले वृत्त को  $P$  पर काटता है।

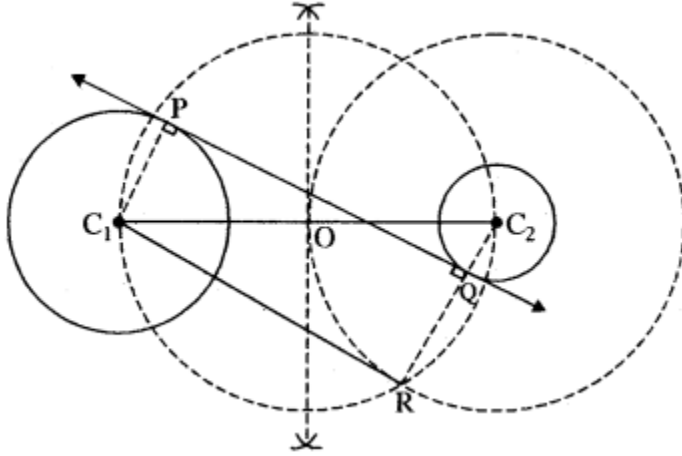


3.  $PC_2$  को मिलाकर  $r_1 - r_2$  त्रिज्या वाले वृत्त  $C_2$  से  $PC_2$  स्पर्श रेखा खींची।  $C_1P$  को मिलाते हुए  $C_1Q$  रेखा खींची जो  $r_1$  त्रिज्या वाले वृत्त को  $Q$  पर काटती है।  $PC_2$  के समान चाप लेकर  $Q$  को केन्द्र मानकर  $r_2$  त्रिज्या वाले वृत्त का प्रतिच्छेदी बिन्दु  $R$  प्राप्त किया।  $QR$  को मिलाया।  $QR$  ही अभीष्ट उभयनिष्ठ अनुस्पर्श रेखा है।

**प्रश्न 6.** दो वृत्त 2.5 सेमी. एवं 1 सेमी. त्रिज्याओं के केन्द्र परस्पर 7 सेमी. दूरी पर हैं। एक उभयनिष्ठ तिर्यक स्पर्श रेखा की रचना कीजिए।



हल: रचना के पद-



1.  $C_1C_2 = 7$  सेमी. का एक रेखाखण्ड खींचकर  $C_1$  व  $C_2$  पर क्रम श: 2.5 सेमी. एवं 1.00 सेमी. त्रिज्या के दो वृत्तों की रचना की।
2. दोनों वृत्तों की त्रिज्याओं का योग  $r_1 + r_2 = 2.5 + 1.00 = 3.5$  सेमी. त्रिज्या का डोटेड वृत्त केन्द्र  $C_2$  पर (छोटे वृत्त के केन्द्र पुर) खींचा।  $C_1C_2$  का समद्विभाजक बिन्दु  $O$  प्राप्त कर एक वृत्त  $OC_1 = OC_2$  त्रिज्या लेकर एक और डोटेड वृत्त खींचा जो  $r_1 + r_2$  त्रिज्या वाले वृत्त को  $R$  पर काटता है।  $C_1R$  को मिलाकर  $r_1 + r_2$  त्रिज्या वाले वृत्त की स्पर्श रेखा खींची।
3.  $RC_2$  को मिलाया जो  $r_2$  त्रिज्या वाले छोटे वृत्त को  $Q$  पर काटता है।  $RC$  त्रिज्या लेकर  $Q$  को केन्द्र मानकर  $r_1$  त्रिज्या वाले वृत्त पर चाप काटा जो  $P$  पर प्रतिच्छेद करता है।

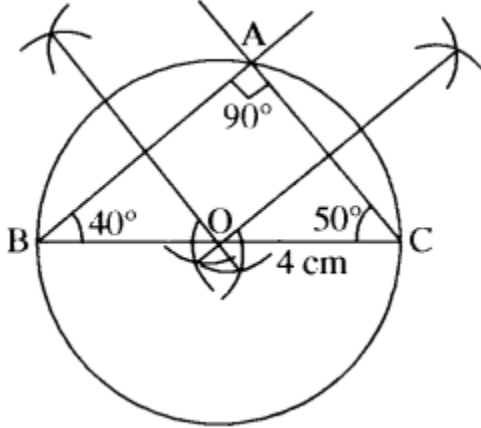
$PQ$  को मिलाया। यही  $r_1$  व  $r_2$  त्रिज्या वाले वृत्तों के लिए उभयनिष्ठ तिर्यक स्पर्श रेखा है।

**प्रश्न 7.  $\triangle ABC$  की रचना कीजिए जिसकी भुजा  $BC = 4$  सेमी.,  $\angle B = 40^\circ$  एवं  $\angle A = 90^\circ$  हो। इस त्रिभुज के परिगत वृत्त की रचना कीजिए और परिकेन्द्र की स्थिति की जाँचें कीजिए।**

हल: रचना के चरण-

1. चूँकि त्रिभुज में  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$  (भुजा  $BC$  के  $C$  पर स्थित कोण ज्ञात करने के लिए)  
अतः  $\angle C = 180 - (\angle A + \angle B)$  या  $\angle C = 180 - (90 + 40) = 50^\circ$

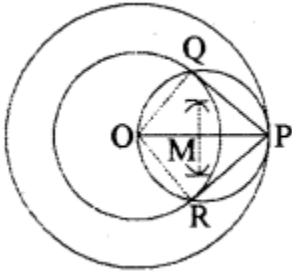
2.  $\Delta ABC$  की  $BC = 4$  सेमी.,  $\angle B = 40^\circ$  व  $\angle C = 50^\circ$  का, उपयोग कर रचना की। इस रचना से  $\angle A = 90^\circ$  स्वतः प्राप्त होगा।



3. AB एवं AC के लम्ब समद्विभाज खींचकर परिकेन्द्र O प्राप्त किया।  
 4. परिकेन्द्र से एक शीर्ष A तक त्रिज्या लेकर एक वृत्त की रचना की जो  $\Delta ABC$  के सभी शीर्षों से गुजरता है।  
 यही  $\Delta ABC$  का अभीष्ट परिवृत्त (परिगत) वृत्त है  $\Delta ABC$  एक समकोण त्रिभुज है, जिसका परिकेन्द्र त्रिभुज के कर्ण BC पर स्थित है।

**प्रश्न 8.** 4 cm. त्रिज्या के एक वृत्त पर 6 cm. त्रिज्या के एक संकेन्द्रीय वृत्त के किसी बिन्दु से एक स्पर्श रेखा की रचना कीजिए और उसकी लम्बाई मापिए। परिकलन से इस माप की जाँच भी कीजिए।

**हल:** रचना के चरण-



- सर्वप्रथम O बिन्दु से 4 cm. और 6 cm. त्रिज्या के दो संकेन्द्रीय वृत्त खींचिए।
- बड़े वृत्त की परिधि पर बिन्दु P अंकित कीजिए।
- अब OP को जोड़कर इसे समद्विभाजित कीजिए। M को इसका मध्य बिन्दु मान लीजिए।
- M केन्द्र से MP त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए जो वृत्त को Q और R पर . प्रतिच्छेदित करें।
- PQ और PR को मिलाइए। तब PQ और PR वांछित स्पर्श रेखाएँ हैं। | मापने पर  $PQ = PR = 4.5$  cm. (लगभग)

**स्पष्टीकरण-** OQ को मिलाने पर,  $\angle PQO = 90^\circ$  क्योंकि  $\angle PQO$  अर्द्धवृत्त में बना। कोण है।

$\therefore PQ \perp OQ$

चूँकि OQ दिए हुए वृत्त की त्रिज्या है, अतः PO वृत्ते की स्पर्श रेखा होगी। इसी प्रकार, PR भी वृत्त की स्पर्श रेखा होगी। स्पर्श रेखा की लम्बाई मापने पर।

$$PQ = PR = 4.5 \text{ cm,}$$

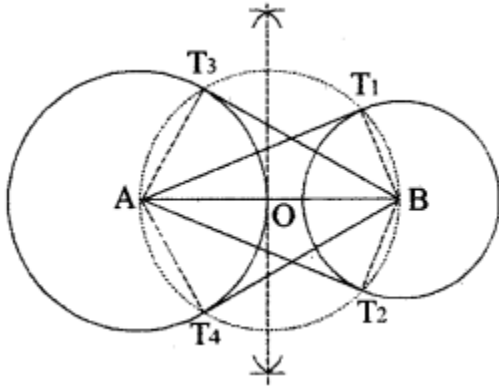
**परिकलन—**

$$\begin{aligned} \text{स्पर्श रेखा PQ} &= \sqrt{(OP)^2 - (OQ)^2} \\ &= \sqrt{(6)^2 - (4)^2} = \sqrt{36-16} \\ &= \sqrt{20} = 4.47 \text{ cm.} \\ &\simeq 4.5 \text{ cm. उत्तर} \end{aligned}$$

**प्रश्न 9.** 8 cm. लम्बा एक रेखाखण्ड AB खींचिए। A को केन्द्र मानकर 4 cm. त्रिज्या का एक वृत्त तथा B को केन्द्र लेकर 3 cm. त्रिज्या का एक अन्य वृत्त खींचिए। प्रत्येक वृत्त पर दूसरे वृत्त के केन्द्र से स्पर्श रेखाओं की रचना कीजिए।

**हल:** रचना के चरण-

1. सर्वप्रथम रेखाखण्ड AB = 8 cm. खींचिए
2. अब A को केन्द्र लेकर 4 cm. त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए और B को केन्द्र मानकर 3 cm, त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। AB को समद्विभाजित करके मध्य बिन्दु O ज्ञात किया।
3. स्पष्ट है कि O, AB का मध्य-बिन्दु है O केन्द्र से OA या OB त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए जो B केन्द्र वाले वृत्त को T<sub>1</sub> और T<sub>2</sub> पर और A केन्द्र वाले वृत्त को T<sub>3</sub> और T<sub>4</sub> पर प्रतिच्छेदित करे।
4. AT<sub>1</sub>, AT<sub>2</sub>, BT<sub>3</sub> BT<sub>4</sub> को मिलाइए। तब ये वांछित स्पर्श रेखाएँ होंगी।



**स्पष्टीकरण-**

BT<sub>1</sub> को मिलाने पर  $\angle BT_1A = 90^\circ$ , क्योंकि,  $\angle BT_1A$  अर्द्धवृत्त में स्थित कोण है।

$$\therefore AT_1 \perp BT_1$$

चूँकि BT<sub>1</sub> दिए गए वृत्त की त्रिज्या है, अतः AT<sub>1</sub> वृत्त की स्पर्श रेखा होगी। इसी प्रकार, AT<sub>2</sub>, BT<sub>3</sub> और BT<sub>4</sub> भी स्पर्श रेखाएँ होंगी।