

वृत्त की परिधि एवं क्षेत्रफल

Ex 15.1

पाठ्यपुस्तक के प्रश्न

प्रश्नमाला 15.1

प्रश्न 1. एक वृत्त की त्रिज्या 3.5 सेमी. है। वृत्त की परिधि तथा क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: वृत्त की त्रिज्या (r) = 3.5 सेमी.

वृत्त की परिधि

$$2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 = 22 \text{ सेमी. उत्तर}$$

वृत्त का क्षेत्रफल

$$= 38.5 \text{ वर्ग सेमी. उत्तर}$$

प्रश्न 2. एक वृत्त की परिधि 44 मीटर है। वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: माना वृत्त की त्रिज्या r मीटर है।

वृत्त की परिधि = 44 मीटर

या, $2\pi r = 44$

या, $r = \frac{44}{2\pi} = \frac{44}{2 \times \frac{22}{7}} = \frac{44 \times 7}{2 \times 22}$

या, $r = 7$ मीटर

प्रश्न 3. एक अर्धवृत्ताकार प्लेट की त्रिज्या 21 मीटर है। इसका क्षेत्रफल व परिमाण ज्ञात कीजिए।

हल: अर्धवृत्ताकार प्लेट की त्रिज्या (r) = 21 मीटर

अर्धवृत्ताकार प्लेट का क्षेत्रफल

$$= 693 \text{ वर्गमीटर उत्तर}$$

तथा अर्धवृत्ताकार प्लाट का परिमाण।

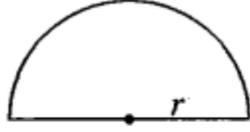
$$= \frac{2\pi r}{2} + 2r$$

$$= \pi r + 2r$$

$$= \frac{22}{7} \times 21 + 2 \times 21$$

$$= 66 + 42$$

$$= 108 \text{ मीटर उत्तर}$$



प्रश्न 4. 100 चक्कर में एक स्कूटर का पहिया 88 मीटर की दूरी तय करता है। इस पहिये की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

हल: माना पहिए की त्रिज्या r मीटर है।

\therefore 1 चक्कर लगाने में तय की गई दूरी = $2\pi r$

\therefore 100 चक्कर लगाने में तय की गई दूरी = $100 \times 2\pi r$

प्रश्नानुसार

$$100 \times 2\pi r = 88$$

या, $200 \times \frac{22}{7} \times r = 88$

या, $r = \frac{88 \times 7}{200 \times 22} = 0.14 \text{ मीटर}$

या, $r = 0.14 \times 100 \text{ सेमी.} = 14 \text{ सेमी. उत्तर}$

प्रश्न 5. एक वृत्ताकार प्लेट का क्षेत्रफल 154 वर्ग सेमी. है। इसकी परिधि ज्ञात कीजिए।

हल: माना वृत्ताकार प्लेट की त्रिज्या सेमी है। तब

क्षेत्रफल = 154 वर्ग सेमी.

या, $\pi r^2 = 154$

या, $\frac{22}{7} \times r^2 = 154$

या, $r^2 = \frac{154 \times 7}{22} = 7 \times 7$

या, $r = 7 \text{ सेमी.}$

तब वृत्ताकार प्लेट की परिधि

$$= 2\pi r$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$= 44 \text{ सेमी. उत्तर}$$

प्रश्न 6. एक वृत्त की परिधि एक वर्ग के परिमाण के बराबर है। यदि वर्ग का क्षेत्रफल 484 वर्ग मीटर हो तो वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (माध्य. शिक्षा बोर्ड, मॉडल पेपर, 2017-18)

हल: दिया है-

वृत्त की परिधि = वर्ग का परिमाण

वर्ग का क्षेत्रफल = 484 वर्गमीटर

वृत्त का क्षेत्रफल = ?

हम जानते हैं, वर्ग की भुजा =

$$\sqrt{\text{वर्ग का क्षेत्रफल}}$$

मीटर

इसलिए वर्ग का परिमाण = $4 \times$ भुजा

$$= 4 \times 22$$

$$= 88 \text{ मीटर}$$

प्रश्नानुसार, वृत्त की परिधि = वर्ग को परिमाण

इसलिए वृत्त की परिधि = 88 मीटर

वृत्त की परिधि = $2\pi r$

इसलिए

$$88 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$\therefore r = \frac{88 \times 7}{2 \times 22} = 2 \times 7$$

$$\Rightarrow r = 14 \text{ मीटर}$$

इसलिए वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14$$

$$= 22 \times 28$$

$$= 616 \text{ वर्गमीटर उत्तर}$$

प्रश्न 7. एक वृत्ताकार खेत पर 24 रु. प्रति मीटर की दर से बाड़ लगाने का व्यय 5280 रु. है। इस क्षेत्र की 0.50 रु. प्रति वर्गमीटर की दर से जुताई कराई जानी है। खेत की जुताई कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

हल: वृत्ताकार खेत की बाड़ की लम्बाई = वृत्ताकार खेत की परिधि माना वृत्ताकार खेत की त्रिज्या r है तब परिधि = $2\pi r$

प्रतिमीटर बाड़ लगाने का व्यय = 24 रु.

$$\therefore 2\pi r \text{ मीटर लम्बाई की बाड़ लगाने का व्यय} = 24 \times 2\pi r$$

$$\text{प्रश्नानुसार } 24 \times 2\pi r = 5280$$

या, $r = \frac{5280}{24 \times 2\pi}$

या, $r = \frac{5280}{24 \times 2 \times \frac{22}{7}}$

या, $r = \frac{5280 \times 7}{24 \times 2 \times 22} = \frac{36960}{1056} = 35$ मीटर

अतः वृत्ताकार खेत की त्रिज्या = 35 मीटर

वृत्ताकार खेत को क्षेत्रफल = πr^2

= 3850 वर्गमीटर

खेत जुताई का व्यय = 0.50 रु. प्रति वर्गमीटर

अतः वृत्ताकार खेत की जुताई का अभीष्ट व्यय = 3850×0.50

= ₹ 1925 उत्तर

प्रश्न 8. एक वृत्ताकार घास के मैदान की त्रिज्या 35 मीटर है। इसके चारों ओर 7 मीटर चौड़ा मार्ग बना हुआ है। मार्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: वृत्ताकार घास के मैदान की त्रिज्या $r_1 = 35$ मीटर

इसके चारों ओर मार्ग की चौड़ाई = 7 मीटर

मार्ग सहित मैदान की त्रिज्या r_2

$$= 35 + 7 = 42 \text{ मीटर}$$

अतः मार्ग का क्षेत्रफल = $\pi r_2^2 - \pi r_1^2$

$$= \pi(r_2^2 - r_1^2)$$

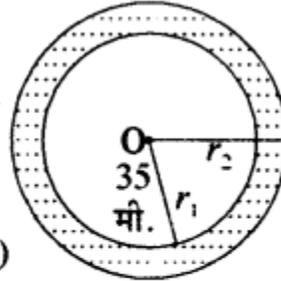
$$= \pi(r_2 + r_1)(r_2 - r_1)$$

मान रखने पर $= \frac{22}{7} (42 + 35) (42 - 35)$

$$= \frac{22}{7} \times 77 \times 7$$

$$= 22 \times 77 = 1694 \text{ वर्ग मीटर}$$

अतः मार्ग का क्षेत्रफल 1694 वर्ग मीटर है। उत्तर



प्रश्न 9. दो संकेन्द्रीय वृत्तों द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा-

(A) πR^2

(B) $\pi(R + r)(R - r)$

(C) $\pi(R^2 - r)$

(D) इनमें से कोई नहीं

हल: माना दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्यायें R तथा r हैं जहाँ $R > r$ तब दोनों संकेन्द्रीय वृत्तों द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल

अतः सही विकल्प (B) है।

प्रश्न 10. दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 4 सेमी. व 3 सेमी. हैं। इन वृत्तों से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल निम्न में से होगा

- (A) 22 सेमी.
- (B) 12 सेमी.
- (C) 32 सेमी.
- (D) 18 सेमी.

हल: अभीष्ट क्षेत्रफल

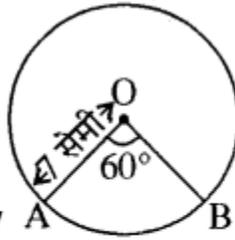
= 22 वर्ग सेमी.

अतः सही विकल्प (A) है।

Ex 15.2

प्रश्न 1. एक वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी. है तथा केन्द्र पर अन्तरित कोण 60° है। चाप की लम्बाई ज्ञात करो।

हल: वृत्त की त्रिज्या (r) = 7 सेमी.
केन्द्र पर अन्तरित कोण (θ) = 60°



$$\begin{aligned}
 \text{चाप की लम्बाई} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r \\
 &= \frac{60}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \\
 &= \frac{1}{6} \times 2 \times 22 \\
 &= \frac{22}{3} = 7.3 \text{ सेमी.}
 \end{aligned}$$

प्रश्न 2. एक वृत्त की त्रिज्या 10.5 सेमी. और त्रिज्यखण्ड का योग 45° है। लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: वृत्त की त्रिज्या, (r) = 10.5 सेमी..
त्रिज्यखण्ड का कोण (θ) = 45°

लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल =

= 43.31 वर्ग सेमी.

अतः त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = 43.31 वर्ग सेमी. उत्तर

प्रश्न 3. एक वृत्त के चाप की लम्बाई 12 सेमी. और त्रिज्या 7 सेमी. है। वृत्त के लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है- वृत्त के चाप की लम्बाई (L) = 12 सेमी.

तथा वृत्त की त्रिज्या (r) = 7 सेमी.

हम जानते हैं कि यदि चाप की लम्बाई (L) तथा वृत्त की त्रिज्या (r) है तब लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

$$A = \frac{1}{2}L \times r$$

$$A = \frac{1}{2} \times 12 \times 7$$

$$= 6 \times 7 = 42 \text{ वर्ग सेमी.}$$

अतः लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = 42 वर्ग सेमी. उत्तर

प्रश्न 4. त्रिज्या 21 सेमी. वाले वृत्त का चाप केन्द्र पर 60° का कोण अन्तरित करता है। ज्ञात कीजिए

(i) चाप की लम्बाई :

(ii) चाप द्वारा बनाये गये त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

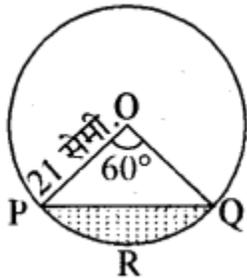
(iii) संगत जीवा द्वारा बनाए गए वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल

हल: दिया है-वृत्त की त्रिज्या (r) = 21 सेमी.

वृत्त के चाप द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण (θ) = 60°

(i) चाप की लम्बाई (L) =

= 22 सेमी. उत्तर



(ii) त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल =

= 231 वर्ग सेमी. उत्तर

(iii) जीवा PQ द्वारा बने लघु वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{\pi r^2 \theta}{360} - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{21 \times 21 \times 60^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \times 21 \times 21 \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{22 \times 441}{7 \times 6} - \frac{441}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{441 \times 11}{21} - \frac{441 \sqrt{3}}{4} \\ &= 231 - 110.25 \times 1.732 \\ &= 231 - 190.953 \\ &= 40.047 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

अतः वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल = 40.047 वर्ग सेमी. उत्तर

प्रश्न 5. एक घड़ी की मिनट की सुई 10.5 सेमी. लम्बी है। मिनट की सुई द्वारा 10 मिनट में बनाए गए त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

$$\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$$

हल: घड़ी की मिनट की सुई की लम्बाई = 10.5 सेमी.

मिनट की सुई द्वारा 60 मिनट में केन्द्र पर बनाया गया कोण = 360°

मिनट की सुई द्वारा 1 मिनट में केन्द्र पर बनाया गया कोण = $\frac{360^\circ}{60}$

मिनट की सुई द्वारा 10 मिनट में केन्द्र पर बनाया गया कोण = $\frac{360}{60} \times 10$
= 60°

अतः मिनट की सुई द्वारा 10 मिनट में बनाए गए त्रिज्यखण्ड का अभीष्ट क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{\pi r^2 \theta}{360} \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{(10.5)^2}{360^\circ} \times 60^\circ \\ &= \frac{22 \times 10.5 \times 10.5}{7 \times 6} \\ &= 57.57 \text{ सेमी.}^2 \end{aligned}$$

अतः मिनट की सुई 10 मिनट द्वारा रचित क्षेत्रफल = 57.57 वर्ग सेमी. उत्तर

प्रश्न 6. 3.5 सेमी. त्रिज्या के वृत्त में एक जीवा द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण 90° है। इस जीवा द्वारा बने लघु वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

$$\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$$

हल: वृत्त की त्रिज्या (r) = 3.5 सेमी.

जीवा द्वारा केन्द्र पर अन्तरिक कोण (θ) = 90°

जीवा द्वारा बने लघुवृत्तखण्ड का क्षेत्रफल =

$$= \frac{\pi r^2 \theta}{360} = \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$$
$$= \frac{22}{7} \times \frac{(3.5)^2 \times 90^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \times (3.5)^2 \times \sin 90^\circ$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{3.5 \times 3.5}{4} - \frac{3.5 \times 3.5}{2}$$

$$= 9.625 - 6.125$$

$$= 3.5 \text{ वर्ग सेमी.}$$

अतः जीवा द्वारा बने लघु वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल = 3.5 वर्ग सेमी. उत्तर

प्रश्न 7. एक वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि 22 सेमी. है।

हल: दिया है वृत्त की परिधि = 22 सेमी.

$$\Rightarrow 2\pi r = 22$$

$$\Rightarrow r = \frac{22}{7} = \frac{22}{2 \times \frac{7}{2}}$$

$$\Rightarrow r = \frac{22 \times 7}{2 \times 22} = \frac{7}{2} \text{ सेमी.}$$

$$\text{वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल} = \frac{\pi r^2}{4}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{7 \times 7}{4}$$

$$= \frac{1078}{112} = 9.625 \text{ वर्ग सेमी.}$$

अतः वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल = 9.625 वर्ग सेमी. उत्तर

प्रश्न 8. एक घड़ी के घण्टे की सुई 5 सेमी. लम्बी है। 70 मिनट में इस सुई द्वारा बनाए गये त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: घण्टे की सुई की लम्बाई = 5 सेमी.

अतः घण्टे की सुई 5 सेमी, त्रिज्या का त्रिज्य खण्ड बनाएगी

घण्टे की सुई द्वारा 12 घण्टे में बनाया गया कोण = 360°

घण्टे की सुई द्वारा 1 घण्टे में बनाया गया कोण = $\frac{360}{12} = 30^\circ$

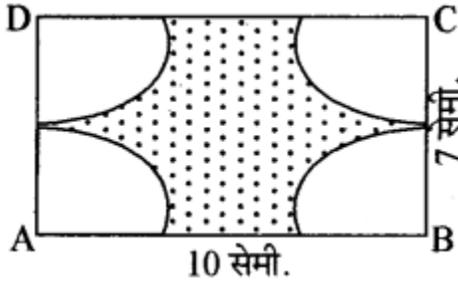
घण्टे की सुई द्वारा 1 मिनट में बनाया गया कोण = $\frac{30}{60} = \left(\frac{1}{2}\right)^\circ$
 अतः घण्टे की सुई द्वारा 7 मिनट में बनाया गया कोण = $\frac{1}{2} \times 70 = 35^\circ$
 घण्टे की सुई द्वारा निर्मित त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = $\frac{\pi r^2 \theta}{360}$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{5^2 \times 35^\circ}{360^\circ}$$

$$= \frac{22 \times 25 \times 35}{7 \times 360}$$

$$= 7.64 \text{ वर्ग सेमी. उत्तर}$$

प्रश्न 9. दी गई आकृति में ABCD एक आयत है। भुजा AB = 10 सेमी., BC = 7 सेमी. है। आयत के प्रत्येक शीर्ष पर 3.5 सेमी. त्रिज्या के वृत्त खींचे गये हैं। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए
 ($\pi = \frac{22}{7}$)



हल: प्रश्नानुसार, आयत ABCD की लम्बाई (AB) = 10 सेमी.
 आयत ABCD की चौड़ाई (BC) = 7 सेमी.
 आयत के प्रत्येक शीर्ष पर 3.5 सेमी. त्रिज्या के वृत्त खींचे गये हैं।
 चारों चतुर्थांश मिलाकर एक वृत्त बनता है जिसका क्षेत्रफल

$$= \pi r^2 = \pi(3.5)^2$$
 छायांकित भाग का क्षेत्रफल = आयत का क्षेत्रफल - वृत्त का क्षेत्रफल

$$= 10 \times 7 - \pi(3.5)^2$$

$$= 70 - \frac{22 \times 3.5 \times 3.5}{7}$$

$$= \frac{490 - 269.5}{7} = 31.5 \text{ वर्ग सेमी. उत्तर}$$

Additional Questions

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

प्रश्न 1. संख्या है

- (A) परिमेय
- (B) अपरिमेय
- (C) काल्पनिक
- (D) इनमें से कोई नहीं

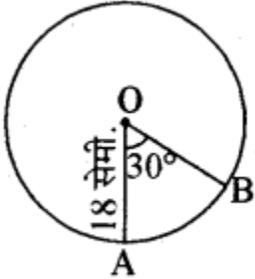
उत्तर: (B) अपरिमेय

प्रश्न 2. एक वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी. है, तो उसका क्षेत्रफल है

- (A) 154 वर्ग सेमी.
- (B) 308 वर्ग सेमी.
- (C) 44 वर्ग सेमी.
- (D) 606 वर्ग सेमी.

उत्तर: (A) 154 वर्ग सेमी.

प्रश्न 3. चित्र में वृत्त का केन्द्र O है। वृत्त की त्रिज्या 18 सेमी. है तथा $\angle AOB = 30^\circ$ है, तो लघु चाप AB की लम्बाई है



- (A) 2π
- (B) 3π
- (C) 6π
- (D) 4π

उत्तर: (B) 3π

प्रश्न 4. एक वृत्त की परिधि 176 सेमी. है, तो उसकी त्रिज्या है

- (A) 21 सेमी.
- (B) 14 सेमी.

- (C) 28 सेमी.
(D) 7 सेमी.

उत्तर: (C) 28 सेमी.

प्रश्न 5. एक वृत्तखण्ड की त्रिज्या 5 सेमी. है। इसे वृत्त के 9 सेमी. लम्बाई के चाप द्वारा बने त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल है

- (A) 45 वर्ग सेमी.
(B) 22.5 वर्ग सेमी.
(C) 67.5 वर्ग सेमी.
(D) 2.25 वर्ग सेमी.

उत्तर: (B) 22.5 वर्ग सेमी.

प्रश्न 6. एक वृत्ताकार मार्ग का बाह्य और अन्तः व्यास क्रमशः 10 मीटर व 6 मीटर है। वृत्ताकार मार्ग का क्षेत्रफल है

- (A) 257 वर्ग मीटर
(B) 16 वर्ग मीटर
(C) 97 वर्ग मीटर
(D) 77 वर्ग मीटर

उत्तर: (B) 16 वर्ग मीटर

प्रश्न 7. वृत्तखण्ड में क्षेत्रफल ज्ञात करने का सूत्र है

- (A) $\frac{\pi r^2 \theta}{180^\circ} - \frac{1}{2} \sin \theta$
(B) $\frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} - \frac{1}{2} r^2 \cos \theta$
(C) $\frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$
(D) इनमें से कोई नहीं

उत्तर: (C) $\frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$

प्रश्न 8. त्रिज्यखण्ड के चाप की लम्बाई है

- (A) $\frac{2\pi r}{360} \times \theta$
(B) $\frac{\pi r}{360} \times \theta$
(C) $\frac{2r\theta}{360}$
(D) $\frac{r\theta}{360}$

उत्तर: (A) $\frac{2\pi r}{360} \times \theta$

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. एक वृत्त की परिधि 14 सेमी. है। इसकी त्रिज्या लिखिए।

हल: \therefore परिधि = $2\pi r$

$$2\pi r = 14\pi$$

$$r = \frac{14\pi}{2\pi}$$

$\therefore r = 7$ सेमी. उत्तर

प्रश्न 2. वृत्त की परिधि किसे कहते हैं?

उत्तर: वृत्त के अनुदिश एक पूरे चक्कर में तय की गयी दूरी को वृत्त की परिधि कहते हैं।

प्रश्न 3. π के मान की गणना किस गणितज्ञ ने की थी?

उत्तर: भारतीय गणितज्ञ आर्यभट्ट ने के मान की गणना की थी।

प्रश्न 4. दो संकेन्द्रीय वृत्तों द्वारा परिबद्ध क्षेत्र के क्षेत्रफल का सूत्र लिखिए।

उत्तर: $\pi (r_1^2 - r_2^2)$

प्रश्न 5. दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 6 सेमी. और 4 सेमी. हैं। उनके क्षेत्रफलों का अनुपात लिखिए।

हल: पहले वृत्त का क्षेत्रफल

$$= \pi r^2$$

$$= \pi(6)^2 = 36\pi$$

$$\text{दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2 = \pi \times (4)^2 = 16\pi$$

अतः क्षेत्रफलों का अनुपात = ला का अनुपात

$$= \frac{36\pi}{16\pi} = \frac{9}{4} = 9 : 4 \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 6. एक घड़ी की मिनट की सुई द्वारा 20 मिनट में केन्द्र पर अन्तरित कोण का मान ज्ञात कीजिए।

हल: घड़ी की मिनट की सुई 60 मिनट में कोण बनाती है = 360°

$$1 \text{ मिनट में कोण बनायेगी} = \frac{360^\circ}{60}$$

$$\begin{aligned} \text{अतः 10 मिनट में कोण बनायेगी} &= \\ &= \frac{360^\circ}{60^\circ} \times 20 \\ &= 120^\circ \quad \text{उत्तर} \end{aligned}$$

प्रश्न 7. उस त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके चाप की लम्बाई 10 सेमी. और त्रिज्या 6 सेमी. हो।।

$$\begin{aligned} \text{हल: यहाँ त्रिज्या} &= 6 \text{ सेमी.}, \text{ चाप (L)} = 10 \text{ सेमी.} \\ \text{त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times L \times r \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30 \text{ सेमी. उत्तर} \end{aligned}$$

प्रश्न 8. 21 सेमी. त्रिज्या के वृत्त से काटे गये त्रिज्यखण्ड का कोण 60° है। त्रिज्यखण्ड की चाप की लम्बाई और क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned} \text{हल: त्रिज्या } r &= 21 \text{ सेमी.} \\ \text{त्रिज्यखण्ड का कोण } \theta &= 60^\circ \\ \text{केन्द्र पर } \theta \text{ कोण अन्तरित करने वाले चाप की लम्बाई} & \\ &= \frac{\pi r \theta}{180^\circ} = \frac{22 \times 21 \times 60^\circ}{7 \times 180^\circ} = 22 \text{ सेमी. उत्तर} \\ \text{त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} &= \text{वर्ग सेमी. उत्तर} \end{aligned}$$

प्रश्न 9. यदि एक अर्द्धवृत्ताकार चाँदे का व्यास 14 cm. है, तो इसकी परिधि ज्ञात कीजिये।

$$\begin{aligned} \text{हल: व्यास} &= 14 \text{ cm.}, \therefore \text{त्रिज्या (r)} = \frac{14}{2} = 7 \text{ cm} \\ \text{परिधि} &= 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \\ &= 44 \text{ cm. उत्तर} \end{aligned}$$

प्रश्न 10. दो वृत्तों की परिधियों का अनुपात 2 : 3 है। उनकी त्रिज्याओं का अनुपात ज्ञात कीजिये

$$\begin{aligned} \text{हल: माना दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः } r_1 \text{ व } r_2 \text{ हैं।} \\ \therefore \text{परिधियों का अनुपात} \end{aligned}$$

$$r_1 : r_2 = 2 : 3 \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 11. यदि एक वृत्त का परिमाण और क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से बराबर है तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

हल: माना वृत्त की त्रिज्या = r है।

\therefore प्रश्नानुसार वृत्त का परिमाण = वृत्त का क्षेत्रफल

$$2\pi r = \pi r^2$$

$r = 2$ मात्रक उत्तर

प्रश्न 12. त्रिज्या R वाले वृत्त के उस त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल लिखिये जिसका कोण θ° है।

हल: त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = $\frac{\pi R^2 \theta^\circ}{360^\circ}$ वर्ग इकाई

प्रश्न 13. r त्रिज्या वाले वृत्त के एक त्रिज्यखण्ड, जिसका कोण अंशों में से है, के संगत चाप की लम्बाई लिखिये।

हल: कोण θ वाले त्रिज्यखण्ड के संगत चाप की लम्बाई

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$$

प्रश्न 14. यदि एक वृत्त की त्रिज्या 14 सेमी. हो, तो वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ वृत्त की त्रिज्या (r) = 14 सेमी.

\therefore वृत्त का क्षेत्रफल

$$= 22 \times 2 \times 14 = 616 \text{ वर्ग सेमी. उत्तर}$$

प्रश्न 15. 44 सेमी. परिधि वाले वृत्ते का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: प्रश्नानुसार परिधि = 44 सेमी.

$$\text{या } 2\pi r = 44$$

$$\therefore r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22} = 7 \text{ सेमी.}$$

\therefore वृत्त का क्षेत्रफल

$$= \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= 154 \text{ सेमी. उत्तर}$$

प्रश्न 16. 14 सेमी. व्यास वाले वृत्त की परिधि ज्ञात कीजिए।

हल: \therefore व्यास = 14 सेमी.

$$\therefore \text{त्रिज्या } (r) = \frac{14}{2} = 7 \text{ सेमी.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{वृत्त की परिधि} &= 2\pi r \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44 \text{ सेमी. उत्तर} \end{aligned}$$

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. त्रिज्या r के एक अर्द्धवृत्त के अन्तर्गत खींचे जा सकने वाले सबसे बड़े त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

हल: मानी AB अर्द्धवृत्त का व्यास है जिसका केन्द्र O है तथा त्रिभुज ABC अर्द्धवृत्त में खींचा जा सकने वाला सबसे बड़ा ऐसा त्रिभुज है, जिसमें $AC = BC$ होगा।

$$\angle ACB = 90^\circ$$

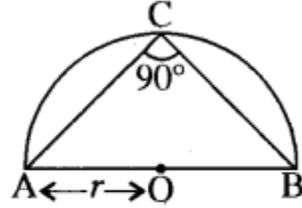
(अर्द्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है)

यहाँ पर ACB समकोण त्रिभुज है। माना कि $AC = BC = x$

अर्द्धवृत्त की त्रिज्या = r (दिया है)

समकोण त्रिभुज ABC में,

$$\begin{aligned} \Rightarrow AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ \Rightarrow (2r)^2 &= x^2 + x^2 \\ \Rightarrow 4r^2 &= 2x^2 \\ \Rightarrow x^2 &= 2r^2 \\ \Rightarrow x &= \sqrt{2}r \end{aligned}$$



अतः समकोण त्रिभुज ACB का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} AC \times BC$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{2}r \times \sqrt{2}r$$

$$= r^2 \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 2. त्रिज्या 21 सेमी. वाले वृत्त का एक चाप केन्द्र पर 60° का कोण अन्तरित करता है, तो संगत दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

हल: दिया गया है—

वृत्त की त्रिज्या $r = 21$ सेमी.

दीर्घ त्रिज्यखण्ड चाप द्वारा बनाये गये दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल



$$= \pi r^2 \times \frac{(360 - 60)^\circ}{360^\circ}$$

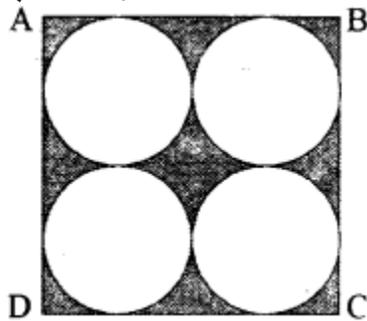
$$= \pi r^2 \times \frac{300^\circ}{360^\circ}$$

$$\text{मान रखने पर} = \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times \frac{300^\circ}{360^\circ}$$

$$= 22 \times 3 \times 21 \times \frac{5}{6}$$

$$= 11 \times 21 \times 5 = 1155 \text{ वर्ग सेमी. उत्तर}$$

प्रश्न 3. दी गयी आकृति में छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जहाँ ABCD भुजा 14 cm का एक वर्ग है।



चित्र.

हल:

$$\begin{aligned} & \text{वर्ग ABCD का क्षेत्रफल} \\ & = 14 \times 14 \text{ cm}^2 = 196 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{प्रत्येक वृत्त का व्यास} = \frac{14}{2} \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{प्रत्येक वृत्त की त्रिज्या} = \frac{7}{2} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{अतः एक वृत्त का क्षेत्रफल} & = \pi r^2 = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \text{ cm}^2 \\ & = \frac{154}{4} \text{ cm}^2 = \frac{77}{2} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{चारों वृत्तों का क्षेत्रफल} = 4 \times \frac{77}{2} \text{ cm}^2 = 154 \text{ cm}^2$$

$$\text{अतः छायांकित भाग का क्षेत्रफल} = (196 - 154) \text{ cm}^2 = 42 \text{ cm}^2 \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 4. 7 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त में कोण 120° के संगत दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: प्रश्नानुसार वृत्त के त्रिज्यखण्ड की त्रिज्या (R) = 7 cm.
केन्द्रीय कोण = 120°

$$\begin{aligned} \therefore \text{दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} & = \frac{\pi R^2 (360^\circ - \theta)}{360^\circ} \\ & = \frac{22}{7} \times \frac{7 \times 7 \times (360^\circ - 120)}{360^\circ} \\ & = \frac{22 \times 7 \times 240}{360} \\ & = \frac{22 \times 7 \times 2}{3} = \frac{308}{3} \text{ cm}^2 \text{ उत्तर} \end{aligned}$$

प्रश्न 5. एक वृत्त का चाप केन्द्र पर 45° का कोण अन्तरित करता है। यदि इसके लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल 77 cm^2 है, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

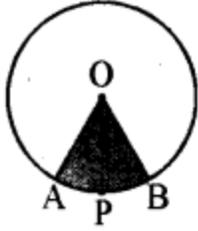
हल: दिया है। $\theta = 45^\circ$

त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = 77 cm^2

दिया हुआ त्रिज्यखण्ड OAPB है।

$$\text{त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

मान रखने पर।



$$77 = \frac{45}{360} \times \frac{22}{7} \times r^2$$

$$\therefore r^2 = \frac{77 \times 360 \times 7}{45 \times 22}$$

$$= \frac{7 \times 8 \times 7}{2} = 7 \times 4 \times 7 = 196$$

$$\Rightarrow r^2 = 196$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{196} = 14 \text{ सेमी. उत्तर}$$

प्रश्न 6. एक साइकिल का पहिया 11 km चलने में 5000 चक्कर लगाता है तो पहिए की व्यास ज्ञात कीजिए।

हल: पहिये द्वारा एक चक्कर में तय की गई दूरी

$$= \frac{\text{चली गई दूरी}}{\text{चक्करों की संख्या}}$$

$$= \frac{11}{5000} \text{ km}$$

$$= \frac{11}{5000} \times 100 \text{ मीटर}$$

$$= \frac{11}{5000} \times 1000 \times 100 \text{ सेमी.}$$

$$= 220 \text{ सेमी.}$$

माना पहिये की त्रिज्या = r सेमी.

$$\text{परिधि} = 220 \text{ सेमी.}$$

$$2\pi r = 220 \text{ सेमी.}$$

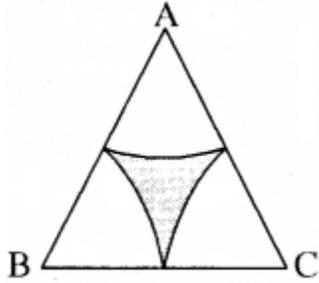
$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 220 \text{ सेमी.}$$

$$r = \frac{220 \times 7}{2 \times 22} = 35 \text{ सेमी.}$$

$$\text{व्यास} = 2r = 2 \times 35 \text{ सेमी.}$$

$$= 70 \text{ सेमी. उत्तर}$$

प्रश्न 7. दी गई आकृति में ABC एक समबाहु त्रिभुज है, जिसकी एक भुजा 20 सेमी. है। त्रिभुज के प्रत्येक शीर्ष से 10 सेमी. त्रिज्या के चाप खींचे गये हैं। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ व $\sqrt{3} = 1.73$ लीजिए)



हल: समबाहु त्रिभुज की भुजा की लम्बाई
(a) = 20 सेमी.

$$\text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (20)^2$$

$$\text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} (\text{भुजा})$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 20 \times 20$$

$$= 1.73 \times 100 = 173 \text{ सेमी}^2.$$

समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक कोण 60° होता है। अतः तीनों त्रिज्य खण्डों का क्षेत्रफल समान होगा। तीनों त्रिज्य खण्डों का क्षेत्रफल

$$= 3 \times \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$$

$$= \frac{3 \times 3.14 \times 10^2 \times 60^\circ}{360^\circ}$$

$$= 157 \text{ सेमी}^2.$$

$$= 157 \text{ सेमी}^2.$$

छायांकित भाग का क्षेत्रफल = $(173 - 157) = 16 \text{ सेमी}^2$. उत्तर

प्रश्न 8. एक घड़ी के घण्टे की सुई 6 सेमी. लम्बी है। 90 मिनट में इस सुई द्वारा बनाये गये त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: घण्टे की सुई की लम्बाई = 6 सेमी.

घण्टे की सुई 6 सेमी. त्रिज्या का त्रिज्यखण्ड बनायेगी।

घण्टे की सुई द्वारा 12 घण्टे में बनाया गया कोण = 360°

घण्टे की सुई द्वारा 1 घण्टे में बनाया गया कोण = $\frac{360}{12} = 30^\circ$

घण्टे की सुई द्वारा 1 मिनट में बनाया गया कोण = $\frac{30}{60} = \left(\frac{1}{2}\right)^\circ$

अतः घण्टे की सुई द्वारा 90 मिनट में बनाया गया कोण = $\left|\frac{1}{2}\right|^\circ \times 90 = 45^\circ$

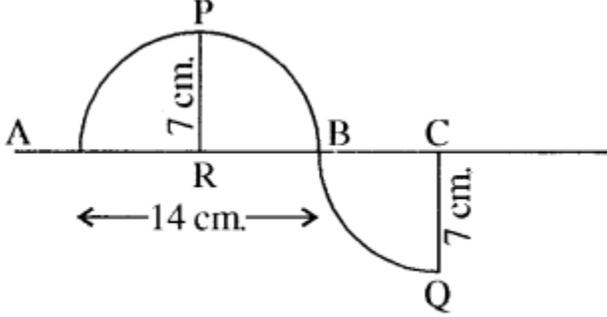
घण्टे की सुई द्वारा निर्मित त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = $\frac{\pi r^2 \theta}{360}$

$$= \frac{22}{7} \times 6^2 \times 45^\circ}{360^\circ} = \frac{22 \times 6 \times 6 \times 45^\circ}{7 \times 360^\circ}$$

$$= \frac{22 \times 36}{7 \times 8} = \frac{792}{56} = 14.14 \text{ सेमी.}^2$$

घण्टे की सुई द्वारा निर्मित त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = 14.14 सेमी². उत्तर

प्रश्न 9. दी गई आकृति में छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



(माध्य. शिक्षा बोर्ड, मॉडल पेपर, 2017-18)

हल: दिया है-

$$2r = 14 \text{ cm.}$$

$$\therefore r = \frac{14}{2} = 7 \text{ cm.}$$

$$\begin{aligned} \text{छायांकित भाग का क्षेत्रफल} &= \frac{\pi r^2}{2} + \frac{\pi r^2}{4} \\ &= \frac{3}{4} \pi r^2 \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{22}{7} \times (7)^2 \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\ &= \frac{3}{4} \times 154 \\ &= \frac{3}{2} \times 77 = \frac{231}{2} \\ &= 115.5 \text{ वर्ग सेमी. उत्तर} \end{aligned}$$

निबन्धात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. चित्र में छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: दी गई आकृति में

$$PR = \sqrt{(PQ)^2 + (QR)^2}$$

$$PR = \sqrt{16 + 9} \text{ सेमी.}$$

$$PR = \sqrt{25} \text{ सेमी.}$$

$$PR = 5 \text{ सेमी.}$$



सेमी. वृत्त की त्रिज्या $(OP) = \frac{PR}{2}$

की त्रिज्या $(OP) = \frac{5}{2}$ सेमी. = 2.5 सेमी.

वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2

$$= \frac{22}{7} \times 2.5 \times 2.5 \text{ सेमी}^2.$$

$$= 19.642 \text{ सेमी}^2.$$

आयत PQRS का क्षेत्रफल = $PQ \times QR$

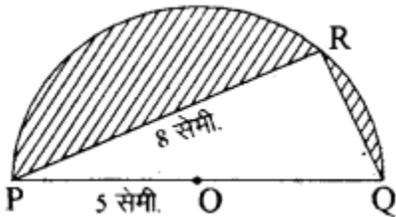
$$= 4 \times 3 \text{ सेमी} = 12 \text{ सेमी}^2.$$

छायांकित भाग का क्षेत्रफल = (वृत्त का क्षेत्रफल - आयत का क्षेत्रफल)

$$= (19.642 - 12) \text{ सेमी}^2.$$

$$= 7.642 \text{ सेमी}^2. \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 2. चित्र में, अर्द्धवृत्त का केन्द्र O है। तथा अर्द्धवृत्त की त्रिज्या 5 सेमी. है। यदि $PR = 8$ सेमी. हो तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



हल: अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{22}{7} \times \frac{5 \times 5}{2} \text{ सेमी.}^2 \\ &= \frac{275}{7} \text{ सेमी.}^2 \\ &= 39.28 \text{ सेमी.}^2 \end{aligned}$$

ΔPQR में,

$$PQ = 2 PO$$

$$PQ = 2(5) \text{ सेमी.}$$

$$PQ = 10 \text{ सेमी.}$$

$$QR = \sqrt{(PQ)^2 - (PR)^2} \text{ (पाइथागोरस प्रमेय से)}$$

$$QR = \sqrt{(10)^2 - (8)^2} \text{ सेमी.}$$

$$QR = \sqrt{100 - 64} \text{ सेमी.}$$

$$QR = \sqrt{36} = 6 \text{ सेमी.}$$

$$\Delta PQR \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times QR \times PR$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \text{ सेमी.}^2$$

$$= 3 \times 8 \text{ सेमी.}^2$$

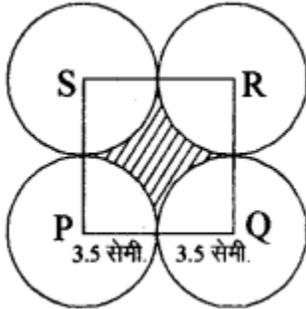
$$= 24 \text{ सेमी.}^2$$

छायांकित भाग का क्षेत्रफल = (अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल - त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल)

$$= (39.28 - 24) \text{ सेमी.}^2 = 15.28 \text{ सेमी.}^2$$

\therefore छायांकित भाग का क्षेत्रफल = 15.28 सेमी.². उत्तर

प्रश्न 3. चित्र में PQRS एक वर्ग है। जिसकी एक भुजा 7 सेमी. है। वर्ग के प्रत्येक शीर्ष पर 3.5 सेमी. त्रिज्या के वृत्त खींचे गये हैं। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



हल: संलग्न आकृति में वर्ग की भुजा = 7 सेमी.

$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = 7 \times 7 \text{ सेमी.}^2$$

$$= 49 \text{ सेमी.}^2$$

दी गई आकृति में चारों वृत्त समान क्षेत्रफल के हैं। इन वृत्तों में त्रिज्यखण्ड कटता है।
चारों वृत्तों में त्रिज्यखण्ड का कोण (θ) = 90°

त्रिज्या (r) = 3.5 सेमी.

चारों वृत्तों के त्रिज्यखण्डों का क्षेत्रफल समान होगा।

अतः चारों त्रिज्यखण्डों का क्षेत्रफल

$$= 4 \times \frac{\pi r^2 \theta}{360}$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{3.5 \times 3.5 \times 90^\circ}{360^\circ} \text{ सेमी.}^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \text{ सेमी.}^2$$

$$= 38.5 \text{ सेमी.}^2$$

छायांकित भाग का क्षेत्रफल = (वर्ग का क्षेत्रफल - चारों त्रिज्यखण्डों का क्षेत्रफल)

$$= (49 - 38.5) \text{ सेमी.}^2$$

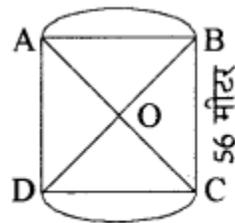
$$= 10.5 \text{ सेमी.}^2 \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 4. 56 मीटर भुजा वाले एक वर्गाकार बगीचे ABCD के AB व CD भुजा पर दो वृत्ताकार फूलों की क्यारियाँ बनाई गयी हैं। यदि प्रत्येक वृत्ताकार क्यारी का केन्द्र बगीचे के विकर्णों का प्रतिच्छेद बिन्दु O है, तो बगीचे और क्यारियों के क्षेत्रफल का योग ज्ञात कीजिये।

हल: वर्गाकार बगीचा ABCD का क्षेत्रफल

$$= \text{भुजा} \times \text{भुजा} = 56 \times 56 \text{ वर्ग मी. (i)}$$

माना OA = OB = x मीटर है।



चित्र

हम जानते हैं कि वर्ग के विकर्ण समकोण पर प्रतिच्छेद करते हैं। इस कारण से $\angle BOA = 90^\circ$

अतः $\triangle AOB$ एक समकोण त्रिभुज है।

$$\text{अतः} \quad x^2 + x^2 = (56)^2$$

$$\text{या} \quad 2x^2 = 56 \times 56$$

$$\text{या} \quad x^2 = \frac{56 \times 56}{2} = 28 \times 56 \quad \text{.....(ii)}$$

अब त्रिज्यखण्ड OAB का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
&= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \pi x^2 \\
&= \frac{1}{4} \times \pi x^2 \\
&= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 28 \times 56 \text{ वर्ग मीटर} \quad \dots\dots(\text{iii})
\end{aligned}$$

समीकरण (ii) से मान रखा है। साथ ही ΔOAB का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{4} \times 56 \times 56 \text{ वर्ग मीटर} \quad \dots\dots(\text{iv})$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ$$

\therefore क्यारी AB को क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 28 \times 56 - \frac{1}{4} \times 56 \times 56 \right) \text{ वर्ग मीटर} \\
&\quad \text{[समी. (iii) तथा (iv) से]}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{4} \times 28 \times 56 \left[\frac{22}{7} - 2 \right] \text{ वर्ग मीटर} \\
&= \frac{1}{4} \times 28 \times 56 \times \frac{8}{7} \text{ वर्ग मीटर} \quad \dots\dots(\text{v})
\end{aligned}$$

इसी तरह से दूसरी क्यारी का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{4} \times 28 \times 56 \times \frac{8}{7} \text{ वर्ग मीटर} \quad \dots\dots(\text{vi})$$

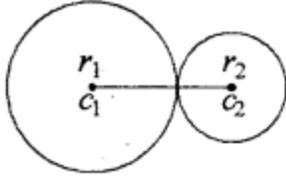
अतः सम्पूर्ण क्षेत्र = वर्ग का क्षेत्रफल + दोनों क्यारियों का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
&= \left(56 \times 56 + \frac{1}{4} \times 28 \times 56 \times \frac{8}{7} + \frac{1}{4} \times 28 \times 56 \times \frac{8}{7} \right) \\
&\quad \text{[समीकरण (i), (v) तथा (vi) से]}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 28 \times 56 \left[2 + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} \right] \\
&= 28 \times 56 \times \frac{(14 + 2 + 2)}{7} \\
&= 4 \times 56 \times 18 \\
&= 4032 \text{ वर्ग मीटर उत्तर}
\end{aligned}$$

प्रश्न 5. दो वृत्त बाह्यतः स्पर्श करते हैं। यदि इनके क्षेत्रफलों का योग 130 cm^2 है तथा इनके केन्द्रों के बीच की दूरी 14 cm है, तो इन वृत्तों की त्रिज्याएँ ज्ञात कीजिये।

हल: माना कि C_1 तथा C_2 दिये गये वृत्त के केन्द्र हैं और इनकी त्रिज्यायें क्रमशः r_1 और r_2 हैं। चूंकि दोनों वृत्त बाह्यतः स्पर्श करते हैं।



$$\begin{aligned} & c_1 c_2 = r_1 + r_2 \\ \Rightarrow & 14 = r_1 + r_2 \\ \Rightarrow & r_1 + r_2 = 14 \quad \text{.....(i)} \end{aligned}$$

प्रश्नानुसार दोनों बूथों के क्षेत्रफलों का योग = $13\pi \text{ cm}^2$

$$\begin{aligned} \therefore & \pi r_1^2 + \pi r_2^2 = 130\pi \\ \Rightarrow & r_1^2 + r_2^2 = 130 \quad \text{.....(ii)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{अब} & (r_1 + r_2)^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \\ \Rightarrow & (14)^2 = 130 + 2r_1 r_2 \quad \text{[(i) एवं (ii) के प्रयोग से]} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 196 = 130 + 2r_1 r_2$$

$$\Rightarrow 2r_1 r_2 = 196 - 130$$

$$\Rightarrow 2r_1 r_2 = 66$$

$$\Rightarrow r_1 r_2 = \frac{66}{2} = 33 \quad \text{.....(iii)}$$

$$\text{अब} \quad (r_1 - r_2)^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (r_1 - r_2)^2 &= 130 - 2 \times 33 \\ &= 130 - 66 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (r_1 - r_2)^2 = 64$$

$$\Rightarrow r_1 - r_2 = 8 \quad \text{.....(iv)}$$

समीकरण (i) तथा (iv) को जोड़ने पर ।

$$2r_1 = 22$$

$$\therefore r_1 = 11 \text{ cm}$$

r_1 का मान समीकरण (i) में रखने पर $r_2 = 3 \text{ cm}$ प्राप्त होता है।

अतः दोनों वृत्तों की त्रिज्यायें क्रमशः 11 cm तथा 3 cm हैं। उत्तर

प्रश्न 6. संलग्न आकृति में $\triangle ABC$ के शीर्ष बिन्दु A पर एक समकोण त्रिभुज है। जहाँ $AB = 6 \text{ cm}$, $BC = 10 \text{ cm}$ तथा I, त्रिभुज ABC के अन्तःवृत्त का केन्द्र है तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

हल: समकोण $\triangle ABC$ में

समकोण $\triangle ABC$ में

$$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$$

या $(AC)^2 = (BC)^2 - (AB)^2$

या $(AC)^2 = (10)^2 - (6)^2$
 $= 100 - 36 = 64$

$\therefore AC = 8 \text{ cm}$

$\therefore \triangle ABC$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times AB \times AC$

$\Rightarrow \triangle ABC$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 \text{ cm}^2$

$\therefore \triangle ABC$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times AB \times AC$

$\Rightarrow \triangle ABC$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 \text{ cm}^2$ माना अन्तःवृत्त की त्रिज्या $r \text{ cm}$ है।

$\therefore \triangle ABC$ का क्षेत्रफल $= \triangle IBC$ का क्षेत्रफल $+ \triangle ICA$ का क्षेत्रफल :

$\Rightarrow 24 = \frac{1}{2} (BC \times r) + \frac{1}{2} (AC \times r) + \frac{1}{2} (AB \times r)$

$\Rightarrow 24 = \frac{1}{2} r (BC + AC + AB)$

या $24 = \frac{1}{2} \times r \times (10 + 8 + 6)$

या $24 = \frac{1}{2} \times r \times 24$

या $24 = 12r \therefore r = 2$

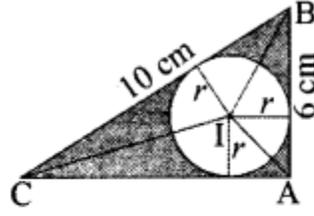
\therefore छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$= \triangle ABC$ का क्षेत्रफल $= \triangle IBC$ का क्षेत्रफल

$= 24 - \pi r^2$

$= 24 - \frac{22}{7} \times (2)^2 = 24 - \frac{22}{7} \times 4$

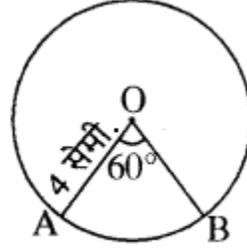
$= \frac{168 - 88}{7} = \frac{80}{7} \text{ cm}^2$ उत्तर



प्रश्न 7. 4 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त के उस त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण 60° है। साथ ही संगत दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ का प्रयोग करें।)

हल: प्रश्नानुसार वृत्त के त्रिज्यखण्ड की त्रिज्या (R) = 4 cm. केन्द्रीय कोण (θ) = 60°

$$\begin{aligned} \therefore \text{त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} &= \frac{\pi R^2 \theta}{360^\circ} \\ &= \frac{3.14 \times 4 \times 4 \times 60^\circ}{360^\circ} \\ &= \frac{3.14 \times 2 \times 4}{3} = 8.37 \text{ सेमी.}^2 \end{aligned}$$



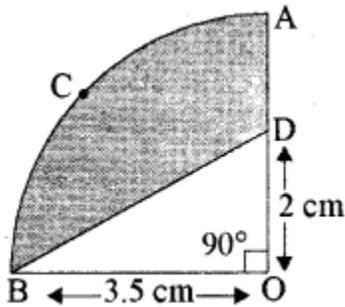
अतः त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = 8.37 सेमी.². उत्तर

संगत दीर्घ त्रिज्यखण्ड का

$$\begin{aligned} \text{क्षेत्रफल} &= \frac{(360^\circ - \theta)}{360^\circ} \times \pi R^2 \\ &= \frac{(360^\circ - 60^\circ)}{360^\circ} \times 3.14 \times 4 \times 4 \\ &= \frac{300^\circ}{360^\circ} \times 3.14 \times 16 \\ &= \frac{5}{6} \times 3.14 \times 16 \\ &= \frac{5 \times 3.14 \times 8}{3} \\ &= 41.87 \text{ सेमी.}^2 \text{ उत्तर} \end{aligned}$$

प्रश्न 8. आकृति में, OACB केन्द्र O और त्रिज्या 3.5 cm. वाले एक वृत्त का चतुर्थांश है। यदि OD = 2 cm. है, तो निम्नलिखित के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए

- चतुर्थांश OACB
- छायांकित भाग।



हल: प्रश्नानुसार,
चतुर्थांश की त्रिज्या (R) = 3.5 cm.
त्रिज्यखण्ड का कोण (θ) = 90°

OD = 2 cm.

(i) चतुर्थांश OACB का क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi R^2 \theta}{360^\circ}$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{3.5 \times 3.5 \times 90^\circ}{360^\circ}$$

$$= \frac{77}{8} \text{ cm}^2 \text{ उत्तर}$$

(ii) ΔODB का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ आधार \times ऊँचाई

$$= \frac{1}{2} \times 3.5 \times 2 = 3.5 \text{ cm}^2$$

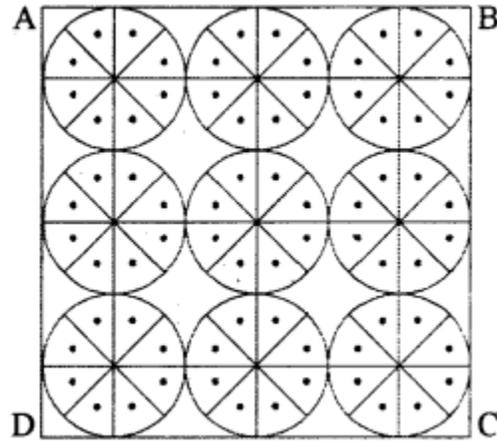
\therefore छायांकित क्षेत्रफल = चतुर्थांश OACB का क्षेत्रफल - ΔODB का क्षेत्रफल

$$= \frac{77}{8} - 3.5$$

$$= \frac{77 - 28}{8} = \frac{49}{8} \text{ cm}^2$$

अतः छायांकित भाग का क्षेत्रफल = $\frac{49}{8}$ cm या 6.125 cm उत्तर

प्रश्न 9. एक वर्गाकार रूमाल पर, नौ वृत्ताकार डिजाइन बने हैं, जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या 7 cm. है (देखिए आकृति)। रूमाल के शेष भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



हल: वृत्त की त्रिज्या (R) = 7 cm.

वृत्त का व्यास = $2 \times R$

$$= 2 \times 7$$

$$= 14 \text{ cm,}$$

क्योंकि वर्ग की भुजा के अनुदिश तीन वृत्त हैं।

$$\therefore \text{वर्ग की भुजा} = 3 [14] = 42 \text{ cm.}$$

रूमाल का कुल क्षेत्रफल = वर्ग का क्षेत्रफल = (भुजा)²

$$= (42)^2 = 1764 \text{ cm}^2$$

नौ वृत्ताकार डिजाइनों का क्षेत्रफल
= $9\pi R^2$

$$= 9 \times \frac{22}{7} \times (7)^2$$

$$= 9 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= 9 \times 154$$

$$= 1386 \text{ cm}^2$$

∴ शेष भाग का अभीष्ट क्षेत्रफल ।

$$= \text{वर्ग का क्षेत्रफल} - 9 \text{ वृत्ताकार डिजाइनों का क्षेत्रफल} = 1764 - 1386$$

$$= 378 \text{ cm}^2 \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 10. एक वृत्ताकार पार्क की त्रिज्या 4.2 मीटर है। पार्क के चारों ओर 1.4 मीटर चौड़ा रास्ता बना हुआ है। रास्ते का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (माध्य. शिक्षा बोर्ड, 2018)

हल: दिया है—

$$r_1 = 4.2 \text{ मीटर}$$

$$r_2 = 4.2 + 1.4$$

$$= 5.6 \text{ मीटर}$$

$$\text{रास्ते का क्षेत्रफल} = \pi r_2^2 - \pi r_1^2$$

$$= \pi(r_2^2 - r_1^2)$$

$$= \pi(r_2 - r_1)(r_2 + r_1)$$

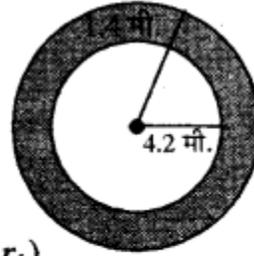
$$= \pi(5.6 - 4.2)(5.6 + 4.2)$$

$$= \pi \times 1.4 \times 9.8$$

$$= \frac{22}{7} \times 1.4 \times 9.8$$

$$= 22 \times 0.2 \times 9.8$$

$$= 43.12 \text{ वर्ग मीटर उत्तर}$$



मान रखने पर