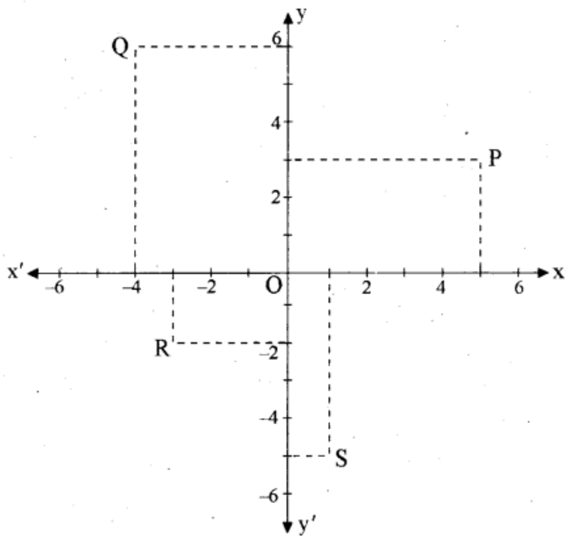
निर्देशांक ज्यामिति

Ex 9.1

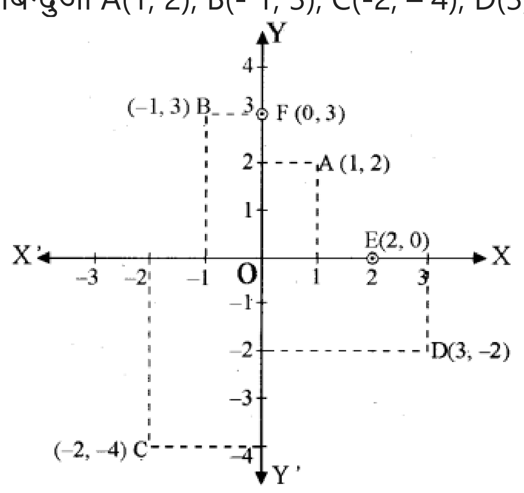
प्रश्न 1. दी गयी आकृति से बिन्दुओं P, Q, R व S के निर्देशांक ज्ञात कीजिए



हल: P के निर्देशांक : (5, 3)
Q के निर्देशांक : (- 4, 6)
R के निर्देशांक : (- 3, – 2)
S के निर्देशांक : (1, – 5) उत्तर

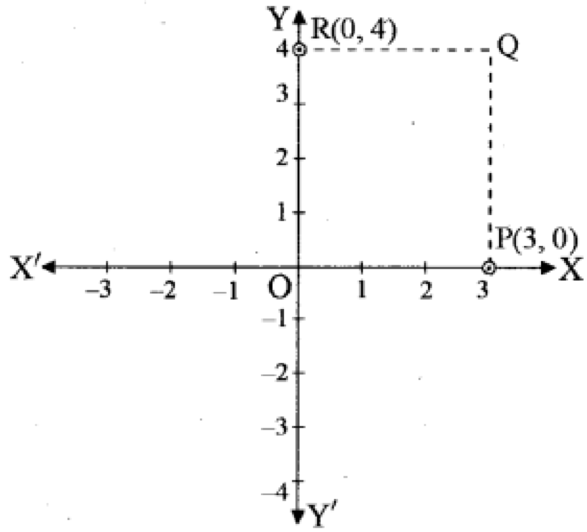
प्रश्न 2. निम्नलिखित निर्देशांकों वाले बिन्दुओं को आलेखित कीजिए-
(1, 2), (- 1, 3), (- 2, – 4), (3, – 2), (2, 0), (0, 3)

हल: प्रश्न में अंकित बिन्दुओं को आलेखित करने के लिये XOX’ तथा YOY’ दो निर्देशांक और दिये गये बिन्दुओं A(1, 2), B(- 1, 3), C(-2, – 4), D(3, – 2), E(2, 0) तथा F(0, 3) को निर्देशांक अक्षों पर दर्शाते हैं।



प्रश्न 3. आयतीय निर्देशांक अक्षों को लेते हुए बिन्दु O(0, 0), P(3, 0) और R(0, 4) को आलेखित कीजिए। यदि OPQR एक आयत हो, तो बिन्दु Q के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

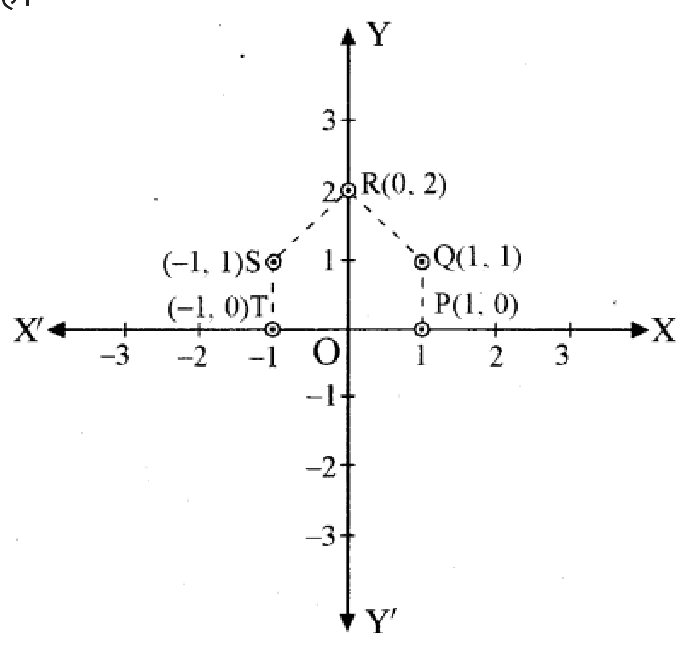
हल: XOX’ और YOY” दो परस्पर लम्बवत् रेखाएँ खींचीं जो बिन्दु O पर काटती हैं। इस पर O (0, 0), P (3, 0) और R (0, 4) को आलेखित किया।



∵ दी गई आकृति एक आयत है। ∴ बिन्दु Q के निर्देशांक (3,4) होंगे। उत्तर

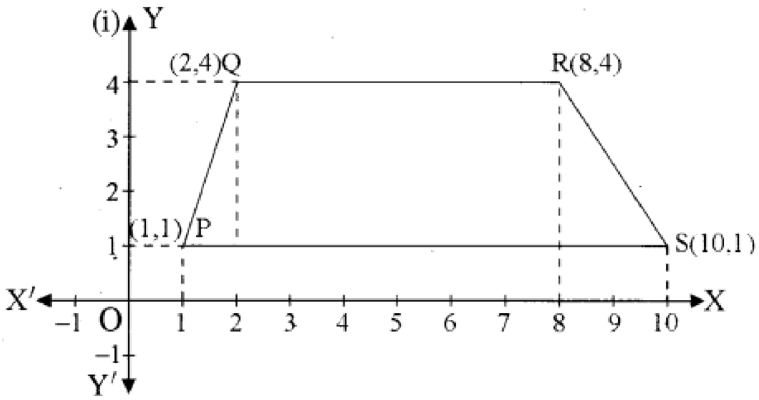
प्रश्न 4. बिन्दुओं (-1, 0), (1, 0), (1, 1), (0, 2), (- 1, 1) को आलेखित कीजिए और इन्हें क्रम से मिलाने पर कौन सी आकृति प्राप्त होती है?

हल: उपर्युक्त बिन्दुओं से बनी आकृति निम्नलिखित है तथा बिन्दुओं को मिलाने पर वह पंजभुज प्राप्त होती है।

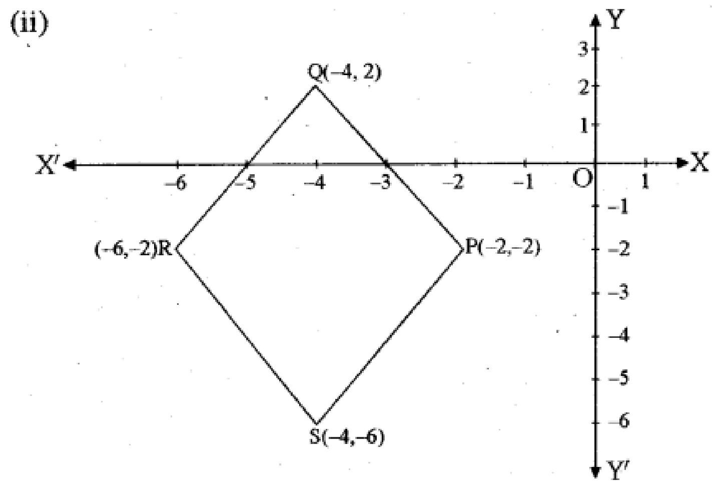


प्रश्न 5. चतुर्भुज बनाइए, यदि उसके शीर्ष निम्नलिखित हों-
(i) (1, 1), (2, 4), (8, 4) और (10, 1)
(ii) (- 2, – 2), (- 4, 2), (- 6, – 2) और (- 4, – 6) प्रत्येक स्थिति में बने चतुर्भुज का प्रकार भी बताइये।

हल: (i)



आकृति से स्पष्ट है कि भुजा PQ तथा QR परस्पर समान्तर हैं तथा भुजा PQ व RS असमान्तर हैं।
इस प्रकार यह चतुर्भुज एक समलम्ब चतुर्भुज है।



माना चतुर्भुज के शीर्ष P(- 2, – 2), Q(- 4, 2), R(- 6, – 2) तथा S(- 4, – 6) हैं।
उपरोक्त चित्र से स्पष्ट है–
PQ= QR = RS = SP
अतः दिया गया चतुर्भुज एक सम चतुर्भुज है।

प्रश्न 6. निम्नलिखित बिन्दुओं के मध्य की दूरी ज्ञात कीजिए-
(i) (- 6, 7) और (-1, – 5)
(ii) (-1, – 1) और (8, – 2)
(iii) $(at_1^2, 2at_1)$ और $(at_2^2, 2at_2)$

हल: (i) (-6, 7) और (- 1, – 5)
माना बिन्दु (-6, 7) और (-1, -5) क्रमशः P व Q हैं, अतः इनके बीच की दूरी

$$PQ = \sqrt{(x - \text{निर्देशांकों का अन्तर})^2 + (y - \text{निर्देशांकों का अन्तर})^2}$$

$$PQ = \sqrt{(-1+6)^2 + (-5-7)^2}$$

$$= \sqrt{(5)^2 + (-12)^2}$$

$$= \sqrt{25+144}$$

$$= \sqrt{169} = 13 \text{ उत्तर}$$

(ii) (- 1, – 1) और (8, – 2)
माना बिन्दु (-1, – 1) और (8, – 2) क्रमशः P व Q हैं, अतः इनके बीच की दूरी

$$PQ = \sqrt{(x - \text{निर्देशांकों का अन्तर})^2 + (y - \text{निर्देशांकों का अन्तर})^2}$$

$$PQ = \sqrt{(8+1)^2 + (-2+1)^2}$$

$$= \sqrt{(9)^2 + (-1)^2}$$

$$= \sqrt{81+1}$$

$$= \sqrt{82} \text{ उत्तर}$$

(iii) (at_1^2, $2at_1$) और (at_2^2, $2at_2$)
माना बिन्दु (at_1^2, $2at_1$) और (at_2^2, $2at_2$) क्रमशः P व Q हैं अतः इनके बीच की दूरी

$$PQ = \sqrt{(x - \text{निर्देशांकों का अन्तर})^2 + (y - \text{निर्देशांकों का अन्तर})^2}$$

$$PQ = \sqrt{(at_2^2 - at_1^2)^2 + (2at_2 - 2at_1)^2}$$

$$= \sqrt{[a^2(t_2^2 - t_1^2)^2 + (2a)^2(t_2 - t_1)^2]}$$

$$= \sqrt{a^2\{(t_2 - t_1)(t_2 + t_1)\}^2 + 4a^2(t_2 - t_1)^2}$$

$$= \sqrt{a^2(t_2 - t_1)^2(t_2 + t_1)^2 + 4a^2(t_2 - t_1)^2}$$

$$= \sqrt{a^2(t_2 - t_1)^2[(t_2 + t_1)^2 + 4]}$$

$$[\because a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

$$= a(t_2 - t_1)\sqrt{(t_2 + t_1)^2 + 4} \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 7. सिद्ध कीजिए कि बिन्दु P(2, -2), Q(-2, 1) और R(5, 2) एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं।

हल: माना बिन्दु P(2, – 2), Q(-2, 1) और R(5, 2) एक त्रिभुज के शीर्ष हैं।
$\therefore PQ^2 = (-2 - 2)^2 + (1 + 2)^2$

$= (-4)^2 + (3)^2$
$= 16 + 9$
$= 25$

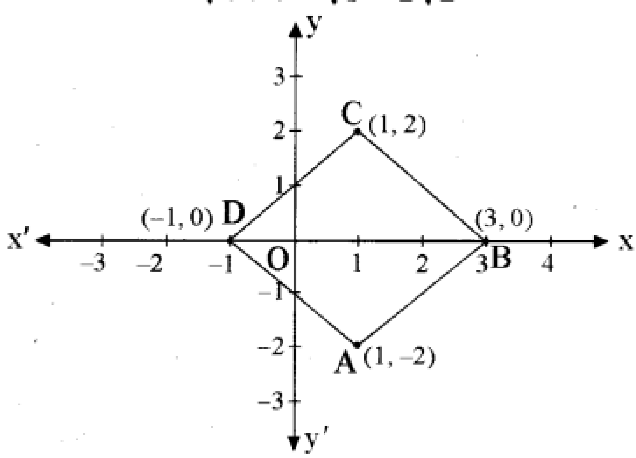
$QR^2 = (5 + 2)^2 + (2 - 1)^2$
$= (7)^2 + (1)^2$
$= 49 + 1$
$= 50$

$RP^2 = (2 - 5)^2 + (-2 - 2)^2$
$= (-3)^2 + (-4)^2$
$= 9 + 16$
$= 25$
$\because PQ^2 + RP^2 = QR^2 = 25 + 25 = 50$
अतः पाइथागोरस प्रमेय के विलोम से, दिये गये बिन्दु एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं। (इतिसिद्धम्)

प्रश्न 8. सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (1,-2), (3, 0), (1, 2) और (-1, 0) एक वर्ग के शीर्ष हैं।

हल: माना कि दिए गए बिन्दु A(1, – 2), B(3, 0), C(1, 2) तथा D(-1, 0) हैं।

$$\therefore \quad AB = \sqrt{(3-1)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{(2)^2 + (2)^2}$$
$$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$
$$BC = \sqrt{(1-3)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2}$$
$$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$
$$CD = \sqrt{(-1-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2}$$
$$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$



तथा $DA = \sqrt{(1+1)^2+(-2-0)^2} = \sqrt{(2)^2+(-2)^2}$

$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

स्पष्ट है– $AB = BC = CD = DA$

$= \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

पुनः $AC = \sqrt{(1-1)^2+(2+2)^2}$

$= \sqrt{0+4^2} = \sqrt{16} = 4$

$BD = \sqrt{(-1-3)^2+(0-0)^2}$

$= \sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4$

अत: चारों भुजायें AB, BC, CD तथा DA आपस में समान हैं तथा विकर्ण AC = विकण BD
अतः ABCD एक वर्ग हैं और दिये गये बिन्दु एक वर्ग के शीर्ष हैं। (इतिसिद्धम्)

प्रश्न 9. सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (a, a), (-a, -4) और $(-\sqrt{3}a, \sqrt{3}a)$ एक समबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं।

हल: माना कि दिए गए बिन्दु क्रमशः A(a, a), B(-a, -a) तथा C$(-\sqrt{3}a, \sqrt{3}a)$ हैं।

$\therefore \quad AB = \sqrt{(-a-a)^2+(-a-a)^2}$

$= \sqrt{(-2a)^2+(-2a)^2} = \sqrt{4a^2+4a^2}$

$= \sqrt{8a^2} = a\sqrt{8} = 2a\sqrt{2}$

$BC = \sqrt{(-\sqrt{3}a+a)^2+(\sqrt{3}a+a)^2}$

$= \sqrt{a^2(-\sqrt{3}+1)^2+a^2(\sqrt{3}+1)^2}$

$= a\sqrt{3-2\sqrt{3}+1+3+2\sqrt{3}+1} = a\sqrt{8} = 2a\sqrt{2}$

$CA = \sqrt{(-\sqrt{3}a-a)^2+(\sqrt{3}a-a)^2}$

$= \sqrt{a^2(-\sqrt{3}-1)^2+a^2(\sqrt{3}-1)^2}$

$= a\sqrt{3-2\sqrt{3}+1+3+2\sqrt{3}+1} = a\sqrt{8} = 2a\sqrt{2}$

$\because \quad AB = BC = CA = 2a\sqrt{2}$

अतः दिये गये बिन्दु एक समबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं। (इतिसिद्धम्)

प्रश्न 10. सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (1, 1), (-2, 7) और (3, -3) संरेख

हल: माना दिए हुए बिन्दु A(1, 1), B(-2, 7) तथा C(3, – 3) हैं।

$\therefore$ $AB = \sqrt{(-2-1)^2 + (7-1)^2} = \sqrt{9+36}$

$$= \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(3+2)^2 + (-3-7)^2} = \sqrt{25+100}$$

$$= \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$CA = \sqrt{(1-3)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{4+16}$$

$$= \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore \quad AB + AC = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5} = BC$$

$$\therefore \quad BC = AB + CA$$

अत: दिए हुए बिन्दु एक ही सरल रेखा पर स्थित हैं। अर्थात् दिये गये तीनों बिन्दु संरेख हैं। (इतिसिद्धम्)

प्रश्न 11. x-अक्ष पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (-2, – 5) और (2,- 3) से समान दूरी पर स्थित है।

हल: माना वह बिन्दु P(x, 0) है जो x-अक्ष पर स्थित है तथा A(-2, -5) तथा B(2, – 3) से समान दूरी पर है।
$\therefore PA = PB$ या $PA^2 = PB^2$
$\Rightarrow (-2-x)^2 + (-5-0)^2 = (2-x)^2 + (-3-0)^2$
$\Rightarrow 4 + x^2 + 4x + 25 = 4 + x^2 - 4x + 9$
$\Rightarrow 4x + 25 = -4x + 9$
$\Rightarrow 4x + 4x = 9 - 25$
$\Rightarrow 8x = -16, \therefore x = -2$
$\therefore$ X-अक्ष पर वह बिन्दु (-2, 0) होगा। उत्तर

प्रश्न 12. y-अक्ष पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (-5, -2) और (3, 2) से समान दूरी पर स्थित है।

हल: माना वह बिन्दु P(0, y) है जो y-अक्ष पर स्थित है तथा A(-5, – 2) व B(3, 2) से समान दूरी पर है।
अर्थात् $PA = PB$ या $PA^2 = PB^2$
$\Rightarrow (-5-0)^2 + (-2-y)^2 = (3-0)^2 + (2-y)^2$
$\Rightarrow 25 + 4 + 4y + y = 9 + 4 - 4y + y^2$
$\Rightarrow 25 + 4y = 9 - 4y$

$\Rightarrow$ 8y = 9 – 25
$\Rightarrow$ 8y = – 16
$\therefore$ y = – 2
$\therefore$ y-अक्ष पर वह बिन्दु (0, – 2) होगा। उत्तर

प्रश्न 13. यदि बिन्दुओं (3, K) और (K, 5) से बिन्दु (0, 2) की दूरियाँ बराबर हों, तो K का मान ज्ञात कीजिए।

हल: प्रश्नानुसार बिन्दु (3, K) और (0, 2) के बीच की दूरी = (K, 5) और (0, 2) के बीच की दूरी
$(0 - 3)^2 + (2 - K)^2 = (0 - K)^2 + (2 - 5)^2$
$\Rightarrow 9 + 4 - 4K + K^2 = K^2 + 9$
$\Rightarrow 4 - 4K = 0$
$\Rightarrow -4K = -4$
$\therefore$ K = 1 उत्तर

प्रश्न 14. यदि P और Q के निर्देशांक क्रमशः (a cos θ, b sin θ) और (- a sin θ, b cos θ) हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $OP^2 + OQ^2 = a^2 + b^2$, जहाँ 0 मूल बिन्दु है।

हल: प्रश्नानुसार व्यवस्थित करने पर बिन्दु P Q तथा 0 के निर्देशांक क्रमशः निम्न प्रकार होंगे|
P(a cos θ, b sin θ), Q(- a sin θ, b cos θ) तथा O(0, 0)

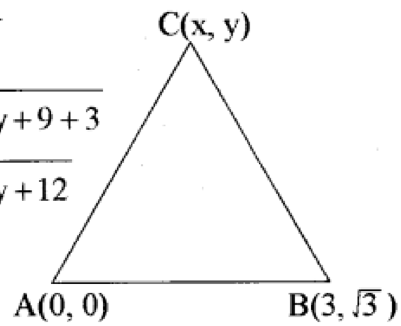
$$\therefore \quad OP = \sqrt{(a\cos\theta - 0)^2 + (b\sin\theta - 0)^2}$$
$$= \sqrt{a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta}$$
$$\therefore \quad (OP)^2 = a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta \quad .....(i)$$

इसी प्रकार
$$OQ = \sqrt{(0 + a\sin\theta)^2 + (0 - b\cos\theta)^2}$$
$$OQ = \sqrt{a^2\sin^2\theta + b^2\cos^2\theta}$$
$$\therefore \quad (OQ)^2 = a^2\sin^2\theta + b^2\cos^2\theta \quad .....(ii)$$

समीकरण (i) तथा (ii) को जोड़ने पर
$$(OP)^2 + (OQ)^2 = a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta + a^2\sin^2\theta + b^2\cos^2\theta$$
$$= a^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) + b^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta)$$
$$= (a^2 + b^2)(\sin^2\theta + \cos^2\theta)$$
$$(OP)^2 + (OQ)^2 = (a^2 + b^2) \times 1$$
$$[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$$
$$\therefore (OP)^2 + (OQ)^2 = a^2 + b^2$$ (इतिसिद्धम्)

प्रश्न 15. यदि एक समबाहु त्रिभुज के दो शीर्ष (0, 0), $(3, \sqrt{3})$ हों, तो तीसरा शीर्ष ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ Δ ABC एक समबाहु त्रिभुज है। माना इसका तीसरा शीर्ष C(x, y) है।
अब



$$BC = \sqrt{(x-3)^2 + (y-\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 2\sqrt{3}y + 9 + 3}$$

$$= \sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 2\sqrt{3}y + 12}$$

$$AC = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2}$$

$$= \sqrt{x^2 + y^2}$$

अब चूँकि Δ ABC एक समबाहु Δ है। अत:

$$AB = BC = AC$$

AB = BC से

$$2\sqrt{3} = \sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 2\sqrt{3}y + 12}$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$12 = x^2 + y^2 - 6x - 2\sqrt{3}y + 12 \quad .....(i)$$

पुन: AB = AC से

$$2\sqrt{3} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$\Rightarrow \quad x^2 + y^2 = 12 \quad .....(ii)$$

तथा BC = AC से

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 2\sqrt{3}y + 12} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$\Rightarrow \quad x^2 + y^2 - 6x - 2\sqrt{3}y + 12 = x^2 + y^2$$

$$\Rightarrow \quad -6x - 2\sqrt{3}y + 12 = 0$$

$$\Rightarrow \quad 3x + \sqrt{3}y = 6$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{6 - \sqrt{3}y}{3} \quad .....(iii)$$

समी. (iii) से x का मान (ii) में रखने पर–

$$\left(\frac{6 - \sqrt{3}y}{3}\right)^2 + y^2 = 12$$

$$\Rightarrow \quad \frac{36 + 3y^2 - 12\sqrt{3}y}{9} + y^2 = 12$$

$\Rightarrow \quad 36+3y^2-12\sqrt{3}y+9y^2 = 108$

$\Rightarrow \quad 12y^2-12\sqrt{3}y+36-108 = 0$

$\Rightarrow \quad 12y^2-12\sqrt{3}y-72 = 0$

$\Rightarrow \quad y^2-\sqrt{3}y-6 = 0$

$\Rightarrow \quad y^2-2\sqrt{3}y+\sqrt{3}y-6 = 0$

$\Rightarrow \quad y(y-2\sqrt{3})+\sqrt{3}(y-2\sqrt{3}) = 0$

$\Rightarrow \quad (y-2\sqrt{3})(y+\sqrt{3}) = 0$

$\Rightarrow \quad y=2\sqrt{3}$ या $-\sqrt{3}$

जब $y=2\sqrt{3}$ तब समीकरण (iii) से

$$x = \frac{6-\sqrt{3}.2\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{6-6}{3}=\frac{0}{3}=0$$

अत: $C(0,2\sqrt{3})$ है।

तथा जब $y = -\sqrt{3}$
तब समीकरण (iii) से

$$x = \frac{6-\sqrt{3}(-\sqrt{3})}{3}$$

$$= \frac{6+3}{3}=\frac{9}{3}=3$$

अत: $C(3,-\sqrt{3})$ है।
अत: समबाहु Δ के तीसरे निर्देशांक–

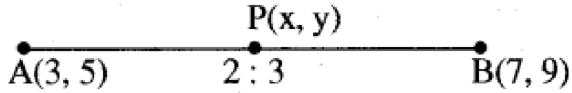
$(3,-\sqrt{3})$ या $(0,2\sqrt{3})$ हैं। **उत्तर**

Ex 9.2

प्रश्न 1. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (3, 5) और (7, 9) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 2 : 3 के अनुपात में अन्त:विभाजित करता है।

हल: माना अभीष्ट बिन्दु (x, y) हैं।
यहाँ $x_1 = 3$, $x_2 = 7$,

$y_1 = 5, y_2 = 9$ तथा $m_1 = 2, m_2 = 3$



$$\therefore \quad x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{2 \times 7 + 3 \times 3}{2 + 3} = \frac{14 + 9}{5} = \frac{23}{5}$$

$$\therefore \quad y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{2 \times 9 + 3 \times 5}{2 + 3}$$

$$= \frac{18 + 15}{5} = \frac{33}{5}$$

$\therefore$ बिन्दु के निर्देशांक = $\left(\frac{23}{5}, \frac{33}{5}\right)$ **उत्तर**

प्रश्न 2. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (5, -2) और (-13, 4) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 7 : 9 में बाह्य विभाजित करता है।

हल: माना अभीष्ट बिन्दु (x, y) हैं।

यहाँ $x_1 = 5$, $x_2 = -1\frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$, $y_1 = -2$, $y_2 = 4$ तथा $m_1 = 7$, $m_2 = 9$

$$\therefore \quad x = \frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}$$

$$= \frac{7 \times -\frac{3}{2} - 9 \times 5}{7 - 9} = \frac{-\frac{21}{2} - 45}{-2}$$

$$= \frac{-21 - 90}{-4} = \frac{-111}{-4}$$

$$= \frac{111}{4} = 27\frac{3}{4}$$

तथा
$$y = \frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m_1 - m_2}$$

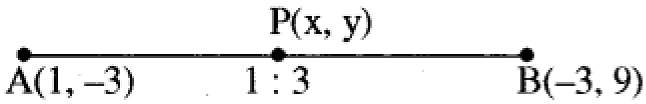
$$= \frac{7 \times 4 - 9 \times -2}{7 - 9} = \frac{28 + 18}{-2}$$

$$= \frac{46}{-2} = -23$$

$\therefore$ उस बिन्दु के निर्देशांक = $\left(27\frac{3}{4}, -23\right)$ **उत्तर**

प्रश्न 3. सिद्ध कीजिए कि मूल बिन्दु 0 बिन्दुओं A(1, – 3) और B(-3, 9) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 1 : 3 के अनुपात में अन्तःविभाजित करता है। बाह्य विभाजन करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

हल: माना कोई बिन्दु (x, y) दिये गये बिन्दुओं A(1, -3) और B(-3, 9) को 1 : 3 के अनुपात में अन्त:विभाजित करता है।
यहाँ $x_1 = 1$, $x_2 = -3$, $y_1 = -3$, $y_2 = 9$, तथा $m_1 = 1$, $m_2 = 3$



$$\therefore \quad x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{1\times(-3)+3(1)}{1+3}$$

$$= \frac{3-3}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

$$y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{1\times 9+3\times(-3)}{1+3}$$

$$= \frac{9-9}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

∵ प्राप्त बिन्दु के निर्देशांक (0, 0) हैं जो मूलबिन्दु है। अतः मूलबिन्दु 0 दिए गए बिन्दुओं के मिलाने वाले रेखाखण्ड को 1 : 3 के अनुपात में अन्त:विभाजित करता है। यही सिद्ध करना था।
अब बाह्य बिन्दु के निर्देशांक

$$x = \frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}$$

$$= \frac{1\times(-3)-3(1)}{1-3} = \frac{-3-3}{-2}$$

$$= \frac{-6}{-2} = 3$$

$$\text{तथा} \quad y = \frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m_1 - m_2}$$

$$= \frac{1\times 9-3\times(-3)}{1-3} = \frac{9+9}{-2}$$

$$= \frac{18}{-2} = -9$$

अतः बाह्य विभाजन करने वाले बिन्दु P के निर्देशांक (3,-9) हैं।(इतिसिद्धम्)

प्रश्न 4. बिन्दुओं (22, 20) और (0, 16) को मिलाने वाली रेखा के मध्य बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

हल: माना मध्य बिन्दु के निर्देशांक P(x, y) हैं।

$$\text{मध्य बिन्दु के निर्देशांक} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{0+22}{2}, \frac{16+20}{2}\right) = \left(\frac{22}{2}, \frac{36}{2}\right)$$

$$= (11, 18)$$

अतः मध्य बिन्दु के निर्देशांक P(x, y) = (11, 18) उत्तर

प्रश्न 5. बिन्दुओं (5, 3) और (-3, – 2) को मिलाने वाला रेखाखण्ड x-अक्ष द्वारा किस अनुपात में विभाजित होता है?

हल: x-अक्ष पर स्थित प्रत्येक बिन्दु की कोटि शून्य होती है। माना बिन्दु P (x, 0) रेखाखण्ड को $m_1 : m_2$ के अनुपात में विभाजित करता है।

$$\therefore \quad 0 = \frac{m_1(-2) + m_2(3)}{m_1 + m_2}$$

$$\text{सूत्र } y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow \quad m_1(-2) + m_2(3) = 0$$

$$\text{या} \quad 2m_1 = 3m_2$$

$$\text{या} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \quad m_1 : m_2 = 3 : 2$$

अतः दिये बिन्दुओं को मिलाने वाला रेखाखण्ड x-अक्ष द्वारा 3 : 2 के अनुपात में अन्तः विभाजित होता है। उत्तर

प्रश्न 6. बिन्दुओं (2, – 3) और (5, 6) को मिलाने वाला रेखाखण्ड y-अक्ष से किस अनुपात में विभाजित होता है?

हल: y-अक्ष पर स्थित प्रत्येक बिन्दु का भुज शून्य होता है। माना रेखाखण्ड y-अक्ष द्वारा $m_1 : m_2$ अनुपात में विभाजित होता है। अतः अन्त:विभाजन बिन्दु का भुज x = 0 होगा।

$$\frac{m_1(5) + m_2(2)}{m_1 + m_2} = 0$$

या $5m_1 + 2m_2 = 0$

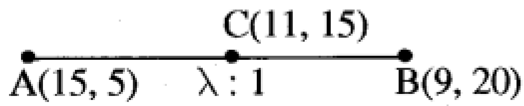
या $5m_1 = -2m_2$

या $\frac{m_1}{m_2} = -\frac{2}{3}$

अतः दिया हुआ रेखाखण्ड y-अक्ष द्वारा 2 : 5 अनुपात में बाह्य विभाजित होता है।

प्रश्न 7. बिन्दुओं (15, 5) और (9, 20) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को बिन्दु (11, 15) किस अनुपात में विभाजित करता है?

हल: माना कि बिन्दु C(11, 15) दिए गए रेखाखण्ड AB को 2 : 1 अनुपात में विभाजित करता है।



∴ बिन्दु C के निर्देशांक $\left[x = \frac{9\lambda + 15}{\lambda + 1}, y = \frac{5 + 20\lambda}{\lambda + 1}\right]$

परन्तु प्रश्नानुसार बिन्दु C के निर्देशांक (11, 15) हैं।

विभाजन के सूत्र से

या $9\lambda + 15 = 11\lambda + 11$

$\Rightarrow 9\lambda - 11\lambda = 11 - 15$

$-2\lambda = -4$

$\lambda = 2$

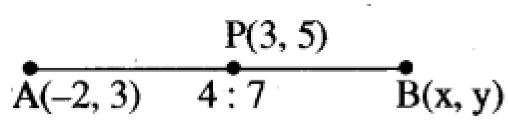
∴ अभीष्ट अनुपात 2 : 1 होगा।

प्रश्न 8. यदि बिन्दु P(3, 5) बिन्दुओं A(-2, 3) और B को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 4 : 7 के अनुपात में अन्त:विभाजित करता है, तो B के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

हल: माना बिन्दु B के निर्देशांक B(x, y) हैं। ये अन्त:विभाजित होते हैं। दिया है- AP: BP = 4 : 7

अतः $x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$

तथा $y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$



∴ $3 = \frac{4 \times x + 7 \times -2}{4 + 7}$

$$\Rightarrow \quad 3 = \frac{4x - 14}{11}$$

या $\quad 4x - 14 = 33$

$$4x = 33 + 14$$

$$4x = 47$$

$$x = \frac{47}{4}$$

तथा $\quad 5 = \frac{4 \times y + 7 \times 3}{4 + 7}$

$$\Rightarrow \quad 5 = \frac{4y + 21}{11}$$

$$\Rightarrow \quad 4y + 21 = 55$$

$$\Rightarrow \quad 4y = 55 - 21$$

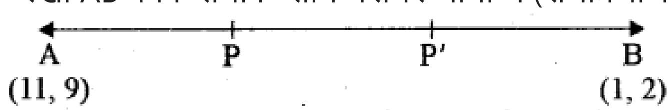
$$= 34$$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{34}{4} = \frac{17}{2}$$

$\therefore$ बिन्दु B के निर्देशांक $= \left(\frac{47}{4}, \frac{17}{2}\right)$ हैं। **उत्तर**

प्रश्न 9. बिन्दुओं (11, 9) और (1, 2) को मिलाने वाली रेखा को समत्रिभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

हल: माना कि रेखा AB को P तथा P′ तीन बराबर भागों में (समत्रिभाजन) बाँटते हैं।



स्थिति I : बिन्दु P रेखाखण्ड AB को 1 : 2 में विभाजित करता है। तब माना कि बिन्दु P के निर्देशांक (x, y) हैं।

$$\therefore \quad x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$$

यहाँ $m_1 = 1$ तथा $m_2 = 2$

$$\therefore \quad x = \frac{1 \times 1 + 2 \times 11}{1 + 2}$$

$$= \frac{1 + 22}{3} = \frac{23}{3}$$

तथा $\quad y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$

$$= \frac{1 \times 2 + 2 \times 9}{1 + 2}$$

$$= \frac{2 + 18}{3} = \frac{20}{3}$$

$\therefore$ बिन्दु P के निर्देशांक $= \left(\frac{23}{3}, \frac{20}{3}\right)$

स्थिति II : इसी प्रकार बिन्दु P′ के निर्देशांक (x′, y′) ज्ञात करने के लिए P′ रेखा AB को 2 : 1 में विभाजित करती है।

$$\therefore \qquad x' = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$

यहाँ $m_1 = 1$ तथा $m_2 = 2$

$$\therefore \qquad x' = \frac{2 \times 1 + 1 \times 11}{2 + 1}$$

$$= \frac{2 + 11}{3} = \frac{13}{3}$$

तथा
$$y' = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{2 \times 2 + 1 \times 9}{2 + 1}$$

$$= \frac{4 + 9}{3} = \frac{13}{3}$$

$\therefore$ बिन्दु P' के निर्देशांक $= \left(\frac{13}{3}, \frac{13}{3}\right)$ होंगे। **उत्तर**

प्रश्न 10. बिन्दुओं (-4, 0) और (0, 6) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 4 बराबर भागों में बांटने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

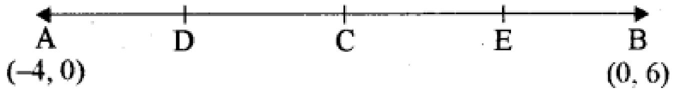
हल: दिए गए बिन्दुओं के मध्य बिन्दु के निर्देशांक

$$C = \left[\frac{-4 + 0}{2}, \frac{0 + 6}{2}\right] = (-2, 3)$$

तथा AC के मध्य बिन्दु के निर्देशांक

$$D = \left[\frac{-4 - 2}{2}, \frac{0 + 3}{2}\right]$$

$$= \left[\frac{-6}{2}, \frac{3}{2}\right] = \left[-3, \frac{3}{2}\right]$$



CB के मध्य बिन्दु के निर्देशांक

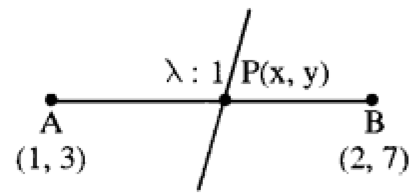
$$E = \left[\frac{-2+0}{2}, \frac{3+6}{2}\right] = \left(-1, \frac{9}{2}\right)$$

$\therefore$ ये बिन्दु क्रमशः $\left(-3, \frac{3}{2}\right)$, (– 2, 3) तथा $\left(-1, \frac{9}{2}\right)$ होंगे। **उत्तर**

प्रश्न 11. ज्ञात कीजिए कि रेखा 3x + y = 9 बिन्दुओं (1, 3) तथा (2, 7) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को किस अनुपात में विभाजित करती है? (माध्य. शिक्षा बोर्ड, 2018)

हल: माना बिन्दु A(1, 3) तथा B(2, 7) को मिलाने वाला रेखाखण्ड 3x + y = 9 को 2 : 1 में विभाजित करता है अतः विभाजन बिन्दु के निर्देशांक

$$x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$$



तथा $$y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$$

$\therefore$ $$x = \frac{\lambda(2) + 1(1)}{\lambda + 1} = \frac{2\lambda + 1}{\lambda + 1}$$

इसी प्रका $$y = \frac{\lambda(7) + 1(3)}{\lambda + 1} = \frac{7\lambda + 3}{\lambda + 1}$$

अतः विभाजन बिन्दु $= P\left(\frac{2\lambda + 1}{\lambda + 1}, \frac{7\lambda + 3}{\lambda + 1}\right)$

यह बिन्दु रेखा 3x + y = 9 पर स्थित होंगे और इसको संतुष्ट करेंगे। अतः मान रखने पर

$$\Rightarrow \quad 3.\left(\frac{2\lambda + 1}{\lambda + 1}\right) + \frac{7\lambda + 3}{\lambda + 1} = 9$$

$$\Rightarrow \quad \frac{6\lambda + 3}{\lambda + 1} + \frac{7\lambda + 3}{\lambda + 1} = 9$$

$\Rightarrow \quad 6\lambda + 3 + 7\lambda + 3 = 9(\lambda + 1)$

$\Rightarrow \quad 13\lambda + 6 = 9\lambda + 9$

$\Rightarrow \quad 13\lambda - 9\lambda = 9 - 6$

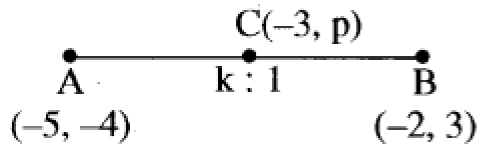
$\Rightarrow \quad 4\lambda = 3$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{3}{4}$$

अतः अभीष्ट अनुपात = 3 : 4 है।

प्रश्न 12. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जबकि बिन्दु (-3, p) बिन्दुओं (-5,-4) और (-2, 3) को अन्त:विभाजित करता है। p का मान भी ज्ञात कीजिए।

हल: माना C(-3, p) AB को अनुपात k : 1 में विभाजित करता है।
∴ विभाजन के नियम से



$$-3 = \frac{-2k-5}{k+1}$$

या $\quad -3k - 3 = -2k - 5$

या $\quad k = -3 + 5 = 2$

अर्थात् अनुपात k : 1 या 2 : 1 होगा।

तथा $\quad p = \frac{2\times3+1\times(-4)}{2+1} = \frac{2}{3}$

∴ $\quad p = \frac{2}{3}$

अत: अभीष्ट अनुपात 2 : 1 है तथा $p = \frac{2}{3}$ उत्तर

Additional Questions

विविध प्रश्नमाला 9

वस्तुनिष्ठ प्रश्न (1 से 10 तक)

प्रश्न 1. बिन्दु (3, 4) की y-अक्ष से दूरी होगी

(क) 1 (ख) 4 (ग) 2 (घ) 3

प्रश्न 2. बिन्दु (5, – 2) की x-अक्ष से दूरी होगी।

(क) 5 (ख) 2 (ग) 3 (घ) 4

प्रश्न 3. बिन्दु (0, 3) और (-2, 0) के बीच की दूरी होगी-

(क) $\sqrt{14}$ (ख) $\sqrt{15}$ (ग) $\sqrt{13}$ (घ) $\sqrt{5}$

प्रश्न 4. (-2, 1), (2, – 2) और (5, 2) शीर्ष वाला त्रिभुज है-

(क) समकोण (ख) समबाहु (ग) समद्विबाहु (घ) इनमें से कोई नहीं

प्रश्न 5. बिन्दुओं (- 1, 1), (0, – 3), (5, 2) और (4, 6) से निर्मित चतुर्भुज होगा

(क) वर्ग (ख) आयत (ग) सम चतुर्भुज (घ) समान्तर चतुर्भुज

प्रश्न 6. बिन्दुओं (0, 0), (2, 0) और (0, 2) से समान दूरी वाला बिन्दु है

(क) (1, 2) (ख) (2, 1) (ग) (2, 2) (घ) (1, 1)

प्रश्न 7. बिन्दु (5, 0) और (0, 4) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को बिन्दु P, 2 : 3 के अनुपात में अन्तःविभाजित करता है। P के निर्देशांक हैं-

(क) $\left(3,\frac{8}{5}\right)$ (ख) $\left(1,\frac{4}{5}\right)$

(ग) $\left(\frac{5}{2},\frac{3}{4}\right)$ (घ) $\left(2,\frac{12}{5}\right)$

प्रश्न 8. यदि बिन्दु (1, 2), (- 1, x) और (2, 3) संरेख हों, तो x का मान होगा

(क) 2 (ख) 0 (ग) – 1 (घ) 1

प्रश्न 9. बिन्दुओं (3, a) और (4, 1) की बीच की दूरी 10 हो तो a का मान होगा-

(क) 3, – 1 (ख) 2, – 2 (ग) 4, – 2 (घ) 5, – 3

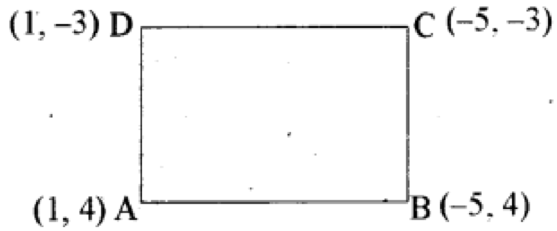
प्रश्न 10. यदि बिन्दु (x, y), बिन्दुओं (2, 1) और (1, – 2) से समान दूरी पर हों, तो-

(क) x + 3y = 0 (ख) 3x + y = 0 (ग) x + 2y = 0 (घ) 2y + 3x = 0

उत्तर-तालिका 1. (घ) 2.(ख) 3. (ग) 4.(क) 5. (घ) 6. (घ) 7. (क) 8. (ख) 9. (ग) 10. (क)

प्रश्न 11. यदि एक चतुर्भुज के शीर्ष (1, 4), (-5, 4), (-5, – 3) और (1,- 3) हों, तो चतुर्भुज का प्रकार बताइए।

हल:



$$AB = \sqrt{(-5-1)^2+(4-4)^2} = \sqrt{(-6)^2+0^2} = \sqrt{36} = 6$$

$$BC = \sqrt{(-5+5)^2+(-3-4)^2} = \sqrt{0^2+(-7)^2} = \sqrt{49} = 7$$

$$CD = \sqrt{(1+5)^2+(-3+3)^2} = \sqrt{(6)^2+0^2} = \sqrt{36} = 6$$

$$AD = \sqrt{(1-1)^2+(4+3)^2} = \sqrt{0^2+(7)^2} = \sqrt{49} = 7$$

$$AC = \sqrt{(-5-1)^2+(-3-4)^2} = \sqrt{(-6)^2+(-7)^2}$$

$$= \sqrt{36+49} = \sqrt{85}$$

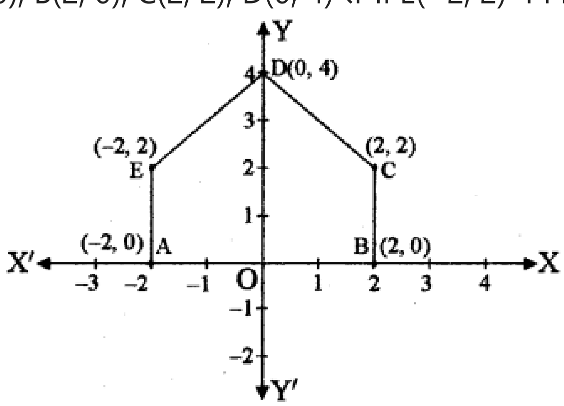
$$BD = \sqrt{(+1+5)^2+(-3-4)^2} = \sqrt{6^2+(-7)^2}$$

$$= \sqrt{36+49} = \sqrt{85}$$

अतः AB = CD और BC = AD ताथा विकर्ण AC = विकर्ण BD अतः दिये गये बिन्दु एक आयत के शीर्ष हैं।

प्रश्न 12. बिन्दुओं (-2, 0), (2, 0), (2, 2), (0, 4), (-2, 2) को क्रम से मिलाने पर कौन सी आकृति प्राप्त होगी?

हल: निम्न आकृति में सबसे पहले आयतीय निर्देशांक XOX' तथा 'YOY" खींचते हैं और दिये बिन्दु A(- 2, 0), B(2, 0), C(2, 2), D(0, 4) तथा E(- 2, 2) को चिह्नित करते हैं तो हमें पंचभुज प्राप्त होता है।



प्रश्न 13. बिन्दु (1, 2) और (6, 7) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को बिन्दु (3, 4) किस अनुपात में विभाजित करता है?

हल: माना (1, 2) और (6, 7) को मिलाने वाला रेखाखण्ड $m_1 : m_2$ में विभाजित करते हैं।

$3 = \frac{m_1 \times 6 + m_2 \times 1}{m_1 + m_2}$

$3(m_1 + m_2) = 6m_1 + m_2$

$3m_1 + 3m_2 = 6m_1 + m_2$

$3m_2 - m_2 = 6m_1 - 3m_1$

$2m_2 = 3m_1$

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3}$

अतः $m_1 : m_2 = 2 : 3$

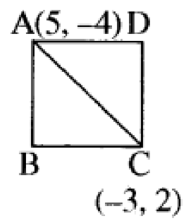
प्रश्न 14. किसी वर्ग के सम्मुख शीर्ष (5, -4) और (-3, 2) हैं। इसके विकर्ण की लम्बाई लिखिए।

हल:

विकर्ण $(AC) = \sqrt{(5+3)^2 + (-4-2)^2}$

$= \sqrt{(8)^2 + (-6)^2} = \sqrt{64+36}$

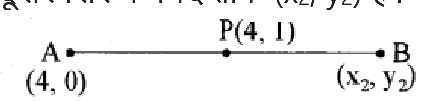
$= \sqrt{100} = 10$



अतः विकर्ण की लम्बाई 10 इकाई है। उत्तर

प्रश्न 15. एक रेखा का एक सिरा (4, 0) है और मध्य बिन्दु (4, 1) है, तो रेखा के दूसरे सिरे के निर्देशांक क्या होंगे?

हल: माना दूसरे सिरे के निर्देशांक (x_2, y_2) हैं।



मध्य बिन्दु $4 = \frac{4 + x_2}{2}$

$\Rightarrow \quad 4 \times 2 = 4 + x_2$

$x_2 = 8 - 4 = 4$

और $\quad 1 = \frac{0 + y_2}{2}$

$2 = 0 + y_2$

$y = 2$

$\therefore (a_2, y_2) = (4, 2)$ अतः दूसरे सिरे के निर्देशांक (4, 2) हैं। उत्तर

प्रश्न 16. बिन्दुओं (6, 8) और (2, 4) को मिलाने वाले रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु से बिन्दु (1, 2) की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल: दिए गए बिन्दुओं (6, 8) तथा (2, 4) के मध्य बिन्दु के निर्देशांक

$$= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{6+2}{2}, \frac{8+4}{2}\right) = \left(\frac{8}{2}, \frac{12}{2}\right) = (4, 6)$$

अब बिन्दु (4, 6) की बिन्दु (1, 2) से दूरी

$$= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(1-4)^2+(2-6)^2} = \sqrt{(-3)^2+(-4)^2}$$

$$= \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

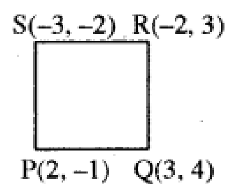
अत: अभीष्ट बीच की दूरी 5 होगी। **उत्तर**

प्रश्न 17. किसी समतल में चार बिन्दु P(2,-1), Q(3, 4), R(-2, 3) और S(-3, – 2) हैं, तो सिद्ध कीजिए कि PQRS वर्ग नहीं एक समचतुर्भुज है।

हल: PORS को समचतुर्भुज सिद्ध करने के लिए हमें सिद्ध करना होगा-

(i) PQ = QR = RS = SP तथा PR ≠ QS

(ii) PR का मध्य बिन्दु = QS का मध्य बिन्दु



$$\therefore \quad PQ = \sqrt{(3-2)^2+(4+1)^2}$$

$$= \sqrt{(1)^2+(5)^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$$

$$QR = \sqrt{(-2-3)^2+(3-4)^2}$$

$$= \sqrt{(-5)^2+(-1)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

$$RS = \sqrt{(-3+2)^2+(-2-3)^2}$$

$$= \sqrt{(-1)^2+(-5)^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$$

$$SP = \sqrt{(2+3)^2+(-2+1)^2}$$

$$= \sqrt{(5)^2+(-1)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

PR विकर्ण के बीच की दूरी

$$= \sqrt{(2+2)^2+(-1-3)^2}$$

$$= \sqrt{16+16}$$

$$= \sqrt{16\times 2} = 4\sqrt{2}$$

QS विकर्ण के बीच की दूरी

$$= \sqrt{(3+3)^2 + (4+2)^2}$$
$$= \sqrt{36+36}$$
$$= \sqrt{36 \times 2}$$
$$= 6\sqrt{2}$$

$\because \quad PQ = QR = RS = SP = \sqrt{26}$

तथा विकर्ण PR $\neq$ विकर्ण SQ

तथा PR का मध्य बिन्दु $= \left(\frac{-2+2}{2}, \frac{3-1}{2}\right) = \left(\frac{0}{2}, \frac{2}{2}\right) = (0,1)$

तथा QS का मध्य बिन्दु $= \left(\frac{3-3}{2}, \frac{4-2}{2}\right) = \left(\frac{0}{2}, \frac{2}{2}\right) = (0,1)$

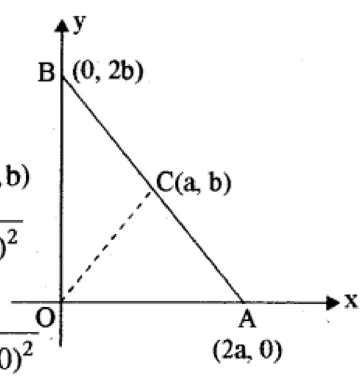
इस प्रकार विकर्ण PR का मध्य बिन्दु = विकर्ण QS का मध्य बिन्दु

⇒ PQRS के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित हो रहे हैं। अतः ये एक सम चतुर्भुज के विकर्ण हैं तथा चारों भुजाएँ भी बराबर हैं तथा विकर्ण आपस में बराबर नहीं हैं। अतः ये वर्ग नहीं हैं। (इतिसिद्धम्)

प्रश्न 18. सिद्ध कीजिए कि समकोण त्रिभुज AOB में कर्ण का मध्य बिन्दु c त्रिभुज के शीर्षों O, A और B से बराबर दूरी पर स्थित है।

हल: यहाँ A = (2a, 0) तथा B = (0, 2b)

∴ मध्य बिन्दु = (C)



$$C = \left[\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right]$$
$$= \left[\frac{2a+0}{2}, \frac{0+2b}{2}\right] = (a,b)$$

OC की दूरी $= \sqrt{(a-0)^2 + (b-0)^2}$
$= \sqrt{a^2+b^2}$

AC की दूरी $= \sqrt{(a-2a)^2 + (b-0)^2}$
$= \sqrt{a^2+b^2}$

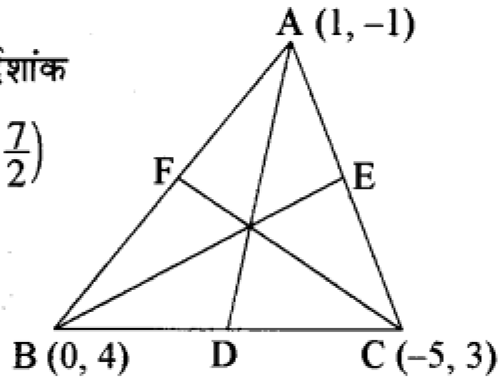
BC की दूरी $= \sqrt{(a-0)^2 + (b-2b)^2}$
$= \sqrt{a^2+b^2}$

$\because \quad OC = AC = BC$

अतः समकोण AAOB में कर्ण का मध्य बिन्दु C त्रिभुज के शीर्षों O, A तथा B से बराबर दूरी पर स्थित है। (इतिसिद्धम्)

प्रश्न 19. उस त्रिभुज की माध्यिकाओं की लम्बाइयाँ ज्ञात कीजिए, जिसके शीर्ष (1,-1), (0, 4) तथा (-5, 3) हैं।

हल:



BC के मध्य बिन्दु D के निर्देशांक

$$= \left[\frac{0-5}{2}, \frac{4+3}{2}\right] = \left(-\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

AC के मध्य बिन्दु E के निर्देशांक

$$= \left[\frac{1-5}{2}, \frac{-1+3}{2}\right]$$

$$= \left(-\frac{4}{2}, \frac{2}{2}\right) = (-2, 1)$$

AB के मध्य बिन्दु F के निर्देशांक $= \left[\frac{1+0}{2}, \frac{-1+4}{2}\right] = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

$\therefore$ माध्यिका $AD = \sqrt{\left(1+\frac{5}{2}\right)^2 + \left(-1-\frac{7}{2}\right)^2}$

$$= \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + \left(-\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{49}{4}+\frac{81}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{130}{4}} = \frac{\sqrt{130}}{2} \quad \text{उत्तर}$$

माध्यिका $BE = \sqrt{(0+2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{4+9}$

$$= \sqrt{13} \quad \text{उत्तर}$$

माध्यिका $CF = \sqrt{\left(-5-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(3-\frac{3}{2}\right)^2}$

$$= \sqrt{\left(-\frac{11}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{121}{4}+\frac{9}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{130}{4}} = \frac{\sqrt{130}}{2} \quad \text{उत्तर}$$

अत: माध्यिकाओं की लम्बाइयाँ $\frac{\sqrt{130}}{2}, \sqrt{13}$ और $\frac{\sqrt{130}}{2}$ होंगी। उत्तर

प्रश्न 20. सिद्ध कीजिए कि बिन्दुओं (5, 7) और (3, 9) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को मध्य बिन्दु वही है जो बिन्दुओं (8, 6) तथा (0, 10) को मिलाने वाले रेखाखण्ड का मध्य बिन्दु है।

हल: बिन्दु A(5, 7) तथा B(3, 9) का मध्य बिन्दु

बिन्दु A(5, 7) तथा B(3, 9) का मध्य बिन्दु

$$= \left[\frac{5+3}{2}, \frac{7+9}{2}\right] = \left(\frac{8}{2}, \frac{16}{2}\right) = (4,8)$$

तथा बिन्दु C(8, 6) तथा D(0, 10) का मध्य बिन्दु

$$= \left[\frac{8+0}{2}, \frac{6+10}{2}\right] = \left(\frac{8}{2}, \frac{16}{2}\right) = (4,8)$$

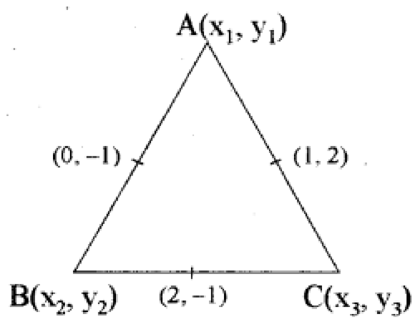
अतः दोनों बिन्दुओं के रेखाखण्ड का मध्य बिन्दु समान है। (इतिसिद्धम्)

प्रश्न 21. यदि त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दु (1, 2), (0, -1) तथा (2,-1) हैं, तो त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

हल: (x_1 y_1) व (x_2 y_2) बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा का मध्य बिन्दु होगा-

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}, \qquad \bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

अत: AC रेखा के लिए-



$$\frac{x_1 + x_3}{2} = 1$$

व $\frac{y_1 + y_3}{2} = 2$

या $x_1 + x_3 = 2$
एवं $y_1 + y_3 = 4$ $\Big\}$ .....(1)

इसी प्रकार AB रेखा के लिए-

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = 0, \quad \frac{y_1 + y_2}{2} = -1$$

या $x_1 + x_2 = 0$ एवं $y_1 + y_2 = -2$ .....(2)

BC रेखा के लिए-

$$\frac{x_2 + x_3}{2} = 2, \quad \frac{y_2 + y_3}{2} = -1$$

$x_2 + x_3 = 4$ एवं $y_2 + y_3 = -2$ .....(3)

समीकरण (1), (2) तथा (3) को जोड़ने पर

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6$$

या $x_1 + x_2 + x_3 = 3$ .....(4)

इसी तरह से

$$2y_1 + 2y_2 + 2y_3 = 0$$

या $\quad 2(y_1 + y_2 + y_3) = 0$

या $\quad y_1 + y_2 + y_3 = 0 \quad \ldots\ldots(5)$

समी. (4) तथा (5) में समी. (1) का मान रखने पर

$2 + x_2 = 3, \qquad 4 + y_2 = 0$

अतः $\quad x_2 = 1 \qquad y_2 = -4$

समी. (4) तथा (5) में. समी. (2) का मान रखने पर

$0 + x_3 = 3 \qquad -2 + y_3 = 0$

या $\quad x_3 = 3 \qquad y_3 = 2$

समी. (4) तथा (5) में समी. (3) का मान रखने पर

$x_1 + 4 = 3$

$\therefore \quad x_1 = 3 - 4 \qquad y_1 - 2 = 0$

$x_1 = -1 \qquad y_1 = 2$

अतः त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक A(– 1, 2), B(1, – 4) तथा C(3, 2) हैं। उत्तर

अन्य महत्त्वपूर्ण प्रश्न

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

प्रश्न 1. कार्तीय निर्देशांक पद्धति को प्रतिपादित करने वाला गणितज्ञ था
(क) डिकार्टीज
(ख) यूक्लिड
(ग) आयलर
(घ) इनमें से कोई नहीं

प्रश्न 2. किसी बिन्दु से y-अक्ष से दूरी होती है
(क) बिन्दु की कोटि
(ख) बिन्दु का भुज
(ग) एक स्थिरांक
(घ) इनमें से कोई नहीं

प्रश्न 3. x-अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु की कोटि होती है
(क) 1

(ख) 0
(ग) – 1
(घ) + 1

प्रश्न 4. बिन्दु (1, 2) की x-अक्ष से दूरी होगी
(क) 1
(ख) 3
(ग) 2
(घ) 4

प्रश्न 5. बिन्दु (x, y) की मूल बिन्दु से दूरी है।
(क) x
(ख) y
(ग) $x^2 + y^2$
(घ) $\sqrt{x^2 + y^2}$

प्रश्न 6. यदि (a, 0), (0, b) तथा (1, 1) सरेख हों, तो-
(क) a + b = 1
(ख) a + b = ab
(ग) a + b + 1 = 0
(घ) a + b + ab = 0

प्रश्न 7. यदि A(4,- 3), B(3, – 2) तथा C(2, 8) किसी त्रिभुज के शीर्ष हों, तो y-अक्ष से इसके केन्द्रक की दूरी होगी-
(क) 1
(ख) 4
(ग) 3
(घ) 2

प्रश्न 8. बिन्दु (0, 0), (4, 0) एवं (0, 3) वाले त्रिभुज की परिमिति है
(क) 6
(ख) 12
(ग) 10
(घ) 1

प्रश्न 9. बिन्दुओं (3, 4) एवं (5, 6) को मिलाने वाली रेखा को x-अक्ष 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है; तो 2 का मान है|

(क) $\frac{3}{2}$ (ख) $\frac{1}{3}$ (ग) $-\frac{2}{3}$ (घ) $\frac{3}{4}$

प्रश्न 10. (1, 1) और (4, – 5) को बिन्दु (2, – 1) किस अनुपात में विभाजित करता है-
(क) 1 : 2
(ख) 2 : 1
(ग) 1 : 1
(घ) 2 : 3

प्रश्न 11. दो बिन्दुओं (0, cos) तथा (sin 8, 0) के मध्य दूरी है
(क) 1
(ख) sin θ + cos θ
(ग) $\frac{1}{2}(\sin\theta + \cos\theta)$
(घ) 0

प्रश्न 12. यदि बिन्दु (x, 3) और (5, 7) के बीच की दूरी 5 हो, तो x का मान है-
(क) 2
(ख) 4
(ग) 0
(घ) 3

उत्तर-तालिका

1. (क) 2. (ख) 3. (ख) 4. (ग) 5. (घ) 6. (ख) 7. (ग) 8. (ख) 9. (ग) 10, (क) 11. (क) 12, (क)

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. बिन्दु (5, – 2) की y अक्ष से दूरी लिखिए।

हल: 5

प्रश्न 2. बिन्दु (-2, 2), (8, – 2) तथा (-4, – 3) किस तरह के त्रिभुज के शीर्ष हैं?

हल: यदि दिये गये बिन्दु क्रमशः A, B, C हों तो

$$AB = \sqrt{100+16} = \sqrt{116}$$

$$BC = \sqrt{144+1} = \sqrt{145}$$

$$CA = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$$

$\because AB^2 + CA^2 = BC^2$

⇒ A, B, C समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं। उत्तर

प्रश्नं 3. यदि (4, 3) और (2, – 1) किसी समान्तर चतुर्भुज के सम्मुख शीर्ष हों तथा इसका तीसरा शीर्ष (1, 0) हो तो चौथे शीर्ष के निर्देशांकों का गुणनफल क्या होगा?

हल: दिये गये सम्मुख शीर्षों को मिलाने वाले विकर्ण का मध्य बिन्दु है-

$\left(\frac{4-2}{2}, \frac{3-1}{2}\right)$ अर्थात् (1, 1) जो कि दूसरे विकर्ण का भी मध्य बिन्दु है। अतः यदि चौथा विकर्ण (x, y) हो तो $\frac{x+1}{2} = 1$ तथा $\frac{y+0}{2} = 1$

x = 1, y = 2 अतः गुणनफल 1 × 2 = 2 उत्तर

प्रश्न 4. यदि बिन्दु (K, 2) तथा (3, 4) के बीच की दूरी $\sqrt{8}$ हो, तो K: का मान लिखिए।

हल: प्रश्नानुसार $(\sqrt{8})^2 = (K-3)^2 + (2-4)^2$

$8 = (K-3)^2 + 4$

$4 = (K-3)^2$

$(K-3) = \pm 2$

$K = \pm 2 + 3 \therefore K = 5$ और $K = 1$

प्रश्न 5. (-3, -4) तथा (1, – 2) बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखाखण्ड को y-अक्ष किस अनुपात में विभाजित करता है? लिखिए।

हल: y-अक्ष पर x = 0

माना रेखाखण्ड λ : 1 में विभाजित करता है।

अतः अनुपात 3 : 1 उत्तर

प्रश्न 6. बिन्दु (x, 5) तथा (4, 2) के मध्य दूरी 3 सेमी. हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

हल: दो बिन्दुओं के बीच की दूरी

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$3 = \sqrt{(4-x)^2 + (2-5)^2}$$

$$\Rightarrow \quad (3)^2 = (4 - x)^2 + (-3)^2$$

$$\Rightarrow \quad 9 = (4 - x)^2 + 9$$

$$\Rightarrow \quad (4 - x)^2 = 0$$

$$\therefore \quad (4 - x) = 0 \quad \text{या} \quad x = 4 \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 7. बिन्दुओं (-2, 6) व (4, – 2) को मिलाने वाले रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु के निर्देशांक लिखिए।

हल:

$$\text{मध्य बिन्दु के निर्देशांक} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{6-2}{2}\right)$$

$$= (1, 2) \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 8. किसी वर्ग के सम्मुख शीर्ष (-5, -4) और (3, 2) हैं। इसके विकर्ण की लम्बाई लिखिए।

हल: वर्ग के विकर्ण की लम्बाई

$$= \sqrt{(3+5)^2 + (2+4)^2}$$

$$= \sqrt{(8)^2 + (6)^2} = \sqrt{64+36}$$

$$= \sqrt{100} = 10 \text{ उत्तर}$$

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. बिन्दु (2,-2) एवं (-1, 2) के मध्य की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल: माना बिन्दु (2, -2) और (-1, 2) P और Q है अतः

$$PQ = \sqrt{(-1-2)^2+(2+2)^2} = \sqrt{9+16}$$

$$PQ = \sqrt{25} = 5$$ **उत्तर**

प्रश्न 2. मूल बिन्दु से बिन्दु (3, 4) की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल:

$$= \sqrt{(3-0)^2+(4-0)^2}$$

मूल बिन्दु से दूरी $= \sqrt{9+16} = \sqrt{25} \Rightarrow 5$ उत्तर

प्रश्न 3. यदि A, B और C के निर्देशांक क्रमशः (6, -1), (1, 3) तथा (x, 8) हैं तो x का मान ज्ञात कीजिये जबकि AB = BC हो।

हल: दिया गया है- AB = BC

$(AB)^2 = (BC)^2$

$(6 - 1)^2 + (-1 - 3)^2 = (x - 1)^2 + (8 - 3)^2$

$25 + 16 = (x - 1)^2 + 25$

$16 = (x - 1)^2$

$\pm 4 = (x - 1)$

धनात्मक चिह्न लेने पर

$\therefore 4 = x - 1 \therefore x = 5$

इसी प्रकार ऋणात्मक चिह्न लेने पर।

$-4 = x - 1 \therefore -4 + 1 = x$

$x = -3$

अतः x का मान – 3 या 5 होगा। उत्तर

प्रश्न 4. यदि बिन्दु (x, y) बिन्दुओं (a + b, b – a) और (a – b, a + b) से बराबर दूरी पर स्थित हो, तो सिद्ध कीजिये कि bx = ay.

हल: माना दिये बिन्दु A(x, y), B(a + b, b – a) और C(a – b, a + b)

अतः प्रश्नानुसार

AB = AC

या, $(AB)^2 = (AC)^2$

या, $[x - (a + b)^2 + [y - (b - a)^2 = [x - (a - b)^2 + [y - (a + b)]^2$

या, $x^2 - 2(a + b)x + (a + b)^2 + y^2 - 2(b - a)y + (b - a)^2$

$= x^2 - 2(a - b)x + (a - b)^2 + y^2 - 2(a + b)y + (a + b)^2$

या, $-2(a + b)x - 2(b - a)y = -2(a - b)x - 2(a + b)y$

या, x [-2a – 2b + 2a – 2b] = y [-2a – 2b + 2b – 2a]
या, -4bx = – 4ay
या, bx = ay इतिसिद्धम्

प्रश्न 5. यदि बिन्दु A (2, 5) और बिन्दु B को मिलाने वाले रेखाखण्ड का मध्य बिन्दु P (-1, 2) हो, तो बिन्दु B के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

हल: माना बिन्दु B (a_1, y_1) है और दिया गया बिन्दु P मध्य बिन्दु है।

प्रश्नानुसार, $-1 = \frac{2 + x_1}{2}$

$-2 = 2 + x_1$ $\quad \boxed{\therefore x_1 = -4}$

इसी तरह से $2 = \frac{5 + y_1}{2}$

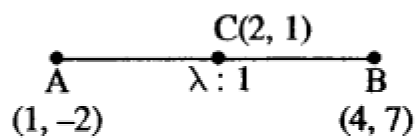
$4 = 5 + y_1$ $\quad \boxed{\therefore y_1 = -1}$

अतः बिन्दु B (–4, –1) उत्तर

प्रश्न 6. बिन्दुओं (1, -2) तथा (4, 7) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को बिन्दु (2, 1) किस अनुपात में विभाजित करता है?

हल: माना दिये हुए बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखाखण्ड को बिन्दु (2, 1), λ : 1 में विभाजित करता है।
अन्त:विभाजन सूत्र से

$$\bar{x} = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$



$$\therefore \quad 2 = \frac{\lambda \times 4 + 1 \times 1}{\lambda + 1}$$

$$2\lambda + 2 = 4\lambda + 1$$

$$2 - 1 = 4\lambda - 2\lambda$$

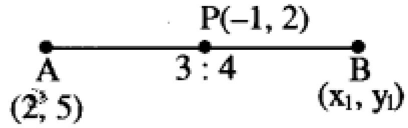
$$1 = 2\lambda$$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{1}{2}$$

अतः अभीष्ट अनुपात 1: 2 है।
नोट-कोटि के मान से भी हमें यही अनुपात प्राप्त होगा।

प्रश्न 7. यदि बिन्दु A(2, 5) और B को मिलाने वाले रेखाखण्ड को बिन्दु P(-1, 2), 3 : 4 के अनुपात में अन्त:विभाजित करता है तो B के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

हल: माना B के निर्देशांक (x_1, y_1) हैं और दिया है-AP : BP = 3 : 4
अन्त:विभाजन सूत्र से



$-1 = \frac{3\times x_1+4\times 2}{3+4}$

$$= \frac{3x_1+8}{7}$$

या $\quad -7 = 3x_1 + 8$

$\Rightarrow \quad 3x_1 = -7 - 8$

$\quad 3x_1 = -15$

$\Rightarrow \quad x_1 = \frac{-15}{3} = -5$

और $\quad 2 = \frac{3\times y_1+4\times 5}{3+4} = \frac{3y_1+20}{7}$

या $\quad 14 = 3y_1 + 20$

या $\quad 14 - 20 = 3y_1$

$\Rightarrow \quad 3y_1 = -6$

$\therefore \quad y_1 = \frac{-6}{3} = -2$

अतः B के निर्देशांक (-5, – 2) हैं। (इतिसिद्धम्)

प्रश्न 8. यदि बिन्दु (x, 3) और (5, 7) के बीच की दूरी 5 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिये। (माध्य. शिक्षा बोर्ड, 2018)

हल: दो बिन्दुओं के बीच की दूरी

दोनों तरफ वर्ग करने पर
$25 = (5 - x)^2 + 16$
$\Rightarrow 25 - 16 = (5 - x)^2$
या $(5 - x)^2 = 9 \therefore (5 - x) = \pm\sqrt{9} = \pm 3$
स्थिति I. धनात्मक चिह्न लेने पर
$5 - x = 3$
$\therefore x = 5 - 3 = 2$

स्थिति II. ऋणात्मक चिह्न लेने पर

5 – x= – 3

∴ x = 5 + 3 = 8 अतः x = 2, 8 उत्तर

निबन्धात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. यदि बिन्दु P(x, y) उसे वृत्त पर स्थित हो, जिसका केन्द्र (3, 2) और जिसकी त्रिज्या 3 मात्रक है तो सिद्ध कीजिये कि

$x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$

हल: दिया गया है-

वृत्त की त्रिज्या OP = 3

$\sqrt{(x-3)^2+(y+2)^2}=3$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$\Rightarrow (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = (3)^2 = 9$

$x^2 + 9 - 6x + y^2 + 4 + 4y = 9$

$x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 =$ (0 (इतिसिद्धम्)

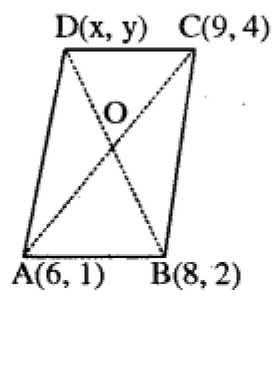
प्रश्न 2. यदि बिन्दु A(6, 1), B(8, 2), C(9, 4) और D(x, y) क्रम में एक समान्तर चतुर्भुज के शीर्ष हैं तो बिन्दु D(x, y) ज्ञात कीजिये।

हल: बिन्दु A(6, 1), B(8, 2), C(9, 4) तथा D(x, y) दिये गये एक समान्तर चतुर्भुज के शीर्ष हैं। हम जानते हैं कि समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं।

अतः विकर्ण AC के मध्य बिन्दु के निर्देशांक = विकर्ण BD के मध्य बिन्दु के निर्देशांक

$$\Rightarrow \left(\frac{6+9}{2}+\frac{1+4}{2}\right)=\left(\frac{8+x}{2},\frac{2+y}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{15}{2},\frac{5}{2}\right)=\left(\frac{8+x}{2},\frac{2+y}{2}\right)$$



तुलना करने पर,

$$\frac{8+x}{2}=\frac{15}{2} \quad \text{तथा} \quad \frac{2+y}{2}=\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow 8 + x = 15 \quad \text{तथा} \quad 2 + y = 5$$

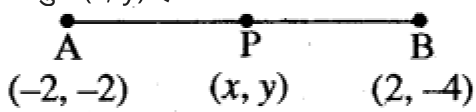
$$\Rightarrow x = 15 - 8 \quad \text{तथा} \quad y = 5 - 3$$

$$\Rightarrow x = 7 \quad \text{तथा} \quad y = 3$$

अतः बिन्दु D के निर्देशांक (7, 3) उत्तर

प्रश्न 3. यदि A तथा B क्रमशः (-2, – 2) और (2,- 4) हों, तो बिन्दु P के निर्देशांक ज्ञात कीजिये ताकि $AP = \frac{3}{7}AB$ हो और P रेखाखण्ड AB पर स्थित है।

हल: माना अभीष्ट बिन्दु P(x, y) है।



दिया है— $$AP = \frac{3}{7}AB \quad ....(1)$$

परन्तु $$PB = AB - AP$$

$$= AB - \frac{3}{7}AB = \frac{7AB - 3AB}{7}$$

$$PB = \frac{4}{7}AB \quad ....(2)$$

समीकरण (1) व (2) से

$$AP : PB = \frac{3}{7}AB : \frac{4}{7}AB$$

$$AP : PB = 3 : 4$$

∴ बिन्दु A तथा B को बिन्दु P, 3 : 4 के अनुपात में विभाजित करता है।

∴ बिन्दु P के निर्देशांक

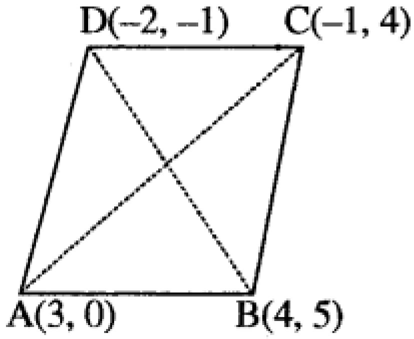
$$x = \frac{3\times2+4\times(-2)}{3+4} = \frac{6-8}{7} = \frac{-2}{7}$$

तथा $$y = \frac{3\times(-4)+4\times(-2)}{3+4} = \frac{-12-8}{7} = \frac{-20}{7}$$

अत: बिन्दु P के अभीष्ट निर्देशांक $\left(\frac{-2}{7}, \frac{-20}{2}\right)$ उत्तर

प्रश्न 4. एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष, इसी क्रम में (3, 0), (4, 5), (-1, 4) तथा (-2, – 1) हैं।

हल: माना समचतुर्भुज ABCD के शीर्षों के निर्देशांक A(3, 0), B(4, 5), C(-1, 4) तथा D(- 2, – 1) है।



दो बिन्दुओं के बीच की दूरी के सूत्र से

विकर्ण AC की लम्बाई $= \sqrt{(-1-3)^2 + (4-0)^2}$

$= \sqrt{(-4)^2 + (4)^2}$

$= \sqrt{16+16} = 32 = 4\sqrt{2}$ मात्रक

विकर्ण BD की लम्बाई $= \sqrt{(-2-4)^2 + (-1-5)^2}$

$= \sqrt{(-6)^2 + (-6)^2}$

$= \sqrt{36+36} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ मात्रक

हम जानते हैं समचतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल

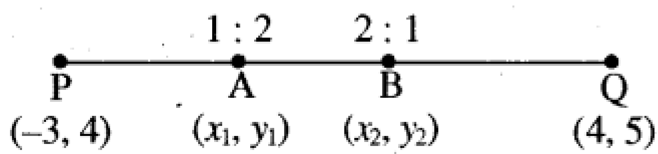
$= \frac{1}{2} \times$ पहला विकर्ण $\times$ दूसरा विकर्ण

$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 24 \times 2 = 24$ वर्ग मात्रक

अतः समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = 24 वर्ग मात्रक उत्तर

प्रश्न 5. बिन्दुओं P(-3, 4) तथा Q(4, 5) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को समत्रिभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

हल: माना कि A(31, y) और B(४), 2) अभीष्ट बिन्दु हैं जो बिन्दुओं P(-3, 4) और Q(4, 5) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को समत्रिभाजित करते हैं।



माना कि $PA = AB = QB = x$

$$AQ = x + x = 2x$$

$$PB = x + x = 2x$$

$$\frac{PA}{AQ} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} = 1 : 2$$

और $$\frac{PB}{BQ} = \frac{2x}{x} = \frac{2}{1} = 2 : 1$$

अतः बिन्दु A, PQ को 1 : 2 के अनुपात में तथा बिन्दु B, PQ को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करती है बिन्दु के लिए,

$$x_1 = \frac{1\times(4)+2\times(-3)}{1+2} = \frac{4-6}{3} = \frac{-2}{3}$$

$$y_1 = \frac{1\times(5)+2\times(4)}{2+1} = \frac{5+8}{3} = \frac{13}{3}$$

∴ A के निर्देशांक $\left(-\frac{2}{3}, \frac{13}{3}\right)$

बिन्दु B के लिए,

$$x_2 = \frac{2(4)+1(-3)}{2+1} = \frac{8-3}{3} = \frac{5}{3}$$

$$y_2 = \frac{2(5)+1(4)}{2+1} = \frac{10+4}{3} = \frac{14}{3}$$

∴ B के निर्देशांक $\left(\frac{5}{3}, \frac{14}{3}\right)$

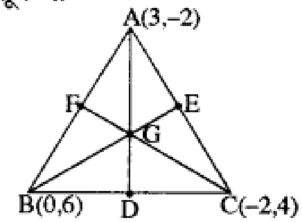
अत: A तथा B के निर्देशांक क्रमशः $\left(-\frac{2}{3}, \frac{13}{3}\right)$, $\left(\frac{5}{3}, \frac{14}{3}\right)$ हैं। उत्तर

प्रश्न 6. त्रिभुज ABC की माध्यिकाओं की लम्बाई ज्ञात कीजिए, जिसके शीर्ष A(3, -2), B(0, 6) और C(-2, 4) हैं। (माध्य. शिक्षा बोर्ड, मॉडल पेपर, 2017-18)

हल: मध्य बिन्दु D, E तथा F के निर्देशांक

$$D\left(\frac{0-2}{2}, \frac{6+4}{2}\right) = D(-1, 5)$$

$\because \quad x = \frac{x_1+x_2}{2}$ तथा $y = \frac{y_1+y_2}{2}$ के सूत्र से



$$E\left(\frac{-2+3}{2} \frac{4-2}{2}\right) = E\left(\frac{1}{2}, 1\right)$$

$$F\left(\frac{0+3}{2}, \frac{6-2}{2}\right) = F\left(\frac{3}{2}, 2\right)$$

माध्यिका AD की लम्बाई

A(3, – 2) D(–1, 5)

$$AD = \sqrt{(3+1)^2+(5+2)^2}$$

$$= \sqrt{(4)^2+(7)^2} = \sqrt{16+49}$$

$$= \sqrt{65}$$ उत्तर

माध्यिका BE की लम्बाई

B(0, 6) $E\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

$$BE = \sqrt{\left(\frac{1}{2}-0\right)^2+(1-6)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+(-5)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}+25}$$

$$= \sqrt{\frac{101}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{101}$$ उत्तर

माध्यिका CF की लम्बाई

C(– 2, 4) $F\left(\frac{3}{2}, 2\right)$

$$CF = \sqrt{\left(\frac{3}{2}+2\right)^2+(2-4)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2+(-2)^2} = \sqrt{\frac{49}{4}+4}$$

$$= \sqrt{\frac{65}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{65}$$ उत्तर