वास्तविक संख्याएँ

यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम :

$a = bq + r$

जहाँ $a > b$ और $0 \le r < b$ होता है |

अर्थात शेषफल (r) हमेशा भाजक (b) से छोटा और शून्य से बड़ा या बराबर होता है | उदाहरण के लिए यदि हम –

(i) 5 से 5 में भाग देते है तो शेषफल 0 होता है |

(ii) 5 से 6 में भाग देते हैं तो शेषफल 1 होता है |

(iii) 5 से 7 में भाग देते है तो शेषफल 2 प्राप्त होता है |

(iv) 5 से 8 में भाग देते हैं तो शेषफल 3 प्राप्त होता है |

(v) 5 से 9 में भाग देते है तो शेषफल 4 प्राप्त होता है |

(vi) 5 से 10 में भाग देने पर शेषफल 0 प्राप्त होता है |

ऐसे में हम देखते हैं कि 10 पर पुन: 5 जैसे ही शेषफल 0 की पुनरावृति होती है अर्थात 5 से भाग देने पर शेषफल क्रमश: 0, 1, 2, 3 और 4 प्राप्त होता है जो 5 से कम है और शून्य के बराबर है या ज्यादा है |

मुख्य बिंदु और सूत्र :

1. यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका–दो घनात्मक पूर्णांक 'a' और 'b' के लिए संतुष्ट करने वाली पूर्ण संख्याएँ 'q' व 'r' इस प्रकार है।
   $a = bq + r;\ o \le r < b$
2. यूक्लिड विभाजन पूर्णांकों a और b $(a > b)$ का म. स. नीचे दर्शायी गई विधि द्वारा प्राप्त किया जाता है।

चरण 1 : q ओर r ज्ञात करने के लिए यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका का प्रयोग कीजिए जहाँ $a = bq + r, 0 \leq r < b$.

चरण 2 : यदि $r = 0$ तो म.स. व $(a, b) = b$

चरण 3 : यदि $r \neq 0$ तो b और r यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका का प्रयोग कीजिए। इस प्रक्रिया को तब तक जारी रखिए जब तक शोषफल शुन्य न प्राप्त हो। इस स्थिति वाला भाजक हो।

म.स. (a, b) है।

3. **अंकगणित की आधारभूत प्रमेय**–प्रत्येक भाज्य संख्या को अभाज्य संख्याओं के एक गुणनफल के रूप में व्यक्त (गुणनखंडित) किया जा सकता है। तथा वह गुणनखण्ड अद्वितीय होता है। इस पर कोई ध्यान दिए बिना कि अभाज्य गुणनखण्ड किस क्रम में आ रहे हैं।

4. मान लीजिए $x=\frac{p}{q}, q \neq 0$ तथा 'q' का अभाज्य गुणनखण्ड $2^n \times 5^n$, के रूप का है। जहाँ m और n ऋणेतर पूर्णांक है। तो x का दशमलव प्रसार सांत होगा।

5. मान लीजिए $x=\frac{p}{q}, q \neq 0$ एक ऐसी परिमेय संख्या है। कि q का अभाज्य गुणनखण्ड $2^m 5^n$, के रूप का नहीं है। जहाँ m, n ऋणेतर पूर्णांक है तो x का दशमलव प्रसार अंसात आवर्ती होगा।