

अध्याय

5

वैदिक गणित

5.1 इस कक्षा में वैदिक गणित के अध्याय में आप उर्ध्वतिर्यक सूत्र से दो एवं तीन अंकों की संख्याओं का गुणा करना, सूत्र निखिलम आधार एवं उपाधार के अन्तर्गत तीन संख्याओं का गुणा एवं घनफल के साथ— साथ ध्वजांक विधि से भाग करना सीखेंगे।

5.1.1 गुणनसंक्रिया (उर्ध्वतिर्यग्भ्याम् सूत्र)

उर्ध्वतिर्यक सूत्र पर आधारित विधि से कोई भी गुणा किया जा सकता है। सूत्र का प्रथम शब्द उर्ध्व का अर्थ ठीक ऊपर (ऊपर—नीचे लिखे अंकों का गुणा) इसी प्रकार दूसरे शब्द तिर्यक का अर्थ है तिरछा (तिरछे लिखे अंकों का गुणा) है।

उदाहरण 1 आइए 32 व 14 का गुणा करते हैं।

चरण 1. गुण्य 32 व गुणक 14 को गुणा के लिए इस तरह लिखते हैं—

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 14 \\ \hline \end{array}$$

चरण 2. समूह बनाना— दो अंकों का दो अंकों से गुणा में तीन समूह होंगे। जिसे III II व I द्वारा दर्शाया गया है।

समूह बनाना

$$\begin{array}{ccc} \text{III} & \text{II} & \text{I} \\ \uparrow & \times & \uparrow \\ 3 & 32 & 2 \\ 1 & 14 & 4 \end{array}$$

चरण 3. गुणन क्रिया $3 \times 1 / 3 \times 4 + 1 \times 2 / 2 \times 4$

चरण 4. गुणनफल $3 / 12 + 2 / 8$

चरण 5 $3 / 14 / 8$

चरण 6 पंक्ति-1 $3 / 4 / 8$
पंक्ति-2 1

चरण 7 योग क्रिया $\begin{array}{r} 4 \quad 4 \quad 8 \\ \hline \end{array}$

गुणा करते समय समूह की संख्या $(2n-1)$ से ज्ञात करेंगे।
जहाँ $n =$ गुण्य व गुणक में अधिकतम अंकों की संख्या यहाँ 32 व 14 में अधिकतम अंक = 2
अतः $2 \times 2 - 1 = 3$ समूह

या $\begin{array}{r} 3 / 4 / 8 \\ \uparrow +1 \\ 4 \quad 4 \quad 8 \end{array}$ (जहाँ $3+1=4$)

अतः 32×14 का अभीष्ट गुणनफल = 448 प्राप्त होता है।

प्रत्येक समूह में एक-एक अंक रहेगा यहाँ II समूह में 14 है जो दहाई का अंक 1 III में योग होगा।

उदाहरण 2 123×45 का गुणा उर्ध्वतिर्यग्भ्याम् विधि से करना।

चरण 1. 123 गुण्य व 45 गुणक है। गुणक को तीन अंकों में बनाने के लिए 045 लिखेंगे।

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times 45 \\ \hline \end{array}$$

चरण 2. तीन अंकों की संख्या में समूहों की संख्या 5 होगी। जो V, IV, III, II, I है।

V	IV	III	II	I
1	1 2	1 2 3	2 3	3
0	0 4	0 4 5	4 5	5

चरण 3. गुणन क्रिया व गुणनफल

गुणन क्रिया

$$1 \times 0 / 1 \times 4 + 2 \times 0 / 1 \times 5 + 3 \times 0 + 2 \times 4 / 2 \times 5 + 3 \times 4 / 3 \times 5$$

गुणनफल

$$0 / 4 + 0 / 5 + 0 + 8 / 10 + 12 / 15$$

योग क्रिया

$$0 / 4 / 13 / 22 / 15$$

चरण 4 प्रथम द्वितीय व तृतीय भाग में 2 अंक हैं लेकिन आधार 10 होने से प्रत्येक भाग में एक अंक ही रखा जाता है अतः प्रथम द्वितीय व तृतीय भाग के इकाई अंक को पंक्ति 1 में एवं दहाई अंक को पंक्ति 2 में एक स्थान आगे लिखकर संख्याओं को समायोजित कर योग करते हैं।

पंक्ति-1	4	3	2	5
पंक्ति-2	1	2	1	-
	5	5	3	5

चरण 5. योग क्रिया

अतः 123×45 का अभीष्ट गुणनफल = 5535

उदाहरण 3 57×68 का गुणा कीजिए।

समूह की संख्या = 3

$$\begin{array}{r} 57 \\ \times 68 \\ \hline 5 \times 6 / 5 \times 8 + 6 \times 7 / 7 \times 8 \\ 30 / 40 + 42 / 56 \\ 30 / 82 / 56 \end{array}$$

अतः अभीष्ट गुणनफल 3876

3876

(जहाँ $82 + 5 = 87$ में 7 दहाई पर व 8 आगे 30 में जुड़कर 38 बनते हैं।)

उदाहरण 4 349×986 का गुणा कीजिए।

समूह की संख्या = 5

$$\begin{array}{r}
 349 \\
 \times 986 \\
 \hline
 3 \times 9 / 3 \times 8 + 4 \times 9 / 3 \times 6 + 9 \times 9 + 4 \times 8 / 4 \times 6 + 9 \times 8 / 9 \times 6 \\
 27 / 24 + 36 / 18 + 81 + 32 / 24 + 72 / 54 \\
 27 / 60 / 131 / 96 / 54
 \end{array}$$

संख्याओं को पंक्तिवार व्यवस्थित कर योग करते हुए

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{1} \quad 7 \quad 0 \quad 1 \quad 6 \quad 4 \\
 2 \quad 6 \quad 3 \quad 9 \quad 5 \\
 1 \\
 \hline
 3 \quad 4 \quad 4 \quad 1 \quad 1 \quad 4
 \end{array}$$

पंक्ति-1
पंक्ति-2
पंक्ति-3

अतः संख्या 349×986 का अभीष्ट गुणनफल = 344114 प्राप्त होता है।

करो और सीखो

1. उर्ध्वतिर्यग्भ्याम् सूत्र का उपयोग करते हुए गुणा कीजिए।

(i) 15×12

(ii) 60×18

(iii) 71×8

(iv) 122×4

(v) 706×56

(vi) 497×173

5.1.2 सूत्र निखिलम् (उपाधार) से गुणा

निखिलम् द्वारा किसी प्रश्न के बड़े विचलन प्राप्त हो जाते हैं कि उनका गुणा कठिन हो जाता है जैसे 32×34 में यदि आधार 10 लेते हैं तो इनका विचलन 22 व 24 का गुणा बढ़ा हो जाता है। अतः निकटतम दहाई के आधार पर उपाधार का चयन करते हैं जिससे उपाधार से विचलन छोटा प्राप्त होता है। जैसे – 68×66 में उपाधार $7 \times 10 = 70$ लेते हैं एवं 32×27 में उपाधार $3 \times 10 = 30$ लेते हैं शेष विधि पूर्व की भाँति है।

संकेत

उदाहरण 5 32×34 का मान ज्ञात कीजिए।

चरण 1.

संख्या	विचलन-
32	+ 2
34	+ 4

(i) आधार = 10, उपाधार = $3 \times 10 = 30$

(ii) उपाधार अंक = उपाधार ÷ आधार = $30 \div 10 = 3$

(iii) उपाधार से विचलन = संख्या – आधार

= $32 - 30 = +2$

= $34 - 30 = +4$

चरण 2. हल दो खण्डों में होगा

32	+ 2
34	+ 4

(दाहिने पक्ष में विचलनों का गुणा)

= $2 \times 4 = 8$

चरण 3.

बाएँ पक्ष में कोई एक संख्या और शेष संख्या का विचलन का योग करके उसे उपाधार अंक 3 से गुणा करेंगे।

$$\begin{array}{r} 32 \quad + 2 \\ 34 \quad + 4 \\ \hline 108 \end{array}$$

(जहाँ $32 + 4 = 36$ या $34 + 2 = 36$ एवं $3 \times 36 = 108$)

चरण 4.

चरण 1 से 3 तक समेकित करना व संक्रिया कर व्यवस्थित करना।

$$\begin{array}{r} 32 \quad + 2 \\ 34 \quad + 4 \\ \hline = 108 / 8 \\ = 1088 \end{array} \quad \text{तिरछी रेखा हटाने पर}$$

अतः 32×34 का अभीष्ट गुणनफल = 1088

उदाहरण 6 54×57 को हल कीजिए।

पूर्व उदाहरण के चरण 4 का सीधा उपयोग करना—

$$\begin{array}{r} \text{संख्या} \quad \text{विचलन} \\ 54 \quad +4 \\ 57 \quad +7 \\ \hline 5\{(54+7) \text{ या } (57+4)\} / 4 \times 7 \\ = 5 \times 61 / 28 \\ = 305 / 28 \\ = 3078 \end{array}$$

संकेत

(i) आधार = 10 उपाधार = $5 \times 10 = 50$

(ii) उपाधार अंक = 5

(iii) उपाधार से विचलन = +4 व +7

(iv) आधार 10 में एक शून्य से दाहिने पक्ष में एक अंक ही होगा।

(v) दहाई का अंक बाएँ पक्ष में जोड़ने पर
= $305 + 2 = 307$

उदाहरण 7 78×76 को हल कीजिए।

$$\begin{array}{r} \text{संख्या} \quad \text{विचलन} \\ 78 \quad -2 \\ 76 \quad -4 \\ \hline = 8 \times (78-4) / -2 \times -4 \\ = 8 \times 74 / 8 \\ = 592 / 8 \\ = 5928 \end{array}$$

संकेत

(i) आधार 10, उपाधार = $8 \times 10 = 80$

(ii) उपाधार अंक = 8

(iii) उपाधार से विचलन = -2 व -4

उदाहरण 8 63×58 को हल कीजिए।

संकेत

$$\begin{array}{r}
 \text{संख्या} \quad \text{हल} \\
 63 \quad +3 \\
 58 \quad -2 \\
 \hline
 = 6 \times (63-2) / +3 \times -2 \\
 = 6 \times (61) / -6 \\
 = 366 / -6 \\
 = 365 + 1 / -6 \\
 = 365 / 10-6 \\
 = 365 / 4 \\
 = 3654
 \end{array}$$

- (i) आधार = 10, उपाधार = $6 \times 10 = 60$
 (ii) उपाधार अंक = 6
 (iii) उपाधार से विचलन = $(63 - 60 = +3$ व $58 - 60 = -2) = +3$ व -2
 (iv) आधार दाहिने पक्ष में विचलनों का गुणा
 $= 3 \times -2 = -6$ जो ऋणात्मक है अतः
 धनात्मक के लिए बाएँ पक्ष से 1 दहाई = 10
 को इकाई पक्ष में लेने पर $10 - 6 = 4$ होगा।
 (v) अतः गुणनफल = 3654

करो और सीखो ♦ निम्न का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

(i) 11×15

(ii) 12×18

(iii) 19×17

(iv) 28×22

(v) 51×49

(vi) 99×96

5.2 तीन संख्याओं का गुणन

5.2.1 सूत्र निखिलम् (आधार)

सूत्र निखिलम् द्वारा तीन संख्याओं का गुणनफल भी सरलता से किया जा सकता है
 जिनका विचलन समान आधार 10 या 10 की घात के सापेक्ष प्राप्त हो—

आइए इसे समझने का प्रयास करते हैं।

उदाहरण 9 $12 \times 13 \times 17$ का गुणा कीजिए।

चरण 1 12, 13, 17 का आधार = 10 एवं विचलन +2, +3, +7 लेते हैं।

संख्या	विचलन
12	+2
13	+3
17	+7

चरण 2 हल तीन खण्ड में होगा जिन्हें क्रमशः दाएँ भाग, मध्य भाग एवं बाएँ भाग से जाना जाएगा। दाएँ भाग में तीनों विचलनों का गुणा करते हैं।

संख्या	विचलन
12	+2
13	+3
17	+7
/2x3x7	

$$\begin{array}{r} 12 \quad +2 \\ 13 \quad +3 \\ 17 \quad +7 \\ \hline \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} \text{2x3} + \text{3x7} + \text{2x7} \end{array} \right|$$

संख्या	विचलन
12	+ 2
13	+ 3
17	+ 7

$$\begin{array}{l} 12 + 3 + 7 = 22 \\ \text{या} \\ 13 + 2 + 7 = 22 \\ \text{या} \\ 17 + 3 + 2 = 22 \end{array} \quad \begin{array}{l} \diagup \\ \diagup \\ \diagup \end{array}$$

संख्या	विचलन	
12	+2	
13	+3	(आधार 10 होने से मध्य पद को 1
17	+7	से व बाएँ पद को 1^2 से गुणा)

$$\frac{1^2 (12+3+7)}{1 (2 \times 3 + 3 \times 7 + 2 \times 7)} \div \frac{2 \times 3 \times 7}{2 \times 3 \times 7}$$

$$= 22/6 + 21 + 14/42$$

$$= 22 / 41 / 42$$

$$= 22 \begin{array}{c} / \\ 4 \end{array} 1 \begin{array}{c} / \\ 4 \end{array} 2$$

$$= \begin{matrix} & 2 & 6 & 5 & 2 \\ & & & & \end{matrix}$$

(आधार 10 में एक शून्य है अतः दाएँ भाग व मध्य भाग में एक-एक अंक ही रहेगा। दूसरा अगले पद में ले जाएँगे जैसे 42 में 4 को मध्य पद में एव 2 दाहिने पद में रहेगा। 41 तथा में 4 जुड़कर 45 होंगे जिसमें 5 मध्य पद में एव 4 बाएँ पक्ष 22 में जुड़ जाएगा।)

संख्या $12 \times 13 \times 17$ का अभीष्ट गुणनफल = 2652

उदाहरण 10 $9 \times 8 \times 15$ का गुणा सूत्र निखिलम् (आधार 10) द्वारा करना।

संख्या	विचलन
9	-1
8	-2
15	+5

समान आधार = 10

(आधार = 10, विचलन = -1)

(आधार = 10, विचलन = -2)

(आधार = 10, विचलन = +5)

पूर्व उदाहरण के चरण 5 का सीधा उपयोग करना—

संख्या	विचलन
9	-1
8	-2
15	+5

$$1^2 (15-2-1) / 1 \{5 \times (-2) + (-2) \times (-1) + (5) \times (-1)\} / (-1) \times (-2) \times (5) \quad (\text{आधार 10 होने से मध्य पद को उपाधार 1 व बाएँ पद को उपाधार } 1^2 \text{ से गुणा})$$

$$12 / -10 \quad +2-5 / 10$$

$$12 / -15 + 2 / 10$$

$$10+2 / -13 / 10$$

$$(12 = 10 + 2)$$

$$10 / 20 - 13 / 10$$

बाएँ पक्ष से 2 को मध्य खण्ड में $2 \times 10 = 20$ लेकर $20 - 13 = 7$ लिखेंगे।

$$10 / 7 / 10$$

$$1080$$

उदाहरण 11 $22 \times 23 \times 24$ का गुणा सूत्र निखिलम् (उपाधार) द्वारा करना।

22	+2
23	+3
24	+4

आधार = 10 उपाधार = $10 \times 2 = 20$

उपाधार अंक = 2

उपाधार से विचलन = +2, +3, +4

उपाधार 2×10 होने से मध्य पद

को उपाधार अंक 2 व बाएँ पद को

उपाधार 2^2 से गुणा

$$2^2 (22+3+4) / 2 \{2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 2\} / 2 \times 3 \times 4$$

$$= 2^2 (29) / 2 (6+12+8) / 24$$

$$= 4 (29) / 2 (26) / 24$$

$$= 116 / 52 / 24$$

$$= 12144$$

संख्या $22 \times 23 \times 24$ का अभीष्ट गुणनफल = 12144 होगा।

उदाहरण 12 $101 \times 102 \times 103$ का सूत्र निखिलम् द्वारा गुणा करना।

101	+01		समान आधार = 100
102	+02		(विचलन = +01)
103	+03		(विचलन = +02)
$101+2+3 \mid 2 \times 3 + 1 \times 2 + 3 \times 1 \mid 06$			
$= 101+2+3 \mid 6+2+3 \mid 06$			
$= 106 \mid 11 \mid 06$			
$= 1061106$			

ध्यान रहे आधार 100 होने से दाएँ और मध्य पद में दो-दो अंक रहेंगे क्योंकि आधार 100 में दो शून्य हैं अतः दाएँ में 6 के स्थान पर 06 लिखेंगे।

उदाहरण 13 $99 \times 98 \times 97$ का सूत्र निखिलम् द्वारा गुणा करना।

99	- 01		समान आधार 100
98	- 02		(विचलन = - 01)
97	- 03		(विचलन = - 02)
$99-02-03 \mid (-02) \times (-03) + (-01) \times (-02) + (-03) \times (-01) \mid (-01) \times (-02) \times (-03)$			
$= 94 \mid 6+2+3 \mid 06$			
$= 94 \mid 11 \mid 06$			
$= 94 \mid 10 \mid 106$			
$= 94 \mid 10 \mid 100-6$			
$= 941094$			

मध्य पद से 1 को दाएँ भाग में
 $1 \times 100 = 100$ के रूप में लेंगे।

करो और सीखो

तीन संख्याओं का गुणा सूत्र निखिलम् द्वारा ज्ञात कीजिए।

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| (i) $11 \times 12 \times 13$ | (ii) $8 \times 9 \times 10$ |
| (iii) $6 \times 7 \times 8$ | (iv) $27 \times 28 \times 29$ |
| (v) $98 \times 99 \times 99$ | (vi) $51 \times 52 \times 53$ |

5.3 घनफल

घन संख्याएँ 1, 8, 27, 64 - - - - - हैं जो किसी संख्या को उसी संख्या से तीन बार गुणा करने पर प्राप्त होती है जैसे -

$$\begin{aligned}1 \times 1 \times 1 &= 1 \\2 \times 2 \times 2 &= 8 \\3 \times 3 \times 3 &= 27 \\- - - - -\end{aligned}$$

घन संख्याओं को घात 3 से प्रदर्शित करते हैं। जैसे 2 का घनफल 2^3 , 3 का घन 3^3 होगा। सूत्र निखिलम् द्वारा तीन संख्याओं के गुणा के बारे में अध्ययन कर चुके हैं। घनफल ज्ञात करने के लिए वही प्रक्रिया दोहराएँगे यहाँ तीनों संख्याएँ समान हैं।

उदाहरण 14 $11 \times 11 \times 11$ का सूत्र निखिलम् द्वारा गुणा करना।

11	+1	आधार = 10
11	+1	(विचलन = +1)
11	+1	(विचलन = +1)
11	+1	(विचलन = +1)
$11+1+1 \ / \ (1) \times (1) + (1) \times (1) + (1) \times (1) \ / \ (1) \times (1) \times (1)$		

अर्थात् संख्या $+2 \times (\text{विचलन}) / 3 (\text{विचलन})^2 / (\text{विचलन})^3$

मानक रूप में लिखा गया है। अब हम मानक रूप का उपयोग कर हल करेंगे।

उदाहरण 15 15 का घनफल ज्ञात कीजिए।

15 में संख्या 15 व विचलन 5 है तो

$$(15)^3 = 15 + 2 \times 5 / 3 \times 5^2 / 5^3$$

$$= 15 + 10 / 75 / 125$$

$$= 25 / 75 / 125$$

संख्याओं को पंक्तिवार व्यवस्थित कर योग करते हुए

I	2	5	5	5
II		7	2	-
III		1	-	-
	3 3 7 5			

या

$$\begin{aligned}& 25 / 75 / 5 \\& 25 / 87 / 5 \\& = 33 / 7 / 5 \\& = 3375\end{aligned}$$

अतः संख्या $15 \times 15 \times 15$ का अभीष्ट गुणनफल 3375 होगा।

उदाहरण 16 103 का घनफल ज्ञात कीजिए।

हल आधार = 100, विचलन = +03

$$103^3 = 103 + 2 \times 3 \mid 3 \times (03)^2 \mid (03)^3$$

$$= 103 + 6 \mid 27 \mid 27$$

$$= 1092727$$

उदाहरण 17 96 का घनफल ज्ञात कीजिए।

हल आधार = 100, विचलन (= -04)

$$96^3 = 96 + 2 \times (-04) \mid 3 \times (-04)^2 \mid (-04)^3$$

$$= 96 - 08 \mid 3 \times 16 \mid -64$$

$$= 88 \mid 48 \mid -64$$

$$= 88 \mid 48 \mid 1-64 \quad (1 \text{ सैकड़े के स्थान पर है अतः } 1 \text{ का तात्पर्य } 100 \text{ इकाई है})$$

$$= 88 \mid 47 \mid 100-64$$

$$= 88 \mid 47 \mid 36$$

$$= 884736$$

5.4 ध्वजांक विधि

यह अनुप्रयोग सूत्र ऊर्ध्वतिर्यक एवं सूत्र ध्वजांक पर आधारित है और इस विधि से भाग संक्रिया का प्रत्येक प्रश्न बड़ी सरलता से हल किया जा सकता है संक्रिया प्रारंभ करने से पूर्व प्रश्न लिखते समय निम्न बिन्दु ध्यान रखने योग्य है।

- (1) सर्वप्रथम भाजक को सुविधाजनक दो भागों में विभाजित करते हैं। भाजक के इकाईयुक्त भाग का ध्वजांक और शेष भाग को मुख्यांक अथवा संशोधित भाजक कहते हैं। ध्वजांक में केवल इकाई अथवा इकाई युक्त कई अंक हो सकते हैं।
- (2) भाग संक्रिया की पूर्व विधियों के समान इस विधि में भी निर्धारित स्थान को तीन खण्डों में विभाजित करते हैं।
 - (क) प्रथम खण्ड में भाजक के दोनों भाग लेंगे। मुख्यांक नीचे अर्थात् आधार स्थान पर तथा ध्वजांक उसके ऊपर अर्थात् घातांक के स्थान पर लिखेंगे।
 - (ख) ध्वजांक में जितने अंक हो, भाज्य के उतने ही अंतिम अंक (इकाई से लेकर) तृतीय खण्ड में तथा उसके शेष अंक मध्य खण्ड में लिखेंगे।

(3) ध्वजांक विधि के लिए $529 \div 23$ को निम्न रूप में लिखा जा सकता है।

	प्रथम खण्ड	मध्य खण्ड	तृतीय खण्ड	
ध्वजांक	3	5	2	9
मुख्यांक	2			
		भागफल	शेषफल	क्षैतिज रेखा

- विधि:— (1) मध्यखण्ड के लिए भाज्य के सबसे बाएँ अंक में मुख्यांक का भाग देने पर भाग का जो प्रथम अंक आता है उसे क्षैतिज रेखा के नीचे भागफल के निर्धारित स्थान पर लिखा जाता है।
- (2) प्राप्त शेषफल को बाईं ओर से दूसरे अंक से पहले और नीचे लिखा जाता है जो नया भाज्य बन जाता है।
- (3) नए भाज्य से निम्न सूत्र से संशोधित भाज्य प्राप्त होता है।
संशोधित भाज्य = नया भाज्य - भागफल अंक $\times$ ध्वजांक
- (4) संशोधित भाज्य में मुख्यांक का फिर भाग देने से पिछली क्रियाओं की पुनरावृत्ति होती है। भाग क्रिया संपूर्ण होने पर भागफल और शेषफल प्राप्त हो जाता है।

विधि को निम्न उदाहरणों से स्पष्ट किया जा रहा है।

उदाहरण 18 ध्वजांक विधि से 552 में 23 का भाग दीजिए।

हल

2	3	5	5	1	2
		2	4		0

संकेत

- (i) मध्यखण्ड के 5 में 2 का भाग दिया।
- (ii) भागफल का प्रथम अंक 2, क्षैतिज रेखा के नीचे लिखेंगे।
- (iii) शेषफल = 1 लिखा मध्यखण्ड के 5 से पहले और नया भाज्य = 15 प्राप्त हुआ।
- (iv) संशोधित भाज्य = नया भाज्य - प्रथम भागफल $\times$ ध्वजांक
= $15 - 2 \times 3 = 9$
- (v) 9 में मुख्यांक 2 का भाग दिया। भागफल का दूसरा अंक 4, क्षैतिज रेखा के नीचे लिखेंगे।
- (vi) शेषफल = 1 तृतीय खण्ड के 2 से पहले और नया भाज्य = 12 प्राप्त हुआ।
- (vii) संशोधित भाज्य = नया भाज्य - द्वितीय भागफल $\times$ ध्वजांक
= $12 - 4 \times 3 = 0$
- (viii) अतः भागफल = 24, शेषफल = 0

उदाहरण 19 $4096 \div 64$ (ध्वजांक विधि द्वारा)

हल

ध्वजांक	4	40	9	6
मुख्यांक	6			
		6	4	

संकेत

- (i) भाज्य = 40 में 6 का भाग दिया भागफल 6 शेषफल 4 है।
- (ii) संशोधित भाज्य = $49 - 6 \times 4 = 25$
- (iii) 25 में मुख्यांक 6 का भाग दिया। भागफल का दूसरा अंक 4 क्षैतिज रेखा के नीचे लिखेंगे।
- (iv) शेषफल 1 को तृतीय खण्ड के 6 से पहले और नया भाज्य = 16 प्राप्त हुआ।
- (v) पुनः संशोधित भाज्य = $16 - 4 \times 4 = 0$
- (vi) अतः भागफल = 64, शेषफल = 0।

उदाहरण 20 ध्वजांक विधि द्वारा $87653 \div 53$ हल कीजिए।

हल

ध्वजांक	3	8	7	6	5	3
मुख्यांक	5					
योगफल		1	6	5	4	3

$53 - 3 \times 3 = 44$

संकेत

- (i) मध्यखण्ड के 8 में 5 का भाग दिया
- (ii) भागफल का प्रथम अंक 1, क्षैतिज रेखा के नीचे लिखा।
- (iii) शेषफल 3 मध्यखण्ड के 7 से पहले और नीचे लिखिए
- (iv) नया भाज्य = 37
- (v) संशोधित भाज्य = $37 - 1 \times 3 = 34$
- (vi) 34 में मुख्यांक 5 का भाग दिया भागफल का दूसरा अंक 6 क्षैतिज रेखा के नीचे लिखेंगे।
- (vii) शेषफल 4 मध्यखण्ड के 6 से पहले और नीचे लिखेंगे।
- (viii) नया भाज्य = 46
- (ix) संशोधित भाज्य = $46 - 6 \times 3 = 28$
- (x) 28 में मुख्यांक 5 का भाग दिया भागफल का तीसरा अंक 5 क्षैतिज रेखा के नीचे लिखेंगे।।
- (xi) शेषफल 3 जिसे मध्यखण्ड में 5 से पहले और उसके नीचे लिखा।
- (xii) नया भाज्य = 35
- (xiii) संशोधित भाज्य = $35 - 5 \times 3 = 20$
- (xiv) 20 में मुख्यांक 5 का भागफल 4 बार गया शेषफल 0 है।
- (xv) संशोधित भाज्य = $3 - 3 \times 4 = -9$ अतः ऋणात्मक संख्या में भागफल न देकर पूर्व में 4 के स्थान पर 3 बार भागफल दिया जावे।
- (xvi) शेषफल 05 रहता है जिसे अंतिम खण्ड में 3 के नीचे एवं पहले लिखा गया शेषफल 0 है।
- (xvii) शेषफल = $53 - 3 \times 3 = 44$

करो और सीखो

ध्वजांक विधि से भाग संक्रिया कीजिए—

(1) $1737 \div 21$

(2) $37941 \div 47$

(3) $23754 \div 74$

(4) $3257 \div 74$

(5) $7453 \div 79$

(6) $59241 \div 82$

प्रश्नावली 5

1. उर्ध्वतिर्यग्भ्याम् सूत्र का उपयोग कर गुणा कीजिए।

(i) 101×105

(ii) 11×15

(iii) 18×81

(iv) 121×129

2. निखिलम् सूत्र का उपयोग कर गुणा कीजिए।

(i) 48×51

(ii) 27×29

(iii) 36×34

(iv) 18×21

(v) $21 \times 22 \times 23$

(vi) $31 \times 28 \times 27$

(vii) $96 \times 97 \times 95$

(viii) $18 \times 18 \times 18$

(ix) $99 \times 99 \times 99$

3. ध्वजांक सूत्र का उपयोग कर भाग कीजिए।

(i) $3987 \div 28$

(ii) $5786 \div 78$

(iii) $7396 \div 82$

हमने सीखा

- उर्ध्वतिर्यग्भ्याम् उर्ध्व एवं तिर्यक दो शब्दों से मिलकर बना है। उर्ध्व का अर्थ ठीक ऊपर या नीचे लिखे अंक एवं तिर्यक का अर्थ तिरछा अर्थात् तिरछे लिखे अंकों का गुणनफल है।
- उर्ध्वतिर्यग्भ्याम् सूत्र से गुणा करते समय संख्याओं का समूहीकरण करते हैं। दो अंक का दो अंक से गुणा करते समय समूह तीन एवं तीन अंक का तीन अंक से गुणा करते समय समूह पांच बनते हैं।
- सूत्र निखिलम् द्वारा घनफल ज्ञात करने का संक्षिप्त में इस प्रकार लिखा जा सकता है।
जब संख्या x विचलन y व उपाधार अंक z हो, तो $z^2 (x + 2y) / 3y^2z / y^3$
- उपाधार अंक ज्ञात करने के लिए उपाधार में आधार का भाग दिया जाता है।