अध्याय 7

चतुर्भुज की रचना

7.1 पिछली कक्षा में हमने त्रिभुजों की रचना करना सीखा है। इस अध्याय में हम चतुर्भुज की रचना के बारे में चर्चा करेंगे। त्रिभुज की रचना में उसके 6 अवयवों में से तीन अवयव (SSS, SAS, ASA) दिए होने पर उसकी रचना संभव है।

चतुर्भुज में चार भुजाएँ, चार कोण एवं दो विकर्ण कुल 10 अवयव हैं। इसके अतिरिक्त चतुर्भुजों के विशिष्ट गुण भी होते है। जिन्हें हमने अध्याय 6 में पढ़ा है।

एक अद्वितीय चतुर्भुज की रचना के लिए हम निम्न स्थितियों पर विचार करेंगे।

7.1.1 जब चार भुजाएँ और एक विकर्ण दिया हुआ है।

7.1.2 जब दो विकर्ण और तीन भुजाएँ दी हुई हैं।

7.1.3 चार भुजाएँ एवं एक कोण दिया हुआ हो।

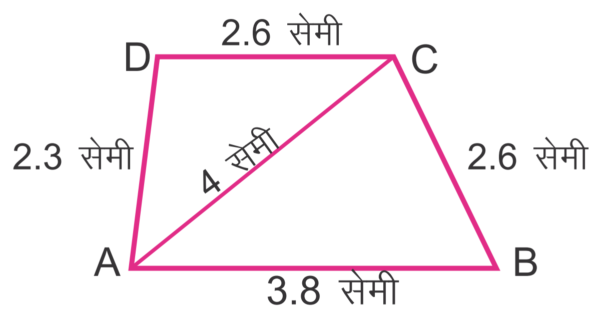
7.1.4 जब तीन भुजाएँ और उनके बीच के दो कोण दिए हुए हैं।

7.1.5 जब दो आसन्न भुजाएँ और तीन कोण दिए हुए हैं।

7.1.1 चतुर्भुज की चारों भुजाओं के अतिरिक्त एक विकर्ण ज्ञात होने पर चतुर्भुज की रचना करना

उदाहरण 1 चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें AB=3.8 सेमी, BC=2.6 सेमी, CD=2.6 सेमी, AD=2.3 सेमी और विकर्ण AC=4.0 सेमी है।

हल सर्वप्रथम ABCD का कच्चा चित्र बनाइए। इसमें विकर्ण AC खींचिए। चतुर्भुज की सभी मापों को कच्चे चित्र में अंकित कीजिए।

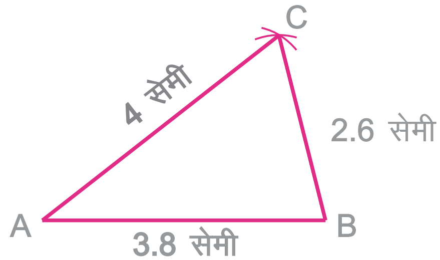


कच्चे चित्र को देखने से स्पष्ट है कि यह चतुर्भुज △ADC और △ABC से मिलकर बना है।

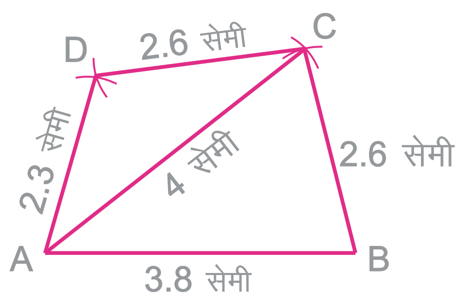
रचना

चरण 1 सर्वप्रथम AB=3.8 सेमी का रेखा खण्ड खींचिए।

चरण 2 B से 2.6 सेमी का चाप और बिन्दु A से 4 सेमी का चाप लगाइए। दोनों चापों के कटान बिन्दु का नाम C लिखिए। भुजा AC व BC खींचिए।



चरण 3 बिन्दु A से 2.3 सेमी का चाप और बिन्दु C से 2.6 सेमी का चाप लगाइए और कटान बिन्दु का नाम D लिखिए, भुजा AD व CD खींचिए। इस प्रकार बना चतुर्भुज ABCD अभीष्ट चतुर्भुज है।



प्रश्नावली 7.1

1. एक चतुर्भुज ABCD बनाइए जबकि AB = 4.0 सेमी, BC = 6.0 सेमी, CD = DA = 5.2 सेमी और AC = 8.0 सेमी है।

2. एक चतुर्भुज JUMP बनाइए जबकि JU = 3.5 सेमी, UM = 4.0 सेमी, MP = 5.0 सेमी, PJ = 4.5 सेमी और PU = 6.5 सेमी है।

3. समान्तर चतुर्भुज MORE कि रचना कीजिए, जिसमें MO = 3.6 सेमी, OR = 4.2 सेमी, MR = 6.5 सेमी है। शेष भुजाओं को नाप कर उनकी माप उत्तर पुस्तिका में लिखिए।

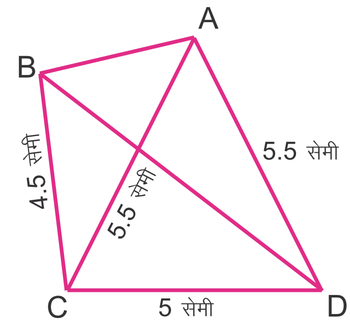
4. एक सम चतुर्भुज BEST की रचना कीजिए जिसमें BE = 4.5 सेमी और ET = 6.0 सेमी है। तो विकर्ण BS को माप कर लिखिए।

5. एक चतुर्भुज PQRS की रचना कीजिए जिसमें PQ = 4.4 सेमी, QR = 4.0 सेमी, RS = 6.4 सेमी, SP = 2.8 सेमी और QS = 6.6 सेमी है। विकर्ण PR की लम्बाई नाप कर लिखिए।

7.1.2 चतुर्भुज की रचना, जबकि तीन भुजाएँ और दो विकर्ण ज्ञात हो

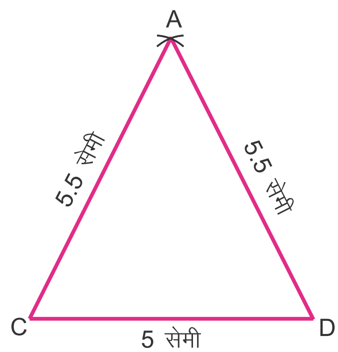
उदाहरण 2 एक चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, जिसमें BC = 4.5 सेमी, AD = 5.5 सेमी, CD = 5.0 सेमी, विकर्ण AC = 5.5 सेमी और विकर्ण BD = 7.0 सेमी है।

हल सर्वप्रथम ABCD का कच्चा चित्र बनाइए। चतुर्भुज के सभी मापों को कच्चे चित्र में अंकित कीजिए। इसमें दो त्रिभुज ADC और त्रिभुज BDC की रचना करके बिन्दु A और B को मिला देने पर चतुर्भुज ABCD की रचना की जा सकती है।



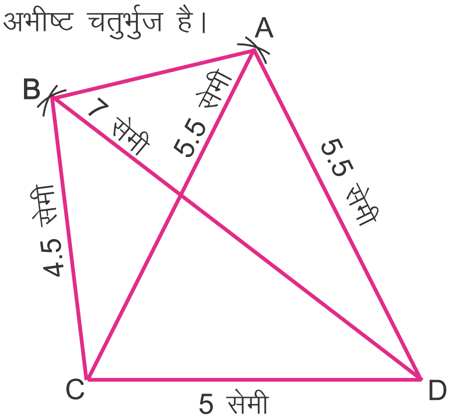
चरण 1 सर्वप्रथम CD=5.0 सेमी लम्बाई का रेखा खण्ड खींचिए।

चरण 2 बिन्दु C से AC = 5.5 सेमी व बिन्दु D से AD = 5.5 सेमी का चाप काट दें। कटान बिन्दु को A से प्रदर्शित कीजिए, AC व AD को मिलाइए।



चरण 3 बिन्दु C से BC = 4.5 सेमी और D से BD = 7.0 सेमी का चाप काट दें। कटान बिन्दु को B से प्रदर्शित कीजिए, BC व BD को मिलाइए।

चरण 4 AB को मिलाइए, ABCD अभीष्ट चतुर्भुज है।



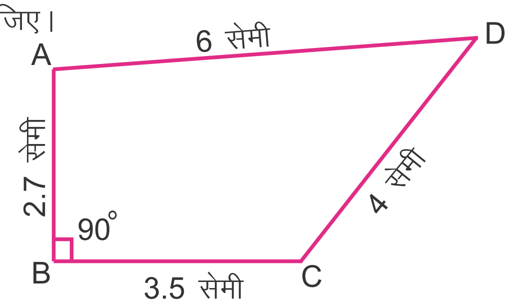
प्रश्नावली 7.2

1. चतुर्भुज LIFT की रचना कीजिए जबकि LI = 4.0 सेमी, IF = 3.0 सेमी, TL = 2.5 सेमी LF = 4.5 सेमी और IT = 4.0 सेमी है।
2. चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जबकि AB = 3.8 सेमी, BC = 3.0 सेमी, AD = 2.3 सेमी, AC = 4.5 सेमी और BD = 3.8 सेमी है। भुजा CD की माप नापकर लिखिए।
3. चतुर्भुज PQRS की रचना कीजिए जबकि PS = 6.0 सेमी, SR = 5.0 सेमी, RQ = 7.5 सेमी, PR = 6.0 सेमी और SQ = 10.0 सेमी है।
4. चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें AB= BC= CD = 5.0 सेमी विकर्ण AC = 6.7 सेमी तथा BD = 5.9 सेमी।
5. चतुर्भुज GOLD की रचना कीजिए जिसमें GO = 3.0 सेमी, OL = 2.5 सेमी, GD = 5.0 सेमी, GL = 4 सेमी व OD = 7 सेमी है।

7.1.3 चतुर्भुज की रचना, जबकि चार भुजाएँ और एक कोण दिया हो

उदाहरण 3 चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, जिसमें AB = 2.7 सेमी, BC = 3.5 सेमी, CD = 4.0 सेमी, AD = 6.0 सेमी और कोण $\angle B = 90^\circ$ है।

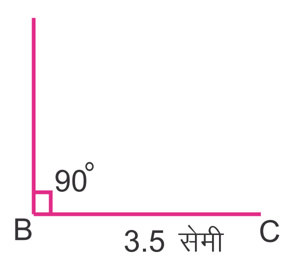
हल कच्चा चित्र बनाकर मापों को अंकित कीजिए।



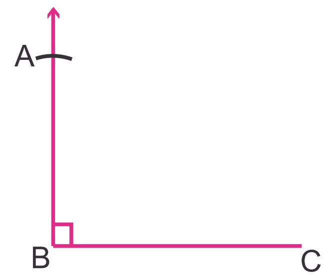
रचना

चरण 1 सर्वप्रथम BC=3.5 सेमी लम्बाई का एक रेखा खण्ड खींचिए।

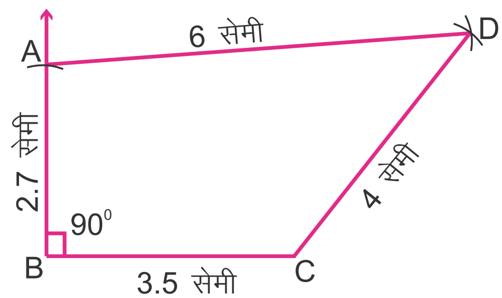
चरण 2 B पर चाँदे की सहायता से 90° का कोण खींचिए।



चरण 3 B से AB = 2.7 सेमी का चाप काटिए, इस प्रकार बिन्दु A प्राप्त हुआ।



चरण 4 बिन्दु A से 6 सेमी का चाप काटिए व बिन्दु C से 4 सेमी का चाप काटिए। दोनों चाप जहाँ मिलेंगे वह बिन्दु D होगा, AD व CD को मिलाइए। चतुर्भुज ABCD अभीष्ट चतुर्भुज है।



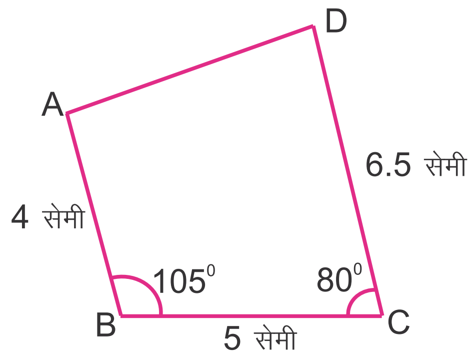
प्रश्नावली 7.3

1. चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें AB = BC = 3.0 सेमी, AD = CD = 5.0 सेमी तथा $\angle ABC = 120^0$ हो।
2. चतुर्भुज PQRS की रचना कीजिए जिसमें PQ = 2.8 सेमी, QR = 3.1 सेमी, RS = 2.6 सेमी, SP = 3.3 सेमी व $\angle P = 60^0$ हो।
3. एक आयत की रचना कीजिए जिसकी भुजाएँ 4.2 सेमी और 2.5 सेमी हो इसके विकर्ण की लम्बाई नापिए।
4. एक समचतुर्भुज की रचना कीजिए जिसमें एक कोण 75^0 तथा एक भुजा 5.2 सेमी हो।
5. एक वर्ग बनाइए जिसकी एक भुजा 5.0 सेमी हो।

7.1.4 चतुर्भुज की रचना, जबकि तीन भुजाएँ और उनके बीच दो कोण दिए हों

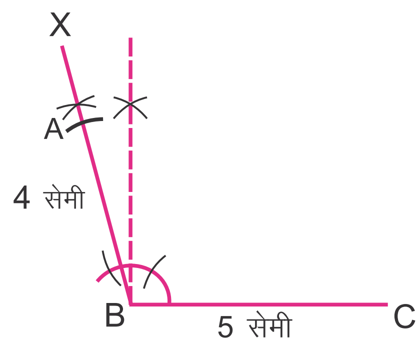
उदाहरण 4 चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, जबकि भुजाएँ AB = 4.0 सेमी, BC = 5.0 सेमी, CD = 6.5 सेमी और $\angle B = 105^\circ$ और $\angle C = 80^\circ$ है।

हल ABCD का कच्चा चित्र बनाइए सभी नापों को अंकित कीजिए।

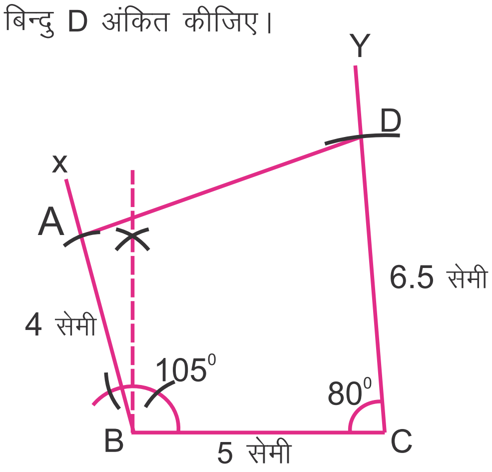


चरण 1 सर्वप्रथम BC= 5 सेमी लम्बाई का रेखा खण्ड खींचिए।

चरण 2 बिन्दु B पर 105° का कोण बनाइए। BX पर B से 4 सेमी का चाप काटिए, जहाँ चाप कटेगा वहाँ बिन्दु A अंकित कीजिए।



चरण 3 बिन्दु C पर 80° का कोण बनाइए। CY पर C से 6.5 सेमी का चाप काटिए। जहाँ चाप कटेगा वहाँ बिन्दु D अंकित कीजिए।



चरण 4 बिन्दु A व D को मिलाइए। इस प्रकार अभीष्ट चतुर्भुज ABCD प्राप्त होता है।

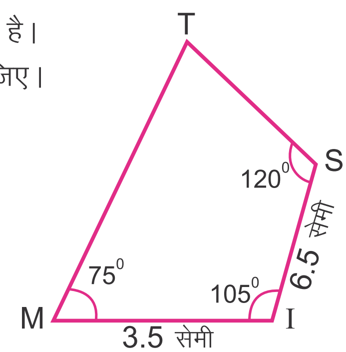
प्रश्नावली 7.4

1. चतुर्भुज KLMN की रचना कीजिए जबकि KL = 4.8 सेमी, LM = 5.0 सेमी, MN = 3.8 सेमी, $\angle L = 72^{\circ}$, $\angle M = 105^{\circ}$ है।
2. चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, जिसमें AB = BC = 3 सेमी, AD = 5 सेमी, $\angle A = 90^{0}$ और $\angle B = 105^{0}$ हो।
3. चतुर्भुज PQRS की रचना कीजिए जबकि QR = 3.6 सेमी, RS = 4.5 सेमी तथा PS = 5.0 सेमी, $\angle R = 75^{\circ}$ और $\angle S = 120^{0}$ हो।
4. चतुर्भुज DEAR की रचना कीजिए, जबकि DE = 4.7 सेमी, EA = 5.0 सेमी तथा AR = 4.5 सेमी, $\angle E = 60^{0}$ और $\angle A = 90^{\circ}$ हो।
5. चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, जबकि $\angle B = 135^{0}$, $\angle C = 90^{0}$, BC = 5.0 सेमी, AB = 9.0 सेमी तथा CD = 7.0 सेमी हो।

7.1.5 चतुर्भुज की रचना, जिसमें दो आसन्न भुजाएँ और तीन कोण दिए हों

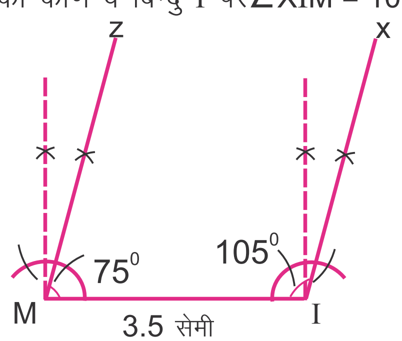
उदाहरण 5 एक चतुर्भुज MIST की रचना कीजिए जहाँ MI= 3.5 सेमी IS= 6.5 सेमी $\angle M = 75^{0}$, $\angle I = 105^{0}$ तथा $\angle S = 120^{0}$ है।

हल कच्चा चित्र बनाकर विभिन्न नापों को अंकित कीजिए।

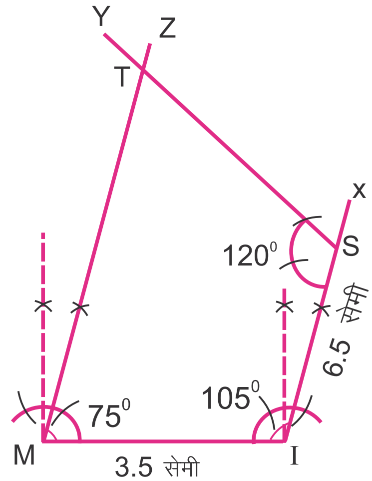


चरण 1 सर्वप्रथम MI = 3.5 सेमी खींचिए।

चरण 2 बिन्दु M पर $\angle M = 75^{0}$ का कोण व बिन्दु I पर $\angle XIM = 105^{0}$ का कोण बनाइए।



चरण 3 बिन्दु I से IX पर 6.5 सेमी का एक चाप काटिए वह बिन्दु S है बिन्दु S पर $\angle YSI = 120^{0}$ का कोण बनाइए। MZ तथा SY का प्रतिच्छेद बिन्दु T है। इस प्रकार MIST एक अभीष्ट चतुर्भुज है।



प्रश्नावली 7.5

1. चतुर्भुज MORE की रचना कीजिए, जिसमें MO= 6 सेमी, OR= 4.5 सेमी, $\angle M = 60^0$, $\angle O = 105^0$, $\angle R = 105^0$ है।
2. चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, जिसमें $\angle B = 70^0$, $\angle A = 54^0$, $\angle D = 105^0$, AB = 6.2 सेमी, AD = 5.7 सेमी है।
3. चतुर्भुज PQRS की रचना कीजिए, जिसमें $\angle P = 75^0$, $\angle Q = 85^0$, $\angle R = 110^0$, PQ = 4.1 सेमी, QR = 3.9 सेमी है।
4. चतुर्भुज DNSI की रचना कीजिए, जिसमें DN = 2.5 सेमी, NS = 3.7 सेमी, $\angle I = 60^0$, $\angle N = 120^0$, $\angle S = 90^0$ है।

अन्य विशिष्ट स्थितियाँ

अभी तक ऐसे चतुर्भुज की रचना करना सीखा है जिसमें पाँच मापों का प्रयोग किया। क्या किसी ऐसे चतुर्भुज की रचना की जा सकती है जिनके मापों की संख्या इन मापों की संख्या से कम हो। उदाहरणों द्वारा ऐसी विशिष्ट स्थितियों की रचना करते हैं।

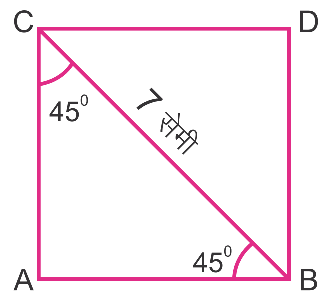
वर्ग वर्ग की रचना करने के लिए निम्नलिखित स्थितियाँ हो सकती हैं
(i) एक भुजा दी हो (ii) एक विकर्ण ज्ञात हो।

आयत आयत की रचना करने के लिए निम्नलिखित स्थितियाँ हो सकती हैं।
(i) दो आसन्न भुजाएँ ज्ञात हो (ii) एक भुजा, एक विकर्ण ज्ञात हो।

समचतुर्भुज समचतुर्भुज की रचना करने के लिए निम्नलिखित स्थितियाँ हो सकती हैं।
(i) एक भुजा तथा एक विकर्ण ज्ञात हो (ii) दो विकर्ण ज्ञात हो।

उदाहरण 6 एक वर्ग की रचना कीजिए जिसमें विकर्ण 7 सेमी हो।

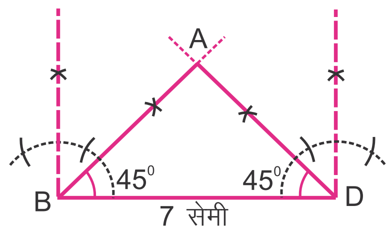
हल वर्ग ABCD का कच्चा चित्र बनाकर मापों को अंकित कीजिए।



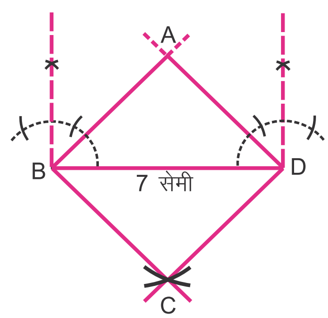
रचना

चरण 1 सर्वप्रथम विकर्ण BD = 7 सेमी खींचिए।

चरण 2 बिन्दु B व D पर BD के एक ही ओर 45^0 - 45^0 के कोण बनाइए। दोनों कोणों की भुजाओं के कटान बिन्दु को A अंकित कीजिए, DA व BA को मिलाइए।

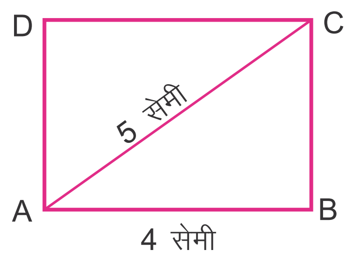


चरण 3 BD के दूसरी ओर B से BA के बराबर व D से DA के बराबर एक चाप काटिए, कटान बिन्दु पर C अंकित कीजिए BC व CD को मिलाइए। इस प्रकार ABCD एक अभीष्ट वर्ग है।



उदाहरण 7 आयत ABCD की रचना कीजिए, जबकि भुजा AB = 4 सेमी तथा विकर्ण AC = 5 सेमी है।

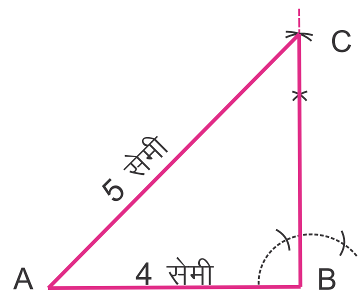
हल आयत ABCD का कच्चा चित्र बनाइए विभिन्न मापों को अंकित कीजिए।



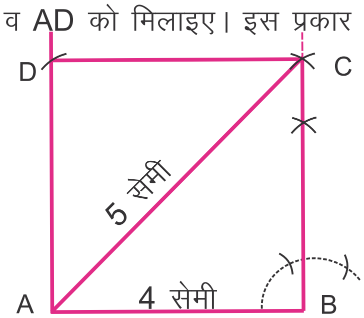
रचना

चरण 1 सर्वप्रथम AB= 4 सेमी खींचिए।

चरण 2 बिन्दु B पर 90^0 का कोण बनाती हुई किरण BX खींचिए एवं बिन्दु A से 5 सेमी का चाप खींचिए जो BX को C पर काटता है AC को मिलाइए।

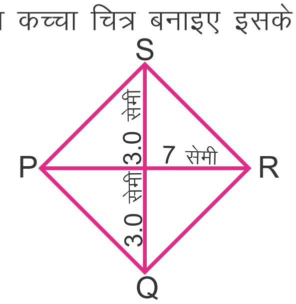


चरण 3 बिन्दु C से AB के बराबर 4 सेमी का चाप काटिए। जो A से BC के बराबर काटे गए चाप को D पर काटे, DC व AD को मिलाइए। इस प्रकार ABCD अभीष्ट आयत प्राप्त होता है



उदाहरण 8 एक समचतुर्भुज PQRS की रचना कीजिए, जिसमें PR= 7 सेमी व QS = 6 सेमी हो।

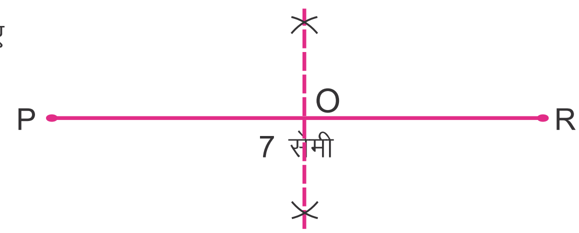
हल समचतुर्भुज PQRS का कच्चा चित्र बनाइए इसके विभिन्न मापों को अंकित कीजिए।

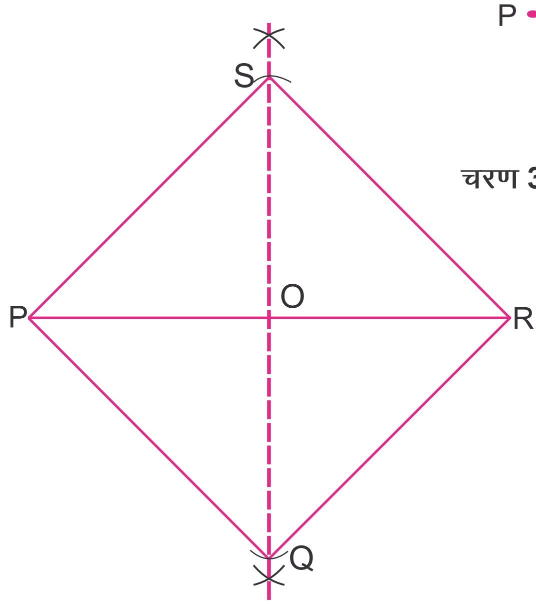


रचना

चरण 1 सर्वप्रथम PR= 7 सेमी खींचिए।

चरण 2 विकर्ण PR का लम्ब अर्द्धक खींचिए जो PR को O पर मिलता है।





चरण 3 O को केन्द्र मानकर OQ = OS = 3 सेमी का चाप लम्बअर्द्धक पर काटिए। PQ, QR, RS व PS को मिलाइए। इस प्रकार अभीष्ट समचतुर्भुज PQRS प्राप्त होता है।

प्रश्नावली 7.6

1. वर्ग की रचना कीजिए जिसमें
   (i) भुजाओं का परिमाप 20 सेमी हो।
   (ii) दो आसन्न भुजाओं का योग 9 सेमी हो।
2. वर्ग PQRS के विकर्ण O पर मिलते हैं यदि PO = 2.8 सेमी हो तो वर्ग की रचना कीजिए।
3. आयत की रचना कीजिए जबकि आसन्न भुजाएँ 8 सेमी तथा 6 सेमी हो।
4. आयत PQRS की रचना कीजिए जब कि PQ = 5.5 सेमी तथा विकर्ण QS = 6.2 सेमी हो।
5. आयत EFGH की रचना कीजिए जब कि EF = 4.0 सेमी तथा विकर्ण EG = 5.0 सेमी हो।
6. समचतुर्भुज DEFG की रचना कीजिए जबकि FG = 4.8 सेमी तथा विकर्ण EG = 3.4 सेमी हो।
7. समचतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जबकि BC = 4.0 सेमी तथा कोण B = 75^0 हो।

हमने सीखा

1. चतुर्भुज की चारों भुजाएँ और एक विकर्ण ज्ञात होने पर रचना करना।
2. चतुर्भुज की रचना, जब तीन भुजाएँ और दो विकर्ण ज्ञात हो।
3. चतुर्भुज की रचना जब चार भुजाएँ और एक कोण ज्ञात हो।
4. चतुर्भुज की रचना जब तीन भुजाएँ और उनके बीच के दो कोण दिए हो।
5. चतुर्भुज की रचना जिसमें दो आसन्न भुजाएँ और तीन कोण दिए हो।
6. आयत, समचतुर्भुज, वर्ग की रचना करना।