केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप

Ex 17.1

प्रश्न 1. यदि एक कक्षा में गणित विषय में दस छात्रों के प्राप्तांक 52, 75, 40, 70, 43, 40, 65, 35, 48, 52 हों तो समान्तर मध्य ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\text{समान्तर माध्य } \overline{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{\text{आँकड़ों का योग}}{\text{आँकड़ों की संख्या}}$$

$$= \frac{52+75+40+70+43+40+65+35+48+52}{10}$$

$$= \frac{520}{10}$$

$$\overline{X} = 52 \text{ अंक}$$

अतः समान्तर माध्य $\overline{(X)} = 52$ अंक उत्तर

प्रश्न 2. एक विद्यालय के सहायक कर्मचारियों का मासिक वेतन रुपयों में 1720, 1750, 1760 तथा 1710 है, तो समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\text{समान्तर माध्य} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{\text{आँकड़ों का योग}}{\text{आँकड़ों की संख्या}}$$

$$= \frac{1720+1750+1760+1710}{4}$$

$$\text{समान्तर माध्य } \overline{X} = \frac{6940}{4}$$

$$= 1735 \text{ रु.}$$

अतः अभीष्ट समान्तर माध्य = ₹ 1735 उत्तर

प्रश्न 3. यदि 3, 4, 8, 5, x, 3, 2, 1 अंकों का समान्तर माध्य 4 हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\overline{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{\text{आँकड़ों का योग}}{\text{आँकड़ों की संख्या}}$$

या $$4 = \frac{3+4+8+5+x+3+2+1}{8}$$

या $$32 = 26 + x$$

अत: $$x = 32 - 26 = 6 \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 4. क्रिकेट के एक खिलाड़ी ने 10 पारियों में क्रमशः 60, 62, 56, 64, 0, 57, 33, 27, 9 और 71 रन बनाए। उसके इन पारियों के रनों का औसत ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\text{समान्तर माध्य } \overline{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{\text{आँकड़ों का योग}}{\text{आँकड़ों की संख्या}}$$

$$\therefore \quad \overline{X} = \frac{60+62+56+64+0+57+33+27+9+71}{10}$$

$$= \frac{439}{10} = 43.9 \text{ रन}$$

अतः खिलाड़ी की पारियों के रनों का औसत = 43.9 रन उत्तर

प्रश्न 5. एक मासिक परीक्षा में 10 विद्यार्थियों के द्वारा अंग्रेजी में प्राप्त निम्न अंकों से समान्तर माध्य की गणना कीजिए–

अनुक्रमांक:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
प्राप्तांक:	30	28	32	12	18	20	25	15	26	14

हल:

$$\text{समान्तर माध्य } \overline{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{\text{कुल प्राप्तांकों का योग}}{\text{कुल विद्यार्थियों की संख्या}}$$

$$\overline{X} = \frac{30+28+32+12+18+20+25+15+26+14}{10}$$

$$x = \frac{220}{10} = 22$$

अतः समान्तर माध्य = 22 अंक उत्तर

प्रश्न 6. एक विद्यालय के पुस्तकालय से 10 दिन में छात्रों को दी गई पुस्तकों की संख्या निम्नलिखित है–

300	405	455	489	375
280	418	502	300	476

प्रतिदिन दी गई पुस्तकों की औसत संख्या ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\overline{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{\text{पुस्तकों की कुल संख्या}}{\text{आँकड़ों की संख्या}}$$

$$= \frac{300+405+455+489+375+280+418+502+300+476}{10}$$

$$= \frac{4000}{10}$$

$$\overline{X} = 400$$

अतः प्रतिदिन दी गई पुस्तकों की औसत संख्या = 400 है। उत्तर

प्रश्न 7. एक कक्षा के वर्ग A के 25 छात्रों का औसत भार 51 किग्रा है, जबकि वर्ग B के 35 छात्रों का औसत भार 54 किग्रा. है। इस कक्षा के कुल 60 छात्रों के भार का औसत ज्ञात कीजिए।

हल: माना कि x_1, x_2, x_3 ...., x_{25} वे 25 छात्र हैं, जिनका औसत भार 51 किग्रा. है।

$$\overline{X}_1 = \frac{1}{n}(\Sigma x_i)$$

$$51 = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots x_{25}}{25}$$

or $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots x_{25} = 51 \times 25$

or $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots x_{25} = 1275$

अब माना कि y_1, y_2, y_3 .... y_{35} वे 35 छात्र हैं, जिनका औसत भार 54 किग्रा. है।

$$\bar{y} = \frac{1}{n}(\Sigma y_i)$$

अतः $$54 = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \ldots\ldots y_{35}}{35}$$

or $y_1 + y_2 + y_3 + \ldots\ldots x_{35} = 54 \times 35$

or $y_1 + y_2 + y_3 + \ldots\ldots y_{35} = 1890$ .....(2)

अतः 60 छात्रों का औसत भार = $\frac{\text{25 छात्रों का भार} + \text{35 छात्रों का भार}}{60}$

$$\overline{X} = \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots x_{25}) + (y_1 + y_2 + y_3 + \ldots\ldots + y_{35})}{60}$$

$$\overline{X} = \frac{1275 + 1890}{60} = \frac{3165}{60} = 52.75 \text{ किग्रा.}$$

अतः 60 छात्रों के भार का औसत 52.75 किग्रा. है। उत्तर

प्रश्न 8. पाँच संख्याओं का औसत 18 है। यदि एक संख्या हटा दी जाती है तो औसत 16 हो जाता है। हटाई गई संख्या ज्ञात कीजिए।

हल: माना संख्या × है।
पाँच संख्याओं का योग = 5 × 18 = 90
संख्या × हटाने पर योग = 4 × 16 = 64
संख्या × = 90 – 64 = 26
हटाई गई संख्या = 26 उत्तर।

प्रश्न 9. 13 संख्याओं का माध्य 24 है। यदि प्रत्येक संख्या में 3 जोड़ दिया जाये, तो नये माध्य में क्या परिवर्तन आयेगा?

हल: माना $x_1, x_2,$ .... X_{13}; 13 संख्यायें हैं, जिनका माध्य 24 है।

तब $$\overline{X} = \frac{1}{n}(\Sigma x_i)$$

$$24 = \frac{x_1 + x_2 + \ldots\ldots x_{13}}{13}$$

or $x_1 + x_2 + \ldots\ldots + x_{13} = 24 \times 13$

or $x_1 + x_2 + \ldots\ldots + x_{13} = 312$ .....(1)

प्रत्येक संख्या में 3 जोड़ा जाये तो नयी संख्या होगी|
$x_1 + 3, x_2 + 3.$ ...., $x_{13} + 3$
माना $\overline{X}_1$ नयी संख्याओं का माध्य है, तब

$$\overline{X}_1 = \frac{(x_1+3)+(x_2+3)+\ldots\ldots+(x_{13}+3)}{13}$$

$$= \frac{(x_1+x_2+\ldots\ldots x_{13})+3\times 13}{13}$$

$$= \frac{(x_1+x_2+\ldots\ldots x_{13})+39}{13}$$

$$= \frac{312+39}{13} \quad \text{[समी. (1) से]}$$

$$= \frac{351}{13} \therefore \overline{X}_1 = 27$$

नया माध्य = 24 + 3 = 27 होगा उत्तर

प्रश्न 10. एक विद्यालय के पाँच कर्मचारियों का औसत मासिक वेतन ₹ 3000 है। एक कर्मचारी के सेवानिवृत्त होने पर शेष कर्मचारियों का औसत मासिक वेतन र 3200 हो जाता है। सेवानिवृत्त कर्मचारी का, सेवानिवृत्ति के समय कितना वेतन था?

हल: पाँच कर्मचारियों का कुल वेतन = 3000 × 5
= ₹ 15,000
चार कर्मचारियों का कुल वेतन = 3200 × 4
= ₹ 12,800
सेवानिवृत्त कर्मचारी का वेतन = 15000 – 12800
= ₹ 2,200
अतः सेवानिवृत्त कर्मचारी का मासिक वेतन ₹ 2,200 था। उत्तर

Ex 17.2

निम्न बारम्बारता बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए (प्रश्न 1-4):

प्रश्न 1.

X:	3	5	8	11
f:	2	4	5	3

हल: समान्तर माध्य के लिये सारणी

X	f	fx
3	2	3 × 2 = 6
5	4	5 × 4 = 20
8	5	8 × 5 = 40
11	3	11 × 3 = 33
	∑f = 14	∑fx = 99

समान्तर माध्य

$$\overline{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$= \frac{99}{14} = 7.07$$ उत्तर

प्रश्न 2.

X	2	5	7	9	11
f	1	5	4	7	3

हल: समान्तर माध्य के लिये सारणी

X	f	fx
2	1	2
5	5	25
7	4	28
9	7	63
11	3	33
	∑f = 20	∑fx = 151

$\because$ f का योग $\Sigma f = 20$

$\therefore$ fx का योग $\Sigma fx = 151$

अतः समान्तर माध्य $\overline{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$

$$\overline{X} = \frac{151}{20}$$

$$\overline{X} = 7.55$$

अतः अभीष्ट समान्तर माध्य = 7.55 उत्तर

प्रश्न 3.

X	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
f	30	60	20	40	10	50

हल: समान्तर माध्य के लिये सारणी

X	f	fx
0.1	30	0.1 × 30 = 3.0
0.2	60	0.2 × 60 = 12.0
0.3	20	0.3 × 20 = 6.0
0.4	40	0.4 × 40 = 16.0
0.5	10	0.5 × 10 = 5.0
0.6	50	0.6 × 50 = 30.0
	∑f = 210	∑fx = 72.0

समान्तर माध्य

$$\overline{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$\overline{X} = \frac{72}{210}$$

$$\overline{X} = 0.34 \text{ (लगभग)}$$

अतः अभीष्ट समान्तर माध्य = 0.34 (लगभग) उत्तर

प्रश्न 4.

X	0.1	0.3	0.5	0.7	0.89
f	7	8	10	15	10

हल: समान्तर माध्य के लिये सारणी

X	f	fx
0.1	7	0.1 × 7 = 0.7
0.3	8	0.3 × 8 = 2.4
0.5	10	0.5 × 10 = 5.0
0.7	15	0.7 × 15 = 10.0
0.89	10	0.89 × 10 = 8.0
	∑f = 50	∑fx = 27.5

समान्तर माध्य

$$\overline{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$= \frac{27.5}{50} = 0.55$$

अतः अभीष्ट समान्तर माध्य = 0.55 उत्तर

प्रश्न 5. एक सौ परिवारों में बच्चों की संख्या निम्न प्रकार है–

बच्चों की संख्या	1	2	3	4	5	6
परिवारों संख्या	45	25	19	8	2	1

इनका समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: समान्तर माध्य के लिये सारणी

X	f	fx
1	45	45
2	25	50
3	19	57
4	8	32
5	2	10
6	1	06
	∑f = 100	∑fx = 200

समान्तर माध्य

$$\overline{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$= \frac{200}{100} = 2$$

अतः सौ परिवार में बच्चों का समान्तर माध्य = 2 उत्तर

प्रश्न 6.
एक कक्षा में छात्रों के भार निम्न सारणी में दिये गए हैं—

भार किग्रा में	20	21	22	23	24	25	26	27	28
छात्रों की संख्या	1	2	6	7	4	2	3	2	3

इनका समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: समान्तर माध्य के लिये सारणी

X	f	fx
20	1	20
21	2	42
22	6	132
23	7	161
24	4	96
25	2	50
26	3	78
27	2	54
28	3	84
	∑f = 30	∑fx = 717

अतः समान्तर माध्य

$\overline{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$

$\overline{X} = \frac{717}{30}$

$\overline{X} = 23.9$

अतः छात्रों का औसत भार = 23.9 किग्रा.। उत्तर

प्रश्न 7. यदि निम्न बंटन का माध्य 7.5 हो, तो P का मान ज्ञात कीजिए।

X	3	5	7	9	11	13
f	6	8	15	P	8	4

हल: समान्तर माध्य के लिये सारणी

X	f	fx
3	6	18
5	8	40
7	15	105
9	P	9P
11	8	88
13	4	52
	∑f = (41 + P)	∑fx = (303 + 9P)

हम जानते हैं कि $\overline{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$ $\quad 7.5 = \frac{303+9P}{41+P}$

अतः $7.5(41 + P) = 303 + 9P$

या $307.5 + 7.5P = 303 + 9P$

$1.5P = 4.5$

$P = 4.5/1.5 = 3$

अतः P का मान = 3 उत्तर

प्रश्न 8. यदि निम्न बारम्बारता बंटन का माध्य 1.46 हो तो अज्ञात बारम्बारताएं ज्ञात कीजिए।

X	0	1	2	3	4	5	योग
f	46	• • •	• • •	25	10	5	200

हल: समान्तर माध्य के लिये सारणी

X	f	fx
0	46	0
1	L1	L1
2	L2	2L2
3	25	75
4	10	40
5	5	25
योग	∑f = 200	∑fx = 140 + L1 + 2L2

यहाँ 86 + $L_1 + L_2$ = 200 (दिया है)
$L_1 + L_2$ = 200 – 86 = 114 ………………………(i)
प्रश्नानुसार, समान्तर माध्य = 1.46
अतः 140 + $L_1 + 2L_2$ = 1.46 x 200 = 292
या $L_1 + 2L_2$ = 292 – 140 = 152 ………………………..(ii)
समी. (i) व (ii) से।
L_2 = 152 – 114 = 38
L_1 = 114 – 38 = 76
अत: L_1 = 76 – L_2 = 38
अतः अज्ञात बारम्बारतायें 76 व 38 है। उत्तर

Ex 17.3

निम्न बारम्बारता बंटन को समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए-[1 से 4]

प्रश्न 1.

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारम्बारता	9	12	15	10	14

हल: समान्तर माध्य की गणना

वर्ग	बारम्बारता (f)	माध्यमन	fx
0 – 10	9	5	15
10 – 20	12	15	180
20 – 30	15	25	375
30 – 40	10	35	350
40 – 50	14	45	630
	∑f = 60		∑fx = 1580

समान्तर माध्य $\overline{X} = \frac{\Sigma f x}{\Sigma f} = \frac{1580}{60} = 26.33$
अतः समान्तर माध्य $\overline{x} = 26.33$ उत्तर

प्रश्न 2.

वर्ग	0 – 6	6 – 12	12 – 18	18 – 24	24 – 30
बारम्बारता	6	8	10	9	7

हल: समान्तर माध्य की गणना

वर्ग	बारम्बारता (f)	माध्यमन	fx
0 – 6	6	3	18
6 – 12	8	9	72
12 – 18	10	15	150
18 – 24	9	21	189
24 – 30	7	27	189
	∑f = 40		∑fx = 618

समान्तर माध्य $\overline{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{618}{40} = 15.45$
अतः माध्य $\overline{X} = 15.45$ उत्तर

प्रश्न 3.

प्राप्तांक	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200
छात्रों की संख्या	10	20	20	15	5

हल: समान्तर माध्य की गणना

प्राप्तांक वर्ग-अंतराल	बारम्बारता (f)	माध्यमन	f.x
100 – 120	10	110	1100
120 – 140	20	130	2600
140 – 160	20	150	3000
160 – 180	15	170	2550
180 – 200	5	190	950
	∑f = 70		∑fx = 10.200

समान्तर माध्य $\overline{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{10,200}{70}$
$\overline{X} = 145.71$ रुपये
अतः अभीष्ट समान्तर माध्य = 145.71 रुपये उत्तर

प्रश्न 4.

वर्ग	25-35	35-45	45-55	55-65	65-75
बारम्बारता	6	10	8	12	4

हल: समान्तर माध्य की गणना

प्राप्तांक वर्ग-अंतराल	बारम्बारता (f)	माध्यमन	fx
25 – 35	6	30	180
35 – 45	10	40	400
45 – 55	8	50	400
55 – 65	12	60	720
65 – 75	4	70	280
	∑f = 40		∑fx = 1980

समान्तर माध्य
$$\overline{\mathbf{X}} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$
$$= \frac{1980}{40} = 49.5$$
अतः अभीष्ट समान्तर माध्य = 49.5 उत्तर

प्रश्न 5. निम्न बारम्बारता बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए–

भर (किग्रा में)	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 – 100
छात्रों की संख्या	10	25	28	12	10	15

हल:

भर (किग्रा में)	बारम्बारता	माध्यमन x	f.x
40 – 50	10	45	450
50 – 60	25	55	1375
60 – 70	28	65	1820
70 – 80	12	75	900

80 – 90	10	85	850
90 – 100	15	95	1425
	∑f = 100		∑fx = 6820

माध्य

अतः बारम्बारता बंटन माध्य = 68.2 उत्तर

प्रश्न 6. एक फैक्ट्री में कर्मचारियों के वेतन निम्न सारणी अनुसार हैं–

प्रतिमाह वेतन (रु. में)	1000-1200	1200-1400	1400-1600
कर्मचारियों की संख्या	10	20	20
प्रतिमाह वेतन (रु. में)	1600-1800	1800-2000	
कर्मचारियों की संख्या	15	5	

वेतन का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: समान्तर माध्य की गणना

प्रतिमाह वेतन (अन्तराल रु. में)	कर्मचारियों की संख्या (f)	माध्यमन (x)	f.x
1000 – 1200	10	1100	11000
1200 – 1400	20	1300	26000
1400 – 1600	20	1500	30000
1600 – 1800	15	1700	25500
1800 – 2000	5	1900	9500
	∑f = 70		∑fx = 10,2000

समान्तर माध्य
रुपये
अतः वेतन का समान्तर माध्य = 1457.14 उत्तर

Ex 17.4

निम्न बारम्बारता बंटन का माध्य, कल्पित माध्य की सहायता से ज्ञात कीजिए–(प्रश्न 1 से 4)

प्रश्न 1.

X	800	820	860	900	920	980	1000
f	7	14	19	25	20	10	5

हल: यहाँ कल्पित माध्य a = 900 है।

X	f	d = (x – a)	f × d
800	7	– 100	– 700
820	14	– 80	– 1120
860	19	– 40	– 760
900	25	00	000
920	20	20	400
980	10	80	800
1000	5	100	500
	∑f = 100		∑fx = – 880

अतः समान्तर माध्य

समान्तर माध्य $\overline{X} = 891.2$
अतः अभीष्ट समान्तर माध्य = 891.2 उत्तर

प्रश्न 2.

भरा किग्रा में		61	62	63	64	65
मजदूरों की संख्या	5	8	14	16	10	7

हल: यहाँ कल्पित माध्य 62 है।

X	f	d = (x – 62)	fd
60	5	– 2	– 10

61	8	– 1	– 8
62	14	0	00
63	16	1	16
64	10	2	20
65	7	3	21
	∑f = 60		∑fd = 39

अतः समान्तर माध्य

= 62.65 किग्रा. उत्तर

प्रश्न 3.

खर्च (रुपयों में)	100-150	150-200	200-250	250-300
मजदूरों की संख्या	24	40	33	28
खर्च (रुपयों में)	300-350	350-400	400-450	450-500
मजदूरों की संख्या	30	22	16	7

हल: माना कल्पित माध्य a = 325 है।

खर्च रुपयों में	f	मध्यमान x	d = (x – a)	fd
100 – 150	24	125	– 200	– 4800
150 – 200	40	175	– 150	– 6000
200 – 250	33	225	– 100	– 3300
250 – 300	28	275	– 50	– 1400
300 – 350	30	325	00	000
350 – 400	22	375	50	1100
400 – 450	16	425	100	1600
450 – 500	7	475	150	1050
	Σf = 200			–11750

समान्तर माध्य

समान्तर माध्य = 266.25 उत्तर

प्रश्न 4.

पानी पर खर्च (रुपयों में)	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
मकानों की संख्या	7	5	7	8	9	11
पानी पर खर्च (रुपयों में)	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	
मकानों की संख्या	7	5	4	4	3	

हल: माना कल्पित माध्य 42.5 है।

पानी पर खर्च	f	माध्य x	d = (x − a)	fd
15 − 20	7	17.5	17.5 − 42.5 = − 25	− 175
20 − 25	5	22.5	22.5 − 42.5 = − 20	− 100
25 − 30	7	27.5	27.5 − 42.5 = − 15	− 105
30 − 35	8	32.5	32.5 − 42.5 = − 10	− 80
35 − 40	9	37.5	37.5 − 42.5 = − 5	− 45
40 − 45	11	42.5	42.5 − 42.5 = 0	00
45 − 50	7	47.5	47.5 − 42.5 = 5	35
50 − 55	5	52.5	52.5 − 42.5 = 10	50
55 − 60	4	57.5	57.5 − 42.5 = 15	60
60 − 65	4	62.5	62.5 − 42.5 = 20	80
65 − 70	3	67.5	67.5 − 42.5 = 25	75
	Σf = 70			Σfd=−205

समान्तर माध्य

समान्तर माध्य = 39.57 उत्तर

प्रश्न 5. कल्पित माध्य 25 मानकर निम्न बंटने का माध्य ज्ञात ‘कीजिए–

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
f	6	10	13	7	4

हल: यहाँ a = 25 दिया हाय है।

वर्ग	मध्यमान (x)	(f)	d = (x – a)	fd
0-10	5	6	– 20	– 120
10-20	15	10	– 10	– 100
20-30	25	13	0	0
30-40	35	7	10	70

40-50	45	4	20	80
		∑f = 40		∑fd = – 70

समान्तर माध्य

अतः अभीष्ट समान्तर माध्य = 23.25 उत्तर

प्रश्न 6. अग्रलिखित सारणी में एक शहर में एक विशेष वर्ष में एक रोग से पीड़ित रोगियों का आयु बंटन दिया गया है। प्रति रोगी औसत आयु (वर्षो में) ज्ञात कीजिए।

आयु (वर्षों में)	रोगियों की संख्या
5-14	6
15-24	11
25-34	21
35-44	23
45-54	14
55-64	5

हल: माना कल्पित माध्य (a) = 29.5

आयु (वर्षों में)	मध्यमान (x)	(f)	d = x – a	fd
5 – 14	9.5	6	– 20	– 120
15 – 24	19.5	11	– 10	– 110
25 – 34	29.5	21	0	0
35 – 44	39.5	23	10	230
45 – 54	49.5	14	20	280
55 – 64	59.5	5	30	150
		Σf = 80		Σfd = 430

समान्तर माध्य

अतः समान्तर माध्य = 34.875 वर्ष उत्तर

प्रश्न 7. निम्नलिखित बारम्बारता बंटन से माध्ये ज्ञात कीजिए|–

वर्ग अन्तराल	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
बारम्बारता	10	25	28	12	10	15

हल: माना कल्पित माध्य (a) = 65

वर्ग अन्तराल	f	माध्य x	d = (x − a)	fd
40–50	10	45	− 20	− 200
50–60	25	55	− 10	− 250
60–70	28	65	00	00
70–80	12	75	10	120
80–90	10	85	20	200
90–100	15	95	30	450
	$\Sigma f = 100$			$\Sigma fd = 320$

समान्तर माध्य

समान्तर माध्य = 65 + 3.2 = 68.2
अतः अभीष्ट समान्तर माध्य = 68.2 उत्तर

Ex 17.5

प्रश्न 1. एक छात्र ने अंग्रेजी में 46%, गणित में 67%, हिन्दी में 53%, इतिहास में 72% तथा अर्थशास्त्र में 58% अंक प्राप्त किए। अन्य विषयों की तुलना में अंग्रेजी को 3 गुना तथा गणित को 2 गुणा भार मान्य हो तो छात्र के प्राप्तांकों का भारित माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ दिया गया है
$X_1 = 46$,
$X_2 = 67$,
$X_3 = 53$,
$X_4 = 72$,
$X_5 = 58$.
माना हिन्दी का भार = x
इतिहास का भार = x
तथा अर्थशास्त्र का भार भी = x है।
तो गणित का भार = 2x होगा
तथा अंग्रेजी का भार = 3x होगा।
अतः यहाँ $W_1 = 3x$, $W_2 = 2x$, $W_3 = x$, $W_4 = X$, $W_5 = x$ है।

तब भारित समान्तर माध्य

$$\overline{X}_w = \frac{\Sigma xw}{\Sigma w}$$

$$= \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + w_4x_4 + w_5x_5}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5}$$

$$= \frac{(46)(3x) + 67(2x) + 53x + 72x + 58x}{3x + 2x + x + x + x}$$

$$= \frac{138x + 134x + 53x + 72x + 58x}{8x}$$

$$\overline{X}_w = \frac{455x}{8x}$$

$$\overline{X}_w = \frac{455}{8}$$

$\overline{X}_w = 56.875$ **अंक उत्तर**

प्रश्न 2. दो उम्मीदवार A व B व्यावसायिक कॉलेज में प्रवेश हेतु विभिन्न विषयों में निम्नानुसार अंक प्राप्त करते हैं, जिनके भार साथ में दिए गए हैं–

क्र.	विषयों	A के अंक	B के अंक	भार
1.	अंग्रेजी	80	76	1
2.	गणित	88	90	3
3.	भौतिक विज्ञान	85	86	2
4.	रसायन विज्ञान	89	90	2

भारित माध्य ज्ञात कर बताइये कि A व B में से कौन अधिक योग्य है?

हल: A को भारित माध्य ज्ञात करना

विषयों	A के अंक (X1)	भार (W1)	W1X1
अंग्रेजी	80	1	80
गणित	88	3	264
भौतिक विज्ञान	85	2	170
रसायन विज्ञान	89	2	178
	∑xi = 342	∑wi = 8	∑wixi = 692

भारित माध्य $= \frac{692}{8} = 86.5$
अतः A का भारित माध्य = 86.5 अंक उत्तर
B का भारित माध्य ज्ञात करना

विषयों	B के अंक (Xi)	भार (Wi)	WiXi
अंग्रेजी	76	I	76
गणित	90	3	270
भौतिक विज्ञान	86	2	172
रसायन विज्ञान	90	2	180
	∑xi = 342	∑wi = 8	∑wiXi = 698

भारित माध्य $= \frac{698}{8} = 87.25$ अंक
∴ A का भारित माध्य B से कम है। अतः A व B में से B अधिक योग्य है। उत्तर

प्रश्न 3. एक छात्र के गणित की तीन मासिक परीक्षाओं में प्राप्तांक क्रमशः 85, 60 तथा 75 हैं और वार्षिक परीक्षा में उसने 95 अंक प्राप्त किये हैं। मासिक परीक्षाओं के भार समान हैं जबकि वार्षिक परीक्षा का भार मासिक परीक्षा के भार से दुगुना है। गणित में प्राप्तांकों का भारित माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ $x_1 = 85, x_2 = 60, x_3 = 75, x_4 = 95$
तथा $w_1 = 1, w_2 = 1, W_3 = 1, W_4 = 2$

$$\therefore \quad \overline{X}_w = \frac{x_1w_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + w_4x_4}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4}$$

$$\overline{X}_w = \frac{1\times85+1\times60+1\times75+2\times95}{1+1+1+2}$$

$$\overline{X}_w = \frac{410}{5} = 82 \text{ अंक } \textbf{उत्तर}$$

प्रश्न 4. एक कक्षा में 45 छात्र हैं जिनमें 15 लड़कियाँ हैं। लड़कियों का औसत भार 45 किग्रा. तथा लड़कों का औसत भार 52 किग्रा. है। कक्षा के विद्यार्थी का औसत भार ज्ञात कीजिए।

हल: माना 15 लड़कियों का औसत भार = 45 किग्रा.

अतः $\overline{X} = \frac{\Sigma x}{n}$ में रखने पर

$$45 = \frac{\Sigma x}{15}$$

$$\Sigma x = 45 \times 15 = 675$$

लड़कियों का कुल भार ∑x = 675 किग्रा.
30 लड़कों का औसत भार = 52 किग्रा.

अत: $\overline{Y} = \frac{\Sigma y}{n}$ में रखने पर

$$52 = \frac{\Sigma y}{30}$$

$$\Sigma y = 52 \times 30 = 1560$$

लड़कों का कुल भार ∑y = 1560 किग्रा.
45 छात्रों का कुल भार = ∑x + ∑y = 675 + 1560 = 2235
1 छात्रा का औसत भार = 2235/45 = 49.67 किग्रा. उत्तर

Ex 17.6

प्रश्न 1. निम्न चर मानों का माध्यक ज्ञात कीजिए 25, 34, 33, 13, 20, 26, 36, 28, 19, 34

हल; विचर के दिये गये मानों को आरोही क्रम में लिखने पर 13, 19, 20, 25, 26, 28, 33, 34, 34, 36
यहाँ पदों की संख्या 10 है जो सम है अतः माध्यक 5वें व छठे पद का औसत होगा
$= \frac{26+28}{2} = 27$
अतः माध्यक = 27 होगा उत्तर

प्रश्न 2. निम्न आंकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए– 19, 25, 59, 48, 35, 31, 30, 32, 51. यदि 25 को 52 से बदल दिया जाए तो नये माध्यक का मान ज्ञात कीजिए।

हल: विचर के दिये गये मानों को आरोही क्रम में लिखने पर 19, 25, 30, 31, 32, 35, 48, 51, 59
पदों की संख्या = 9 विषम है अत:
$M = \frac{n+1}{2} = \frac{9+1}{2} = 5$ वाँ पद
अतः 5वाँ पद = 32 माध्यक है। उत्तर
अब 25 को 52 से बदलने पर मान इस प्रकार आरोही क्रम में लिखे जायेंगे19, 30, 31, 32, 35, 48, 51, 52, 59
पदों की संख्या = 9 जो कि विषम संख्या है अत: माध्यक $= \left(\frac{9+1}{2}\right)$ वाँ पद = 5वाँ पद
यहाँ 5वाँ पद = 35
अतः नया माध्यक = 35 उत्तर

प्रश्न 3. एक कक्षा के विद्यार्थियों के प्राप्तांक निम्न सारणी अनुसार दिए गए हैं, इनका माध्यक ज्ञात कीजिए।

प्राप्तांक	15	20	25	30	35	40	45	50
विद्यार्थियों की संख्या	2	8	16	26	20	16	7	4

हल:

X	f	cf
15	2	2
20	8	10
25	16	26
30	26	52
35	20	72
40	16	88
45	7	95
50	4	99

$\Sigma f = N = 99$

$$\frac{N}{2} = \frac{99}{2} = 49.5$$

वह पद जिसकी संचयी बारम्बारता 49.5 से ठीक अधिक अर्थात् संचयी बारम्बारता 52 के संगत पद मान 30 हैं। अतः 30 माध्यक है। उत्तर

प्रश्न 4. एक सौ परिवारों (एकल/संयुक्त) में बच्चों की संख्या निम्न प्रकार है, इनका माध्यक ज्ञात कीजिए–

बच्चों की संख्या	0	1	2	3	4	5	6
परिवारों की संख्या	10	35	27	17	6	3	2

हल:

X	f	cf (संचयी बारम्बारता)
0	10	10
1	35	45
2	27	72
3	17	89
4	6	95
5	3	98
6	2	100
	∑f = 100	

यहाँ N = ∑f = 100
तब $\frac{N}{2} = \frac{100}{2} = 50$
50 से ठीक बड़ी संचयी बारम्बारता (c.f) 72 है।
जिसके संगत चर का मान 2 है।
अतः माध्यक M = 2 उत्तर

प्रश्न 5. निम्न बारम्बारता बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए–

X	20	25	30	35	40	45	50	55
f	14	28	33	30	20	15	13	7

हल:

X	f	cf
20	14	14
25	28	42
30	33	75
35	30	105
40	20	125
45	15	140
50	13	153
55	7	160
	$\sum f = 160$	

80 से ठीक बड़ी संचयी बारम्बारता 105 है, जिसके संगत चर का मान 35 है। अतः माध्यक M = 35 उत्तर

Ex 17.7

प्रश्न 1. 100 छात्रों के प्राप्तांक निम्न सारणी में दिये गए हैं। इनसे माध्यक ज्ञात कीजिए।

प्राप्तांक	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
छात्रों की संख्या	6	20	44	26	3	1

हल: संचयी बारम्बारता सारणी बनाने पर

वर्ग	fi	संचयी बारम्बारता (c.f.)
20-30	6	6
30-40	20	26
40-50	44	70
50-60	.26	96
60-70	3	99
70-80	1	100

यहाँ N/2 = 100/2 = 50 ⇒ माध्यक वर्ग अन्तराल "40-50" है तथा यहाँ संगता = 40, C = 26, h = 10

व f = 44

$$\therefore \quad \text{माध्यक (M)} = l + \frac{\frac{N}{2} - C}{f} \times h$$

$$= 40 + \frac{50 - 26}{44} \times 10$$

$$= 40 + \frac{24}{44} \times 10$$

अतः माध्यक (M) = 40 + 5.45 = 45.45 उत्तर

प्रश्न 2. एक कक्षा के छात्रों के प्राप्तांक निम्न बारम्बारता बंटन में दिए हुए हैं। इनसे माध्यक ज्ञात कीजिए–

प्राप्तांक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारम्बारता	4	28	42	20	6

हल: संचयी बारम्बारता सारणी बनाने पर

प्राप्तांक	f	c.f.
0-10	4	4
10-20	28	32
20-30	42	74
30-40	20	94
40-50	6	100
	N = ∑f = 100	

$m = \frac{N}{2} = \frac{100}{2} = 50$ और 50 से बड़ी संचयी बारम्बारता 74 है जिसकी संगत वर्ग 20-30 है। अतः माध्यक वर्ग अन्तराल (20-30) है।
अतः यह माध्य 20-30 वर्ग में आता है।
अतः l = 20, C = 32, h = 10, f = 42

$$\text{अतः} \quad M = l + \frac{\frac{N}{2} - C}{f} \times h$$

$$= 20 + \frac{50 - 32}{42} \times 10$$

$$= 20 + \frac{18}{42} \times 10 = 24.29 \text{ अंक}$$

अंक अतः माध्यक 24.29 अंक होगा। उत्तर

निम्न बारम्बारता बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए-(प्रश्न 3 व 4)

प्रश्न 3.

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40
fi	2	6	10	17
वर्ग	40-50	50-60	60-70	70-80
fi	30	15	10	10

हल:

वर्ग (x)	बारम्बारता (f)	संचयी बारम्बारता cf
0-10	2	2
10-20	6	8
20-30	10	18
30-40	17	35
40-50	30	65
50-60	15	80
60-70	10	90
70-80	10	100
	N = ∑f = 100	

यहाँ $\frac{N}{2}=\frac{\Sigma f}{2}=\frac{100}{2}=50$ और 50 से बड़ी संचयी बारम्बारता 65 है। जिसका संगत वर्ग = 40-50 है।
अतः l = 40, C = 35, h = 10, f = 30

$$\text{माध्यक (M)} = l + \frac{\frac{N}{2}-C}{f} \times h$$

$$M = 40+\frac{50-35}{30}\times 10$$

$$M = 40+\frac{15\times 10}{30}=45 = 45 \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 4.

वर्ग	0-8	8-16	16-24	24-32	32-40	40-48
fi	42	30	50	22	8	5

हल:

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता (f)	संचयी बारम्बारता (cf)
0-8	42	42
8-16	30	72
16-24	50	122
24-32	22	144
32-40	8	152
40-48	5	157
	N = ∑f = 157	

यहाँ $\frac{N}{2} = \frac{\Sigma f}{2} = \frac{157}{2} = 78.5$

78.5 से बड़ी संचयी बारम्बारता (cf) 122 है। जिसका संगत वर्ग-अन्तराल 16–24 है।।

अतः l = 16, C = 72, i = 8, f = 50 है।

$$\text{माध्यक (M)} = l + \frac{\frac{N}{2} - C}{f} \times i$$

$$M = 16 + \frac{78.5 - 72}{50} \times 8 = 17.04$$

अतः माध्यक = 17.04 उत्तर

Ex 17.8

प्रश्न 1. निम्न बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए

(i) 2, 5, 7, 5, 3, 1, 5, 8, 7, 5.

(ii) 2, 4, 6, 2, 6, 6, 7, 8

(iii) 2.5, 2.5, 2,1, 2.5, 2.7, 2.8, 2.5

हल:

(i)

चर का मान	1	2	3	5	7	8
बारम्बारता	1	1	1	4	2	1

सारणी से स्पष्ट है कि सबसे अधिक बारम्बारता 4 चर के मान 5 की है। अतः बहुलक 5 है। उत्तर

(ii)

चर का मान	2	4	6	7	8
बारम्बारता	2	1	3	1	1

यहाँ बहुलक 6 है। उत्तर

(iii)

विचर	2.1	2.5	2.7	2.8
f	1	4	1	1

यहाँ बहुलक 2.5 है। उत्तर

प्रश्न 2. निम्न बारम्बारता बंटनों का बहुलक ज्ञात कीजिए

(i)

X	3	4	5	6	7	8
f	2	4	6	3	2	1

(ii)

X	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
f	20	50	80	60	1.5	8

हल:

- सबसे अधिक बारम्बारता 6 विचर 5 की है अत: बहुलक 5 होगा। उत्तर
- सबसे अधिक बारम्बारता 80 विचर 1.3 की है अत: बहुलक 1.3 : होगा। उत्तर

प्रश्न 3. एक गाँव के 30 परिवारों में उनके सदस्यों की संख्या निम्न सारणी के अनुसार है। इनका बहुलक ज्ञात कीजिए।

सदस्यों संख्या	2	3	4	5	6	7	8
परिवारों की संख्या	1	2	4	6	10	3	5

हल: सबसे अधिक बारम्बारता 10 विचर 6 की है अतः बहुलक 6 होगा। उत्तर

प्रश्न 4. एक कक्षा के 20 छात्रों की आयु वर्षों में निम्न प्रकार है–

15	16	13	14	14	13	15	14	13	13
14	12	15	14	16	13	14	14	13	15

इन्हें बारम्बारता बंटन में व्यक्त कर बहुलक ज्ञात कीजिए।

हल: दिए हुए बंटन को बारम्बारता सारणी द्वारा व्यक्त किया जा सकता है–

विचर का मान	गणना चिह्न	बारम्बारता
12	|	1
13	~~||||~~ |	6
14	~~||||~~ ||	7
15	||||	4
16	||	2

सारणी से स्पष्ट है कि सर्वाधिक बारम्बारता 7, विचर के मान 14 की है। अतः बहुलक 14 है। उत्तर

प्रश्न 5. कुछ विद्यार्थियों के प्राप्तांक नीचे दिए हुए हैं, प्राप्तांकों का बहुलक ज्ञात कीजिए

प्राप्तांक	10	20	30	40	50	60	70	80
विद्यार्थियों की संख्या	2	8	16	26	20	16	7	4

हल: सबसे अधिक बारम्बारता 26 विचर 40 की है अतः बहुलक 40 होगी। उत्तर

निम्न बारम्बारता बंटन से बहुलक ज्ञात कीजिए-(प्रश्न 6-9)

प्रश्न 6.

वर्ग	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
बारम्बारता	3	7	16	12	9	5	3

हल: वर्ग अन्तराल (20-25) की बारम्बारता 16 सर्वाधिक है। अतः बहुलक वर्ग (20-25) है।
अतः $l = 20, f_1 = 16, f_0 = 7, f_2 = 12, h = 5$

सूत्र— $$= l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

$$= 20 + \frac{16-7}{2 \times 16 - 7 - 12} \times 5$$

बहुलक $= 20 + \frac{9}{13} \times 5 = 23.46$ (लगभग) उत्तर

प्रश्न 7.

प्राप्तांक	**छात्रों की संख्या**
0-10	5
10-20	12

20-30	14
30-40	10
40-50	8
50-60	6

हल: यहाँ सर्वाधिक बारम्बारता 14 समूह (20-30) की है।
अतः $l = 20, f_1 = 14, f_0 = 12, f_2 = 10, h = 10$

सूत्र–बहुलक $= l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$

$= 20 + \frac{14-12}{2(14)-12-10} \times 10$

$= 20 + \frac{2}{6} \times 10$

$= 20 + 3.33 = 23.33$ अंक (लगभग) उत्तर

प्रश्न 8.

प्राप्तांक	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
छात्रों की संख्या	4	28	42	20	6

हल: यहाँ सबसे अधिक बारम्बारता 42 समूह (40-50) की है।
अतः $l = 40, f_1 = 42, f_2 = 20, h = 10, f_0 = 28$

सूत्र–बहुलक $= l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$

बहुलक $= 40 + \frac{42-28}{2(42)-28-20} \times 10$

$= 40 + \frac{14}{36} \times 10$

$= 40 + \frac{140}{36} = 40 + 3.89$

बहुलक $= 43.89$ (लगभग)

अतः अभीष्ट बहुलक = 43.89 (लगभग) उत्तर

प्रश्न 9.

ऊँचाई (सेमी. में)	52-55	55-58	58-61	61-64
छात्रों की संख्या	10	20	25	10

हल: बारम्बारता 25 सर्वाधिक है।

∴ बहुलक वर्ग (58–61) है।
अतः $L_1 = 58$, $f_1 = 25$, $f_0 = 20$, $f_2 = 10$ व $h = 3$ है।

सूत्र—बहुलक $= L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$

बहुलक $= 58 + \frac{25-20}{50-20-10} \times 3$

$= 58 + \frac{15}{20}$

$= 58 + 0.75 = 58.75$

अतः अभीष्ट बहुलक = 58.75 सेमि।. उत्तर

Additional Questions

विविध प्रश्नमाला 17

निम्न प्रश्नों के उत्तरों के चार संभावित विकल्प दिए हुए हैं। सही उत्तर वाले विकल्प का चुनाव कीजिए।

प्रश्न 1. किसी श्रेणी का बहुलक मूल्य होता है
(क) मध्यवर्ती मूल्य
(ख) सर्वाधिक बारम्बारता वाला मूल्य
(ग) न्यूनतम बारम्बारता मूल्य
(घ) सीमान्त मूल्य

उत्तर: (ख) सर्वाधिक बारम्बारता वाला मूल्य

प्रश्न 2. निम्न श्रेणी का माध्यक मूल्य है 520, 20, 340, 190, 35, 800, 1210, 50, 80
(क) 1210
(ख) 520:
(ग) 190
(घ) 35

उत्तर: (ग) 190

प्रश्न 3. चार छात्रों के सांख्यिकी में प्राप्तांक 53, 75, 42, 70 हैं, उनके प्राप्तांकों का समान्तर माध्य है
(क) 42
(ख) 64

(ग) 60
(घ) 56

उत्तर: (ग) 60

प्रश्न 4. एक छात्र को गणित, भौतिक विज्ञान तथा रसायन विज्ञान में क्रमशः 85, 87 तथा 83 अंक मिले। उसके इन विषयों में प्राप्तांकों का माध्य है
(क) 86
(ख) 84
(ग) 85
(घ) 85.5

उत्तर: (ग) 85

प्रश्न 5. यदि 5, 7, 9, x का समान्तर माध्य 9 हो, तो x का मान है
(क) 11
(ख) 15
(ग) 18
(घ) 16

उत्तर: (ख) 15

प्रश्न 6. बंटन 2, 3, 4, 7, 5, 1 का माध्यक है
(क) 4
(ख) 7
(ग) 11
(घ) 3.5

उत्तर: (घ) 3.5

प्रश्न 7. बंटन 1, 3, 2, 5, 9 का माध्यक है
(क) 3
(ख) 4
(ग) 2
(घ) 20

उत्तर: (क) 3

प्रश्न 8. बंटन 3, 5, 7, 4, 2, 1, 4, 3, 4 का बहुलक है
(क) 7
(ख) 4
(ग) 3
(घ) 1

उत्तर: (ख) 4

प्रश्न 9. किसी स्कूल के छात्रों की संख्या उनकी आयु के अनुसार निम्न प्रकार है इनका बहुलक होगा

आयु वषों में	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
छात्रों की संख्या	15	25	40	36	41	37	20	13	5	3

(क) 41
(ख) 12
(ग) 3
(घ) 17

उत्तर: (ख) 12

निम्न बंटनों को समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए-(प्रश्न 10 से 14)

प्रश्न 10.

X	5	6	7	8	9
f	4	8	14	11	3

हल: समान्तर माध्य के लिये सारणी।

X	f	fx
5	4	20
6	8	48
7	14	98
8	11	88
9	3	27
	∑f = 40	∑fx = 281

समान्तर माध्य $= \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{281}{40} = 7.025$ उत्तर

प्रश्न 11.

प्राप्तांक	10	15	17	20	22	30	35
छात्रों की संख्या	5	10	2	8	3	6	6

हल: समान्तर माध्य के लिये सारणी

X	***f***	***fx***
10	5	50
15	10	150
17	2	34
20	8	160
22	3	66
30	6	180
35	6	210
	∑f = 40	∑fx = 850

समान्तर माध्य :उत्तर

प्रश्न 12.

X	19	21	23	25	27	29	31
f	13	15	16	18	16	15	13

हल: समान्तर माध्य के लिये सारणी

X	f	fx
19	13	247
21	15	315
23	16	368
2.5	18	450

27	16	432
29	15	435
31	13	403
	∑f = 106	∑fx = 2650

समान्तर माध्य
$= \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{2650}{106} = 25$

प्रश्न 13.

X	1	2	3	4	5	6
f	45	25	19	8	2	1

हल:

X	**f**	**fx**
1	45	45
2	25	50
3	19	57
4	8	32
5	2	10
6	1	06
	∑f = 100	∑fx = 200

समान्तर माध्य $= \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{200}{100} = 2$ उत्तर

प्रश्न 14. निम्न बारम्बारता बंटन से समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए

भार (किग्रा. में)	40-44	44-48	48-52	52-56	56-60	60-64
व्यक्तियों की संख्या	5	6	5	9	3	2

हल: समान्तर माध्य की गणना के लिये सारणी माना A = 50, h = 4

भार (किग्रा. में)	**(f)**	**मध्यमान (x)**	**(f.x)**
40-44	5	42	210
44-48	6	46	276

48-52	5	50	250
52-56	9	54	486
56-60	3	58	174
60-64	2	62	124
	∑f = 30		∑fx = 1520

समान्तर माध्य
 किग्रा. (लगभग)
अतः अभीष्ट समान्तर माध्य = 50.67 उत्तर

निम्न बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए–(प्रश्न 15-16)

प्रश्न 15.

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
f	30	60	20	40	10	50	35

हल: बंटन को सारणी के रूप में लिखने पर

X	***f***	***cf***
0.1	30	30
0.2	60	90
0.3	20	110
0.4	40	150
0.5	10	160
0.6	50	210
0.7	35	245
	∑f = 245	

अब

$$\frac{N}{2} = \frac{\Sigma f}{2}$$

$$= \frac{245}{2} = 122.5$$

यह माध्यक 150 संचयी आवृत्ति में होगा जिसका विचर 0.4 है।
अतः माध्यक M = 0.4 उत्तर

प्रश्न 16.

जूतों की नाप	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0
बारम्बारता	1	2	4	5	15	30	60	95	82	75

हल: बंटन को सारणी के रूप में लिखने पर

X	f	संचयी बारम्बारता (cf)
4.5	1	1
5.0	2	3
5.5	4	7
6.0	5	12
6.5	15	27
7.0	30	57
7.5	60	117
8.0	95	212
8.5	82	294
9.0	75	369
	∑f = 369	

$= \frac{N}{2}$
$= \frac{369}{2}$
माध्यक $= 184.5$
184.5 184.5 संचयी बारम्बारता 212 के अन्तर्गत आती है जो कि विचर 8.0 में है।
अतः माध्यक = 8.0 उत्तर

प्रश्न 17. क्रिकेट की एक टीम के खिलाड़ियों द्वारा बनाए गये रनों की संख्या निम्न प्रकार है–
57, 17, 26, 91, 115, 26, 83, 41, 57, 0, 26.
इसका समान्तर माध्य, माध्यक और बहुलक ज्ञात कीजिए।

हल: (i) समान्तर माध्य-समान्तर माध्य $\overline{X} = \frac{\Sigma x}{n}$
$= \frac{57+17+26+91+115+26+83+41+57+0+26}{11}$
$= \frac{539}{11} = 49$ रन उत्तर
(ii) माध्यक के लिये-विचर की संख्याओं को आरोही क्रम में रखने पर 0, 17, 26, 26, 26, 41, 57, 57, 83, 91, 115
यहाँ n = 11
अतः माध्यक $M = \frac{n+1}{2}$ वीं संख्या $= \frac{11+1}{2}$ वीं संख्या = 6वीं संख्या
अतः माध्यक M = 41 रन उत्तर
(iii) बहुलक के लिये

<table>
<tr><td>विचार</td><td>0</td><td>17</td><td>26</td><td>41</td><td>57</td><td>83</td><td>91</td><td>115</td></tr>
<tr><td>गणन चिह</td><td>|</td><td>|</td><td>|||</td><td>|</td><td>||</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td></tr>
<tr><td>बारम्बारता</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table>

यहाँ पर बारम्बारता 3 अधिकतम है। इसके संगत विचर को मान 26 है।
अतः बहुलक = 26 रन उत्तर

निम्न बारम्बारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए (प्रश्न 18-19)

प्रश्न 18.

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारम्बारता	4	7	13	9	3

हल: यहाँ बारम्बारता 13, वर्ग अन्तराल (20-30) की सबसे अधिक है।
अतः यह बहुलक वर्ग होगा।

$$\text{बहुलक} = l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

$$= 20 + \frac{13-7}{2 \times 13 - 7 - 9} \times 10$$

$$= 20 + \frac{6}{10} \times 10 = 26 \quad \text{उत्तर}$$

यहाँ $f_1 = 13$, $f_0 = 7$, $f_2 = 9$, $l = 20$, $h = 10$ है

प्रश्न 19.

वर्ग	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
बारम्बारता	3	15	24	8	5

हल: बारम्बारेता 24 सबसे अधिक है अतः बहुलक वर्ग 40-60 होगा।
अतः $l = 40$, $f_i = 24$, $f_0 = 15$, $f_2 = 8$, $h = 20$

सूत्र—बहुलक $= l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$

$$\text{बहुलक} = 40 + \frac{24-15}{2(24)-15-8} \times 20$$

$$= 40 + \frac{9}{25} \times 20$$

$$= 40 + 7.2 = 47.2$$

अतः अभीष्ट बहुलक = 47.2 उत्तर
अतः अभीष्ट बहुलक = 47.2 उत्तर

प्रश्न 20. समान्तर माध्य की परिभाषा देते हुए इसके किन्हीं दो दोषों को बताइए।

हल: समान्तर माध्य-आँकड़ों में दिए गए चर के योगफल को मानों की संख्या से भाग देकर प्राप्त राशि समान्तर माध्य है। यह औसत भी कहलाती है। अर्थात्

$$\text{समान्तर माध्य} = \frac{\text{आँकड़ों का योग}}{\text{आँकड़ों की संख्या}}$$

दोष–

- कभी-कभी इसके मान के गणन में ऐसी राशि आ सकती है जो प्रकृति के अनुसार संभव नहीं हो, जैसे परिवार के सदस्यों की संख्या 8.8 या 15.6 होना।
- किसी भी एक मूल्य के नहीं होने पर गणना संभव नहीं है।

प्रश्न 21. माध्यक की प्रमुख उपयोगिता बताइए।

हल: माध्यक की उपयोगिता–

- यह गुणात्मक विशेषताओं के अध्ययन में श्रेष्ठ है।
- माध्यक ज्ञात करना सरल व सुविधाजनक है। कभी-कभी यह निरीक्षण मात्र से ज्ञात किया जा सकता है।
- इसकी गणना में संपूर्ण आंकड़ों की आवश्यकता नहीं होती है।
- माध्यक सदैव निश्चित एवं स्पष्ट होता है।
- इस पर चरम मानों का प्रभाव नहीं पड़ता, जबकि माध्य में अधिक प्रभाव पड़ता है।

प्रश्न 22. वर्गीकृत बारम्बारता बंटन से माध्यक ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

हल: माध्यक $(M) = l + \left(\frac{\frac{N}{2} - C}{f}\right) \times h$

- / = माध्यक वर्ग निम्न सीमा
- N = कुल बारम्बारता (Ef)
- C = माध्यक वर्ग से पूर्व की संचयी बारम्बारता
- h = माध्यक वर्ग का अन्तराल
- f = माध्यक वर्ग की बारम्बारता

अन्य महत्त्वपूर्ण प्रश्न

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

प्रश्न 1. बंटने 1, 2, 3, 4, 7, 5, 1 का माध्यक है
(क) 4
(ख) 7
(ग) 5
(घ) 3

उत्तर: (घ) 3

प्रश्न 2. यदि अग्र बंटन का समान्तर माध्य 5 है, तो P का मान है

X	2	4	6	P
f	3	2	1	4

(क) 8
(ख) 7.5
(ग) 7
(घ) 6.5

उत्तर: (ख) 7.5

प्रश्न 3. किसी बारम्बारता बंटन का समान्तर माध्य 18.2 है। यदि ∑f = 540 हो तो ∑fx का मान होगा|
(क) $\frac{540}{18.2}$
(ख) 18.2 × 540
(ग) 540x
(घ) $\frac{18.2}{540}$

उत्तर: (ख) 18.2 × 540

प्रश्न 4. यदि 4, 5, 4, n, 5, 5, 4 की समान्तर माध्ये 5 हो तो n का मान होगा
(क) 4
(ख) 5
(ग) 8
(घ) 9

उत्तर: (ग) 8

प्रश्न 5. बंटन 1, 9, 4, 5, 11 का माध्यक है
(क) 4
(ख) 5
(ग) 9
(घ) 11

उत्तर: (ख) 5

प्रश्न 6. पाँच संख्याओं को माध्य 21 हैं। यदि छठवीं संख्या 33 भी उसमें सम्मिलित कर ली जाये तो समस्त संख्याओं को नया माध्य होगा- .
(क) 9
(ख) 18
(ग) 23
(घ) 32

उत्तर: (ग) 23

प्रश्न 7. पाँच संख्याओं का माध्य 18 है। यदि एक संख्या हटा दी जाती है, तो माध्य 16 हो जाता है। हटाई गई संख्या है
(क) 10
(ख) 18
(ग) 26
(घ) 16

उत्तर: (ग) 26

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. एक विद्यालय में कार्यरत प्रधानाध्यापक समेत 5 कर्मचारियों का वेतन क्रमशः ₹ 8000, ₹ 5000, ₹ 4000, ₹ 2500, ₹ 1500 मासिक है। विद्यालय में कार्यरत कर्मचारियों का औसत मासिक वेतन ज्ञात कीजिये।

हल:

$$\text{औसत मासिक वेतन} = \frac{8000+5000+4000+2500+1500}{5}$$

$$= \frac{21000}{5} = 4200$$

अतः कर्मचारियों का औसत मासिक वेतन = ₹ 4200

प्रश्न 2. प्रथम दस विषम संख्याओं का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिये।

हलं: प्रथम दस विषम संख्याएँ क्रमशः 1, 3, 5, 7, 11, 13, 15, 17, 19
अतः समान्तर माध्य

$$(x) = \frac{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19}{10}$$

$$= \frac{100}{10} = 10$$

प्रश्न 3. प्रथम दस सम प्राकृत संख्याओं का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: प्रथम दस सम संख्याएँ = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 2) हैं।
अत: यात प्राध्य

$$(\overline{x}) = \frac{2+4+6+8+10+12+14+16+18+20}{10}$$

$$= \frac{110}{10} = 11 \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 4. बंटन 3, 5, 7, 4, 2, 1, 4, 3, 4 का बहुलक लिखिए।

हल: उपर्युक्त बंटन में 4 सर्वाधिक 3 बार आया है अतः बहुलक = 4 उत्तर

प्रश्न 5. निम्न बंटन का माध्यक लिखिए

X	5	6	7	8
cf	2	5	8	10

हल: $\frac{N}{2} = \frac{10}{2} = 5$
यहाँ 5 संचयी बारम्बारता 5 में आता है जिसका मूल्य 6 है। अतः माध्यक = 6 उत्तर

प्रश्न 6. निम्न बंटन में P का मान लिखिए

X	10	15	20	25	30
f	2	5	P	3	2
cf	2	7	10	13	15

हल: 10 – 7 = 3 अतः P = 3 उत्तर

प्रश्न 7. निम्न तालिका से a का मान लिखिये

X	20	25	30	35	40	45	50
बारम्बारता f	2	8	10	13	5	3	1
संचयी बारम्बारता cf	2	10	20	33	a	41	42

हल: a = 33 + 5 = 38. उत्तर

प्रश्न 8. निम्न तालिका से x का मान लिखिये

X	10	20	30	40	50	60
f	2	8	16	26	20	16
cf	2	10	X	52	72	88

उत्तर: x = 26

प्रश्न 9. यदि 5, 7, 9, x का समान्तर माध्य 9 हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर:

$$\frac{5+7+9+x}{4} = 9$$

$$21 + x = 36$$

$$x = 36 - 21 = 15$$ **उत्तर**

प्रश्न 10. एक गाँव के 32 परिवारों में उसके सदस्यों की संख्या निम्न सारणी के अनुसार है–

सदस्य संख्या	2	3	4	5	6	7	8
परिवार	1	2	4	7	10	3	5

बंटन का बहुलक लिखिये

उत्तर: बहुलक = 6

प्रश्न 11. बहुलक के किसी प्रश्न को हल करने की एक स्थिति निम्न है
$Z = 18 + \frac{15-8}{30-8-7} \times 5$
बहुलक वर्ग की बारम्बारता लिखिए।

उत्तर: 15

प्रश्न 12. प्रथम पाँच सम संख्याओं का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: प्रथम पाँच सम संख्यायें निम्न होंगी 2, 4, 6, 8, 10
इन संख्याओं का समान्तर माध्य $= \frac{2+4+6+8+10}{5} = \frac{30}{5} = 6$ उत्तर

प्रश्न 13. बंटन 1, 6, 3, 5, 7, 9, 11, 4, 9 का माध्यक तथा बहुलक ज्ञात कीजिए।

हल: आरोही क्रम में लिखने पर 1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 9, 11 पदों की संख्या = 9 है जो कि विषम संख्या है।
अतः माध्यक $= \left(\frac{9+1}{2}\right)$ वाँ पद = 5वाँ पद
अतः = 6 उत्तर
दिये गये बंटन में 9 की बारम्बारता 2 है जो कि सबसे अधिक है।
अतः दिये गये बंटन का बहुलक = 9 उत्तर

प्रश्न 14. निम्न संचयी बारम्बारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए–

X	1	3	5	7
cf	2	5	9	12

हल: संचयी बारम्बारता से बारम्बारता सारणी तैयार करने पर

X	1	3	5	7
f	2	3	4	3

अंक 5 की बारम्बारता 4 है जो कि सबसे अधिक है।
∴ बहुलक = 5 उत्तर

प्रश्न 15. बंटन 2, 3, 4, 7, 5, 1 का माध्यक ज्ञात कीजिए।

हल: दिये गये बंटनों को आरोही क्रम में रखने पर 1, 2, 3, 4, 5, 7 पदों की संख्या = 6 है जो कि सम संख्या है।

$$\text{अतः माध्यक} = \frac{\left(\frac{6}{2}\right)\text{वाँ पद} + \left(\frac{6}{2}+1\right)\text{वाँ पद}}{2}$$

$$= \frac{3\text{वाँ पद} + 4\text{वाँ पद}}{2}$$

$$= \frac{3+4}{2}$$

$$= \frac{7}{2} = 3.5 \text{ उत्तर}$$

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. यदि x, x + 2, x +4, x + 6, x + 8 का समान्तर माध्य 11 हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\frac{x+x+2+x+4+x+6+x+8}{5} = 11$$

$$\text{अतः} \quad 5x + 20 = 55$$

$$5x = 55 - 20$$

$$x = \frac{35}{5} = 7 \quad \text{अतः} \quad x = 7 \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 2. आठ क्रमागत विषम संख्याओं का औसत 16 है, तो संख्याएँ ज्ञात कीजिये।

हल: माना कि प्रथम विषम संख्या x है,
अतः क्रमागत आठ विषम संख्याएँ होंगी–
x, x + 2, x + 4, x + 6, x + 8, x + 10, x + 12, x + 14 आठों संख्याओं का औसत

$$= \frac{(x)+(x+2)+(x+4)+(x+6)+(x+8)+(x+10)+(x+12)+(x+14)}{8}$$

$$= \frac{8x+2+4+6+8+10+12+14}{8} = \frac{8x+56}{8}$$

अतः $\frac{8x+56}{8}$
= 16 या 8x + 56 = 128 या x = 9
अत: अभीष्ट क्रमागत विषम संख्याएँ 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23

प्रश्न 3. बंटन 52, 20, 34, 19, 35, 80, 12, 50, 80 का समान्तर माध्य एवं माध्यक ज्ञात कीजिए।

हल: समान्तर माध्य

$$समान्तर\ माध्य = \frac{52+20+34+19+35+80+12+50+80}{9}$$

$$= \frac{382}{9} = 42.44 \text{ (लगभग) } \textbf{उत्तर}$$

माध्यक = 12, 19, 20, 34, 35, 50, 52, 80, 80

माध्यक $= \frac{n+1}{2} = 5$ अतः माध्यक 35 उत्तर

प्रश्न 4. आरोही क्रम में व्यवस्थित चर मान (x) निम्नानुसार है–

8 11 12 16 16 + x 20 25 30

यदि माध्यक 18 हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ कुल चर मान 8 हैं अत: मध्य में दो पद क्रमशः 16 व 16 +x है।

$$\textbf{अत: माध्यक} = \frac{(16)+(16+x)}{2} = 18 \text{ (दिया हुआ)}$$

या 32 + x = 36 या X = 4

अतः x का मान = 4

निबन्धात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. निम्न बारम्बारता बंटन के लिए समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए–

X	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
f	20	43	75	67	72	45	39	9	8	6

हल: सर्वप्रथम अधिकतम बारम्बारता 72 के संगत चरे मान 25 को कल्पित माध्य A मानकर गणना करेंगे।

A = 25 तथा h = 5

चर मान x_i	बारम्बारता f_i	$u_i = \frac{x_i - 25}{5}$	$f_i u_i$
5	20	– 4	– 80
10	43	– 3	– 129
15	75	– 2	– 150
20	67	– 1	– 67
25	72	0	0
30	45	1	45
35	39	2	78
40	9	3	27
45	8	4	32
50	6	5	30
योग	$N = \Sigma f_i = 384$		$\Sigma f_i u_i = -214$

विचलन विधि से समान्तर मध्य

अत: समान्तर माध्य $\overline{X} = A + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) \times h$

$= 25 + \left(\frac{-214}{384}\right) \times 5$

$= 25 - 2.786 = 22.214$

प्रश्न 2. निम्न बारम्बारता बंटन का पद विचलन विधि से समान्तर मध्य ज्ञात कीजिए–

वर्ग अंतराल	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
बारम्बारत	10	25	28	12	10	15

हल: माध्य की गणना
यहाँ A = 65 तथा h = 10

वर्ग अन्तराल	x_i	f_i	$u_i = \frac{x_i - 65}{10}$	$f_i u_i$
40–50	45	10	– 2	– 20
50–60	55	25	– 1	– 25
60–70	65	28	0	0
70–80	75	12	1	12
80–90	85	10	2	20
90–100	95	15	3	45
		$\Sigma f = 100$		$\Sigma f u_i = 32$

विचलन विधि से समान्तर माध्य

$\overline{X} = A + \left(\frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}\right) \times h$

$= 65 + \frac{32}{100} \times 10$

$= 65 + 3.2 = 68.2$ **उत्तर**

प्रश्न 3. नीचे सारणी में कुछ विशेष क्षेत्र के गाँवों की समुद्रतल से ऊँचाई। दे रखी है। उस क्षेत्र की समुद्र तल से माध्य ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

ऊँचाई मीटर में	200	600	1000	1400	1800	2200
गाँवों की संख्या	142	265	560	271	89	16

हल: यहाँ हम A = 1000 तथा h = 400

समान्तर माध्य की गणना सारणी

ऊँचाई (मी. में) x_i	गाँवों की संख्या f_i	विचलन $u_i = \frac{x_i - 1000}{400}$	$f_i u_i$
200	142	– 2	– 284
600	265	– 1	– 265
1000	560	0	0
1400	271	1	271
1800	89	2	178
2200	16	3	48
	$\Sigma f_i = 1343$		$\Sigma f_i u_i = -52$

पद विचलन विधि से माध्य

$$\overline{X} = A + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) h$$

$$= 1000 + \frac{-52}{1343} \times 400$$

$$= 1000 - 15.488 \text{ लगभग}$$

$$= 984.512$$

प्रश्न 4. निम्न समूहित बारम्बारता बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए–

वर्ग अंतराल	0-8	8-16	16-24	24-32	32-40
बारम्बारता	12	20	30	25	13

हल:

वर्ग	**बारम्बारता**	**संचयी बारम्बारता**
0-8	12	12
8-16	20	32
16-24	30	62
24-32	25	87

32-40	13	100

माध्यक वर्ग = 100/2 = 50 अतः माध्यक वर्ग = (16-24) l = 16, f = 30, C = 32, h = 8

$$\therefore \quad \text{माध्यक (M)} = l + \frac{\frac{N}{2} - C}{f} \times h$$

$$= 16 + \frac{(100/2 - 32)}{30} \times 8$$

$$= 16 + \frac{50 - 32}{30} \times 8$$

$$= 16 + \frac{18}{30} \times 8$$

$$= 16 + 4.8 = 20.8$$ उत्तर

प्रश्न 5. निम्न बारम्बारता बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए

वर्ग अंतराल	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
बारम्बारता	6	20	44	26	3	1

हल: संचयी बारम्बारता सारणी

वर्ग अंतराल	बारम्बारता (fi)	संचयी बारम्बारता (c.f.)
10-25	6	6
25-40	20	26
40-55	44	70
55-70	26	96
70-85	3	99
85-100	1	100
	N = 100	

यहाँN $\frac{N}{2} = 50 \Rightarrow$ माध्यक वर्ग अन्तराल 40-55 है तथा
यहाँ सँगत l = 40, C = 26, h = 15 व f = 44

$$\therefore \quad \text{माध्यक (M)} = l + \frac{\frac{N}{2} - C}{f} \times h$$

$$= 40 + \frac{50 - 26}{44} \times h$$

$$= 40 + \frac{24}{44} \times 15 = 40 + 8.18 = 48.18$$

अतः माध्यक 48.18 है। उत्तर

प्रश्न 6. निम्न बारम्बारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए

ऊँचाई (सेमि.)	50-55	55-60	60-65	65-70
छात्र संख्या	10	20	25	10

हल: यहाँ सबसे अधिक बारंबारता 25 वर्ग 60-65 की है अतः बहुलक वर्ग = (60-65) है।
अतः $l = 60, f_1 = 25, f_2 = 10, f_0 = 20, h = 5$

अतः बहुलक $= l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$

$= 60 + \frac{25-20}{2 \times 25 - 20 - 10} \times 5$

$= 60 + \frac{5}{50-30} \times 5 = 60 + 1.25$

अतः बहुलक = 61.25 **उत्तर**

प्रश्न 7. निम्न बारम्बारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए

वर्ग अंतराल	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
बारम्बारता	4	3	21	39	19	26

हल: यहाँ पर सबसे अधिक बारम्बारता 39 वर्ग 15-20 की है। इस प्रकार बहुलक वर्ग = 15-20
पुनः $l = 15, f_1 = 39, f_0 = 21, f_2 = 19$ तथा $h = 5$

सूत्र के अनुसार बहुलक $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 15 + \left(\frac{39-21}{78-21-19}\right) \times 5$

$= 15 + \frac{18 \times 5}{38}$

$= 15 + \frac{9 \times 5}{19} = 15 + \frac{45}{19}$

$= 15 + 2.37 = 17.37$ **उत्तर**

प्रश्न 8. निम्न बारम्बारता बंटन के माध्य व माध्यिका ज्ञात कीजिए–

वर्ग	0-8	8-16	16-24	24-32	32-40	40-48
fi	42	30	50	22	8	5

(माध्य. शिक्षा बोर्ड, मॉडल पेपर, 2017-18)

हल: सारणी को सही-सही लिखने पर-

वर्ग अंतराल	बारम्बारता (fi)	मध्यमान (Xi)	fixi
0-8	42	4	168
8-16	30	12	360
16-24	50	20	1000
24-32	22	28	616
32-40	8	36	288
40-48	5	44	220
	∑fi = 157		∑fiXi = 2652

माध्य $= \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

यहाँ पर $\sum f_i x_i = 2652$ तथा $\sum f_i = 157$ है।

मान रखने पर माध्य $= \frac{2652}{157} = 16.89$ उत्तर

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता (f_i)	संचयी बारम्बारता ($c.f$)
0–8	42	42
8–16	30	72
16–24	50	122
24–32	22	144
32–40	8	152
40–48	5	157
	N = Σf = 157	

यहाँ $\frac{N}{2} = \frac{\Sigma f}{2} = \frac{157}{2} = 78.5$

78.5 से बड़ी संचयी बारम्बारता (cf) 122 है, जिसका संगत वर्ग अन्तराल 16-24 है।

अतः l = 16, C = 72, i = 8, f = 50 है।

$$\text{माध्यिका (M)} = l + \frac{\frac{N}{2} - C}{f} \times i$$

मान रखने पर $$\text{(M)} = 16 + \frac{78.5 - 72}{50} \times 8$$

$$= 16 + \frac{6.5 \times 8}{50}$$

$$= 16 + \frac{52}{50} = 16 + 1.04$$

$= 17.04$ उत्तर

प्रश्न 9. निम्न बारम्बारता बंटन के माध्य व बहुलक ज्ञात कीजिए

प्राप्तांक	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
छात्रों की संख्या	4	28	42	20	6

(माध्य. शिक्षा बोर्ड, 2018)

हल:

प्राप्तांक	**छात्रों की संख्या (f)**	**मध्यमान (x)**	**f.x**
20-30	4	25	100
30-40	28	35	980
40-50	42	45	1890
50-60	20	55	1100
60-70	6	65	390
	∑f = 100		∑fx = 4460

मध्यमा

$$\overline{\mathbf{X}} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

$$= \frac{4460}{100}$$

$= 44.60$ अंक उत्तर

यहाँ सबसे अधिक बारम्बारता 42 समूह (40-50) की है।

अतः $l = 40$, $f_1 = 42$, $f_2 = 20$, $h = 10$, $f_0 = 28$

सूत्र— बहुलक $= l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$

$$= 40 + \frac{42 - 28}{2(42) - 28 - 20} \times 10$$

$$= 40 + \frac{14}{84 - 48} \times 10$$

$$= 40 + \frac{14}{36} \times 10$$

$$= 40 + \frac{140}{36} = 40 + 3.89$$

बहुलक $= 43.89$

अतः अभीष्ट बहुलक = 43.89 अंक उत्तर