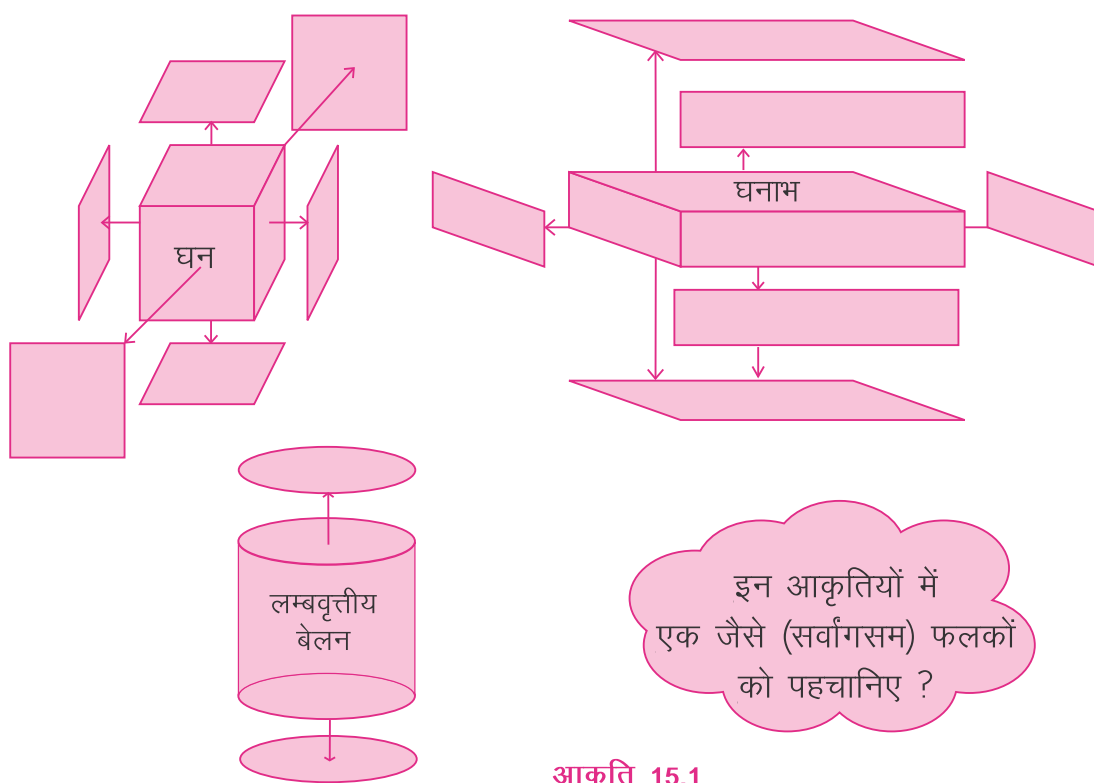


15.1 आपने त्रिविमीय आकृतियों के फलकों को द्विविमीय आकृतियों के रूप में पहचान करना सीखा था। आप द्विविमीय जालकों से घन, घनाभ, बेलन इत्यादि का निर्माण करना भी सीख चुके हैं।

आपने देखा होगा कुछ आकारों में दो या दो से अधिक फलक या पृष्ठ एक जैसे (सर्वांगसम) होते हैं।



आकृति 15.1

नोट : लम्बवृत्तीय बेलन में वृत्ताकार फलकों के केन्द्रों को मिलाने वाला रेखाखण्ड आधार पर लम्ब होना आवश्यक है।

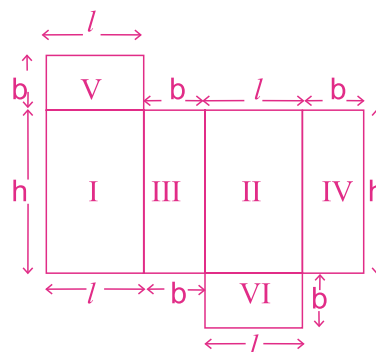
15.2 घन एवं घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल

गोपाल और रमेश घर में सजावट के लिए रंगीन घन और घनाभ बनाना चाहते हैं। गोपाल ने 4 सेमी किनारे वाला घन तैयार किया और रमेश ने 5 सेमी लम्बा, 4 सेमी चौड़ा और 3 सेमी ऊँचा घनाभ तैयार किया। अब वे दोनों इसे सुन्दर बनाने के लिए रंगीन कागज चिपकाना चाहते हैं, दोनों इस दुविधा में हैं कि बाजार से कितना कागज खरीदकर लाया जाए ?

गोपाल ने रमेश को कहा “क्यों न हम प्रत्येक फलक का क्षेत्रफल अलग-अलग निकाल कर जोड़ लें।” तभी गोपाल के बड़े भैया उनकी ये बात सुनकर कहते हैं, इसे ही पृष्ठीय क्षेत्रफल कहते हैं अर्थात् किसी ठोस के सम्पूर्ण पृष्ठों द्वारा घेरा गया क्षेत्र उस आकृति का पृष्ठीय क्षेत्रफल कहलाता है।

15.2.1 घनाभ

एक घनाभाकार डिब्बे (रमेश का घनाभ) को काटकर खोलने पर हमें उसका जालक चित्र में दर्शाए अनुसार प्राप्त होता है। प्रत्येक फलक पर उसकी विमाएँ लिखिए। आप देखते हैं कि घनाभ में हमें दो-दो सर्वांगसम फलकों के तीन जोड़े प्राप्त होते हैं।



$$\begin{aligned}
 \text{घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= \text{क्षेत्रफल I} + \text{क्षेत्रफल II} + \text{क्षेत्रफल III} + \text{क्षेत्रफल IV} + \\
 &\quad \text{क्षेत्रफल V} + \text{क्षेत्रफल VI} \\
 &= h \times l + h \times l + b \times h + b \times h + l \times b + l \times b \\
 &= 2hl + 2bh + 2lb \\
 &= 2(lb + bh + hl)
 \end{aligned}$$

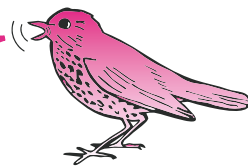
जहाँ l , b तथा h क्रमशः घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई है।

$$\begin{aligned}
 \text{इस प्रकार रमेश के घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 2(5 \times 4 + 4 \times 3 + 3 \times 5) \\
 &= 2(20 + 12 + 15) \\
 &= 2 \times 47 \\
 &= 94 \text{ वर्ग सेमी}
 \end{aligned}$$

कमरे में चारों दीवारों पर पुताई करवाने हेतु घनाभ के तल (फर्श) एवं छत को छोड़ना होता है। केवल चारों दीवारों का ही क्षेत्रफल निकालना होता है। इसे घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल कहते हैं।

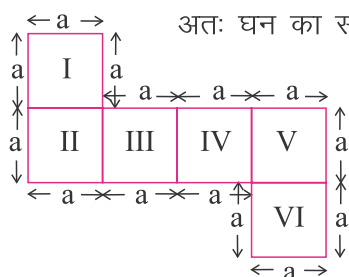
$$\begin{aligned}
 \text{अर्थात् घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= \text{स.पृ.क्षे.} - (\text{छत व फर्श का सम्मिलित क्षेत्रफल}) \\
 &= 2(lb + bh + hl) - 2lb \\
 &= 2lb + 2bh + 2hl - 2lb \\
 &= 2bh + 2hl \\
 &= 2 \times (l + b) \times h \text{ वर्ग इकाई} \\
 &= \text{आधार (फर्श) का परिमाण} \times \text{ऊँचाई}
 \end{aligned}$$

छत और फर्श का क्षेत्रफल ऊँचाई से स्वतंत्र होता है, केवल लम्बाई और चौड़ाई पर निर्भर करता है।



15.2.2 घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

आप जानते हैं कि घन एक ऐसा घनाभ है जिसकी तीनों विमाएँ (भुजाएँ) लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई समान होती है, घन के एक फलक का क्षेत्रफल a^2 होता है। तथा सभी छः फलक वर्गाकार होते हैं। प्रत्येक भुजा को a से निरूपित करते हैं।



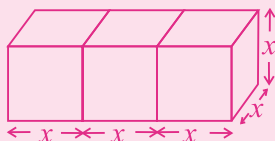
अतः घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6 \times$ एक वर्गाकार फलक का क्षेत्रफल
 $= 6 \times a^2$
 $= 6a^2$

इस प्रकार गोपाल के घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 6×4^2
 $= 6 \times 16$
 $= 96$ वर्ग सेमी

करो और सीखो

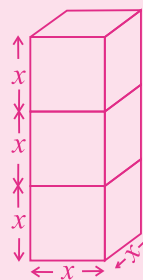
(1) यदि x भुजा वाले तीन घनों को चिपकाकर घनाभ बनाया गया है तो घनाभ की विमाएँ क्या होगी ?

स्थिति I



लम्बाई =
 चौड़ाई =
 ऊँचाई =

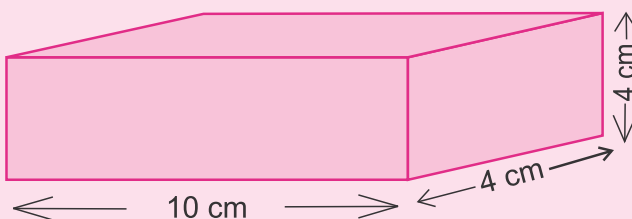
स्थिति II



लम्बाई =
 चौड़ाई =
 ऊँचाई =

करो और सीखो

1. एक 3 सेमी भुजा वाले घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ऐसे 5 घनों का पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा ?
2. 3 सेमी भुजा वाले 5 घनों का स. पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा ? यदि इन्हें एक के बाद एक चिपका दे तो उनके पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितनी कमी हो जाएगी?
3. नीचे दिए गए घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

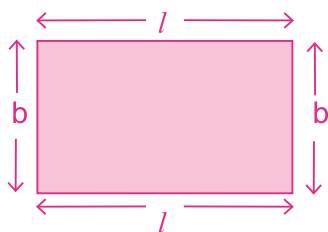


15.3 बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल

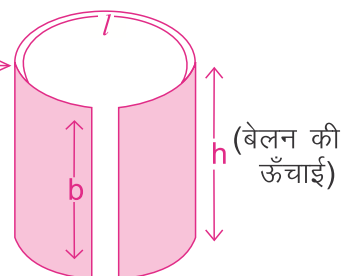
एक कॉल्ड ड्रिंक का टिन, पाइप, ट्यूबलाइट का ट्यूब, गोल खम्भा आदि लम्बवृत्तीय बेलन के उदाहरण हैं। बेलन के दोनों वृत्ताकार फलकों को छोड़कर बचा हुआ पृष्ठ वक्र पृष्ठ कहलाता है। इसके क्षेत्रफल को ज्ञात करने के लिए हम एक क्रियाकलाप करेंगे।



क्रियाकलाप — एक आयताकार कागज लीजिए और उसके किनारों पर लम्बाई और चौड़ाई अंकित कर दीजिए। चित्रानुसार उसको लम्बाई के अनुदिश मोड़कर सिरों को बिना अतिव्यापन (overlap) के टेप की सहायता से चिपकाइए इस प्रकार एक बेलन के वक्र पृष्ठ का निर्माण होगा।



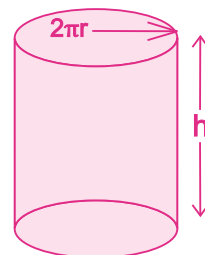
$2\pi r$ (बेलन के वृत्ताकार फलक की परिधि)



आयताकार कागज की लम्बाई (l) बेलन के वृत्ताकार आधार की परिधि ($2\pi r$) में रूपान्तरित हो गई है और चौड़ाई (b) ने बेलन की ऊँचाई (h) का रूप ले लिया है।

इस प्रकार बेलन का वक्र पृ. क्षे. = आयताकार कागज का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= l \times b \\ &= 2\pi r \times h \\ &= 2\pi rh \text{ वर्ग इकाई} \end{aligned}$$

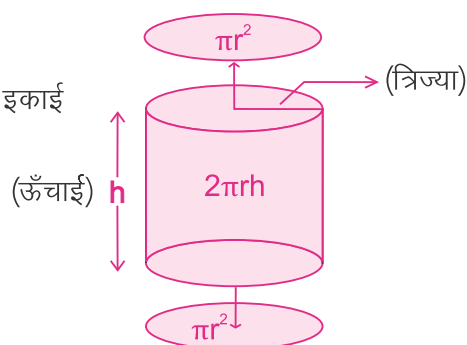


अब आयताकार कागज को चौड़ाई के अनुदिश मोड़कर बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

यदि बेलन के दोनों सर्वांगसम (एक जैसे) वृत्ताकार फलकों को भी वक्र पृष्ठ के साथ सम्मिलित कर लिया जाए, तो वह बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ कहलाता है। इसका क्षेत्रफल किस प्रकार ज्ञात करेंगे?

बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + दोनों वृत्ताकार फलकों का क्षेत्रफल

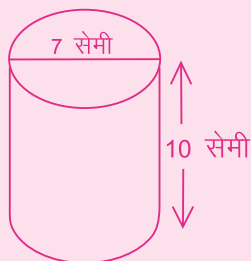
$$\begin{aligned} &= 2\pi rh + 2 \times \pi r^2 \\ &= 2\pi r (h + r) \text{ वर्ग इकाई} \end{aligned}$$



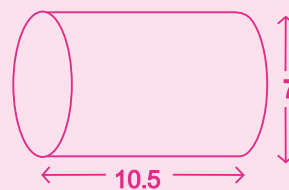
करो और सीखो

निम्नलिखित बेलनों का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए –

(i)



(ii)



उदाहरण 1 विजय के घनाभाकार कमरे की आंतरिक विमाएँ 12 मी, 8 मी व 4 मी है। वह अपने इस कमरे की चारों दीवारों पर सफेदी (पेन्ट) करवाना चाहता है। 5 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से सफेदी करवाने का खर्च ज्ञात कीजिए। उसे बताइए कि यदि वह छत पर भी सफेदी करवाएगा तो खर्च में कितनी वृद्धि हो जाएगी ?

हल कमरे की लम्बाई (l) = 12 मी
 चौड़ाई (b) = 8 मी
 ऊँचाई (h) = 4 मी

कमरे का पार्श्वपृष्ठीय (चारों दीवारों का) क्षेत्रफल = आधार का परिमाप $\times$ ऊँचाई

$$\begin{aligned} &= 2(l + b) \times h \\ &= 2(12 + 8) \times 4 \\ &= 2 \times 20 \times 4 \\ &= 160 \text{ मी}^2 \end{aligned}$$

सफेदी करवाने का प्रति वर्ग मीटर खर्च = 5 रु.

कमरे की चारों दीवारों पर सफेदी करवाने का कुल खर्च = $160 \times 5 = 800$ रु.

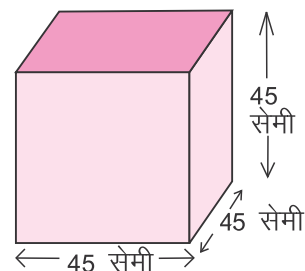
$$\text{छत का क्षेत्रफल} = l \times b = 12 \times 8 = 96 \text{ मी}^2$$

छत पर सफेदी हेतु अतिरिक्त खर्च = $96 \times 5 = 480$ रु.

अर्थात् विजय चारों दीवारों के साथ-साथ छत पर भी सफेदी करवाएगा तो कुल खर्च 800 रु. से 480 रु. बढ़कर 1280 रु. हो जाएगा।

उदाहरण 2 मनीषा के पास बिना ढक्कन वाला एक घनाकार टिन का डिब्बा है, जिसकी भुजा 45 सेमी है। वह इसके बाहरी पृष्ठ पर रंगीन कागज चिपकाना चाहती है, आवश्यक कागज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$
 शीर्षफलक (ढक्कन) को छोड़ने पर शेष क्षे. = $6a^2 - a^2$
 $= 5a^2$
 $= 5 \times (45)^2$
 $= 5 \times 2025$
 $= 10125$ वर्ग सेमी



उदाहरण 3 एक ऐसे बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 7 सेमी और सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 968 सेमी है।

हल माना कि बेलन की ऊँचाई = h cm
 त्रिज्या = 7 cm
 बेलन का सं. पृ. क्षे. = $2\pi r(h + r)$
 $= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times (h + 7)$ वर्ग सेमी

परन्तु प्रश्नानुसार सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 968 सेमी^2 है अतः

$$2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times (h + 7) = 968$$

$$(h + 7) = \frac{968}{2 \times 22}$$

$$h + 7 = 22$$

$$h = 15 \text{ सेमी}$$

अतः बेलन की ऊँचाई = 15 सेमी

उदाहरण 4 एक कम्पनी अपने उत्पाद को 20 सेमी ऊँचाई और 14सेमी व्यास के बेलनाकार डिब्बे में पैक करते हुए उसके वक्र पृष्ठ पर लेबल लगाती है। लेबल लगाते वक्त दोनों ओर 2 सेमी की दूरी छोड़ दी जाती है तो लेबल का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल

बेलनाकार डिब्बे की ऊँचाई = 20 सेमी

लेबल में प्रयुक्त ऊँचाई = $20 - (2 \times 2)$
= 16 सेमी

डिब्बे का व्यास ($2r$) = 14सेमी

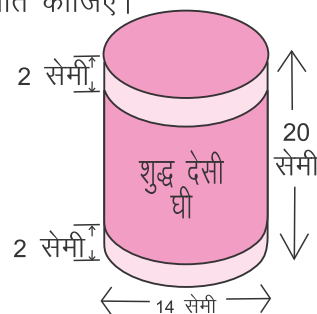
लेबल का क्षेत्रफल = $2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \text{ सेमी} \times 16 \text{ सेमी}$$

$$= 44 \times 16 \text{ सेमी}^2$$

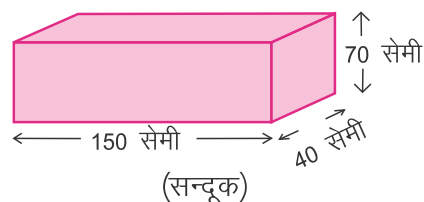
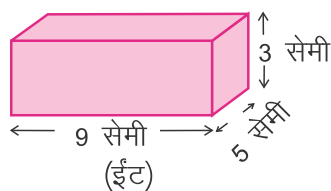
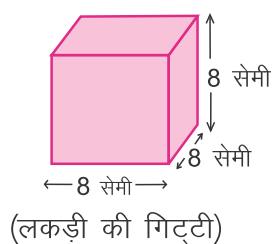
$$= 704 \text{ सेमी}^2$$

अतः लेबल का क्षेत्रफल = 704 सेमी^2



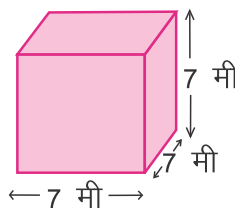
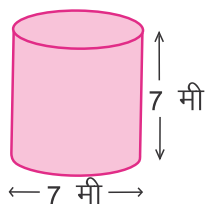
प्रश्नावली 15.1

1. दिए गए मापों के आधार पर— घनाकार लकड़ी की गिट्टी, घनाभकार ईंट व सन्दूक का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



2. ऐसे घन की भुजा ज्ञात कीजिए, जिसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 600 वर्ग सेमी है।

3. चित्र में दिखाई गई आकृतियों में से किस आकृति का पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है ? ($\pi = \frac{22}{7}$)



4. एक बेलनाकार टैंक के आधार की परिधि 176 सेमी तथा ऊँचाई 30 सेमी हो तो उसके वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
5. 8 वर्ग मीटर धातु की एक चादर से 1 मीटर ऊँची और 140 सेमी व्यास वाली एक बन्द बेलनाकार टंकी बनाई जाती है। टंकी बनने के पश्चात कितनी चादर शेष बचेगी ?
6. 80 सेमी x 50 सेमी x 25 सेमी विमा वाले सन्दूक के बाहरी पृष्ठ पर पेन्ट करना है, तो 100 सेमी² फैलाव क्षमता वाले कितने पेन्ट के डिब्बों की आवश्यकता होगी ?
7. एक भवन में 25 बेलनाकार खम्भे हैं। प्रत्येक खम्भे की त्रिज्या 28 सेमी और ऊँचाई 4 मी है। 8 रुपये प्रति वर्ग मी की दर से सभी खम्भों के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल पर पेन्ट कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।
8. एक खोखले बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 4224 सेमी² है। इसे इसकी ऊँचाई के अनुदिश काट कर 33 सेमी चौड़ी एक आयताकार चादर बनाई गई है। इस चादर का परिमाण ज्ञात कीजिए।
9. किसी सड़क को एक बार में समतल करने के लिए एक रोलर को 750 चक्कर लगाने पड़ते हैं। यदि रोलर का व्यास 84 सेमी और लम्बाई 1 मीटर है तो सड़क का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
10. 1 सेमी भुजा वाले 64 घनों को जमाकर एक घन बनाया गया है, इस प्रकार बने घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

15.4 आयतन एवं मानक इकाई

एक त्रिविमीय वस्तु द्वारा घेरा गया स्थान उसका आयतन कहलाता है। उदाहरणतः किसी कमरे के अन्दर रखी हुई कपड़ों की अलमारी का आयतन आटे के पीपे से अधिक है।

आप जानते हैं कि हम किसी आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए इकाई भुजा के वर्गों का उपयोग करते हैं। इसी प्रकार किसी ठोस का आयतन ज्ञात करने के लिए हमें उस ठोस में समाहित होने वाली इकाई घनों की संख्या ज्ञात करनी होगी। आयतन को निम्नांकित मानक इकाई में मापा जाता है।

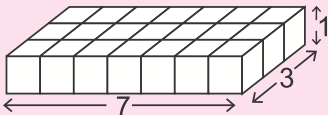
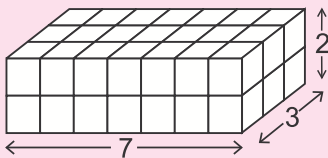
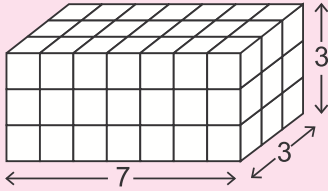
$$1 \text{ सेमी} \times 1 \text{ सेमी} \times 1 \text{ सेमी} = 1 \text{ सेमी}^3 \text{ या } 1 \text{ घन सेमी}$$

$$1 \text{ मी} \times 1 \text{ मी} \times 1 \text{ मी} = 1 \text{ मी}^3 \text{ या } 1 \text{ घन मीटर}$$

$$1 \text{ घन मीटर} = 100 \text{ सेमी} \times 100 \text{ सेमी} \times 100 \text{ सेमी} = 1000000 \text{ सेमी}^3$$

15.4.1 घन व घनाभ का आयतन

इकाई लम्बाई वाले कुछ घनों का निम्नानुसार व्यवस्थित कर इससे बने घनाभ का आयतन ज्ञात कीजिए—

	घनाभ	आयतन	लम्बाई l	चौड़ाई b	ऊँचाई h	$l \times b \times h$
(i)		21 इकाई घन	7 इकाई	3 इकाई	1 इकाई	$7 \times 3 \times 1 = 21$ घन इकाई
(ii)		42 इकाई घन	7 इकाई	3 इकाई	2 इकाई	
(iii)		63 इकाई	7 इकाई	3 इकाई	3 इकाई	

तालिका 15.1

सारणी पूरा करने के बाद हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि

$$\text{घनाभ का आयतन} = \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई}$$

इस प्रकार 7 सेमी लम्बे, 5 सेमी चौड़े और 2 सेमी ऊँचे घनाभ का आयतन

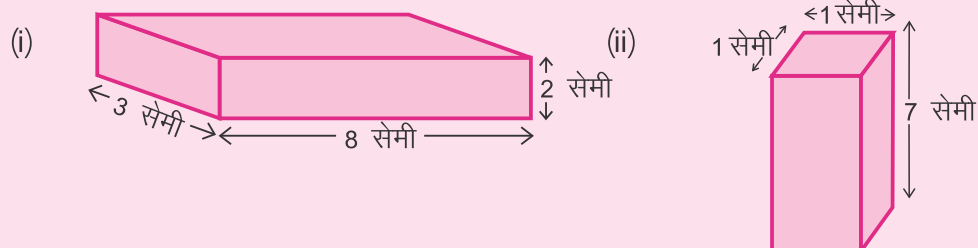
$$= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= 7 \text{ सेमी} \times 5 \text{ सेमी} \times 2 \text{ सेमी}$$

$$= 70 \text{ सेमी}^3$$

करो और सीखो

दिए गए मापों के आधार पर घनाभ का आयतन ज्ञात कीजिए

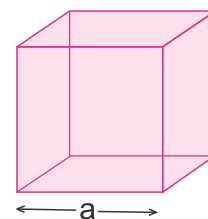


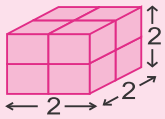
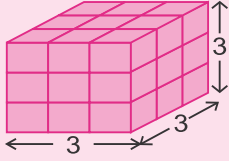
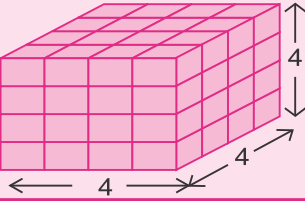
घन का आयतन

आप जानते हैं कि घन एक ऐसा घनाभ है जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई समान होती है और प्रत्येक भुजा को a से निरूपित करते हैं अतः

घन का आयतन = भुजा $\times$ भुजा $\times$ भुजा

घन का आयतन = $a \times a \times a = a^3$ घन इकाई



क्र.स.	घन	इकाई घनों की संख्या	भुजा	भुजा $\times$ भुजा $\times$ भुजा	(भुजा) ³
(i)		8	2 इकाई	2इ. $\times$ 2इ. $\times$ 2इ.	8 घन इकाई
(ii)		27	-----	-----	-----
(ii)		64	-----	-----	-----

तालिका 15.2

करो और सीखो

निम्नलिखित भुजा वाले घनों का आयतन ज्ञात कीजिए –

(i) 1.5 cm

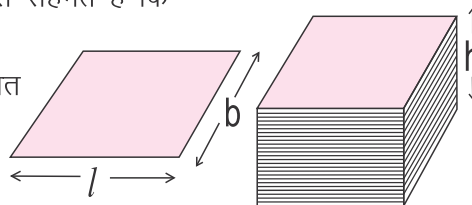
(ii) 4 m

एक कागज की आयताकार शीट लीजिए और इसका क्षेत्रफल माप लीजिए। अब इस कागज को आधार बनाते हुए, इसी माप की और शीटें एक के ऊपर एक रखते जाएँ और वांछित ऊँचाई के घनाभ का निर्माण करें (समझाने के लिए पेपर रिम का उपयोग किया जा सकता है।) आधार का क्षेत्रफल और ऊँचाई का गुणा कीजिए और परिणाम नोट कर लें।

पूर्व में स्थापित सूत्र द्वारा इस घनाभ का आयतन ज्ञात कीजिए। दोनों परिणामों से क्या निष्कर्ष निकाला जा सकता है? क्या आप इस बात से सहमत हैं कि

घनाभ का आयतन = आधार का क्षेत्रफल $\times$ ऊँचाई

इस प्रकार से और किसी आकृति का आयतन ज्ञात किया जा सकता है?



नोट:- यहाँ यह ध्यान रखना आवश्यक है कि ठोस का आधार और शीर्ष सर्वांगसम हो एवं दोनों के केन्द्र को मिलाने वाला रेखाखण्ड आधार और शीर्ष पर लम्बवत् हो।

15.4.2 बेलन का आयतन

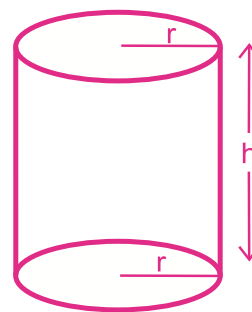
घनाभ के समान ही बेलन में भी आधार और शीर्ष सर्वांगसम और समान्तर होते हैं और, वक्रपृष्ठ आधार पर लम्बवत् होता है।

घनाभ का आयतन = आधार का क्षेत्रफल $\times$ ऊँचाई

बेलन का आयतन = आधार का क्षेत्रफल $\times$ ऊँचाई

$$= \pi r^2 \times h$$

$$= \pi r^2 h \text{ घन इकाई}$$

**धारिता**

किसी त्रिविमीय वस्तु द्वारा घिरी हुई जगह आयतन और उसमें भरी जा सकने वाली द्रव की मात्रा धारिता कहलाती है। 1 सेमी भुजा वाले घन में भरा जा सकने वाले द्रव की मात्रा 1 मिली (ml) होता है, इसी प्रकार इसकी निम्न मानक इकाईयाँ हैं।

$$1 \text{ मिली} = 1 \text{ सेमी}^3$$

$$1 \text{ लीटर} = 1000 \text{ सेमी}^3 \text{ या } 1000 \text{ मीली लीटर}$$

$$1 \text{ किलोलीटर} = 1000 \text{ लीटर या } 1 \text{ मी}^3 = 1000 \text{ लीटर}$$

उदाहरण 5 एक ऐसे घनाभ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए, जिसका आयतन 275 सेमी^3 और आधार का क्षेत्रफल 25 सेमी^2 है।

हल घनाभ का आयतन = आधार का क्षेत्रफल $\times$ ऊँचाई
 $275 \text{ सेमी}^3 = 25 \text{ सेमी}^2 \times \text{ऊँचाई}$

संकेत:
 $\text{मी} \times \text{मी} \times \text{मी} = \text{मी}^3$

$$\text{ऊँचाई} = \frac{275 \text{ सेमी}^3}{25 \text{ सेमी}^2} = 11 \text{ सेमी}$$

उदाहरण 6 एक घनाभाकार गोदाम, जिसकी माप $60 \text{ मी} \times 40 \text{ मी} \times 30 \text{ मी}$ है, के अन्दर कितने घनाभाकार डिब्बे रखे जा सकते हैं, यदि डिब्बे का आयतन 0.8 मी^3 है?

हल एक डिब्बे का आयतन = 0.8 मी^3
 गोदाम का आयतन = $60 \text{ मी} \times 40 \text{ मी} \times 30 \text{ मी}$
 $= 72000 \text{ मी}^3$

$$\begin{aligned} \text{गोदाम में रखे जा सकने वाले डिब्बों की संख्या} &= \frac{\text{गोदाम का आयतन}}{\text{एक डिब्बे का आयतन}} \\ &= \frac{60 \text{ मी} \times 40 \text{ मी} \times 30 \text{ मी}}{0.8 \text{ मी}^3} \\ &= \frac{72000 \text{ मी}^3}{0.8 \text{ मी}^3} = 90000 \end{aligned}$$

उदाहरण 7 यदि एक घन मीटर बर्फ का तौल 900 किग्रा हो तो बर्फ के 50 सेमी भुजा के घन का तौल ज्ञात कीजिए।

हल 50 सेमी भुजा वाले घन का आयतन = $(50)^3$ घन सेमी
 $= 125000$ घन सेमी
 $= \frac{125000}{100 \times 100 \times 100}$ घन मीटर
 $= 0.125$ घन मीटर

1 घन मीटर बर्फ का तौल = 900 किग्रा

$$0.125 \text{ घन मीटर बर्फ का तौल} = 900 \times 0.125 \text{ मी}^3 = 112.5 \text{ किग्रा}$$

उदाहरण 8 एक $11 \text{ सेमी} \times 4 \text{ सेमी}$ के आयताकार कागज को मोड़कर (बिना अतिव्यापन) एक 4 सेमी ऊँचाई का बेलन बनाया गया है। इसका आयतन ज्ञात कीजिए।

हल बेलन की ऊँचाई = 4 सेमी
 बेलन की आधार की परिधि = 11 सेमी

अर्थात्

$$2\pi r = 11$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 11$$

$$r = \frac{7}{4} \text{ सेमी}$$

$$\begin{aligned} \text{बेलन का आयतन (v)} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times 4 \\ &= \frac{22 \times 7}{4} \text{ सेमी}^3 = 38.5 \text{ सेमी}^3 \end{aligned}$$

उदाहरण 9 एक बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 440 मी^2 है, जिसकी ऊँचाई 4 मी. है। आयतन ज्ञात कीजिए।

हल

$$\text{बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 440 \text{ मी}^2$$

$$\text{अतः } 2\pi rh = 440 \text{ मी}^2$$

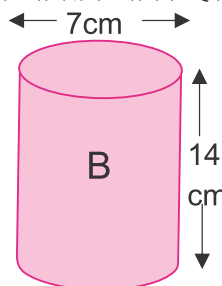
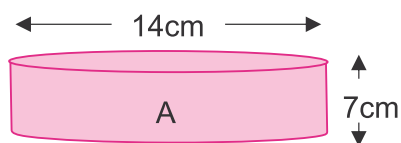
$$2 \times \frac{22}{7} \times r \times 4 \text{ मी} = 440 \text{ मी}^2$$

$$r = \frac{440 \times 7}{2 \times 22 \times 4} \text{ मी} = \frac{35}{2} \text{ मी}$$

$$\begin{aligned} \text{बेलन का आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{35}{2} \times \frac{35}{2} \times 4 = 3850 \text{ मी}^3 \quad \text{उत्तर} \end{aligned}$$

प्रश्नावली 15.2

1. एक घनाभ की विमाएँ 60 सेमी x 54 सेमी x 30 सेमी हैं। इस घनाभ के अन्दर 6 सेमी भुजा वाले कितने घन रखे जा सकते हैं?
2. 3 मीटर लम्बे, 50 सेमी चौड़े तथा 25 सेमी ऊँचे लकड़ी के लट्ठे में से 25 सेमी भुजा वाले घनाकार लकड़ी के कितने गुटके काटे जा सकते हैं ?
3. बेलन A का व्यास 14 सेमी और ऊँचाई 7 सेमी है और बेलन B का व्यास 7 सेमी और ऊँचाई 14 सेमी है। परिकलन किए बिना बताएँ, किस बेलन का आयतन अधिक है? परिकलन से अपने उत्तर के सत्यता की जाँच कीजिए।



4. त्रिज्या 1.5 मीटर और लम्बाई 7 मीटर वाले बेलनाकार दूध के टैंकर से 1 लीटर वाले कितने पॉलीपैक (थैली) भरी जा सकती है? ($1\text{मी}^3 = 1000$ लीटर)
5. त्रिज्या 3.5 मीटर और गहराई 3 मीटर वाले एक बेलनाकार कुण्ड को 60 लीटर प्रति मिनट पानी देने वाला नल कितने समय में पूरा भर देगा?
6. एक घनाभाकार बर्फ की सिल्ली की विमाएँ 50 सेमी x 30 सेमी x 20 सेमी है। इसका वजन किग्रा में ज्ञात कीजिए। यदि 1000 घन सेमी बर्फ का तौल 900 ग्राम हो।
7. यदि किसी घन की भुजा को दुगुना कर दिया जाए तो
 - (i) इसके पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितने गुना वृद्धि हो जाएगी?
 - (ii) इसके आयतन में कितने गुना वृद्धि होगी?
8. एक 7 मीटर व्यास वाली बेलनाकार टंकी का आयतन 770 घन मीटर है तो टंकी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हमने सीखा

1. एक ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल इसके फलकों के क्षेत्रफलों के योग के समान होता है।
2. घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + hl)$ जहाँ l, b, h घनाभ की विमाएँ हैं।
3. घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 6a^2$ जहाँ a = घन की भुजा
4. बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r (h + r)$
 r = बेलन के आधार की त्रिज्या व
 h = बेलन की ऊँचाई
 जहाँ तक अन्यथा न कहा जाए पृष्ठीय क्षेत्रफल से तात्पर्य सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल से है।
5. किसी त्रिविमीय आकृति द्वारा घिरी हुई जगह आयतन कहलाती है।
6. घनाभ का आयतन = लम्बाई x चौड़ाई x ऊँचाई $= l \times b \times h$ घन इकाई (घन की भुजा = a इकाई)
7. घन का आयतन = भुजा x भुजा x भुजा $= a^3$ घन इकाई
8. बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$ घन इकाई
9. यदि किसी ठोस के आधार और शीर्ष सर्वांगसम हैं और शीर्ष और आधार के केन्द्र को मिलाने वाली रेखाखण्ड आधार पर लम्ब हो (जैसे घन, घनाभ व बेलन) तो
 आयतन = आधार का क्षेत्रफल x ऊँचाई
10. (i) 1 मिली = 1 सेमी³
 (ii) 1 लीटर = 1000 लीटर
 (iii) 1 किलोलीटर = 1000 लीटर या $1\text{ मी}^3 = 1000$ लीटर